
Вариант № 1.

Во всех задачах на вычисление ответ представьте
в алгебраической форме.

1. Вычислите 5^{2i} .
2. Вычислите $\sqrt[4]{256}$.
3. Выясните геометрический смысл соотношения $|z - 2| + |z + 2| = 5$.
Сделайте чертеж.
4. Решите уравнение $\sin z + \cos z = i$.
5. Восстановите аналитическую функцию $f(z)$, если
 $\operatorname{Re} f(z) = Ax^2 - y^2 + xy$, $f(0) = i$.
6. Вычислите интеграл $\int_C \bar{z} \operatorname{Re} z \, dz$ по дуге $C : y = x^2$ от точки $z_1 = 0$
до точки $z_2 = -1 + i$.
7. Вычислите интеграл $\int_1^{1+i} (3z^2 + z + 1) \, dz$ от аналитической функ-
ции.
8. Вычислите интеграл $\int_L \frac{e^z \, dz}{(z + 1)^2(z - 2)}$ по контурам:
а) $L_1 : |z - i| = 1$, б) $L_2 : |z + 1| = 2$, в) $L_3 : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, используя
интегральную формулу Коши (или вычеты).
9. Разложите функцию $\frac{z + 1}{z^2 - z - 20}$ в ряд Лорана в областях:
а) $4 < |z| < 5$, б) $|z| > 5$, в) $0 < |z + 4| < 9$.
10. Вычислите интеграл $\int_{|z|=2} \frac{(z - 1) \, dz}{(z^3 + 1)z}$ с помощью вычетов.
11. Вычислите интеграл $\int_{|z-1|=1} z e^{z/(z-1)} \, dz$ с помощью вычетов.

12. Вычислите несобственный интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 9)}$ с помощью вычетов.

13. Вычислите интеграл $\int_C \frac{dz}{\sqrt{1-z}}$ по прямой C от точки $z_1 = -i$ до точки $z_2 = i$, при этом $\sqrt{1+i} = \sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}} + i\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}}$.

Вариант № 2.

Во всех задачах на вычисление ответ представьте
в алгебраической форме.

1. Вычислите $(1 - i)^{3i}$.
2. Вычислите $\sqrt[3]{-8}$.
3. Выясните геометрический смысл соотношения $|z - 2| = |z + 2|$. Сделайте чертеж.
4. Решите уравнение $\sin z - \cos z = i$.
5. Восстановите аналитическую функцию $f(z)$, если $\operatorname{Re} f(z) = x^3 + 6x^2y + Axy^2 - 2y^3$, $f(0) = 0$.
6. Вычислите интеграл $\int_C z \operatorname{Im} z \, dz$ где C — прямая от точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = 2 + i$.
7. Вычислите интеграл $\int_0^i z \operatorname{ch} z \, dz$ от аналитической функции.
8. Вычислите интеграл $\int_L \frac{(z^2 + 1) \, dz}{(z + 1)(z - 2)^2}$ по контурам:
а) $L_1 : |z + i| = 1$, б) $L_2 : \frac{(x + 1)^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$, в) $L_3 : |z| = 3$,
используя интегральную формулу Коши (или вычеты).
9. Разложите функцию $\frac{z + 2}{z^2 - 9z + 20}$ в ряд Лорана в областях:
а) $4 < |z| < 5$, б) $|z| > 5$, в) $1 < |z - 4|$.
10. Вычислите интеграл $\int_{|z|=2} \frac{(2z + 1) \, dz}{z(z^3 - 1)}$ с помощью вычетов.
11. Вычислите интеграл $\int_{|z|=1} (z + 3)^3 \cos \frac{2}{z} \, dz$ с помощью вычетов.

12. Вычислите несобственный интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx$ с помощью вычетов.

13. Вычислите интеграл $\int_C \ln z \, dz$ по прямой C от точки $z_1 = 2 - 2i$ до точки $z_2 = -2 - 2i$, при этом $\ln(2 - 2i) = \ln \sqrt{8} - \frac{9}{4}\pi i$.

Вариант № 3.

Во всех задачах на вычисление ответ представьте
в алгебраической форме.

1. Вычислите $\operatorname{th}\left(3 - \frac{\pi i}{2}\right)$.
2. Вычислите $\sqrt{-8 + 6i}$.
3. Выясните геометрический смысл соотношения $|z - i| = |z - 3|$. Сделайте чертеж.
4. Решите уравнение $\sin z - \cos z = 1$.
5. Восстановите аналитическую функцию $f(z)$, если $\operatorname{Im} f(z) = \frac{x}{Ax^2 + y^2}$, $f(i) = 0$.
6. Вычислите интеграл $\int_C (1 + 2\bar{z}) dz$ по дуге $C : x = y^2$ от точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = 1 - i$.
7. Вычислите интеграл $\int_{-1}^i (z + 1) \cos z dz$ от аналитической функции.
8. Вычислите интеграл $\int_L \frac{e^{-z^2} dz}{(1 - z^4)(z - 2)}$ по контурам:
а) $L_1 : |z + 3| = 1$, б) $L_2 : \left|z + \frac{1}{2}\right| = 1$, в) $L_3 : |z + 1 - i| = \sqrt{2}$,
используя интегральную формулу Коши (или вычеты).
9. Разложите функцию $\frac{z - 3}{z^2 - 2z - 15}$ в ряд Лорана в областях:
а) $3 < |z| < 5$, б) $|z| > 5$, в) $8 < |z + 3|$.
10. Вычислите интеграл $\int_{|z|=2} \frac{\operatorname{sh}(z + i)\pi}{(z^2 + 1)^2} dz$ с помощью вычетов.
11. Вычислите интеграл $\int_{|z|=2} z^2 \operatorname{sh} \frac{1}{z - 1} dz$ с помощью вычетов.

12. Вычислите несобственный интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{x^4 + 25x^2 + 144}$ с помощью вычетов.

13. Вычислите интеграл $\int_C \frac{dz}{\sqrt[4]{z^3}}$, где C — верхняя часть окружности $|z| = 1$ от точки $z_1 = 1$ до точки $z_2 = -1$, при этом $\sqrt[4]{1} = -1$.

Вариант № 4.

Во всех задачах на вычисление ответ представьте
в алгебраической форме.

