

«

»

“

”

. . . . .

31.08.2022

: . . . . .

:

:

<https://www.nstu.ru/university/info/sveden/education>

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

## Линейная алгебра

: 22.03.01

, :

: 1, : 1

-		,
		<b>1</b>
<b>1</b>	( )	4
<b>2</b>		144
<b>3</b>	, .	80
<b>4</b>	, .	36
<b>5</b>	, .	36
<b>6</b>	, .	0
<b>7</b>	, .	9
<b>8</b>	, .	4
<b>9</b>	, .	2
<b>10</b>	, .	6
<b>11</b>	, .	64
<b>12</b>	( , ( )/ , )	
<b>13</b>		

( ): 22.03.01

701 02.06.2020 ., : 10.07.2020 .

: 1,

( ): 22.03.01

, 31.08.2022

- , 6 31.08.2022

:

, . - . . . .

:

. .

# 1.

1.1

	-4
	-4. 2
	-1
	-1. 1
	-3
	-3. 1

## 2.

2.1

<b>ОПК-4. 2 Умеет применять современные подходы для получения, анализа и визуального представления результатов экспериментальных и теоретических исследований</b>	
	;
	;
	;
	;
	;
	;
	;
<b>УК-1. 1 Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.</b>	
	;
	;
	;
	;
<b>УК-3. 1 Знает различные приемы и способы социализации личности и социального взаимодействия.</b>	
	;
	;

# 3.

3.1

[illegible]

2.					
	8	0	2	-4.2, -1.1	
:					

3.					
	8	0	2	-4.2, -3.1	
:					



[illegible]





1			: 1. 2.
2			:

### 3.2

### 3.3

: 1				
1	/	-4.2	26	0
: [ ]: - , [2017]. - / ; - - : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000236178. -				
2		1 -4.2, -1.	36	6
: [ ]: - , [2017]. - / ; - - : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000236178. -				
3		1 -4.2, -1.	2	0
: [ ]: - , [2017]. - / ; - - : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000236178. -				
4		1, -4.2, -1. -3.1	0	0
: / ; , 2015. - 172 .. - : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000223023 [ ]: - / ; - - , [2017]. - : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000236178. -				

### 3.3

-, ( 3.4).

3.4

	-
	e-mail

### 4.

( ), - 15- ECTS.  
4.1.

4.1

	.	
: 1		
<i>Подготовка к занятиям:</i>	0	
<i>Лекция:</i>	10	20
<i>Практические занятия:</i>	10	20
<i>РГЗ/Реферат:</i>	6	20
<i>Экзамен:</i>	20	40

4.2

4.2

		/	
<b>-4</b>	-4 2. ,	+	+
<b>-1</b>	-1 1. , .	+	+
<b>-3</b>	-3 1. .	+	+

1

### 5.

1. Ивлева А. М. Основы алгебры и аналитической геометрии : учебник / А. М. Ивлева, А. Г. Пинус, А. В. Чехонадских.- Новосибирск, 2021.- 284, [1] с. : ил..- Режим доступа: [http://elibrary.nstu.ru/source?bib\\_id=vtls000245124](http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000245124)
2. Ивлева А. М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия : [учебное пособие] / А. М. Ивлева, П. И. Прилуцкая, И. Д. Черных ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2019. - 181, [1] с. : ил.. - Режим доступа: [http://elibrary.nstu.ru/source?bib\\_id=vtls000241167](http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000241167)

1. Ивлева А. М. Готовимся к контрольной работе : учебное пособие / А. М. Ивлева, Л. В. Ковалевская, И. Д. Черных ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2015. - 172 с.. - Режим доступа: [http://elibrary.nstu.ru/source?bib\\_id=vtls000223023](http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000223023)

1. Сергей Владимирович Судоплатов : [сайт] // YouTube : видеохостинг. – 2005– . – URL: [https://www.youtube.com/channel/UC\\_0hFRCCEfEKQcWhNwn\\_prg/featured](https://www.youtube.com/channel/UC_0hFRCCEfEKQcWhNwn_prg/featured) (дата обращения: 09.03.2021).

