

7.5. ЭНЕРГИЯ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ

Энергию осциллятора с потерями энергии можно рассчитать с помощью тех же формул, которые получены для идеального осциллятора.

Особенностью реального осциллятора является то, что амплитуда его колебаний с течением времени уменьшается.

Поскольку полная энергия осциллятора прямо пропорциональна квадрату амплитуды, постольку и полная энергия реального осциллятора будет уменьшаться с течением времени.

Выражения для расчёта энергии реального осциллятора имеют следующий вид:

для пружинного маятника

$$U = \frac{A^2 k}{2} = A_0^2 e^{-2\beta t} \frac{k}{2};$$

энергия математического маятника с потерями энергии

$$U = \frac{mg}{2l} A_0^2 e^{-2\beta t}.$$

Энергия, запасённая в колебательном контуре, сопротивление которого отлично от нуля, может быть найдена следующим образом:

$$U = \frac{LI^2}{2} = \frac{L}{2} I_0^2 e^{-2\beta t} = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2C} q_0^2 e^{-2\beta t}.$$

Таким образом, полная энергия осциллятора с потерями энергии уменьшается с течением времени по экспоненциальному закону.

Обратите внимание: скорость уменьшения энергии осциллятора в два раза выше скорости уменьшения амплитуды колебаний осциллятора.

8. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Любой осциллятор (например, пружинный маятник) может испытывать внешнее воздействие. Если внешнее воздействие периодическое, то возникнут вынужденные колебания осциллятора. Характер колебаний осциллятора определяется как внешним воздействием, так и свойствами осциллятора.

8.1 ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА

Рассмотрим поведение пружинного маятника, на который кроме силы трения действует внешняя сила, изменяющаяся по гармоническому закону: $F = F_0 \cdot \cos \omega t$.

Уравнение движения для него в этом случае будет иметь вид

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F_0 \cos \omega t,$$

$$\ddot{x} + \frac{r}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t.$$

Введём коэффициенты $\beta = \frac{r}{2m}$, $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$. Теперь дифференциальное уравнение принимает вид

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t.$$

Получили неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка. Общее решение такого уравнения является суммой общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения.

Общее решение однородного уравнения уже было получено. Оно описывает затухающие колебания $x = A_0 \cdot e^{-\beta t} \cdot \cos(\omega' t - \varphi_0)$, где $\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$. Эти колебания возникают сразу после первого толчка внешней силы и по истечении некоторого времени затухают.

Для того чтобы найти частное решение неоднородного уравнения, отметим следующее.

В правой части уравнения стоит функция $\frac{F_0}{m} \cos \omega t$, которая описывает гармоническое колебание с начальной фазой, равной нулю.

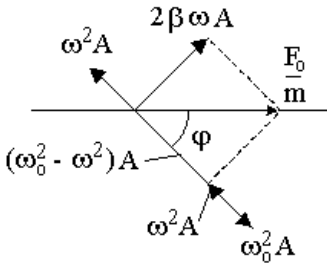
Следовательно, сумма слагаемых в левой части дифференциального уравнения должна представлять собой такое же гармоническое колебание.

Как показано в разд. 6.3.1 результатом сложения нескольких одинаково направленных гармонических колебаний с одинаковыми частотами является гармоническое колебание. Поэтому каждый из членов суммы $\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x$ представляет собой

гармоническое колебание, частота которого равна частоте внешнего воздействия ω .

Допустим, что колебания x отстают по фазе от колебаний внешней силы на φ : $x = A \cos(\omega t - \varphi)$. Тогда слагаемое $\omega_0^2 x$ можно записать следующим образом: $\omega_0^2 x = \omega_0^2 A \cos(\omega t - \varphi)$.

Взяв производную от x по времени и умножив её на 2β , получаем $2\beta \dot{x} = -2\beta \omega A \sin(\omega t - \varphi) = 2\beta \omega A \cos(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2})$.



Вторая производная от координаты маятника по времени равна $\ddot{x} = -\omega^2 A \cos(\omega t - \varphi)$.

Амплитуда A и начальная фаза φ колебаний x являются неизвестными величинами. Для того чтобы найти выражения для расчёта этих величин, воспользуемся векторной формой представления гармонических колебаний.

В момент времени $t = 0$ фаза силы внешнего воздействия равна нулю, поэтому колебание $\frac{F_0}{m} \cos \omega t$ будет представлено

горизонтальным вектором $\frac{F_0}{m}$.

Как уже отмечаось, $\omega_0^2 x = \omega_0^2 A \cos(\omega t - \varphi)$. Это колебание будет представлено вектором $\omega_0^2 A$, который расположен под углом $-\varphi$ относительно вектора $\frac{F_0}{m}$.

Второй член суммы $2\beta \dot{x} = 2\beta \omega A \cos(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2})$ опережает по фазе $\omega_0^2 A \cos(\omega t - \varphi)$ на $\pi/2$. Следовательно, вектор $2\beta \omega A$ расположен под углом 90° относительно вектора $\omega_0^2 A$.

Первый член суммы $\ddot{x} = -\omega^2 A \cos(\omega t - \varphi)$ имеет фазу, равную фазе третьего, но противоположен ему по знаку, поэтому

представлен вектором $\omega^2 A$, который направлен против вектора $\omega_0^2 A$.

Сумма этих векторов равна вектору $\frac{F_0}{m}$, что и показано на векторной диаграмме.

Из векторной диаграммы на основе теоремы Пифагора получаем, что

$$A^2 (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\beta\omega A)^2 = \frac{F_0^2}{m^2}.$$

Выражая отсюда A , получаем

$$A = \frac{F_0}{m} \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}.$$

Из векторной диаграммы также видно, что тангенс угла φ равен

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Таким образом, частное решение дифференциального уравнения имеет следующий вид:

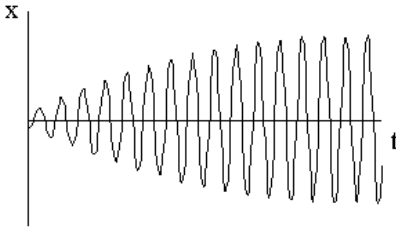
$$x = \frac{F_0}{m} \cdot \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \cdot \cos(\omega t - \varphi).$$

Это выражение описывает установившиеся вынужденные колебания системы.

Наличие в решении гармонической функции $\cos(\omega t - \varphi)$, говорит о том, что под воздействием внешней гармонической силы осциллятор будет совершать гармоническое колебание с циклической частотой ω , равной циклической частоте внешней вынуждающей силы.