1. Вычислите $\cos(-2 - i)$.
2. Вычислите $\sqrt{18 - 8i}$.
3. Выясните геометрический смысл соотношения $|z + 2i| + |z - 2i| > 5$.
Сделайте чертеж.
4. Решите уравнение $\sin z - \cos z = \frac{i}{2}$.
5. Восстановите аналитическую функцию $f(z)$, если
 $\operatorname{Re} f(z) = e^{2x} \cos 2y - 3xy$, $f(0) = 1$.
6. Вычислите интеграл $\int_C (i - \bar{z}) dz$ по прямой C от точки $z_1 = 0$ до
точки $z_2 = -1 - i$.
7. Вычислите интеграл $\int_0^i z \sin z dz$ от аналитической функции.
8. Вычислите интеграл $\int_L \frac{\sin 2z dz}{(z + i) \left(z - \frac{i}{2}\right)^2}$ по контурам:
а) $L_1 : |z - 1| = 1$, б) $L_2 : |z + i| = \frac{1}{2}$, в) $L_3 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$,
используя интегральную формулу Коши (или вычеты).
9. Разложите функцию $\frac{z - 4}{z^2 - 8z + 15}$ в ряд Лорана в областях:
а) $3 < |z| < 5$, б) $|z| > 5$, в) $0 < |z - 5| < 2$.
10. Вычислите интеграл $\int_{|z|=2} \frac{\operatorname{sh}(z - 1) dz}{(z^2 - 1)^2}$ с помощью вычетов.
11. Вычислите интеграл $\int_{|z|=1} (2z + 1) \sin \frac{z - 1}{z} dz$ с помощью вычетов.

12. Вычислите несобственный интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 + 1}{(x^2 + 4)^2} dx$ с помощью вычетов.

13. Вычислите интеграл $\int_C \frac{dz}{\sqrt{z+1}}$ по дуге $C : y = x^3 - 4x$ от точки $z_1 = -2$ до точки $z_2 = 2$, при этом $\sqrt{-1} = -i$.

Вариант № 5.

Во всех задачах на вычисление ответ представьте
в алгебраической форме.

1. Вычислите $\operatorname{Arcsh} 2i$.
2. Вычислите $\sqrt{3+4i}$.
3. Выясните геометрический смысл соотношения $\left| \frac{z+2}{z+3} \right| < 1$. Сделайте чертеж.
4. Решите уравнение $\operatorname{sh} z - \operatorname{ch} z = 2i$.
5. Восстановите аналитическую функцию $f(z)$, если $\operatorname{Re} f(z) = Ax^3 + 3xy^2 - 3x^2y + y^3$, $f(i) = 1$.
6. Вычислите интеграл $\int_C (1+i+\bar{z}) dz$ по прямой C от точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = -4 - 2i$.
7. Вычислите интеграл $\int_{1-i}^{i-1} (2z+3) dz$ от аналитической функции.
8. Вычислите интеграл $\int_L \frac{\cos z dz}{z^3 - \pi z^2}$ по контурам:
а) $L_1 : |z-i| = \frac{1}{2}$, б) $L_2 : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, в) $L_3 : |z-2| = 3$,
используя интегральную формулу Коши (или вычеты).
9. Разложите функцию $\frac{z-1}{z^2-3z-10}$ в ряд Лорана в областях:
а) $2 < |z| < 5$, б) $|z| > 5$, в) $7 < |z+2|$.
10. Вычислите интеграл $\int_{|z|=4} \frac{\operatorname{sh} \pi z dz}{z^4 + 8z^2 + 16}$ с помощью вычетов.
11. Вычислите интеграл $\int_{|z|=2} \frac{z+1}{z-1} \operatorname{ch} \frac{2}{z-1} dz$ с помощью вычетов.

12. Вычислите несобственный интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)^2}$ с помощью вычетов.

13. Вычислите интеграл $\int_C \frac{dz}{\sqrt{z - i\sqrt{3}}}$ по прямой C от точки $z_1 = 1$ до точки $z_2 = -1$, при этом $\sqrt{1 - i\sqrt{3}} = -\sqrt{\frac{3}{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}$.

Вариант № 6.

Во всех задачах на вычисление ответ представьте
в алгебраической форме.

1. Вычислите $\operatorname{Arcsh} 2i$.
2. Вычислите $\sqrt{5+12i}$.
3. Выясните геометрический смысл соотношения $\left| \frac{z+i}{z+2i} \right| > 1$. Сделайте чертеж.
4. Решите уравнение $2 \operatorname{ch} z - \operatorname{sh} z = i$.
5. Восстановите аналитическую функцию $f(z)$, если $\operatorname{Im} f(z) = 2 \operatorname{ch} y \cos x$, $f(0) = 2i$.
6. Вычислите интеграл $\int_C z \operatorname{Re} \bar{z} dz$ по дуге $C : x = y^2$ от точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = 1 + i$.
7. Вычислите интеграл $\int_1^i z \operatorname{sh} z dz$ от аналитической функции.
8. Вычислите интеграл $\int_L \frac{e^{iz} dz}{(z^2 - 1)(z + 3)^2}$ по контурам:
а) $L_1 : |z - 1 - i| = \frac{1}{2}$, б) $L_2 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$, в) $L_3 : \left| z + \frac{5}{2} \right| = 1$,
используя интегральную формулу Коши (или вычеты).
9. Разложите функцию $\frac{z - 6}{z^2 - 7z + 10}$ в ряд Лорана в областях:
а) $2 < |z| < 5$, б) $|z| > 5$, в) $3 < |z - 5|$.
10. Вычислите интеграл $\int_{|z|=3} \frac{\sin(z^2 - 4)}{z^4 - 8z^2 + 16} dz$ с помощью вычетов.
11. Вычислите интеграл $\int_{|z|=1} \frac{z+1}{z} e^{2/z} dz$ с помощью вычетов.

12. Вычислите несобственный интеграл $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 4)(x^2 + 1)^2}$ с помощью вычетов.

13. Вычислите интеграл $\int_C \frac{dz}{\sqrt{3-z}}$ по прямой C от точки $z_1 = -4i$ до точки $z_2 = 4i$, при этом $\sqrt{3+4i} = 2 + i$.

Вариант № 7.

Во всех задачах на вычисление ответ представьте
в алгебраической форме.