## 6.

### 6.1

1. Дудкина М. П. Организация самостоятельной работы студентов Новосибирского государственного технического университета : учебно-методическое пособие / М. П. Дудкина, Ю. В. Никитин ; Новосиб. гос. техн. ун-т.- Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2022.- 61, [1] с. : табл.- Текст : непосредственный.- Режим доступа: [http://elibrary.nstu.ru/source?bib\\_id=223022](http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=223022)
2. Семенко Т. И. Линейная алгебра [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс / Т. И. Семенко, А. М. Ивлева ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2017]. - Режим доступа: [http://elibrary.nstu.ru/source?bib\\_id=vtls000236178](http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000236178). - Загл. с экрана.

### 6.2

- 1 Операционная система Microsoft Windows
- 2 Пакет офисных приложений Microsoft Office

### 6.3

## 7.

1	( , , )	

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Новосибирский государственный технический университет»

Кафедра алгебры и математической логики

“УТВЕРЖДАЮ”  
ДЕКАН ФМА  
к.т.н., доцент М.Е. Вильбергер  
“ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ г.

## ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### ДИСЦИПЛИНЫ

#### **Линейная алгебра**

Образовательная программа: 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств, профиль: Автоматизация технологических процессов и производств в нефтегазовом комплексе

## 1. Обобщенная структура фонда оценочных средств дисциплины

Обобщенная структура фонда оценочных средств по дисциплине Линейная алгебра представлена в Таблице. Совокупность результатов обучения по дисциплине соотнесена с уровнями сформированности компетенций и соотнесенными с ними индикаторами. Индикаторы достижения компетенций измеряемы с помощью средств текущей и промежуточной аттестации по дисциплине Линейная алгебра.

Таблица

Формируемые компетенции	Индикаторы компетенций	Темы	Этапы оценки результатов обучения и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций	
			Мероприятия текущего контроля (контрольная работа, курсовой проект, РГЗ(Р), реферат и др.)	Промежуточная аттестация (экзамен, зачет)
ОПК-4 Способен проводить измерения и наблюдения в сфере профессиональной деятельности, обрабатывать и представлять экспериментальные данные	2. Умеет применять современные подходы для получения, анализа и визуального представления результатов экспериментальных и теоретических исследований	Векторы. Линейные операции над векторами и их свойства. Понятие линейного пространства. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Базис и размерность линейного пространства. Системы координат. Координаты вектора. Линейные операции над векторами в координатной форме. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения. Выражение скалярного произведения через координаты векторов в ортонормированном базисе. Длина вектора. Угол между векторами. Условие ортогональности векторов. Направляющие косинусы вектора. Проекция вектора, свойства проекций. Векторное произведение и его свойства. Выражение векторного произведения через координаты векторов в ортонормированном базисе. Площадь параллелограмма и треугольника. Условие коллинеарности векторов. Линейные операции над векторами и их свойства. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Разложение вектора по базису. Линейный оператор. Матрица линейного преобразования. Изменение матрицы линейного преобразования при замене базиса. Собственные числа и собственные векторы линейного преобразования. Матрица линейного преобразования	РГЗ, разделы 1-9	Экзамен, вопросы 1-15, 16, 32, 34, 35,43

		<p>в базисе из собственных векторов. Оператор простой структуры. Условия простой структуры оператора. Линейный оператор в евклидовом пространстве. Самосопряженный оператор. Свойства собственных чисел и собственных векторов самосопряженного оператора. Приведение матрицы самосопряженного оператора к диагональному виду. Квадратичные формы. Матричная запись. Изменение матрицы квадратичной формы при замене базиса. Классификация квадратичных форм. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Критерий Сильвестра. Закон инерции. Правило Декарта. Приведение уравнений кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду на основе теории квадратичных форм. Линейный оператор. Матрица линейного преобразования. Изменение матрицы линейного преобразования при замене базиса. Собственные числа и собственные векторы линейного преобразования. Матрица линейного преобразования в базисе из собственных векторов. Оператор простой структуры. Условия простой структуры оператора. Линейный оператор в евклидовом пространстве. Самосопряженный оператор. Свойства собственных чисел и собственных векторов самосопряженного оператора. Приведение матрицы самосопряженного оператора к диагональному виду. Квадратичные формы. Матричная запись. Изменение матрицы квадратичной формы при замене базиса. Классификация квадратичных форм. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Критерий Сильвестра. Закон инерции. Правило Декарта. Приведение уравнений кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду на основе теории квадратичных форм. Матрицы и определители. Системы линейных уравнений. Комплексные числа. Матрицы. Операции над матрицами. Определитель матрицы и его свойства. Обратная матрица. Построение обратной матрицы.</p>	
--	--	--	--