Амплитуда A и разность фаз φ этих колебаний зависят от параметров осциллятора (ω_0 , β) и от частоты внешнего воздействия ω .

Как уже отмечалось, общее решение рассматриваемого дифференциального уравнения равно сумме общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного



уравнения, поэтому сразу после начала внешнего воздействия колебания осциллятора будут представлять собой результат сложения двух колебаний – затухающего с частотой ω' и гармонического с частотой внешнего воздействия ω . Постепенно амплитуда затухающих колебаний становится пренебрежимо малой, а колебание – гармоническим (см. рисунок).

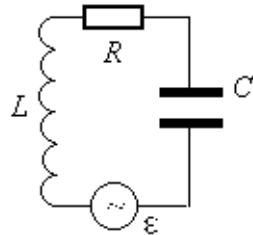
уравнения, поэтому сразу после начала внешнего воздействия колебания осциллятора будут представлять собой результат сложения двух колебаний – затухающего с частотой ω' и гармонического с частотой внешнего воздействия ω . Постепенно амплитуда затухающих колебаний становится пренебрежимо малой, а колебание – гармоническим (см. рисунок).

8.2. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В КОЛЕБАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

Рассмотрим электрическую цепь, содержащую соленоид, конденсатор, резистор и источник переменной ЭДС, изменяющейся по гармоническому закону $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos \omega t$.

В соответствии со вторым правилом Кирхгофа, сумма разностей потенциалов на элементах контура равна сумме ЭДС, действующих в рассматриваемом контуре.

В рассматриваемом колебательном контуре два источника ЭДС – это источник переменной ЭДС ε и соленоид (в нём возникает ЭДС самоиндукции ε_L).



На обкладках заряженного конденсатора имеется разность потенциалов. Обозначим её U_C .

Разность потенциалов на концах резистора, в соответствии с законом Ома, равна IR .

Тогда уравнение, описывающее колебательный контур, имеет следующий вид:

$$IR + U_C = \varepsilon_L + \varepsilon_0 \cos \omega t .$$

Поскольку разность потенциалов на обкладках конденсатора

$$U_C = \frac{q}{C}, \text{ а ЭДС самоиндукции } \varepsilon_L = -L \frac{d^2 q}{dt^2},$$

$$IR + \frac{q}{C} = -L\ddot{q} + \varepsilon_0 \cos \omega t$$

или

$$IR + \frac{q}{C} + L\ddot{q} = \varepsilon_0 \cos \omega t ;$$

учитывая, что $I = \frac{dq}{dt} = \dot{q}$, получаем

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{q}{C} = \varepsilon_0 \cos \omega t$$

и после деления на L

$$\ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \frac{q}{LC} = \frac{\varepsilon_0}{L} \cos \omega t .$$

Вводя обозначения $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ и $\beta = \frac{R}{2L}$, получаем

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{\varepsilon_0}{L} \cos \omega t .$$

Мы вновь получили неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка.

Полученное дифференциальное уравнение ничем не отличается от того, которое получено для пружинного маятника в предыдущем разделе. Следовательно, его решение имеет такой

же вид:
$$q = \frac{\varepsilon_0}{L} \cdot \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}} \cdot \cos(\omega t - \varphi) .$$

Это означает, что в колебательном контуре, содержащем источник переменной ЭДС, изменяющейся по гармоническому закону, будут происходить вынужденные колебания с частотой, равной частоте колебаний вынуждающей ЭДС.

8.3. ЗАВИСИМОСТЬ АМПЛИТУДЫ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ОТ ЧАСТОТЫ ВНЕШНЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ. ЯВЛЕНИЕ РЕЗОНАНСА

Рассмотрим зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты внешнего воздействия и параметров осциллятора более подробно.

Из выражения $A = \frac{F_0}{m} \cdot \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}$ видно, что

амплитуда вынужденных колебаний зависит от частоты внешнего воздействия ω . Можно показать, что эта функция имеет экстремум, т. е. при определённой частоте амплитуда вынужденных колебаний будет максимальной.

Это явление называют резонансом, а частоту вынужденных колебаний, при которой амплитуда максимальна – **резонансной частотой**.

При резонансной частоте амплитуда максимальна, а знаменатель выражения, показывающего величину амплитуды, минимален. Найдём эту частоту.

Знаменатель имеет экстремум при частоте внешнего воздействия, на которой производная от знаменателя по частоте ω равна нулю:

$$-4\omega_0^2\omega + 4\omega^3 + 8\beta^2\omega = 4\omega(-\omega_0^2 + \omega^2 + 2\beta^2) = 0.$$

Полученное выражение будет равно нулю при двух значениях частоты внешнего воздействия: $\omega = 0$ и $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$.

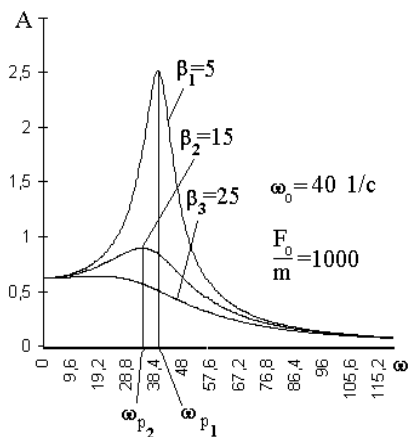
Если $\omega = 0$, то колебаний нет, поэтому первый корень уравнения отбрасываем.

Второй же корень и есть резонансная частота $\omega_{рез}$. Именно при частоте внешнего воздействия $\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ амплитуда вынужденных колебаний максимальна. Её значение

$$\begin{aligned} A_{рез} &= \frac{F_0}{m} \cdot \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_0^2 + 2\beta^2)^2 + 4\beta^2(\omega_0^2 - 2\beta^2)}} = \\ &= \frac{F_0}{m} \cdot \frac{1}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \end{aligned}$$

При слабом затухании ($\beta \ll \omega_0$) резонансную амплитуду можно считать равной

$$A_{\text{рез}} \approx \frac{F_0}{m} \cdot \frac{1}{2\beta\omega_0}.$$



Обратите внимание на то, что значение β достаточно сильно влияет на амплитуду при резонансе (см. рисунок): чем больше потери, тем меньше резонансная амплитуда.

При отклонении частоты внешнего воздействия от резонансной амплитуда вынужденных колебаний уменьшается (см. рисунок).

