

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

С.А. ПОГОЖИХ, С.А. СТРЕЛЬЦОВ

ФИЗИКА

СБОРНИК ЗАДАЧ

МЕХАНИКА, МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА,
ТЕРМОДИНАМИКА, ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия

НОВОСИБИРСК
2019

УДК 53(076.1)
П 434

Рецензенты:

доцент кафедры общей и теоретической физики НГПУ
канд. техн. наук *В.Г. Приданов*;
профессор кафедры общей физики НГТУ
д-р физ.-мат. наук *А.А. Штыгашев*

Данное учебное пособие подготовлено на кафедре общей физики НГТУ
в соответствии с рабочей программой и предназначено для студентов
I–II курсов всех специальностей очной формы обучения
Факультета летательных аппаратов НГТУ

Погожих С.А.

П 434 Физика. Сборник задач. Механика, молекулярная физика,
термодинамика, электростатика: учебное пособие / С.А. Пого-
жих, С.А. Стрельцов. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2019. –
96 с.

ISBN 978-5-7782-3830-5

Пособие содержит основные типы задач, рассматриваемых на практических занятиях по физике, и предназначено для студентов всех специальностей Факультета летательных аппаратов. Сборник задач состоит из введения, основной части, разбитой на четыре раздела: механика, теория относительности, термодинамика и молекулярная физика, электричество, указаний и ответов. Для каждой темы приведены основные определения и формулы, примеры решения задач, справочные данные.

УДК 53(076.1)

ISBN 978-5-7782-3830-5

© Погожих С.А., Стрельцов С.А., 2019
© Новосибирский государственный
технический университет, 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	4
1. Механика	5
Занятие 1. Кинематика	21
Занятие 2. Динамика	23
Занятие 3. Динамика	24
Занятие 4. Законы сохранения	25
Занятие 5. Кинематика и динамика вращательного движения	27
Занятие 6. Закон сохранения момента импульса	29
Занятие 7. Силы инерции. Реактивная сила	31
2. Специальная теория относительности	33
Занятие 8. Релятивистская кинематика. Преобразования Лоренца	37
Занятие 9. Релятивистская динамика. Импульс и энергия частицы	39
Занятие 10. Коллоквиум	40
3. Молекулярная физика и термодинамика	41
Занятие 11. МКТ. Основные понятия	53
Занятие 12. Молекулярно-кинетическая теория	54
Занятие 13. Распределения Максвелла и Больцмана	55
Занятие 14. Первое начало термодинамики	57
Занятие 15. Циклы	58
Занятие 16. Явление переноса	59
4. Электростатика и постоянный ток	61
Занятие 17. Напряженность электрического поля. Электрический диполь	73
Занятие 18. Потенциал электрического поля. Теорема Гаусса	75
Занятие 19. Диэлектрики в электрическом поле	77
Занятие 20. Проводники в электрическом поле. Энергия электрического поля	78
Занятие 21. Законы Ома	80
Занятие 22. Работа и мощность тока	81
5. Справочные сведения	84
Библиографический список	92
Ответы	93

ПРЕДИСЛОВИЕ

Данный сборник задач предназначен для студентов всех специальностей ФЛА НГТУ дневной формы обучения. В нём авторы собрали задачи, используемые ими в процессе преподавания курса физики в течение ряда лет. Содержание сборника соответствует актуальным рабочим программам, принятым на кафедре общей физике НГТУ. Задачи подобраны таким образом, чтобы как можно более полно охватить содержание изучаемых разделов физики и рассчитаны на использование на аудиторных практических занятиях и на самостоятельное решение. Отбор задач произведен на основе многолетнего опыта преподавания авторов и включает задачи как разработанные авторами, так и содержащиеся в известных сборниках [1–3].

Сборник задач состоит из предисловия, основной части, разбитой на четыре раздела: механика, теория относительности, термодинамика и молекулярная физика, электричество, справочных данных, указаний и ответов. Для каждой темы приведены основные определения и формулы, примеры решения задач.