1. Вычислите $\operatorname{Arctg} 2i$.
2. Вычислите $\sqrt[6]{1}$.
3. Выясните геометрический смысл соотношения $\operatorname{Im} z^2 = 1$. Сделайте чертеж.
4. Решите уравнение $e^{2z} + 2e^z - 3 = 0$.
5. Восстановите аналитическую функцию $f(z)$, если $\operatorname{Im} f(z) = 2 \operatorname{ch} x \sin y - 2xy$, $f(0) = 0$.
6. Вычислите интеграл $\int_C (1 - \bar{z}) dz$ по прямой C от точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = -2 - 4i$.
7. Вычислите интеграл $\int_1^i (z - 1)e^z dz$ от аналитической функции.
8. Вычислите интеграл $\int_L \frac{e^{iz} dz}{(z - \pi)^2 (z + \pi)}$ по контурам:
а) $L_1 : \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} = 1$, б) $L_2 : |z - 3| = 1$, в) $L_3 : |z| = 4$, используя интегральную формулу Коши (или вычеты).
9. Разложите функцию $\frac{z - 1}{z^2 - 7z + 12}$ в ряд Лорана в областях:
а) $3 < |z| < 4$, б) $|z| > 4$, в) $0 < |z - 4| < 1$.
10. Вычислите интеграл $\int_{|z|=3} \frac{e^{i\pi z} dz}{(z + 2)^2 (z^2 + 4)}$ с помощью вычетов.
11. Вычислите интеграл $\int_{|z|=2} \frac{z}{z + 1} \cos \frac{2}{z + 1} dz$ с помощью вычетов.

12. Вычислите несобственный интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 + 2x + 3}{x^4 + 25x^2 + 144} dx$ с помощью вычетов.

13. Вычислите интеграл $\int_C z \ln z dz$, где C — дуга окружности $|z| = 1$, расположенная в первой четверти, от точки $z_1 = 1$ до точки $z_2 = i$, при этом $\ln 1 = 0$.

Вариант № 8.

Во всех задачах на вычисление ответ представьте
в алгебраической форме.

1. Вычислите $\operatorname{Arcsh} \frac{i}{2}$.
2. Вычислите $\sqrt[6]{-1}$.
3. Выясните геометрический смысл соотношения $\operatorname{Re} z^2 = 1$. Сделайте чертеж.
4. Решите уравнение $e^{2z} - 2e^z + 2 = 0$.
5. Восстановите аналитическую функцию $f(z)$, если $\operatorname{Re} f(z) = e^y \sin x + 2x - 1$, $f(0) = -1$.
6. Вычислите интеграл $\int_C (1 - i - \bar{z}) dz$ по дуге $C : x = y^2$ от точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = 1 + i$.
7. Вычислите интеграл $\int_1^i (z - 1) \sin z dz$ от аналитической функции.
8. Вычислите интеграл $\int_L \frac{e^{iz} dz}{(z - \pi) \left(z - \frac{\pi}{2}\right)^2}$ по контурам:
а) $L_1 : |z - i| = 1$, б) $L_2 : |z + i| = 3$, в) $L_3 : |z| = 4$, используя интегральную формулу Коши (или вычеты).
9. Разложите функцию $\frac{z - 2}{z^2 - z - 12}$ в ряд Лорана в областях:
а) $3 < |z| < 4$, б) $|z| > 4$, в) $0 < |z + 3| < 7$.
10. Вычислите интеграл $\int_{|z|=3} \frac{\sin^2 \pi z dz}{(z - 1)^2 (z^2 - 1)}$ с помощью вычетов.
11. Вычислите интеграл $\int_{|z|=1} (z^6 + z) \operatorname{sh} \frac{2}{z} dz$ с помощью вычетов.

12. Вычислите несобственный интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^4 + 10x^2 + 9}$ с помощью вычетов.

13. Вычислите интеграл $\int_C \frac{dz}{\sqrt{z}}$ по дуге $C : x = 1 - y^2$ от точки $z_1 = -i$ до точки $z_2 = i$, при этом $\sqrt{i} = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$.

Вариант № 9.

Во всех задачах на вычисление ответ представьте
в алгебраической форме.

1. Вычислите $\operatorname{th}\left(2 + \frac{3}{2}\pi i\right)$.
2. Вычислите $\sqrt[4]{-4}$.
3. Выясните геометрический смысл соотношения $\operatorname{Re} \frac{1}{z} = 1$. Сделайте чертеж.
4. Решите уравнение $2 \operatorname{sh}^2 z + \operatorname{ch}^2 z = 2$.
5. Восстановите аналитическую функцию $f(z)$, если $\operatorname{Im} f(z) = Ax^2 + 2y^2 - 2xy$, $f(0) = 5$.
6. Вычислите интеграл $\int_C \operatorname{Re} z \, dz$ по прямой C от точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = 2 + 2i$.
7. Вычислите интеграл $\int_{1+i}^{2+4i} (6z^2 + 4z) \, dz$ от аналитической функции.
8. Вычислите интеграл $\int_L \frac{e^{2z} \, dz}{(z-1)^2(z+1)}$ по контурам:
а) $L_1 : |z - 2i| = \frac{3}{2}$, б) $L_2 : |z + 2| = 2$, в) $L_3 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$,
используя интегральную формулу Коши (или вычеты).
9. Разложите функцию $\frac{z-3}{z^2-2z-8}$ в ряд Лорана в областях:
а) $2 < |z| < 4$, б) $|z| > 4$, в) $0 < |z-4| < 6$.
10. Вычислите интеграл $\int_{|z|=3} \frac{\sin \pi z \, dz}{(z+1)^2(z^2+1)}$ с помощью вычетов.
11. Вычислите интеграл $\int_{|z|=2} z^3 \operatorname{ch} \frac{z}{z-1} \, dz$ с помощью вычетов.

12. Вычислите несобственный интеграл $\int_0^{\infty} \frac{(x^2 + 2) dx}{x^4 + 17x^2 + 16}$ с помощью вычетов.

13. Вычислите интеграл $\int_C \ln z dz$ по прямой C от точки $z_1 = 2 - 2i$ до точки $z_2 = 2 + 2i$, при этом $\ln(2 - 2i) = \ln \sqrt{8} - \frac{9}{4}\pi i$.

Вариант № 10.

Во всех задачах на вычисление ответ представьте
в алгебраической форме.

1. Вычислите $\cos\left(2 + \frac{\pi i}{2}\right)$.
2. Вычислите $\sqrt[4]{-8i}$.
3. Выясните геометрический смысл соотношения $0 < \operatorname{Re}(2iz) < 1$.
Сделайте чертеж.
4. Решите уравнение $\operatorname{ch} z + \operatorname{sh} z = 2i$.
5. Восстановите аналитическую функцию $f(z)$, если $\operatorname{Im} f(z) = Ax^2 - y^2 - 2xy + y$, $f(i) = 0$.
6. Вычислите интеграл $\int_C \operatorname{Re} \bar{z} dz$ по дуге $C : y = x^2$ от точки $z_1 = 0$
до точки $z_2 = 1 + i$.
7. Вычислите интеграл $\int_{-1}^i (z + i)e^z dz$ от аналитической функции.
8. Вычислите интеграл $\int_L \frac{e^z dz}{(z - i)(z + i)^2}$ по контурам:
а) $L_1 : |z - 1| = 1$, б) $L_2 : |z + i| = 1$, в) $L_3 : |z| = 2$, используя
интегральную формулу Коши (или вычеты).
9. Разложите функцию $\frac{z + 4}{z^2 - 6z + 8}$ в ряд Лорана в областях:
а) $2 < |z| < 4$, б) $|z| > 4$, в) $0 < |z - 2| < 2$.
10. Вычислите интеграл $\int_{|z|=2} \frac{\sin z dz}{z(z + 1)^2(z^2 + 1)}$ с помощью вычетов.
11. Вычислите интеграл $\int_{|z|=2} z^3 \cos \frac{1}{z - 2} dz$ с помощью вычетов.