Теперь найдём амплитуду вынужденных колебаний для низких ($\omega \ll \omega_0$) и высоких ($\omega \gg \omega_0$) частот внешнего воздействия.

При $\omega \ll \omega_0$ амплитуда вынужденных колебаний будет приблизительно равна:

$$A \approx \frac{F_0}{m} \cdot \frac{1}{\sqrt{\omega_0^4 + 4\beta^2\omega^2}};$$

если затухание мало ($\beta \ll \omega_0$), то

$$A \approx \frac{F_0}{m\omega_0^2} = \frac{F_0}{k},$$

где k – коэффициент упругости пружины.

В полученном выражении отсутствует частота внешнего воздействия. Это значит, что при малых частотах внешнего воздействия колебательная система реагирует на гармоническую внешнюю силу практически как на статическую, т. е. не изменяющуюся с течением времени. Амплитуда вынужденных колебаний определяется величиной внешнего воздействия и упругими свойствами осциллятора.

При высоких частотах ($\omega \gg \omega_0$). и при $\beta \ll \omega$ амплитуда вынужденных колебаний приблизительно равна

$$A \approx \frac{F_0}{m} \cdot \frac{1}{\sqrt{\omega^4 + 4\beta^2\omega^2}} \approx \frac{F_0}{m\omega^2}.$$

Таким образом, при высокой частоте внешнего воздействия максимальное отклонение от положения равновесия A определяется величиной внешнего воздействия, инертностью осциллятора и частотой воздействия. Упругие свойства колебательной системы не имеют никакого значения (поскольку в выражении отсутствует ω_0).

8.4. ДОБРОТНОСТЬ

Добротность используется для характеристики колебательных систем.

Добротность определяют как отношение амплитуды вынужденных колебаний при резонансе $A_{\text{рез}}$ к амплитуде при низкой частоте $A_{\text{стат}}$

$$Q = \frac{A_{\text{рез}}}{A_{\text{стат}}}.$$

Используя полученные в разд. 8.3 выражения для $A_{\text{рез}}$ и $A_{\text{стат}}$, получаем

$$Q = \frac{A_{\text{рез}}}{A_{\text{стат}}} = \frac{F_0}{2m\omega_0\beta} \cdot \frac{m\omega_0^2}{F_0} = \frac{\omega_0}{2\beta} = \frac{2\pi}{2\beta T} = \frac{\pi}{\beta T} = \frac{\pi}{\lambda}.$$

Добротность показывает, во сколько раз амплитуда при резонансе больше амплитуды вынужденных колебаний при низких частотах.

Следовательно, чем больше добротность, тем сильнее проявляет себя резонанс при вынужденных колебаниях.

Можно сказать и иначе: чем меньше потери энергии, тем сильнее резонанс.

8.5. ЗАВИСИМОСТЬ ФАЗЫ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ОТ ЧАСТОТЫ

Вынужденные колебания описываются уравнением

$$x = A(\omega)\cos(\omega t - \varphi),$$

где $\varphi = \arctg \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$, т. е. колебания осциллятора отстают по

фазе от колебаний внешне-го воздействия $F_0 \cdot \cos\omega t$.

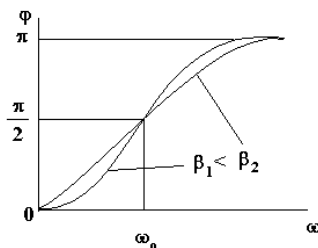
Нетрудно получить, что при $\omega = 0$
 $\varphi = \arctg 0 = 0$ радиан.

При $\omega = \omega_0$ $\varphi = \arctg \infty = \pi/2$.

При $\omega > \omega_0$ $\varphi \rightarrow \pi$.

Таким образом, при резонансе колебания x отстают по фазе от внешнего воздействия на $\pi/2$. Другими словами – сила достигает максимального значения в те моменты, когда смещение от положения равновесия равно нулю.

В этот момент осциллятор имеет максимальную скорость. Наибольшее воздействие именно в этот момент увеличивает скорость осциллятора, и поэтому он наиболее сильно раскачивается.



9. ВОЛНЫ

9.1. УПРУГИЕ ВОЛНЫ

Если вызвать колебания одной частицы среды (твёрдой, жидкой или газообразной), то в колебательное движение начнут вовлекаться и окружающие частицы.

Таким образом, в упругой среде колебательный процесс теряет локальный характер. Колебания могут распространяться в пространстве. Этот процесс и называют волной.

Упругая волна – это процесс распространения колебаний в среде.

Обратите внимание на важную деталь: каждая из частиц среды колеблется вокруг своего равновесного положения. **Волна не вызывает переноса частиц среды.** Она лишь вовлекает в колебательный процесс всё новые и новые частицы.

Энергия колеблющейся частицы больше, чем энергия такой же покоящейся частицы. Поэтому вовлечение в колебательный процесс новых частиц среды означает, что их энергия возрастает.

Это значит, что **волна переносит энергию.**

В зависимости от того, как взаимно ориентированы направление распространения волны и направление колебаний частиц, различают продольные и поперечные волны.

Продольными называют волны, в которых направление колебаний частиц и направление распространения волны совпадают.

Поперечными называют волны, в которых направление колебаний частиц и направление распространения волны взаимно перпендикулярны.

Поперечные упругие волны возможны лишь в тех средах, где частицы достаточно сильно связаны между собой. Такой средой являются твёрдые тела и, в определённой степени, жидкости. В газах связь молекул пренебрежимо мала. Поэтому поперечные упругие волны возникают лишь в твёрдых телах.*

Если колебания частиц происходят по гармоническому закону, волна называется **гармонической**.

Как уже отмечалось, волна есть процесс распространения колебаний в пространстве.

Это означает, что существуют точки, до которых колебания ещё не дошли. Совокупность точек, до которых к моменту времени t дошли колебания, называют **фронтом волны**.

Фронт волны перемещается в пространстве со скоростью распространения волны.

При описании волн удобно пользоваться понятием **волновая поверхность**. Это геометрическое место точек среды, колеблющихся в одной фазе.

Волновую поверхность можно провести через любую точку среды, охваченной волновым процессом. Поэтому можно построить любое количество волновых поверхностей.

Поскольку все точки волновой поверхности колеблются в одной фазе во все моменты времени, волновая поверхность неподвижна.

Волновая поверхность может иметь различную форму. В простейших случаях это плоскость, сфера.

Волны с плоской волновой поверхностью называют **плоскими**.

Волны со сферической волновой поверхностью называют **сферическими**.