		<p>Линейная независимость строк и столбцов матрицы. Ранг матрицы. Неизменность ранга при элементарных преобразованиях матрицы. Ранг ступенчатой матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью алгоритма Гаусса. Теорема о базисном миноре. Системы линейных уравнений. Основные понятия и определения. Матричный способ решения. Формулы Крамера. Метод Гаусса. Совместность системы линейных алгебраических уравнений (теорема Кронекера-Капелли). Понятие об уравнениях линий и поверхностей. Алгебраические линии и поверхности. Плоскость в пространстве. Векторное, общее, нормальное уравнения плоскости. Взаимное расположение плоскостей. Прямая в плоскости и в пространстве. Векторное уравнение, параметрические и канонические уравнения прямых. Взаимное расположение прямых, прямых и плоскостей. Расстояние от точки до прямой на плоскости и до плоскости в пространстве. Кривые второго порядка. Канонические уравнения и основные свойства. Уравнения кривых 2-го порядка в полярных координатах. Понятие об уравнениях линий и поверхностей. Алгебраические линии и поверхности. Плоскость в пространстве. Векторное, общее, нормальное уравнения плоскости. Взаимное расположение плоскостей. Прямая в плоскости и в пространстве. Векторное уравнение, параметрические и канонические уравнения прямых. Взаимное расположение прямых, прямых и плоскостей. Расстояние от точки до прямой на плоскости и до плоскости в пространстве. Кривые второго порядка. Канонические уравнения и основные свойства. Уравнения кривых 2-го порядка в полярных координатах. Поверхности второго порядка. Канонические уравнения и основные свойства. Метод сечений. Поверхности вращения. Цилиндрические поверхности. Конус.</p>		
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез	1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.	Векторы. Линейные операции над векторами и их свойства. Понятие линейного пространства. Линейная зависимость и линейная	РГЗ, разделы 10-13	Экзамен, вопросы 1-15, 16-24, 44-48, 33, 36



информации, применять системный подход для решения поставленных задач		<p>независимость векторов. Базис и размерность линейного пространства. Системы координат. Координаты вектора. Линейные операции над векторами в координатной форме. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения. Выражение скалярного произведения через координаты векторов в ортонормированном базисе. Длина вектора. Угол между векторами. Условие ортогональности векторов. Направляющие косинусы вектора. Проекция вектора, свойства проекций. Векторное произведение и его свойства. Выражение векторного произведения через координаты векторов в ортонормированном базисе. Площадь параллелограмма и треугольника. Условие коллинеарности векторов. Линейные операции над векторами и их свойства. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Разложение вектора по базису. Матрицы. Операции над матрицами. Определитель матрицы и его свойства. Обратная матрица. Построение обратной матрицы. Линейная независимость строк и столбцов матрицы. Ранг матрицы. Неизменность ранга при элементарных преобразованиях матрицы. Ранг ступенчатой матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью алгоритма Гаусса. Теорема о базисном миноре. Системы линейных уравнений. Основные понятия и определения. Матричный способ решения. Формулы Крамера. Метод Гаусса. Совместность системы линейных алгебраических уравнений (теорема Кронекера-Капелли).</p>		
УК-3 Способен осуществлять социальное взаимодействие и реализовывать свою роль в команде	1. Знает различные приемы и способы социализации личности и социального взаимодействия.	<p>Линейный оператор. Матрица линейного преобразования. Изменение матрицы линейного преобразования при замене базиса. Собственные числа и собственные векторы линейного преобразования. Матрица линейного преобразования в базисе из собственных векторов. Оператор простой структуры. Условия простой структуры оператора. Линейный оператор в евклидовом пространстве. Самосопряженный оператор. Свойства собственных чисел и собственных векторов самосопряженного оператора.</p>	РГЗ, разделы 1-13	Экзамен, вопросы 25-31, 37-40