12. Вычислите несобственный интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(3x+2) dx}{x^4 + 10x^2 + 9}$ с помощью вычетов.

13. Вычислите интеграл $\int_C \frac{dz}{\sqrt[4]{z^3}}$ где C — дуга окружности $|z| = 1$, расположенная в верхней полуплоскости, от точки $z_1 = 1$ до точки $z_2 = -1$, при этом $\sqrt[4]{1} = 1$.

Вариант № 11.

Во всех задачах на вычисление ответ представьте
в алгебраической форме.

1. Вычислите $\operatorname{sh}(3 - 2i)$.
2. Вычислите $\sqrt{3 - 4i}$.
3. Выясните геометрический смысл соотношения $\operatorname{Re} \frac{1}{z} > \frac{1}{2}$. Сделайте чертеж.
4. Решите уравнение $\operatorname{sh} z - \operatorname{ch} z = 3 + i\sqrt{3}$.
5. Восстановите аналитическую функцию $f(z)$, если $\operatorname{Re} f(z) = Ax^3 - 3xy^2 - 3x^2 + 3y^2 - 1$, $f(0) = -1$.
6. Вычислите интеграл $\int_C \operatorname{Im} z \, dz$ по прямой C от точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = 1 + 2i$.
7. Вычислите интеграл $\int_1^{-i} (z - i) \sin z \, dz$ от аналитической функции.
8. Вычислите интеграл $\int_L \frac{e^{2z} \, dz}{z^3 - iz^2}$ по контурам:
а) $L_1 : x^2 + 4(y + 1)^2 = 1$, б) $L_2 : |z - i| = \frac{3}{2}$, в) $L_3 : |z| = \frac{1}{2}$,
используя интегральную формулу Коши (или вычеты).
9. Разложите функцию $\frac{z + 5}{z^2 - 3z - 4}$ в ряд Лорана в областях:
а) $1 < |z| < 4$, б) $|z| > 4$, в) $0 < |z + 1| < 5$.
10. Вычислите интеграл $\int_{|z|=\pi} \frac{e^z \, dz}{(4z^2 + \pi^2)^2}$ с помощью вычетов.
11. Вычислите интеграл $\int_{|z|=2} (z^2 + 1) e^{1/(z+1)} \, dz$ с помощью вычетов.

12. Вычислите несобственный интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2 + 3) dx}{x^4 + 25x^2 + 144}$ с помощью вычетов.

13. Вычислите интеграл $\int_C z \ln z dz$, где C — дуга окружности $|z| = 1$, расположенная в четвертой четверти, от точки $z_1 = 1$ до точки $z_2 = -i$, при этом $\ln 1 = 2\pi i$.

Вариант № 12.

Во всех задачах на вычисление ответ представьте
в алгебраической форме.

1. Вычислите $\operatorname{ch}(1 + 2i)$.
2. Вычислите $\sqrt{24 + 10i}$.
3. Выясните геометрический смысл соотношения $\operatorname{Im} \frac{1}{z} < \frac{1}{2}$. Сделайте чертеж.
4. Решите уравнение $\operatorname{sh} iz = -i$.
5. Восстановите аналитическую функцию $f(z)$, если $\operatorname{Re} f(z) = Ax^3 - 3xy^2 + x$, $f(i) = i$.
6. Вычислите интеграл $\int_C \operatorname{Im} \bar{z} dz$ по дуге $C : x = y^2$ от точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = 4 - 2i$.
7. Вычислите интеграл $\int_{-1}^{-i} (z + i) \cos z dz$ от аналитической функции.
8. Вычислите интеграл $\int_L \frac{e^z dz}{z^3 + i \frac{\pi}{2} z^2}$ по контурам:
а) $L_1 : \left| z - \frac{3}{2} \right| = 1$, б) $L_2 : |z| = \pi$, в) $L_3 : |z| = 1$, используя интегральную формулу Коши (или вычеты).
9. Разложите функцию $\frac{z - 6}{z^2 - 5z + 4}$ в ряд Лорана в областях:
а) $1 < |z| < 4$, б) $|z| > 4$, в) $0 < |z - 1| < 3$.
10. Вычислите интеграл $\int_{|z|=1} \frac{e^{-\pi z/3} dz}{(4z^2 + 1)^2}$ с помощью вычетов.
11. Вычислите интеграл $\int_{|z|=2} z \cos \frac{z}{z-1} dz$ с помощью вычетов.

12. Вычислите несобственный интеграл $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 16)^3}$ с помощью вычетов.

13. Вычислите интеграл $\int_C \frac{dz}{\sqrt{z-i}}$ по прямой C от точки $z_1 = 1 + i$ до точки $z_2 = 0$, при этом $\sqrt{1} = -1$.

Вариант № 13.

Во всех задачах на вычисление ответ представьте
в алгебраической форме.

1. Вычислите $\cos(3 - 2i)$.
2. Вычислите $\sqrt[3]{27}$.
3. Выясните геометрический смысл соотношения $\operatorname{Im} \frac{1}{z} = 1$. Сделайте чертеж.
4. Решите уравнение $4i \operatorname{ch} iz = 3$.
5. Восстановите аналитическую функцию $f(z)$, если

$$\operatorname{Im} f(z) = \frac{2x}{x^2 + y^2} + y + 1, \quad f(i) = 2(1 + i).$$
6. Вычислите интеграл $\int_C z \operatorname{Re} z \, dz$ по прямой C от точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = 1 + i$.
7. Вычислите интеграл $\int_0^i (z + 1) \operatorname{sh} z \, dz$ от аналитической функции.
8. Вычислите интеграл $\int_L \frac{e^{z-i} \, dz}{(z^2 + 1)(z + i)}$ по контурам:
 а) $L_1 : |z - 1| = 1$, б) $L_2 : |z| = 2$, в) $L_3 : |z + i| = \sqrt{2}$, используя интегральную формулу Коши (или вычеты).
9. Разложите функцию $\frac{z + 1}{z^2 + z - 6}$ в ряд Лорана в областях:
 а) $2 < |z| < 3$, б) $|z| > 3$, в) $5 < |z + 3|$.
10. Вычислите интеграл $\int_{|z|=4} \frac{\operatorname{sh}^2 \pi z}{(z^2 + 4)^2} \, dz$ с помощью вычетов.
11. Вычислите интеграл $\int_{|z|=1} (z + 1)^2 \sin \frac{3}{z} \, dz$ с помощью вычетов.