* В жидкостях тоже могут возникнуть поперечные волны, но из-за слабой связи между молекулами они быстро затухают.

9.2. УРАВНЕНИЕ ПЛОСКОЙ ГАРМОНИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ

Рассмотрим ряд точек плоской волны, лежащих на прямой, проходящей через источник колебаний.

Поскольку волна гармоническая, все точки колеблются по закону $\xi = A \cos(\omega t + \alpha)$ *.

Поскольку точки, расположенные дальше от источника, начали колебаться позже, их колебания отстают по фазе от колебаний источника. Найдём величину этого сдвига по фазе α .

Если точка находится на расстоянии x от источника, то колебания «доберутся» до неё через $\tau = \frac{x}{v}$ секунд после начала колебаний источника (v – скорость распространения волны).

Поскольку отставание по фазе α обусловлено задержкой начала колебаний точки на τ секунд, это уравнение можно записать в виде

$$\begin{aligned}\xi &= A \cos(\omega(t - \tau)) = \\ &= A \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right) = A \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{v}x\right) = \\ &= A \cos(\omega t - kx),\end{aligned}$$

где $k = \frac{\omega}{v}$ – волновое число.

Таким образом, колебания произвольной точки, находящейся на расстоянии x от источника, описывается уравнением

$$\xi = A \cos(\omega t - kx).$$

Как видно из этого уравнения, смещение ξ интересующей нас точки меняется по гармоническому закону.

Фаза гармонической функции зависит от t и от x .

Произвольная точка среды, расположенная на расстоянии x от источника, колеблется по закону

$$\xi = A \cos(\omega t + \alpha),$$

где $\alpha = -kx$.

* Символ ξ читается как «кси».

Положение всех вовлечённых в волновой процесс точек среды в момент времени t определяется выражением

$$\xi = A \cos(-kx + \alpha'),$$

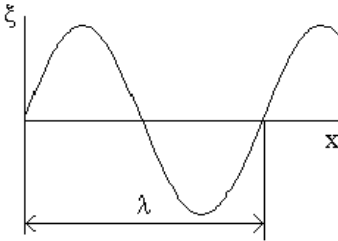
где $\alpha' = \omega t$.

Таким образом, смещение вовлечённых в волновой процесс точек среды зависит от координаты точки.

Обе функции периодические.

Но первая периодична во времени t , а вторая – по координате x . В свою очередь функция $\xi = a \cos(\omega t - kx)$ имеет временную и пространственную периодичность.

Периодичность во времени характеризуется периодом T – временем, за которое совершается одно колебание частицы среды.



Пространственный период называется **длиной волны** λ . Выразим длину волны через другие параметры волнового процесса.

За один период гармонической функции ее фаза и меняется на 2π , поэтому

$$\left| (-k(x + \lambda) + \alpha') - (-kx + \alpha') \right| = 2\pi$$

$$k\lambda = 2\pi;$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}.$$

Учитывая, что $k = \frac{\omega}{v}$,

$$\lambda = \frac{2\pi v}{\omega} = \frac{v}{\nu} = v \cdot T;$$

(v – скорость распространения колебаний в пространстве; ν – частота волны; T – период волны).

Из последнего выражения следует, что длина волны есть расстояние, которое волна проходит за один период.

Волновое число, которое было введено как отношение циклической частоты к скорости волны, можно выразить и через

длину волны (из выражения $\lambda = \frac{2\pi}{k}$):

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Физический смысл волнового числа можно определить следующим образом. Найдём производную от фазы волны по x^* .

$$\frac{d(\omega t - kx)}{dx} = \frac{d\omega t}{dx} - \frac{dkx}{dx} = -k.$$

Таким образом, волновое число k есть скорость изменения фазы колебаний по координате.

9.3. ФАЗОВАЯ СКОРОСТЬ

Вернёмся к уравнению $\xi = A \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right)$, описывающему колебания некоторой точки волны.

Выделим из него фазу

$$\varphi = \omega\left(t - \frac{x}{v}\right).$$

Пусть фаза имеет фиксированное значение, т. е. $\varphi = \text{const}$.

Тогда

$$\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) = \text{const},$$

или

$$\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) = \omega\left(t + dt - \frac{x + dx}{v}\right),$$

т. е. фазу, которую в момент t имела частица среды, находящаяся на расстоянии x от источника волны, через dt секунд будет иметь частица, находящаяся на dx метров дальше. Другими словами, любое постоянное значение фазы перемещается, удаляясь от источника.

Сокращая ω в последнем выражении, получаем

$$t - \frac{x}{v} - t - dt - \frac{x + dx}{v} = 0;$$

* Физический смысл производной – скорость изменения функции по изменению ее аргумента.

$$-dt - \frac{dx}{v} = 0;$$

$$v = \frac{dx}{dt}.$$

Таким образом скорость v является скоростью, с которой перемещается фиксированное значение фазы. Поэтому её называют **фазовой скоростью**.

Волновое число k по определению равно $k = \frac{\omega}{v}$. Преобразовав это выражение получаем, что фазовая скорость может быть выражена через волновое число и циклическую частоту волны:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k}.$$

Отметим ещё одну деталь.

Величина отношения ω/k зависит от значения частоты, поэтому фазовая скорость волн разных частот будет разной.

Такое явление действительно существует и называется **дисперсией волн**.

Среды, в которых имеет место дисперсия, называют **диспергирующими**.

9.4. ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ

Волновым называют дифференциальное уравнение, описывающее процесс распространения гармонических волн в среде.

Найдём вид этого уравнения в простейшем случае – для плоской бегущей волны, распространяющейся параллельно оси x ,

$$\xi = A \cos(\omega t - kx).$$

Возьмём вторые производные от ξ по времени и координате:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = -k^2 \xi; \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\omega^2 \xi.$$

Учитывая, что $k = \frac{\omega}{v}$, можем записать

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}.$$

Таким образом, если анализ некоторой системы приводит нас к дифференциальному уравнению $\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$, мы вправе утверждать, что в этой системе могут распространяться волны.

Уравнение волны $\xi = A \cos(\omega t - kx)$ является результатом решения волнового уравнения с учётом начальных и граничных условий.

Обратите внимание: волновое уравнение не следует путать с уравнением волны.

Волновое уравнение описывает процесс распространения гармонических колебаний в некоторой среде.

Уравнение волны показывает, как смещены от положения равновесия частицы упругой среды в зависимости от t и x .