		<p>Приведение матрицы самосопряженного оператора к диагональному виду. Квадратичные формы. Матричная запись. Изменение матрицы квадратичной формы при замене базиса. Классификация квадратичных форм. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Критерий Сильвестра. Закон инерции. Правило Декарта. Приведение уравнений кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду на основе теории квадратичных форм. Линейный оператор. Матрица линейного преобразования. Изменение матрицы линейного преобразования при замене базиса. Собственные числа и собственные векторы линейного преобразования. Матрица линейного преобразования в базисе из собственных векторов. Оператор простой структуры. Условия простой структуры оператора. Линейный оператор в евклидовом пространстве. Самосопряженный оператор. Свойства собственных чисел и собственных векторов самосопряженного оператора. Приведение матрицы самосопряженного оператора к диагональному виду. Квадратичные формы. Матричная запись. Изменение матрицы квадратичной формы при замене базиса. Классификация квадратичных форм. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Критерий Сильвестра. Закон инерции. Правило Декарта. Приведение уравнений кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду на основе теории квадратичных форм. Понятие об уравнениях линий и поверхностей. Алгебраические линии и поверхности. Плоскость в пространстве. Векторное, общее, нормальное уравнения плоскости. Взаимное расположение плоскостей. Прямая в плоскости и в пространстве. Векторное уравнение, параметрические и канонические уравнения прямых. Взаимное расположение прямых, прямых и плоскостей. Расстояние от точки до прямой на плоскости и до плоскости в пространстве. Кривые второго порядка. Канонические уравнения и</p>	
--	--	---	--

		<p>основные свойства. Уравнения кривых 2-го порядка в полярных координатах. Понятие об уравнениях линий и поверхностей. Алгебраические линии и поверхности. Плоскость в пространстве. Векторное, общее, нормальное уравнения плоскости. Взаимное расположение плоскостей. Прямая в плоскости и в пространстве. Векторное уравнение, параметрические и канонические уравнения прямых. Взаимное расположение прямых, прямых и плоскостей. Расстояние от точки до прямой на плоскости и до плоскости в пространстве. Кривые второго порядка. Канонические уравнения и основные свойства. Уравнения кривых 2-го порядка в полярных координатах. Поверхности второго порядка. Канонические уравнения и основные свойства. Метод сечений. Поверхности вращения. Цилиндрические по-верхности. Конус.</p>	
--	--	---	--

## 2. Методика оценки этапов формирования компетенций по дисциплине

Результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными в программе индикаторами достижения компетенций проверяются при проведении мероприятий текущей аттестации (контроля) в процессе изучения дисциплины, указанных в таблице раздела 1.

В 1 семестре обязательным этапом текущей аттестации является расчетно-графическое задание (работа) (РГЗ(Р)). Требования к выполнению РГЗ(Р), состав и правила оценки сформулированы в паспорте РГЗ(Р).

Промежуточная аттестация по **дисциплине** проводится в 1 семестре - в форме экзамена, который направлен на оценку сформированности результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в программе индикаторами достижения компетенций ОПК-4, УК-1, УК-3 и соотнесенных с ними индикаторов. (см. таблицу раздела 1).

Экзамен проводится в письменной форме по билетам, содержащим два вопроса, каждый из которых требует развернутого ответа с пояснениями и обоснованием излагаемого материала. Билет формируется из приведенного в Паспорте экзамена списка вопросов, позволяющих оценить результаты обучения по дисциплине (модулю) оставить нужное, соотнесенные с установленными в программе индикаторами достижения компетенций.

Общие правила выставления оценок текущей и промежуточной аттестации по дисциплине определяются балльно-рейтинговой системой, приведенной в рабочей программе дисциплины.

На основании критериев, приведенных в п. 3, осуществляется оценка уровней достигнутых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в программе индикаторами достижения компетенций ОПК-4, УК-1, УК-3, закрепленных за дисциплиной.

## 3. Общая характеристика уровней результатов обучения, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

**Продвинутый.** Теоретическое содержание курса освоено полностью. Студент демонстрирует систематическое и глубокое понимание учебного материала и способность к

самостоятельному пополнению и обновлению знаний в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности. Сформированы необходимые навыки практической работы. Все учебные задания, предусмотренные программой обучения, выполнены качественно, без замечаний. Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с установленными в программе индикаторами достижения компетенций, оценены числом баллов, входящим в диапазон продвинутого уровня.

**Базовый.** Теоретическое содержание курса освоено в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и профессиональной деятельности. Навыки практической работы сформированы на базовом уровне. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены с небольшими погрешностями. Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с установленными в программе индикаторами достижения компетенций, оценены числом баллов в пределах базового уровня.