12. Вычислите несобственный интеграл $\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{x^4 + 5x^2 + 4}$ с помощью вычетов.

13. Вычислите интеграл $\int_C \frac{dz}{\sqrt[3]{z+i}}$ по прямой C от точки $z_1 = 8 - i$ до точки $z_2 = 0$, при этом $\sqrt[3]{8} = -1 - i\sqrt{3}$.

Вариант № 14.

Во всех задачах на вычисление ответ представьте
в алгебраической форме.

1. Вычислите i^{-2+i} .
2. Вычислите $\sqrt[4]{-1}$.
3. Выясните геометрический смысл соотношения $\operatorname{Re} \frac{1}{z+i} = 1$. Сделайте чертеж.
4. Решите уравнение $e^{2z} - (2+3i)e^z + 3i = 1$.
5. Восстановите аналитическую функцию $f(z)$, если $\operatorname{Re} f(z) = \ln \sqrt{x^2+y^2}$, $f(i) = 0$.
6. Вычислите интеграл $\int_C \bar{z} \operatorname{Im} z \, dz$ по прямой C от точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = 4 + 2i$.
7. Вычислите интеграл $\int_1^i (z-1) \operatorname{ch} z \, dz$ от аналитической функции.
8. Вычислите интеграл $\int_L \frac{\sin z \, dz}{\left(z - \frac{\pi}{6}\right)(z-\pi)^2}$ по контурам:
а) $L_1 : (x+1)^2 + \frac{y^2}{4} = 1$, б) $L_2 : |z+1| = 2$, в) $L_3 : |z-2| = 2$,
используя интегральную формулу Коши (или вычеты).
9. Разложите функцию $\frac{z-2}{z^2+5z+6}$ в ряд Лорана в областях:
а) $2 < |z| < 3$, б) $|z| > 3$, в) $1 < |z+2|$.
10. Вычислите интеграл $\int_{|z|=1} \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi z}{2}}{(4z^2+1)^2} \, dz$ с помощью вычетов.
11. Вычислите интеграл $\int_{|z|=2} (z-1)^4 \operatorname{sh} \frac{3}{z-1} \, dz$ с помощью вычетов.

12. Вычислите несобственный интеграл $\int_0^{\infty} \frac{(x^2 + 3) dx}{x^4 + 10x^2 + 9}$ с помощью вычетов.

13. Вычислите интеграл $\int_C \frac{dz}{\sqrt[4]{z^3}}$ где C — дуга окружности $|z| = 1$, расположенная в нижней полуплоскости, от точки $z_1 = 1$ до точки $z_2 = -1$, при этом $\sqrt[4]{1} = -i$.

Вариант № 15.

Во всех задачах на вычисление ответ представьте
в алгебраической форме.

1. Вычислите $\sin(2 + 2i)$.
2. Вычислите $\sqrt{3 + 4i}$.
3. Выясните геометрический смысл соотношения $|z + i| + |z - i| = 4$.
Сделайте чертеж.
4. Решите уравнение $e^{2z} - 2ie^z - 5 = 0$.
5. Восстановите аналитическую функцию $f(z)$, если
 $\operatorname{Im} f(z) = -\frac{y}{x^2 + y^2} + 2x^2 - 2y^2 - x$, $f(i) = 2 + i$.
6. Вычислите интеграл $\int_C z \operatorname{Im} \bar{z} dz$ по дуге $C : x = y^2$ от точки $z_1 = 0$
до точки $z_2 = 4 + 2i$.
7. Вычислите интеграл $\int_i^{2+2i} (9z^2 + 2z + 3) dz$ от аналитической функ-
ции.
8. Вычислите интеграл $\int_L \frac{\cos z dz}{\left(z - \frac{\pi}{3}\right)\left(z + \frac{\pi}{2}\right)^2}$ по контурам:
а) $L_1 : \left|z + \frac{i}{2}\right| = \frac{1}{3}$, б) $L_2 : |z + \pi| = 2$, в) $L_3 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$,
используя интегральную формулу Коши (или вычеты).
9. Разложите функцию $\frac{z + 4}{z^2 + 4z + 3}$ в ряд Лорана в областях:
а) $1 < |z| < 3$, б) $|z| > 3$, в) $2 < |z + 3|$.
10. Вычислите интеграл $\int_{|z|=2} \frac{\sin \pi z dz}{z^2(z^2 - 1)}$ с помощью вычетов.
11. Вычислите интеграл $\int_{|z+1|=2} \frac{z-1}{z+2} \operatorname{ch} \frac{3}{z+2} dz$ с помощью вычетов.

12. Вычислите несобственный интеграл $\int_0^{\infty} \frac{(x^2 + 1) dx}{x^4 + 13x^2 + 36}$ с помощью вычетов.

13. Вычислите интеграл $\int_C \frac{dz}{\sqrt{z}}$ по дуге $C : y = 3 - x^2 - 2x$ от точки $z_1 = 1$ до точки $z_2 = -3$, при этом $\sqrt{1} = -1$.

Вариант № 16.

Во всех задачах на вычисление ответ представьте
в алгебраической форме.

1. Вычислите $e^{1-i} \operatorname{cth} \frac{\pi i}{4}$.
2. Вычислите $\sqrt[4]{16}$.
3. Выясните геометрический смысл соотношения $\operatorname{Im} \frac{1}{z+2} = 1$. Сделайте чертеж.
4. Решите уравнение $e^{3z} + 4\sqrt{2}(1-i) = 0$.
5. Восстановите аналитическую функцию $f(z)$, если $\operatorname{Re} f(z) = x^3 + Axy^2 + 3x^2 - 3y^2 - 1$, $f(0) = -1$.
6. Вычислите интеграл $\int_C \bar{z} \operatorname{Re} \bar{z} dz$ по прямой C от точки $z_1 = 1 + i$ до точки $z_2 = 2 + 2i$.
7. Вычислите интеграл $\int_{-i}^1 (z+1) e^z dz$ от аналитической функции.
8. Вычислите интеграл $\int_L \frac{(z^4 + 1) dz}{(z^2 + 1)(z - i)}$ по контурам:
а) $L_1 : |z - 2| = 1$, б) $L_2 : \frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 1$, в) $L_3 : |z + 2i| = 2$,
используя интегральную формулу Коши (или вычеты).
9. Разложите функцию $\frac{z-1}{z^2+z-20}$ в ряд Лорана в областях:
а) $4 < |z| < 5$, б) $|z| > 5$, в) $0 < |z+5| < 9$.
10. Вычислите интеграл $\int_{|z|=5} \frac{\cos \frac{\pi z}{2}}{(z-1)^2(z^2+9)} dz$ с помощью вычетов.
11. Вычислите интеграл $\int_{|z-2|=1} z \sin \frac{z}{z-2} dz$ с помощью вычетов.