Все представленные задачи помимо того, что разбиты по темам, делятся на две группы – для аудиторной работы и для самостоятельного решения (имеют номер вида ДХ.Х). Рисунки даны в тексте задачи. Задачи для самостоятельного решения в большинстве своём аналогичны задачам, решаемым в аудитории, что должно способствовать закреплению пройденного материала. Как правило, общее количество аудиторных задач превышает возможности практического занятия. Поэтому выбор конкретных задач для данного занятия допускает варианты. В конце приведены численные ответы на задачи. Причём, если ответ получается простой подстановкой в формулу исходных величин (задача на отработку понятий), такие ответы, хоть и являются численными, не приведены. Если в задаче необходимо найти несколько величин, в ответах они приведены в том же порядке, что и в условиях.

1. МЕХАНИКА

Основные формулы

Перемещение

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1.$$

Средняя скорость

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}.$$

Средняя путевая скорость

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Закон сложения скоростей

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0,$$

где $\vec{v}$ – скорость в условно неподвижной системе координат, $\vec{v}'$ – скорость в движущейся системе координат, $\vec{v}_0$ – скорость движущейся системы координат относительно неподвижной.

Путь – расстояние, отсчитываемое вдоль траектории

$$s = \int_{t_1}^{t_2} |\vec{v}| dt.$$

Мгновенная скорость

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Мгновенное ускорение

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Полное ускорение при криволинейном движении

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau = \frac{v^2}{R} \vec{n} + \frac{d|\vec{v}|}{dt} \vec{\tau},$$

где $\vec{a}_n$ – нормальное ускорение, перпендикулярное скорости; $\vec{a}_\tau$ – тангенциальное ускорение, параллельное скорости; R – радиус окружности, аппроксимирующей данный участок траектории, кривизна траектории; $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к скорости; $\vec{\tau}$ – единичный вектор, параллельный скорости (рис. 1.1).

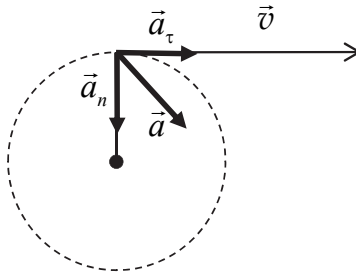


Рис. 1.1

Скорость и путь при прямолинейном равноускоренном движении

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t, \quad s = v_0t + \frac{at^2}{2}, \quad s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}.$$

Связь линейной и угловой скорости $\vec{v} = [\vec{\omega}; \vec{r}]$.

Угловая скорость и угловое ускорение

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}, \quad \vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}, \quad \omega = \frac{v}{R}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T},$$

где $d\vec{\varphi}$ – вектор углового перемещения, его направление, а также направление угловой скорости и углового ускорения определяются правилом правого винта; T – период обращения по окружности.

Второй закон Ньютона

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a},$$

где $\vec{p} = m\vec{v}$ – импульс тела.

Закон сохранения импульса для замкнутой системы (все импульсы должны быть записаны относительно этой же системы отчета)

$$\Sigma \vec{p} = \text{const}.$$

Сила трения и сила тяжести

$$F_{\text{тр}} = \mu N, \quad \vec{F} = m\vec{g},$$

где N – сила нормального давления (сила реакции опоры), направлена перпендикулярно поверхности, на которую опирается тело; μ – коэффициент трения.

Радиус-вектор центра масс системы тел $\vec{r}_c$ задается формулой

$$\vec{r}_c = \frac{\Sigma(m_i \vec{r}_i)}{\Sigma m_i}.$$

Интегральный закон Гука

$$F = -kx,$$

где F – сила, возникающая при упругих деформациях; k – коэффициент упругости тела; x – деформация тела, знак «минус» означает, что сила упругости направлена в сторону, противоположную деформации.