**Пороговый.** Теоретическое содержание курса освоено в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и профессиональной деятельности. Некоторые практические навыки работы сформированы с пробелами. Учебные задания, предусмотренные программой обучения, выполнялись с ошибками, исправленными под руководством преподавателя. Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с установленными в программе индикаторами достижения компетенций, оценены числом баллов в пределах порогового уровня.

**Ниже порогового.** Теоретическое содержание курса освоено фрагментарно. Необходимые навыки практической работы сформированы минимально. Большинство учебных заданий, предусмотренных программой обучения, не выполнены. Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с установленными в программе индикаторами достижения компетенций, оценены числом баллов, входящих в диапазон ниже порогового уровня.

## Паспорт экзамена

по дисциплине «Линейная алгебра», 1 семестр

### 1. Методика оценки

Экзамен проводится в письменной форме, по билетам. Билет формируется по следующему правилу: первый вопрос выбирается из диапазона вопросов 1-24, второй вопрос из диапазона вопросов 25-48 (список вопросов приведен ниже). Третьим заданием в билете является задача по любой теме курса. В ходе экзамена преподаватель вправе задавать студенту дополнительные вопросы из общего перечня (п. 4).

### Форма экзаменационного билета

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
Факультет \_\_\_\_\_

Билет № \_\_\_\_\_  
к экзамену по дисциплине «Линейная алгебра»

1. Теорема о ранге. Теорема Кронекера-Капелли.
2. Свойства и геометрический смысл векторного произведения.
3. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 11 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 7 \\ -1 & 3 & 11 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Утверждаю: зав. кафедрой \_\_\_\_\_ должность, ФИО  
(подпись)

(дата)

### 2. Критерии оценки

Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **продвинутом** уровне, если студент проводит сравнительный комплексный анализ материала, выявляет проблемы, предлагает механизмы их решения, представляет количественные характеристики определенных процессов, приводит конкретные примеры, не допускает ошибок и способен обосновать выбор метода решения задачи. Совокупность результатов обучения по дисциплине и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций не содержит пробелов. Установленные в программе компетенции сформированы в полном объеме. Оценка составляет *от 35 до 40 баллов*.

Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **базовом** уровне, если студент при ответе на вопросы формулирует основные понятия, дает характеристику процессов, явлений, проводит анализ причин, условий, способен представить количественные и качественные характеристики процессов, не допускает существенных ошибок при решении задачи.

Совокупность результатов обучения по дисциплине и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций содержит несущественные пробелы. Установленные в программе компетенции сформированы на базовом уровне. Оценка составляет *от 34 до 27 баллов*.

Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **пороговом** уровне, если студент при ответе на вопросы дает определение основных понятий, может показать причинно-следственные связи явлений, при решении задачи допускает непринципиальные ошибки, например, вычислительные. Совокупность результатов обучения по дисциплине и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций содержит пробелы. Установленные в программе компетенции сформированы на пороговом уровне. Оценка составляет *от 26 до 20 баллов*.

Ответ на экзаменационный билет считается **неудовлетворительным** (ниже порогового уровня), если студент при ответе на вопросы не дает определений основных понятий, не способен показать причинно-следственные связи явлений, при решении задачи допускает принципиальные ошибки. Совокупность результатов обучения по дисциплине (модулю) и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций содержит существенные пробелы. Установленные в программе компетенции не сформированы. Оценка составляет *менее 20 баллов*.

### 3. Шкала оценки

Экзамен считается сданным, если сумма баллов по всем заданиям билета составляет от 20 до 40 баллов включительно. Сумма менее 20 баллов признается неудовлетворительным результатом промежуточной аттестации по дисциплине.

В общей оценке по дисциплине экзаменационные баллы учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, установленными в НГТУ.