12. Вычислите несобственный интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(2x+1) dx}{(x^2+16)^2}$ с помощью вычетов.

13. Вычислите интеграл $\int_C \ln z dz$ по прямой C от точки $z_1 = 2 - 2i$ до точки $z_2 = -2 - 2i$, при этом $\ln(2 - 2i) = \ln \sqrt{8} - \frac{\pi i}{4}$.

Вариант № 17.

Во всех задачах на вычисление ответ представьте
в алгебраической форме.

1. Вычислите i^{1+i} .
2. Вычислите $\sqrt[3]{-64}$.
3. Выясните геометрический смысл соотношения $1 < |z + (1 - i)| < 2$.
Сделайте чертеж.
4. Решите уравнение $\sin z = 2$.
5. Восстановите аналитическую функцию $f(z)$, если
 $\operatorname{Re} f(z) = -\frac{y}{x^2 + y^2}$, $f(1) = 0$.
6. Вычислите интеграл $\int_C \bar{z} \operatorname{Im} \bar{z} dz$ по прямой C от точки $z_1 = 0$ до
точки $z_2 = -1 - 2i$.
7. Вычислите интеграл $\int_0^{-i} (z + 1) \sin z dz$ от аналитической функции.
8. Вычислите интеграл $\int_L \frac{e^{-z^2} dz}{(z - 2)(z - 1)^2}$ по контурам:
а) $L_1 : |z + 2i| = 2$, б) $L_2 : |z| = \frac{3}{2}$, в) $L_3 : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, используя
интегральную формулу Коши (или вычеты).
9. Разложите функцию $\frac{z - 2}{z^2 + 9z + 20}$ в ряд Лорана в областях:
а) $4 < |z| < 5$, б) $|z| > 5$, в) $1 < |z + 5|$.
10. Вычислите интеграл $\int_{|z|=1} \frac{e^{i\pi z/3}}{(4z^2 - 1)^2} dz$ с помощью вычетов.
11. Вычислите интеграл $\int_{|z-1|=1} ze^{1/(z-1)} dz$ с помощью вычетов.

12. Вычислите несобственный интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^3}$ с помощью вычетов.

13. Вычислите интеграл $\int_C \sqrt[3]{z+i} dz$ по прямой C от точки $z_1 = 8 - i$ до точки $z_2 = 7i$, при этом $\sqrt[3]{8} = -1 + i\sqrt{3}$.

Вариант № 18.

Во всех задачах на вычисление ответ представьте
в алгебраической форме.

1. Вычислите $\operatorname{Arcsh} 3$.
2. Вычислите $\sqrt[4]{1}$.
3. Выясните геометрический смысл соотношения $|z - i| = \operatorname{Re} z + 1$.
Сделайте чертеж.
4. Решите уравнение $\operatorname{sh} z = 2$.
5. Восстановите аналитическую функцию $f(z)$, если
 $\operatorname{Im} f(z) = 3 + x^2 - y^2 - \frac{y}{2(x^2 + y^2)}, \quad f(i) = \frac{3}{2}$.
6. Вычислите интеграл $\int_C (1 - 2\bar{z}) dz$ по дуге $C : y = x^2$ от точки
 $z_1 = 0$ до точки $z_2 = -2 + 4i$.
7. Вычислите интеграл $\int_{-1}^i (z - i) \cos z dz$ от аналитической функции.
8. Вычислите интеграл $\int_L \frac{e^{z^2} dz}{(z + i)(z - 2i)^2}$ по контурам:
а) $L_1 : |z| = \frac{1}{2}$, б) $L_2 : |z - i| = \frac{3}{2}$, в) $L_3 : \left| z - \frac{i}{2} \right| = 2$, используя
интегральную формулу Коши (или вычеты).
9. Разложите функцию $\frac{z - 2}{z^2 + 2z - 15}$ в ряд Лорана в областях:
а) $3 < |z| < 5$, б) $|z| > 5$, в) $8 < |z - 3|$.
10. Вычислите интеграл $\int_{|z|=3} \frac{2z - 1}{z(z^3 + 8)} dz$ с помощью вычетов.
11. Вычислите интеграл $\int_{|z|=2} z \cos \frac{z}{z + 1} dz$ с помощью вычетов.

12. Вычислите несобственный интеграл $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 4)^3}$ с помощью вычетов.

13. Вычислите интеграл $\int_C z \ln z \, dz$, где C — дуга окружности $|z| = 1$, расположенная в четвертой четверти, от точки $z_1 = 1$ до точки $z_2 = -i$, при этом $\ln 1 = 0$.

Вариант № 19.

Во всех задачах на вычисление ответ представьте
в алгебраической форме.

1. Вычислите $\operatorname{Arccos} 3$.
2. Вычислите $\sqrt[3]{27i}$.
3. Выясните геометрический смысл соотношения $3 < |z + i| < 4$. Сделайте чертеж.
4. Решите уравнение $\sin z = i \operatorname{sh} z$.
5. Восстановите аналитическую функцию $f(z)$, если $\operatorname{Re} f(z) = Ax^2y + y^3 + 2x$, $f(i) = 1 + i$.
6. Вычислите интеграл $\int_C (i + \bar{z}) dz$ по прямой C от точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = -2 - i$.
7. Вычислите интеграл $\int_0^i (z + i) \operatorname{sh} z dz$ от аналитической функции.
8. Вычислите интеграл $\int_L \frac{e^z dz}{(z + 1)^3 (z - 2)}$ по контурам:
а) $L_1 : |z - i| = \frac{1}{2}$, б) $L_2 : |z| = \frac{3}{2}$, в) $L_3 : |z| = 3$, используя интегральную формулу Коши (или вычеты).
9. Разложите функцию $\frac{z - 4}{z^2 + 8z + 15}$ в ряд Лорана в областях:
а) $3 < |z| < 5$, б) $|z| > 5$, в) $0 < |z + 3| < 2$.
10. Вычислите интеграл $\int_{|z|=2} \frac{\cos^2 \frac{\pi z}{2}}{(z - 1)^3 (z^2 + 1)} dz$ с помощью вычетов.
11. Вычислите интеграл $\int_{|z|=2} z^2 \sin \frac{1}{z + 1} dz$ с помощью вычетов.

