Контрольная работа № 4

Обыкновенные дифференциальные уравнения.

Дифференциальное исчисление функций двух переменных

Вариант по шифру	Номера задач контрольных работ
	Контрольнаяработа № **4**
1	161, 171, 181, 191, 201, 211, 221
2	162, 172, 182, 192, 202, 212, 222
3	163, 173, 183, 193, 203, 213, 223
4	164, 174, 184, 194, 204, 214, 224
5	165, 175, 185, 195, 205, 215, 225
6	166, 176, 186, 196, 206, 216, 226
7	167, 177, 187, 197, 207, 217, 227
8	168, 178, 188, 198, 208, 218, 228
9	169, 179, 189, 199, 209, 219, 229
10	170, 180, 190, 200, 210, 220, 230

ЗАДАЧИ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

161 – 170. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения 1-го порядка

161. $y' = \dfrac{y^2}{xy - x^2}$.

162. $y' = \dfrac{x^2 + y^2}{xy}$.

163. $y' = \dfrac{xy - y^2}{x^2 - 2xy}$.

164. $(y - x)y' + x + y = 0$.

165. $(x + y) + xy' = 0$.

166. $xy^2 y' = (x^3 + y^3)$.

167. $y' = \dfrac{y}{x - y}$.

168. $y' = \dfrac{xy - y^2}{x^2}$.

169. $xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}$.

170. $y' = \dfrac{y}{x - 2\sqrt{xy}}$ **.**

171-180. Найти общее решение линейного дифференциального уравнения 1-го порядка или дифференциального уравнения Бернулли

171. $(1 + x^2)y' - 2xy = (1 + x^2)^2$ **.**

172. $2xyy' - y^2 + x = 0$.

173. $xy' + y = 3$.

174. $x^2 y' + y^2 - 2xy = 0$.

175. $y' - y\operatorname{tg} x = \dfrac{1}{\cos x}$.

176. $y + \dfrac{y}{x} = -xy^2$.

177. $y' - \dfrac{n}{x} y = e^x x^n$.

178. $y' - y\operatorname{tg} x = -y^2 \cos x$.

179. $y' + \dfrac{2y}{x} = x^3$.

180. $y' - \dfrac{1}{x} y = x$.

181 – 190. Найти общее решение дифференциального уравнения второго порядка:

181. $\left(1 - x^2\right)y'' = xy'$

182. $2yy'' + \left(y'\right)^2 + \left(y'\right)^4 = 0$.

183. $y'' + y'\operatorname{tg} x = \sin 2x$.

184. $y'' + \dfrac{1}{x} y' = x^2$.

185. $1 + \left(y'\right)^2 + yy'' = 0$.

186. $\left(1 + y\right)y'' - 5\left(y'\right)^2 = 0$.

187. $xy'' + 2y' = x^3$.

188. $y''\operatorname{tg} y = 2\left(y'\right)^2$.

189. $y'' - 2y'\operatorname{tg} x = \sin x$.

190. $3yy'' + \left(y'\right)^2 = 0$.

191 – 200. Найти частное решение линейного дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям $y(0)=y_0$, $y'(0)=y'_0$.

191. $y''+4y'-12y=8\sin 2x$; $y(0)=0$, $y'(0)=0$.

192. $y''-6y'+9y=x^2-x+3$; $y(0)=\dfrac{4}{3}$, $y'(0)=\dfrac{1}{27}$.

193. $y''+4y'=e^{-2x}$; $y(0)=0$, $y'(0)=0$.

194. $y''-2y'+5y=xe^{2x}$; $y(0)=1$, $y'(0)=0$.

195. $y''+5y'+6y=12\cos 2x$; $y(0)=1$, $y'(0)=3$.

196. $y''-5y'+6y=(12x-7)e^{-x}$; $y(0)=0$, $y'(0)=0$.

197. $y''-4y'+13y=26x+5$; $y(0)=1$, $y'(0)=0$.

198. $y''-4y'=6x^2+1$; $y(0)=2$, $y'(0)=3$.

199. $y''-2y'+y=16e^{x}$; $y(0)=1$, $y'(0)=2$.

200. $y''+6y'+9y=10e^{-3x}$; $y(0)=3$, $y'(0)=2$.

201 – 210. Найти общее решение $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$ системы дифференциальных уравнений.