9.5. ЭНЕРГИЯ УПРУГОЙ ВОЛНЫ

Пусть вдоль оси x распространяется плоская волна

$$\xi = A \cos(\omega t - kx).$$

Выделим некоторый малый объём ΔV в пределах которого скорость движения колеблющихся частиц $\frac{\partial \xi}{\partial t}$ и деформация среды, вызванная колебаниями частиц $\frac{\partial \xi}{\partial x}$, неизменны.

Тогда кинетическая энергия частиц в этом объёме

$$\Delta W = \frac{m v^2}{2} = \frac{\rho \Delta V}{2} \cdot \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2,$$

где ρ – плотность упругой среды.

Можно показать, что потенциальная энергия упругой деформации этого объёма

$$\Delta U = \frac{\rho v^2}{2} \cdot \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 \cdot \Delta V,$$

где v – фазовая скорость волны.

Полная энергия равна сумме кинетической и потенциальной энергий:

$$\Delta E = \Delta W + \Delta U = \frac{\rho \Delta V}{2} \cdot \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2 + \frac{\rho v^2}{2} \cdot \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 \cdot \Delta V .$$

Объёмная плотность энергии, равная энергии единичного объёма

$$\begin{aligned} s &= \frac{\Delta E}{\Delta V} = \frac{\rho}{2} \cdot \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2 + \frac{\rho v^2}{2} \cdot \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 = \\ &= \frac{\rho}{2} \left(\left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2 + v^2 \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 \right) . \end{aligned}$$

Поскольку

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -\omega A \sin(\omega t - kx);$$

и

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = k A \sin(\omega t - kx);$$

$$s = \frac{\rho}{2} \cdot (\omega^2 + v^2 k^2) \cdot A^2 \cdot \sin^2(\omega t - kx) .$$

Так как $k = \frac{\omega}{v}$,

$$\begin{aligned} s &= \frac{\rho \cdot A^2}{2} \cdot (\omega^2 + v^2 k^2) \cdot \sin^2(\omega t - kx) = \\ &= \frac{\rho \cdot A^2}{2} \cdot (\omega^2 + \omega^2) \cdot \sin^2(\omega t - kx) \end{aligned}$$

и, наконец,

$$s = \rho A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t - kx) .$$

Как известно, среднее значение квадрата синуса равно 1/2. Следовательно, среднее значение плотности энергии

$$\langle s \rangle = \frac{\rho A^2 \omega^2}{2} .$$

Отсюда видно, что среднее значение плотности энергии зависит от плотности среды, амплитуды колебаний и циклической частоты волны. Вообще же плотность энергии волны

различна в разные моменты времени в одной точке пространства и в один момент времени в разных точках пространства.

Эта энергия испускается источником колебаний и переносится волной в пространстве.

Кроме объёмной плотности энергии используется плотность потока энергии j , которая равна энергии, перенесённой волной через единичную поверхность ΔS_n , перпендикулярную направлению распространения волны, за единицу времени.

В аналитической форме определение плотности потока энергии имеет вид

$$j = \frac{\Delta E}{\Delta S_n \cdot \Delta t},$$

где ΔE – энергия, переносимая за время Δt через площадку ΔS_n , перпендикулярную к скорости распространения волны.

В случае плоской волны

$$\Delta E = s\Delta V = s\Delta S_n v\Delta t.$$

Тогда

$$j = \frac{s\Delta S_n v\Delta t}{\Delta S_n \cdot \Delta t} = sv$$

или, векторной форме,

$$\mathbf{j} = s\mathbf{v}.$$

Вектор \mathbf{j} называют **вектором Умова**. Этот вектор показывает, какая энергия передаётся волной за единицу времени через единицу площади и в каком направлении она распространяется. Как видите, направление переноса энергии определяется скоростью волны – энергия переносится волной в направлении распространения волны.

9.6. СТОЯЧИЕ ВОЛНЫ. КОЛЕБАНИЯ СТРУНЫ

Пусть вдоль оси x навстречу друг другу распространяются две плоские гармонические волны с одинаковыми частотами и амплитудами:

$$\xi_1 = A \cos(\omega t - kx),$$

$$\xi_2 = A \cos(\omega t + kx).$$

Все частицы упругой среды, охваченной волновым процессом, будут участвовать в колебаниях, возбуждённых каждой из волн:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = A \cos(\omega t - kx) + A \cos(\omega t + kx).$$

Используя тригонометрическую формулу для суммы косинусов, получаем

$$\xi = 2A \cos kx \cos \omega t = A(x) \cos \omega t,$$

где $A(x) = 2A \cos kx$.

Полученное выражение показывает, что частицы упругой среды, охваченные двумя волновыми процессами, совершают гармонические колебания с частотой ω .

Амплитуда колебаний частиц среды зависит от координаты x .

В точках, координаты которых отвечают условию $kx = \pm n\pi$, где $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ $\cos kx = \pm 1$ и амплитуда колебаний частиц среды максимальна. Такие точки называются **пучностями**. Координаты

пучностей определяются соотношением $x_{\text{пучн}} = \pm \frac{n\pi}{k} = \pm \frac{n\lambda}{2}$.

В точках, отвечающих условию $kx = \pm \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi$ амплитуда равна нулю, т. е. частицы среды в этих точках не колеблются вообще. Такие точки называют **узлами**. Координаты узлов

определяются соотношением $x_{\text{узла}} = \pm \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2}$.

Поскольку амплитуда колебаний частиц среды определяется их координатой и не зависит от времени, постольку положение узлов и пучностей не изменяется. Узлы и пучности остаются на одном месте. Поэтому волну, возникающую в результате наложения встречных волн одинаковой частоты, называют **стоячей**.

Рассмотрим натянутую струну, концы которой жёстко закреплены. Пусть длина струны равна l .

Допустим, что в этой струне возбуждены колебания.

Струну можно представить себе как совокупность бесконечно малых связанных между собой элементов. Колебания одного такого элемента должны вовлекать в колебательный процесс и другие элементы струны. Следовательно, если в струне возбудить колебания, то в ней возникнет упругая волна.

Конец струны жёстко закреплён, колебаться не может. Следовательно, он не может возбудить колебания в той среде, к которой прикреплен. Поэтому волна, дошедшая до конца струны, полностью отразится.

Это означает, что по струне будут распространяться две встречные волны $\xi_1 = A \cos(\omega t - kx)$ и $\xi_2 = A \cos(\omega t + kx)$.

Как показано выше, при наложении таких волн возникает стоячая волна. Это означает, что на струне с закреплёнными концами может возникнуть стоячая волна.