### 4. Вопросы к экзамену по дисциплине «Линейная алгебра»

1. Понятие поля. Числовые поля **O**, **K**, **C**. Конечные поля.
2. Поле комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа. Формы записи комплексных чисел. Формула Муавра. Нахождение корней  $i$ -й степени комплексного числа.
3. Понятие кольца. Кольцо многочленов над полем. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Разложение многочленов на множители в поле **K**. Нахождение целых корней многочлена.
4. Алгебра матриц. Кольцо матриц над полем.
5. Определитель обратимости матрицы. Свойства определителей.
6. Обратная матрица. Методы нахождения обратной матрицы.
7. Ранг матрицы. Методы нахождения ранга матрицы.
8. Пространство арифметических векторов. Критерий линейной зависимости системы арифметических векторов. Теорема о базисном миноре. Критерий линейной зависимости строк (столбцов) квадратной матрицы.
9. Решение невырожденных систем линейных уравнений методом Крамера, методом Жордана-Гаусса и с помощью обратной матрицы.
10. Теорема Кронекера-Капелли. Нахождение общего решения системы линейных уравнений.
11. Приведенная система линейных уравнений. Фундаментальная система решений (ф.с.р.). Теорема о связи общего решения системы линейных уравнений и ф.с.р. приведенной системы.
12. Геометрическое векторное пространство. Базис в пространстве, на плоскости и на прямой.
13. Декартова система координат, ПДСК. Длина вектора. Расстояние между точками. Орт вектора. Проекция. Направляющие косинусы.
14. Скалярное произведение: определение, свойства, выражение в декартовых координатах, нахождение угла между векторами, нахождение проекции. Физический смысл скалярного произведения.
15. Векторное произведение: определение, свойства, выражение в декартовых ко-

ординатах, физический смысл.

16. Смешанное произведение: определение, свойства, выражение в декартовых координатах.
17. Уравнения прямой на плоскости (общее уравнение, параметрические уравнения, каноническое уравнение, уравнение в отрезках).
18. Уравнение прямой на плоскости с угловым коэффициентом. Нормальное уравнение прямой. Взаимное расположение прямых. Нахождение угла между прямыми.
19. Уравнения плоскости в пространстве. Взаимное расположение плоскостей.
20. Уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых, прямой и плоскости.
21. Линейные пространства: определение и примеры. Критерий линейной зависимости векторов.
22. Базис. Примеры базисов. Координаты вектора. Свойства координатных столбцов.
23. Теорема о числе базисных векторов. Ранг системы векторов. Теорема о ранге конечной системы числовых векторов. Размерность пространства. Конечномерные и бесконечномерные пространства. Теорема о дополнении системы векторов до базиса.
24. Замена базиса. Матрица перехода. Преобразование координат вектора при смене базиса.
25. Изоморфизм линейных пространств. Теорема об изоморфизме линейных пространств.
26. Линейное подпространство: определение и примеры. Сумма и пересечение подпространств: определение и связь размерностей. Прямая сумма подпространств.
27. Понятие линейного подпространства и линейного многообразия. Примеры многообразий.
28. Линейные операторы: определение и примеры. Пространство линейных операторов.
29. Произведение линейных операторов: определение и свойства. Критерии невырожденности линейного оператора.
30. Ядро, образ, ранг и дефект линейного оператора. Связь ранга и дефекта.
31. Матрица линейного оператора. Теорема о координатах образа вектора при линейном преобразовании.
32. Теорема об изоморфизме алгебры линейных операторов и алгебры матриц.
33. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах.
34. Характеристический многочлен и его инварианты.
35. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора: определение и отыскание.
36. Теорема о диагональной матрице линейного оператора. Отыскание базиса, в котором матрица оператора диагональна.
37. Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Длина вектора в евклидовом пространстве: определение и свойства.
38. Угол между векторами в евклидовом пространстве. Матрица Грама. Ортонормированный базис.
39. Скалярное произведение, длина вектора и координаты вектора в ортонормированном базисе.
40. Метод ортогонализации Шмидта.
41. Теорема об изоморфизме евклидовых пространств.
42. Ортогональные линейные операторы и матрицы.
43. Симметрические линейные операторы и матрицы. Собственные числа и собственные векторы симметрического оператора.
44. Квадратичные формы и приведение их к каноническому виду.
45. Кривые второго порядка и приведение их уравнений к каноническому виду.
46. Эллипс (каноническое уравнение, параметры и свойства).
47. Гипербола и парабола (канонические уравнения, параметры и свойства).
48. Поверхности второго порядка.

## **Паспорт расчетно-графического задания**

по дисциплине «Линейная алгебра», 1 семестр

### **1. Методика оценки**

Выполнение расчетно-графического задания (работы) (далее - РГЗ(Р)) является формой текущей аттестации (контроля) по дисциплине, предусмотренной учебным планом.