12. Вычислите несобственный интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 - x + 1}{x^4 + 25x^2 + 144} dx$ с помощью вычетов.

13. Вычислите интеграл $\int_C \frac{dz}{\sqrt{i\sqrt{3} - z}}$ по прямой C от точки $z_1 = -1$ до точки $z_2 = 1$, при этом $\sqrt{1 + i\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} + i}{\sqrt{2}}$.

Вариант № 20.

Во всех задачах на вычисление ответ представьте
в алгебраической форме.

1. Вычислите $\operatorname{Arctg} 3$.
2. Вычислите $\sqrt[3]{-8i}$.
3. Выясните геометрический смысл соотношения $|z + 2i| = |z + 5i|$.
Сделайте чертеж.
4. Решите уравнение $\operatorname{ch} z = 2$.
5. Восстановите аналитическую функцию $f(z)$, если
 $\operatorname{Re} f(z) = Ax^2 + y^2 + 3x - 1$, $f(0) = -1$.
6. Вычислите интеграл $\int_C (i + 2\bar{z}) dz$ по прямой C от точки $z_1 = 0$
до точки $z_2 = -2 - 2i$.
7. Вычислите интеграл $\int_1^i (z - i) \operatorname{ch} z dz$ от аналитической функции.
8. Вычислите интеграл $\int_L \frac{e^{\pi z} dz}{(z - i)^2 (z + 2i)}$ по контурам:
а) $L_1 : |z - 1| = 1$, б) $L_2 : |z| = \frac{3}{2}$, в) $L_3 : \frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{9} = 1$, используя
интегральную формулу Коши (или вычеты).
9. Разложите функцию $\frac{z - 5}{z^2 + 3z - 10}$ в ряд Лорана в областях:
а) $2 < |z| < 5$, б) $|z| > 5$, в) $7 < |z - 2|$.
10. Вычислите интеграл $\int_{|z|=2} \frac{e^{iz/2} dz}{(9z^2 - \pi^2)^2}$ с помощью вычетов.
11. Вычислите интеграл $\int_{|z+2|=1} (z + 2)^4 \operatorname{sh} \frac{4}{z + 2} dz$ с помощью вычетов.

12. Вычислите несобственный интеграл $\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 25)^2}$ с помощью вычетов.

13. Вычислите интеграл $\int_C \frac{dz}{\sqrt[3]{(1-z)^2}}$ по прямой C от точки $z_1 = -7$ до точки $z_2 = 3 + 2i$, при этом $\sqrt[3]{8} = 2$.

Вариант № 21.

Во всех задачах на вычисление ответ представьте
в алгебраической форме.

1. Вычислите $\cos(3 + i)$.
2. Вычислите $\frac{1}{\sqrt{1 - i\sqrt{3}}}$.
3. Выясните геометрический смысл соотношения $|z + 2i| = |z - 5|$. Сделайте чертеж.
4. Решите уравнение $e^{2z} + 1 - i = 0$.
5. Восстановите аналитическую функцию $f(z)$, если $\operatorname{Re} f(z) = e^x \cos y + e^y \sin x$, $f(0) = 1$.
6. Вычислите интеграл $\int_C (i - 2\bar{z}) dz$ по прямой C от точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = 2 + 4i$.
7. Вычислите интеграл $\int_1^i e^z (z - 1) dz$ от аналитической функции.
8. Вычислите интеграл $\int_L \frac{e^{\pi z} dz}{(z + i)^2 (z - i)}$ по контурам:
а) $L_1 : |z - 1 - i| = \frac{1}{2}$, б) $L_2 : \frac{x^2}{1} + \frac{4y^2}{9} = 1$, в) $L_3 : |z - 1 - i| = \frac{3}{2}$,
используя интегральную формулу Коши (или вычеты).
9. Разложите функцию $\frac{z + 1}{z^2 + 7z + 10}$ в ряд Лорана в областях:
а) $2 < |z| < 5$, б) $|z| > 5$, в) $0 < |z + 2| < 3$.
10. Вычислите интеграл $\int_{|z|=5} \frac{(2z + 1) dz}{z(z^3 - 27)}$ с помощью вычетов.
11. Вычислите интеграл $\int_{|z|=2} z^3 \operatorname{ch} \frac{1}{z + 1} dz$ с помощью вычетов.

12. Вычислите несобственный интеграл $\int_0^{\infty} \frac{x^2 + 9}{(x^2 + 1)^2} dx$ с помощью вычетов.

13. Вычислите интеграл $\int_C \frac{dz}{\sqrt[4]{z^3}}$ где C — дуга окружности $|z| = 1$, расположенная в верхней полуплоскости, от точки $z_1 = 1$ до точки $z_2 = -1$, при этом $\sqrt[4]{1} = i$.

Вариант № 22.

Во всех задачах на вычисление ответ представьте
в алгебраической форме.

1. Вычислите $\operatorname{tg}(\pi + i)$.
2. Вычислите $\sqrt{-5 - 12i}$.
3. Выясните геометрический смысл соотношения $|z - i| = |z - 3i|$. Сделайте чертеж.
4. Решите уравнение $e^{z^2} = i$.
5. Восстановите аналитическую функцию $f(z)$, если $\operatorname{Im} f(z) = e^x \cos y + 2y - 1$, $f(0) = 1$.
6. Вычислите интеграл $\int_C (1 + \bar{z}) dz$ по дуге $C : y = x^2$ от точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = 2 + 4i$.
7. Вычислите интеграл $\int_0^i (z + 1) \sin z dz$ от аналитической функции.
8. Вычислите интеграл $\int_L \frac{e^{-\pi z} dz}{(z - i)^2 (z + i)}$ по контурам:
а) $L_1 : |z - 1| = \frac{1}{2}$, б) $L_2 : \left| z - \frac{i}{2} \right| = 2$, в) $L_3 : |z + i| = \frac{3}{2}$, используя интегральную формулу Коши (или вычеты).
9. Разложите функцию $\frac{z + 2}{z^2 + 6z + 5}$ в ряд Лорана в областях:
а) $1 < |z| < 5$, б) $|z| > 5$, в) $4 < |z + 1|$.
10. Вычислите интеграл $\int_{|z|=2} \frac{\sin^2 \pi z}{z^5 + z^3} dz$ с помощью вычетов.
11. Вычислите интеграл $\int_{|z|=1} (2z - 1) e^{(z-2)/z} dz$ с помощью вычетов.

12. Вычислите несобственный интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{3x+1}{(x^2+9)^3} dx$ с помощью вычетов.