Поскольку мы говорим о струне с жёстко закреплёнными концами, на концах струны всегда должна быть узлы.

Из выражений для расчёта координат узлов и пучностей видно, что соседние узлы (так же как и пучности) отстоят друг от друга на $\lambda/2$.

Следовательно, длина струны должна быть такой, чтобы на ней целое число раз укладывалась половина длины волны:

$$l = n \frac{\lambda}{2},$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$

Это, в свою очередь, означает, что на струне длиной l могут возникать стоячие волны лишь определённых частот

$$v_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{2l} n.$$

Эти частоты называются **собственными частотами** струны, или **частотами нормальных колебаний**. Колебания с такими частотами называют гармониками (колебание с частотой, соответствующей $n = 1$ называют первой гармоникой, $n = 2$ – второй гармоникой и т. д.).

9.7. ГРУППОВАЯ СКОРОСТЬ

В науке и технике волны широко используются для передачи информации. Однако гармоническая волна способна донести информацию лишь о том, что где-то есть источник волны.

Для того чтобы с помощью волн можно было передавать необходимое количество информации, их необходимо изменять (например, испускать волны в виде импульсов, или изменять амплитуду волны, её частоту, начальную фазу). Такая волна называется модулированной.

С помощью модулированных упругих волн определяют глубину морей и океанов (эхолот), а модулированные электромагнитные волны позволяют осуществлять радио- и телевидение.

Но если модулированные волны отличаются от гармонических способностью переносить информацию, то, возможно, им присущи и другие отличия.

Исследуем один из аспектов этой проблемы – найдём скорость, с которой модулированная волна переносит энергию.

Для этого рассмотрим две одинаково направленные плоские поперечные бегущие волны, колебания которых происходят в одной плоскости, амплитуды которых равны, а частоты почти одинаковы.

Тогда

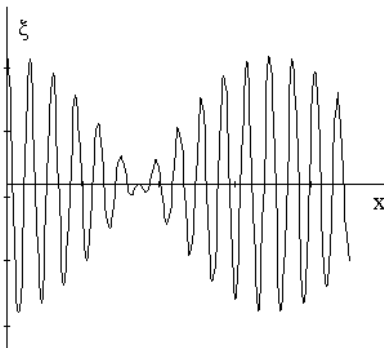
$$\xi = A \cos(\omega t - kx) + A \cos((\omega + d\omega)t - (k + dk)x),$$

$$\xi = 2A \cos\left(\frac{t \cdot d\omega - x \cdot dk}{2}\right) \cdot \cos(\omega t - kx).$$

Эту волну можно представить в виде

$$\xi = a \cos(\omega t - kx),$$

где



$$a = 2A \cos\left(\frac{t \cdot d\omega - x \cdot dk}{2}\right),$$

т. е. это волна с медленно изменяющейся амплитудой, или модулированная, такая же, как на рисунке.

Показанная здесь картина соответствует какому-то моменту времени. В следующий момент она сдвинется вправо.

Найдём скорость, с которой модулированная волна будет распространяться. Для простоты рассмотрим точку, в которой амплитуда максимальна, – скорость перемещения этой точки равна скорости модулированной волны.

Поведение точки с максимальной амплитудой описывается выражением $a = 2A \cos\left(\frac{t \cdot d\omega - x \cdot dk}{2}\right)$. Но это выражение можно трактовать как уравнение бегущей волны с циклической частотой $d\omega = \omega_1 - \omega_2$ и волновым числом $dk = k_1 - k_2$.

Для любой бегущей волны $k = \frac{\omega}{v}$, и $v = k\omega$. Тогда скорость точки с максимальной амплитудой будет равна

$$\frac{d\omega}{dk} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2} = \frac{v_1 k_1 - v_2 k_2}{k_1 - k_2},$$

где v_1 и v_2 – фазовые скорости волн с циклическими частотами ω_1 и ω_2 соответственно.

Если дисперсии нет, то $v_1 = v_2 = v$ и $\frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2} = v$, т. е. «гребень» такой волны перемещается с фазовой скоростью.

Если же среда диспергирующая, то $\frac{\omega_1}{k_1} \neq \frac{\omega_2}{k_2}$ и скорость $u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2} \neq v$. Это означает, что «гребень» перемещается со скоростью, отличной от v_1 и v_2 .

Если вспомнить, что энергия колебаний пропорциональна квадрату амплитуды, то легко сообразить, что большая часть энергии, переносимой такой волной, сконцентрирована там, где амплитуда волны велика. Это означает, что полученная скорость и есть скорость передачи энергии.

Эту скорость u и называют **групповой**:

$$u = \frac{d\omega}{dk}.$$

Важно отметить, что фронт волны распространяется с групповой скоростью.

10. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

К середине XIX в. был открыт ряд важнейших законов в области электричества и магнетизма. Значительная часть открытий в этой области принадлежит Майклу Фарадею.

Этот крупнейший учёный, по праву считающийся основоположником современной электродинамики, как это ни странно, не знал математики.

Поэтому открытые им явления не имели математического описания.

В 1854 г. в Кембриджский университет был принят на работу только что закончивший его Джеймс Клерк Максвелл. Основной целью своей деятельности он избрал математическое описание открытий Фарадея.

Это ему удалось (см. разд. 5.6, 5.7). Один из результатов деятельности Максвелла – предсказание о существовании электромагнитных волн.

Примерно через двадцать лет после этого электромагнитные волны были получены экспериментально немецким физиком Генрихом Герцем.

Рассмотрим механизм возникновения и некоторые особенности электромагнитных волн.

Допустим, что электрическое поле в вакууме создано зарядом, совершающим гармонические колебания.

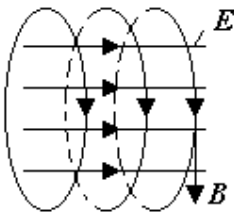
Электрическое поле, созданное таким зарядом, также должно изменяться с течением времени по гармоническому закону.

Плотность тока смещения, созданного изменяющимся электрическим полем, равна $j_{см} = \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$. Поскольку производная от гармонической функции является гармонической функцией, постольку ток смещения также будет изменяться по гармоническому закону.

Ток смещения создаёт магнитное поле

$$\oint_L H dl = \epsilon_0 \int_S \frac{\partial E}{\partial t} dS = \int_S j_{см} dS .$$

Интеграл от гармонической функции также является гармонической функцией. Следовательно, магнитное поле, созданное током смещения, будет изменяться по гармоническому закону.