В рамках расчетно-графического задания по дисциплине студенты должны решить 13 задач на различные темы всего курса.

При выполнении расчетно-графического задания студенты должны изучить весь теоретический материал курса и применить его при решении практических задач.

Преподаватель осуществляет руководство по выполнению задания, оказывает консультационную помощь и принимает отчет по РГЗ(Р).

### **2. Критерии оценки результатов обучения, соотнесенных с уровнями освоения индикаторов достижения компетенций**

Общие правила выставления оценок текущей аттестации определяются балльно-рейтинговой системой, установленной локальным актом НГТУ.

Оцениваемые позиции: Отдельно оценивается каждое задание.

Задачи 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10 оцениваются в 1 балл, если задание решено верно и в 0 баллов, если задание решено не верно.

Задачи 6 и 11 оцениваются в 0 баллов, если пункты, а) и б) решены неверно, в 1 балл, если пункт, а) или б) решен верно и в 2 балла, если оба пункта решены верно.

Задача 12 оцениваются в 0 баллов, если пункты, а), б) и в) решены неверно, в 1 балл, если пункт, а) или б) или в) решен верно, в 2 балла, если решены верно два пункта задачи и в 3 балла, если все пункты решены верно.

Задача 13 оцениваются в 0 баллов, если все пункты решены неверно, далее в 1 балл оценивается каждый верно решенный пункт задачи. Максимально количество баллов за задачу – 3 балла.

РГЗ(Р) считается выполненной **на продвинутом** уровне, если все необходимые расчеты произведены самостоятельно и без ошибок; все разделы РГЗ(Р) выполнены правильно и в полном объеме; работа оформлена в соответствии с требованиями; сдана преподавателю в указанные сроки и не возвращалась для доработки; даны полные и развернутые выводы и рекомендации; на защите студентом даны уверенные и аргументированные ответы. Совокупность запланированных результатов и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций не содержит пробелов. Закрепленные за РГЗ(Р) компетенции сформированы на продвинутом уровне. Оценка составляет *от 20 до 17 баллов*.



РГЗ(Р) считается выполненной **на базовом** уровне, если все необходимые расчеты произведены самостоятельно и без существенных ошибок; все разделы РГЗ(Р) выполнены правильно, но есть замечания к полноте предоставления информации; работа оформлена в соответствии с требованиями; сдана преподавателю в указанные сроки и однократно возвращалась студенту для незначительной доработки; в заключении даны выводы и рекомендации; на защите студентом допущены не принципиальные ошибки. Совокупность запланированных результатов и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций содержит несущественные пробелы. Закрепленные за РГЗ(Р) компетенции сформированы на базовом уровне. Оценка составляет *от 16 до 13 баллов*.

РГЗ(Р) считается выполненной **на пороговом** уровне, если все необходимые расчеты произведены самостоятельно, но с ошибками, часть из которых носит принципиальный характер; есть замечания к полноте предоставления информации; работа оформлена в соответствии с требованиями; сдана преподавателю, но неоднократно возвращалась студенту для доработки; в заключении даны краткие выводы; защита РГЗ(Р) вызывает у студента серьезные затруднения. Совокупность запланированных результатов и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций содержит существенные пробелы. Закрепленные за РГЗ(Р) компетенции сформированы на пороговом уровне. Оценка составляет *от 13 до 10 баллов*.

РГЗ(Р) считается **не выполненной** (ниже порогового уровня), если расчеты произведены с серьезными ошибками; есть замечания к полноте предоставления информации и оформлению; РГЗ(Р) была сдана преподавателю, но неоднократно возвращалась студенту для доработки, что не привело к улучшению ее качества; РГЗ(Р) не допущена до защиты, что свидетельствует о неудовлетворительном уровне достигнутых студентом результатов. Совокупность запланированных результатов и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций содержит множественные существенные пробелы. Закрепленные за РГЗ(Р) компетенции не сформированы. Оценка составляет менее 10 баллов.

### **3. Шкала оценки**

В общей оценке по дисциплине баллы за РГЗ(Р) учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

РГЗ(Р) как форма текущей аттестации (контроля) по дисциплине считается успешно выполненной, если сумма полученных баллов по всем его заданиям составляет от 20 до 10 баллов включительно.