201. $\begin{cases} x'=x+4y; \\ y'=2x+3y. \end{cases}$

202. $\begin{cases} x'=5x+4y; \\ y'=-2x+11y. \end{cases}$

203. $\begin{cases} x'=-3x+2y; \\ y'=-2x+2y. \end{cases}$

206. $\begin{cases} x'=3x-y; \\ y'=-5x-y. \end{cases}$

207. $\begin{cases} x'=x+3y; \\ y'=3x+y. \end{cases}$

208. $\begin{cases} x'=x-2y; \\ y'=3x+6y. \end{cases}$

204. $\begin{cases} x' = x + 4y; \\ y' = x + y. \end{cases}$

209. $\begin{cases} x' = 5x + y; \\ y' = -3x + 9y. \end{cases}$

205. $\begin{cases} x' = 3x + y; \\ y' = x + 3y. \end{cases}$

210. $\begin{cases} x' = x + 6y; \\ y' = -2x + 9y. \end{cases}$

211. Дана функция $z = y/(x^2 - y^2)^5$.

Показать, что $\frac{1}{x} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}$.

212. Дана функция $z = y^2/(3x) + \arcsin(xy)$.

Показать, что $x^2 \cdot \frac{\partial z}{\partial x} - xy \cdot \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0$.

213. Дана функция $z = \ln(x^2 + y^2 + 2x + 1)$.

Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

214. Дана функция $z = e^{xy}$.

Показать, что $x^2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2xy \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2xy = 0$.

215. Дана функция $z = \ln(x + e^{-y})$.

Показать, что $\frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$.

216. Дана функция $z = x/y$.

Показать, что $x \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$.

217. Дана функция $z = x^y$.

Показать, что $y \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = (1 + y \cdot \ln x) \cdot \frac{\partial z}{\partial x}$.

218. Дана функция $z = xe^{y/x}$.

Показать, что $x^2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

219. Дана функция $z = \sin(x + ay)$.

Показать, что $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} = a^2 \cdot \dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

220. Дана функция $z = \cos y + (y - x)\cdot \sin y$.

Показать, что $(x - y)\cdot \dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \dfrac{\partial z}{\partial y}$.

221-230. Найти наименьшее и наибольшее значения функции $z = f(x, y)$ в области D, заданной системой неравенств; 2) определить характер критических точек функции $z = f(x, y)$ во всей естественной области ее определения, используя достаточное условие экстремума; 3) сделать чертеж области определения.

221. $z = x^3 - 3x^2 + 6xy - 3y^2 + 3x - 6y$;
D: $x \le 1$; $y \le 0$; $x + y + 9 \ge 0$.
222. $z = 3x^2 + 6xy + 12x + y^3 + 12y$;
D: $x \ge -4$; $y \le 0$; $x - y \le 0$.
223. $z = x^3 + 6x^2 + 6xy - 3y^2 + 12x + 12y$;
D: $x + 2 \le 0$; $y \le 0$; $x + y + 12 \ge 0$.
224. $z = 3x^2 + 6xy + 12x + y^3 + + 6y^2 + 12y$;
D: $x \le 0$; $y \ge -2$; $x - y + 8 \ge 0$.
225. $z = x^3 + 6xy - 3y^2 + 12x - 12y$;
D: $x \ge 0$; $y + 4 \ge 0$; $x + y \le 0$.
226. $z = 3x^2 - 6xy - y^3 + 12x + 6y^2 - 12y$;
D: $x \le 0$; $y \le 2$; $x + y + 8 \ge 0$.
227. $z = y^3 + 6xy + 6y - 3x^2 - 6x$;
D: $x + 3 \ge 0$; $y \ge 0$; $x + y \le 1$.
228. $z = x^3 + 6xy + 3y^2 + 6x + 6y$;
D: $x \le 0$; $y + 3 \ge 0$; $x - y + 1 \ge 0$.
229. $z = 6xy + 6x + y^3 + 3y^2 + 3y - 3x^2$;
D: $x \le 0$; $y + 1 \le 0$; $x + y + 11 \ge 0$.
230. $z = x^3 + 3x^2 - 6xy - 3y^2 + 3x - 6y$;
D: $x + 1 \le 0$; $y \ge 0$; $x - y + 11 \ge 0$.