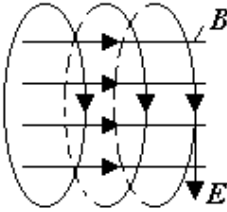
Важно отметить, что изменение электрического и магнитного полей описывается одной и той же гармонической функцией.

Ток смещения $j_{см} = \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$ совпадает по направлению с вектором ∂E .

Вектор индукции магнитного поля всегда перпендикулярен создавшему его току.

Это означает, что магнитное поле, созданное изменяющимся электрическим полем, будет перпендикулярно ему.

В соответствии с уравнением Максвелла о циркуляции вектора \mathbf{E} , изменяющееся магнитное поле порождает электрическое. Причём порождаемое электрическое поле будет перпендикулярно изменяющемуся магнитному.



Это, в свою очередь, означает, что даже если исчезнет заряд, создавший изменяющееся электрическое поле, изменяющиеся электрическое и магнитное поля будут продолжать распространяться в пространстве в виде электромагнитной волны.

Более строгий анализ позволяет показать, что изменяющиеся электрическое и магнитное поля описываются волновыми уравнениями:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}, \end{cases}$$

где c – скорость света в вакууме (если электромагнитная волна распространяется в среде, то используется скорость света в этой среде).

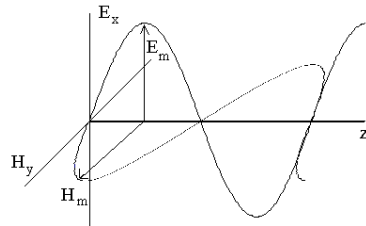
Решение этих уравнений имеет следующий вид:

$$E_x = E_m \cos(\omega t - kz)$$

$$H_y = H_m \cos(\omega t - kz),$$

где амплитуды E и H связаны соотношением $\sqrt{\epsilon_0 \epsilon} E_m = \sqrt{\mu_0 \mu} H_m$.

Можно также показать, что если вектор \mathbf{E} параллелен оси x , а вектор \mathbf{B} параллелен оси y , то электромагнитная волна распространяется вдоль оси z (см. рисунок). Другими словами, векторы \mathbf{E} , \mathbf{H} и вектор скорости электромагнитной волны с образуют правую тройку.



Важно отметить, что колебания \mathbf{E} и \mathbf{H} синфазны.

10.1. Энергия электромагнитной волны. Вектор Умова–Пойнтинга

Электромагнитные волны, как и упругие волны, переносят энергию.

Эта энергия складывается из энергии, перенесённой электрической и магнитной составляющими электромагнитной волны.

Ранее мы установили, что плотность энергии электрического поля

$$w_E = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2},$$

а плотность энергии магнитного поля

$$w_H = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}.$$

Поэтому в любой момент времени плотность энергии электромагнитной волны

$$w = w_E + w_H = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}.$$

Поскольку $\sqrt{\epsilon_0 \epsilon} E_m = \sqrt{\mu_0 \mu} H_m$, w_E в любой момент времени равна w_H .

Отсюда

$$\begin{aligned} w = w_E + w_H &= 2w_E = \epsilon_0 \epsilon E^2 = \sqrt{\epsilon_0 \epsilon} E \cdot \sqrt{\mu_0 \mu} H = \\ &= E \cdot H \sqrt{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu} = \frac{E \cdot H}{c} \end{aligned}$$

и окончательно

$$w = \frac{E \cdot H}{c}.$$

Умножая объёмную плотность энергии электромагнитной волны на скорость её распространения, получим некоторую величину

$$\Pi = cw = EH.$$

Размерность этой величины $[\Pi] = \frac{\text{Дж м}}{\text{м}^3 \text{ с}} = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \text{ с}}$. Это означает, что она показывает количество энергии, переносимой волной через единицу поверхности за единицу времени. Такую же размерность имеет плотность потока энергии.

Так как векторы \mathbf{E} и \mathbf{H} взаимно перпендикулярны и образуют правую тройку с направлением распространения волны, направление вектора $[\mathbf{E}\mathbf{H}]$ совпадает с направлением переноса энергии.

Поэтому вектор $\mathbf{n} = [\mathbf{E}, \mathbf{H}]$ представляет собой **плотность потока энергии**, переносимого электромагнитной волной в направлении её распространения. Этот вектор принято называть **вектором Умова–Пойнтинга**.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Арсентьев В.В., Кирпичников В.Я. и др.* Курс физики. – СПб.: Лань, 2000. – Т. 1.
2. *Баранов А.В., Невская Г.Е. и др.* Колебания и волны. Оптика. Квантовая механика. – Новосибирск, 1993.
3. *Барановский С.Н., Болдырев А.М. и др.* Механика. Электричество. Магнетизм. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1995.
4. *Горелик Г.С.* Колебания и волны. – М.: ГИТТЛ, 1950.
5. *Джанколи.* Физика. – М.: Мир, 1989. – Т. 1, 2.
6. *Калашиников С.Г.* Электричество – М.: Наука, 1970
7. *Матвеев А.Н.* Электричество и магнетизм. – М.: Высшая школа, 1983.
8. *Орир.* Физика. – М.: Мир, 1981. – Т. 1, 2.
9. *Путилов К.А.* Курс физики. – М.: ОГИЗ, 1945.
10. *Савельев И.В.* Курс общей физики. – М.: Наука, 1978. – Т. 1, 2.
11. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. – М.: Наука, 1977. – Т. 3.
12. *Спаский Б.И.* История физики. – М.: Высшая школа, 1977. – Т.1, 2
13. *Трофимова Т.И.* Курс физики. – М.: Высш. школа, 1990.
14. Физика. Большой энциклопедический словарь. – М.: Большая Российская Энциклопедия, 1999
15. *Фриш С.Э., Тиморева А.В.* Курс общей физики. – М.: Физматгиз, 1961. – Т. 2
16. *Штрауф Е.А.* Курс физики. – Л.: Судпромгиз, 1962.