13. Вычислите интеграл $\int_C \frac{dz}{\sqrt{z+1}}$ по дуге $C: y = 4x - x^3$ от точки $z_1 = -2$ до точки $z_2 = 2$, при этом $\sqrt{-1} = -i$.

Вариант № 23.

Во всех задачах на вычисление ответ представьте
в алгебраической форме.

1. Вычислите $\operatorname{sh}(2 - i)$.
2. Вычислите $\sqrt{4i - 3}$.
3. Выясните геометрический смысл соотношения $|z| < \operatorname{Re} z + 1$. Сделайте чертеж.
4. Решите уравнение $\operatorname{sh} z + \operatorname{ch} z = -1 + i\sqrt{3}$.
5. Восстановите аналитическую функцию $f(z)$, если $\operatorname{Re} f(z) = x^2 - y^2 + x$, $f(1 + i) = 1 + i$.
6. Вычислите интеграл $\int_C (1 + i - \bar{z}) dz$ по дуге $C : y = x^2$ от точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = 1 + i$.
7. Вычислите интеграл $\int_{-1}^i (z - 1) \cos z dz$ от аналитической функции.
8. Вычислите интеграл $\int_L \frac{\sin \pi z dz}{(z - 1)^2 \left(z + \frac{1}{2}\right)}$ по контурам:
а) $L_1 : |z - i| = 1$, б) $L_2 : \left|z - \frac{i}{2}\right| = 1$, в) $L_3 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$,
используя интегральную формулу Коши (или вычеты).
9. Разложите функцию $\frac{z + 3}{z^2 + 4z - 5}$ в ряд Лорана в областях:
а) $1 < |z| < 5$, б) $|z| > 5$, в) $6 < |z + 5|$.
10. Вычислите интеграл $\int_{|z|=2} \frac{e^{-z/2} dz}{(9z^2 + \pi^2)^2}$ с помощью вычетов.
11. Вычислите интеграл $\int_{|z|=2} z \sin \frac{z}{z - 1} dz$ с помощью вычетов.

12. Вычислите несобственный интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{x^4 + 13x^2 + 36}$ с помощью вычетов.

13. Вычислите интеграл $\int_C \ln z \, dz$ по прямой C от точки $z_1 = 2 - 2i$ до точки $z_2 = 2 + 2i$, при этом $\ln(2 - 2i) = \ln \sqrt{8} - \frac{\pi i}{4}$.

Вариант № 24.

Во всех задачах на вычисление ответ представьте
в алгебраической форме.

1. Вычислите 2^i .
2. Вычислите $\frac{1}{\sqrt{1+i\sqrt{3}}}$.
3. Выясните геометрический смысл соотношения $\operatorname{Re} z + |z| < 1$. Сделайте чертеж.
4. Решите уравнение $\operatorname{sh} z - \operatorname{ch} z = i$.
5. Восстановите аналитическую функцию $f(z)$, если $\operatorname{Im} f(z) = 3x^2y - 3x^2 + 1 + 3y^2 - 3y - y^3$, $f(0) = i$.
6. Вычислите интеграл $\int_C (1 - i + \bar{z}) dz$ по прямой C от точки $z_1 = 1+i$ до точки $z_2 = 2 + 2i$.
7. Вычислите интеграл $\int_1^i (z-1) \operatorname{sh} z dz$ от аналитической функции.
8. Вычислите интеграл $\int_L \frac{\cos \pi z dz}{(z+2)^2(z-1)}$ по контурам:
а) $L_1 : |z-3| = \frac{3}{2}$, б) $L_2 : |z| = 3$, в) $L_3 : \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{y^2}{4} = 1$,
используя интегральную формулу Коши (или вычеты).
9. Разложите функцию $\frac{z-4}{z^2+7z+12}$ в ряд Лорана в областях:
а) $3 < |z| < 4$, б) $|z| > 4$, в) $0 < |z+3| < 1$.
10. Вычислите интеграл $\int_{|z|=5} \frac{(z-1) dz}{z^2(z+1)(z^2+1)}$ с помощью вычетов.
11. Вычислите интеграл $\int_{|z|=2} z^2 \operatorname{sh} \frac{3}{z+1} dz$ с помощью вычетов.

12. Вычислите несобственный интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 + 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx$ с помощью вычетов.

13. Вычислите интеграл $\int_C \frac{dz}{\sqrt{z-3-4i}}$ по прямой C от точки $z_1 = 4 + 4i$ до точки $z_2 = 3 + 5i$, при этом $\sqrt{1} = 1$.

Вариант № 25.

Во всех задачах на вычисление ответ представьте
в алгебраической форме.

1. Вычислите $\operatorname{Arctg} \frac{i}{2}$.
2. Вычислите $\sqrt[3]{4\sqrt{2}(1+i)}$.
3. Выясните геометрический смысл соотношения $|z+3i| = |z-1|$. Сделайте чертеж.
4. Решите уравнение $3 \operatorname{ch} iz = 4i$.
5. Восстановите аналитическую функцию $f(z)$, если $\operatorname{Im} f(z) = 2e^x \cos y + 2xy - 1$, $f(0) = i$.
6. Вычислите интеграл $\int_C (2 + \bar{z}) dz$ по дуге $C : x = y^2$ от точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = 4 - 2i$.
7. Вычислите интеграл $\int_0^{-i} (z+1) \operatorname{ch} z dz$ от аналитической функции.
8. Вычислите интеграл $\int_L \frac{(e^{iz} - 1) dz}{z^3 - z^2 \pi}$ по контурам:
а) $L_1 : \left| z - \frac{3}{2} \right| = 1$, б) $L_2 : \frac{(x-1)^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$, в) $L_3 : |z-3-i| = \frac{3}{2}$,
используя интегральную формулу Коши (или вычеты).
9. Разложите функцию $\frac{z+5}{z^2+z-12}$ в ряд Лорана в областях:
а) $3 < |z| < 4$, б) $|z| > 4$, в) $0 < |z+4| < 7$.
10. Вычислите интеграл $\int_{|z|=3} \frac{4z+5}{z(z^3-8)} dz$ с помощью вычетов.
11. Вычислите интеграл $\int_{|z|=2} (3z-1) \operatorname{ch} \frac{2}{z-1} dz$ с помощью вычетов.

12. Вычислите несобственный интеграл $\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 1)^3}$ с помощью вычетов.

13. Вычислите интеграл $\int_C z \ln z \, dz$ где C — дуга окружности $|z| = 1$, расположенная в первой четверти, от точки $z_1 = 1$ до точки $z_2 = i$, при этом $\ln 1 = 2\pi i$.