## 4. Пример варианта РГЗ

### ВАРИАНТ 1

Задача 1. Даны координаты вершин пирамиды  $A_1A_2A_3A_4$ . Средствами векторной алгебры найти угол между ребрами  $A_1A_2$  и  $A_1A_4$ , площадь грани  $A_1A_2A_3$ , проекцию вектора  $A_1A_3$  на вектор  $A_1A_4$ , объем пирамиды.

$$A_1(8, 6, 4), \quad A_2(10, 5, 5), \quad A_3(5, 6, 8), \quad A_4(8, 10, 7)$$

Задача 2. На прямой  $2x + y + 11 = 0$  найти точку, равноудаленную от двух заданных точек  $A(1, 1)$  и  $B(3, 0)$ .

Задача 3. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую  $(\alpha)$  и точку  $A$ .

$$(\alpha) \frac{x-3}{5} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+1}{1}, \quad A(4, 2, -1)$$

Задача 4. Найти точку  $M'$ , симметричную точке  $M$  относительно прямой:

$$M(1, 2, 3), \quad \frac{x-0,5}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z-1,5}{1}.$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 7 & -5 & -5 & 5 \\ 3 & -1 & -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad K = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$
$$B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 5. Решить систему  $BX = Y$  методом Крамера и систему  $CX = Z$  с помощью обратной матрицы.

Задача 6. а) Найти  $\text{rank } A$ ,  $\text{rank}(GBF)$ ,  $\text{rank}(ZK^T)$ .

б) Проверить на совместимость систему  $AX = K$ .

Задача 7. Решить методом Гаусса систему  $DX = K$ .

Задача 8. Даны векторы  $a_1, a_2, a_3, d$ :  $a_1 = (-2, 1, 1)$ ,  $a_2 = (0, 3, 3)$ ,  $a_3 = (2, 0, -2)$ ,  $d = (2, 4, 0)$ . Показать, что векторы  $a_1, a_2, a_3$  образуют базис. Разложить вектор  $d$  по этому базису.

Задача 9. Найти размерность и базис линейной оболочки векторов:  $a_1 = (1, 2, 3)$ ,  $a_2 = (2, 3, 4)$ ,  $a_3 = (3, 2, 3)$ ,  $a_4 = (1, 1, 1)$ .

Задача 10. Найти размерность и базис подпространства решений однородной системы линейных уравнений  $RX = 0$ .

$$R = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & -2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 16 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Задача 11 а) Линейное преобразование есть симметрия вектора относительно плоскости  $xOz$ , а затем сжатие по оси  $Oy$  в два раза. Найти матрицу линейного преобразования.

б) Линейное преобразование задано матрицей  $A$ . Выяснить геометрический смысл этого линейного преобразования.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Задача 12. Линейное преобразование задано матрицей  $\Phi$  в базисе  $e_1 = (1, 0, 0)$ ,  $e_2 = (0, 1, 0)$ ,  $e_3 = (0, 0, 1)$ .

$$\Phi = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ \alpha & 2 & \gamma \\ \beta & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

а) Подобрать параметры  $\alpha, \beta, \gamma$  так, чтобы матрица  $\Phi$  была симметричной. Найти собственные числа и собственные векторы линейного преобразования.

б) Найти матрицу линейного преобразования в базисе из собственных векторов и в базисе  $e'_1 = e_1 - e_2 + e_3$ ,  $e'_2 = -e_1 + e_2 - 2e_3$ ,  $e'_3 = -e_1 + 2e_2 + e_3$ .

в) По матрице  $\Phi$  составить квадратичную форму от переменных  $x, y, z$ . Найти канонический вид квадратичной формы и установить, является ли она положительно определенной. Ответ пояснить.

Задача 13. Даны уравнения кривых второго порядка в системе координат  $xOy$ .

1)  $4x^2 + 2\sqrt{6}xy + 3y^2 = 24$ ;

2)  $2x^2 - 2xy + 2y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ .

Для обеих кривых:

а) Найти канонический базис и направление новых осей  $Ox'$ ,  $Oy'$ .

б) Написать матрицу перехода от старого базиса к новому. Проверить, что эта матрица является ортогональной, объяснить ее геометрический смысл.

в) Привести уравнение кривой к каноническому виду.

г) Изобразить кривую в первоначальной системе координат.