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--|----|
| 1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА | 3 |
| 1.1. Электрические заряды. Свойства электрических зарядов. | 3 |
| 1.2. Закон Кулона | 4 |
| 1.3. Электрическое поле. Напряжённость электрического поля ... | 5 |
| 1.4. Принцип суперпозиции | 7 |
| 1.5. Поток вектора напряжённости | 9 |
| 1.6. Теорема Гаусса | 10 |
| 1.7. Примеры расчёта напряжённости полей с помощью теоремы Гаусса | 13 |
| 1.7.1. Поле бесконечной равномерно заряженной прямолинейной нити | 13 |
| 1.7.2. Поле бесконечной равномерно заряженной плоскости. | 15 |
| 1.7.3. Поле двух параллельных равномерно заряженных плоскостей с одинаковым по величине и противоположным по знаку зарядом | 16 |
| 1.7.4. Поле равномерно заряженной сферы | 17 |
| 1.8. Работа электростатических сил | 18 |
| 1.9. Циркуляция вектора напряжённости | 20 |
| 1.10. Потенциал электростатического поля | 21 |
| 1.11. Связь напряжённости и потенциала..... | 22 |
| 1.12. Графическое изображение электрического поля. Силовые линии. Эквипотенциальные поверхности | 23 |
| 1.13. Электрический диполь. Диполь в однородном электрическом поле | 25 |
| 1.14. Диэлектрики. Типы диэлектриков | 26 |
| 1.15. Поляризация диэлектриков | 27 |
| 1.16. Поле в однородном диэлектрике | 30 |
| 1.17. Вектор электрического смещения. Теорема Гаусса для поля в диэлектрике | 32 |
| 1.18. Условия на границе раздела двух диэлектриков | 34 |
| 1.19. Проводники в электрическом поле | 37 |
| 1.20. Замкнутые проводящие оболочки | 39 |
| 1.21. Электроёмкость уединённого проводника | 40 |
| 1.22. Конденсаторы | 42 |
| 1.23. Соединение конденсаторов..... | 43 |
| 1.24. Энергия заряженных проводников | 45 |
| 1.25. Энергия электрического поля..... | 46 |

| | |
|--|----|
| 2. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК | 47 |
| 2.1. Электродвижущая сила | 49 |
| 2.2. Закон Ома | 51 |
| 2.3. Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца | 53 |
| 3. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ | 54 |
| 3.1. Магнитное поле. Источник магнитного поля. Характеристики магнитного поля | 54 |
| 3.2. Индукция магнитного поля, созданного движущимся точечным зарядом | 55 |
| 3.3. Закон Био–Савара–Лапласа | 56 |
| 3.4. Расчёт магнитных полей с помощью закона Био–Савара–Лапласа | 58 |
| 3.4.1. Индукция магнитного поля отрезка прямоли- нейного проводника с током | 58 |
| 3.4.2. Индукция магнитного поля бесконечно длинного прямолинейного проводника с током | 59 |
| 3.4.3. Индукция магнитного поля в центре квадрата | 60 |
| 3.4.4. Расчёт магнитного поля замкнутого кругового тока (витка с током) | 61 |
| 3.5. Силовые линии магнитного поля | 62 |
| 3.6. Сила Лоренца | 63 |
| 3.7. Сила Ампера | 66 |
| 3.8. Контур с током в однородном магнитном поле | 67 |
| 3.9. Магнитный поток. Работа, совершаемая при перемещении проводника с током в магнитном поле | 69 |
| 3.10. Теорема Гаусса для магнитного поля | 71 |
| 3.11. Закон полного тока | 71 |
| 3.11.1. Магнитное поле бесконечного соленоида | 73 |
| 3.11.2. Магнитное поле тороида | 76 |
| 3.12. Индуктивность соленоида | 76 |
| 4. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ | 78 |
| 4.1. Намагничивание магнетика | 78 |
| 4.2. Напряжённость магнитного поля. Теорема о циркуляции вектора \mathbf{H} | 79 |
| 4.3. Магнитомеханические явления | 82 |
| 4.3.1. Диамагнетики | 84 |
| 4.3.2. Парамагнетики | 84 |
| 4.4. Ферромагнетики. Природа ферромагнетизма | 85 |
| 4.5. Намагничивание ферромагнетика. Этапы намагничивания . | 86 |
| 4.6. Явление гистерезиса | 87 |
| 4.7. Граничные условия для векторов \mathbf{B} и \mathbf{H} | 88 |

| | |
|--|-----|
| 5. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ | 92 |
| 5.1. Явление электромагнитной индукции | 92 |
| 5.2. Природа электромагнитной индукции..... | 94 |
| 5.3. Явление самоиндукции | 97 |
| 5.4. Взаимная индукция | 98 |
| 5.5. Ток смещения | 100 |
| 5.6. Уравнение Максвелла для циркуляции вектора H | 104 |
| 5.7. Уравнение Максвелла для циркуляции вектора E | 105 |
| 5.8. Энергия магнитного поля | 106 |
| 6. ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ | 108 |
| 6.1. Гармонические колебания. Параметры гармонических колебаний..... | 108 |
| 6.2. Формы представления гармонических колебаний | 109 |
| 6.3. Сложение гармонических колебаний | 111 |
| 6.3.1. Сложение одинаково направленных гармонических колебаний с равными частотами | 111 |
| 6.3.2. Сложение одинаково направленных колебаний с разными частотами. Биения | 112 |
| 6.3.3. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний.... | 113 |
| 6.4. Гармонический осциллятор | 116 |
| 6.4.1. Пружинный маятник | 117 |
| 6.4.2. Математический маятник | 118 |
| 6.4.3. Колебательный контур | 120 |
| 6.5. Энергия гармонического осциллятора..... | 121 |
| 7. ЗАТУХАЮЩИЕ КОЛЕБАНИЯ..... | 124 |
| 7.1. Затухающие колебания пружинного маятника..... | 124 |
| 7.2. Затухающие колебания в колебательном контуре..... | 126 |
| 7.3. Характеристики затухающих колебаний. | 127 |
| 7.4. Критическое затухание | 129 |
| 7.5. Энергия затухающих колебаний | 130 |

| | |
|--|---------|
| 8. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ | 130 |
| 8.1. Вынужденные колебания пружинного маятника | 131 |
| 8.2. Вынужденные колебания в колебательном контуре | 134 |
| 8.3. Зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты внешнего воздействия. Явление резонанса | 135 |
| 8.4. Добротность | 138 |
| 8.5. Зависимость фазы вынужденных колебаний от частоты..... | 138 |
| ВОЛНЫ | 139 |
| 9.1. Упругие волны | 139 |
| 9.2. Уравнение плоской гармонической волны..... | 141 |
| 9.3. Фазовая скорость | 143 |
| 9.4. Волновое уравнение | 144 |
| 9.5. Энергия упругой волны..... | 145 |
| 9.6. Стоячие волны. Колебания струны | 147 |
| 9.7. Групповая скорость | 149 |
| 10. Электромагнитные волны | 151 |
| Литература | 155 |