Дифференциальный закон Гука

$$\sigma = \varepsilon E,$$

где $\sigma = F/S$ – напряжение; F – сила растяжения (сжатия); S – площадь сечения образца, $\varepsilon = \Delta l/l$ – относительное удлинения образца; E – модуль Юнга (модуль упругости), характеризующий упругие свойства вещества образца.

Элементарная работа как результат действия силы определяется формулой

$$dA = \vec{F}d\vec{r} = Fdr \cos \alpha = Fds \cos \alpha, \quad |d\vec{r}| = ds,$$

где α – угол между векторами силы и перемещения. При нахождении полной работы элементарную работу необходимо интегрировать по перемещению.

Мощность, развиваемая силой при совершении работы

$$P = \frac{dA}{dt}.$$

Кинетическая энергия (обусловленная движением тела)

$$W_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Потенциальная энергия упруго деформированного тела

$$W_p = \frac{kx^2}{2}.$$

Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух тел массами m_1 и m_2

$$W_p = -G \frac{m_1 m_2}{r}.$$

Потенциальная энергия тела массы m на высоте h вблизи поверхности Земли

$$W_p = mgh.$$

Закон сохранения полной механической энергии для замкнутой системы

$$E = W_p + W_k = \text{const}.$$

Работа, совершаемая системой, равна убыли кинетической или потенциальной энергии системы

$$A = -\Delta W_p = -\Delta W_k.$$

Работа, совершаемая над системой внешними силами

$$A' = \Delta W_p + \Delta W_k.$$

Момент инерции системы материальных точек относительно неподвижной оси вращения

$$J = \sum m_i r_i^2,$$

где r_i – расстояние от оси вращения до данной материальной точки.

Момент импульса и момент силы

$$\vec{L} = [\vec{r}; \vec{p}] = J\vec{\omega}, \quad \vec{M} = [\vec{r}; \vec{F}].$$

Основное уравнение динамики вращательного движения (аналог второго закона Ньютона для вращательного движения)

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = J\vec{\epsilon}.$$

Теорема Штейнера

$$J = J_C + ma^2,$$

где J – момент инерции тела относительно произвольной оси; J_C – момент инерции тела относительно параллельной оси, проходящей через центр масс C тела; a – расстояние между осями.

Закон сохранения момента импульса для замкнутой системы (все моменты импульсов рассматриваются относительно одной и той же оси)

$$\sum \vec{L}_i = \text{const}.$$

Элементарная работа момента силы при повороте тела на угол $d\varphi$

$$dA = M d\varphi.$$

Кинетическая энергия вращательного движения

$$W_k = \frac{J\omega^2}{2}.$$

Полная кинетическая энергия твердого тела

$$W_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2},$$

где v – скорость центра масс тела; J – момент инерции тела относительно центра масс; ω – угловая скорость тела относительно оси, проходящей через центр масс.

Условия равновесия твердого тела

$$\Sigma \vec{F}_i = 0, \quad \Sigma \vec{M}_i = 0,$$

где M – моменты сил, действующие на тело относительно одной и той же оси.

Задачи на второй закон Ньютона решаются координатным методом по следующему алгоритму.

1. Сделать рисунок, соответствующий сюжету задачи;
2. Расставить силы, действующие на все тела. Если движение поступательное, вектора сил нужно прикладывать к центру масс тела, считая его материальной точкой;
3. Выбрать направления ускорений для всех тел;
4. Выбрать направления координатных осей. Удобно выбирать декартовы оси по направлению взаимно перпендикулярных сил, в этом случае проекций будет меньше. В общем случае нужно выбирать оси для каждого тела;
5. Записать второй закон Ньютона в векторном виде для каждого тела в виде

$$m\vec{a} = \Sigma \vec{F}_i;$$

6. Записать второй закон Ньютона для каждого тела в проекциях на каждую ось;
7. Выписать недостающие уравнения связи, связывающие искомые и данные величины между собой во всевозможных комбинациях;
8. Решить полученную систему уравнений. Полезно провести анализ на наличие зависимых уравнений и исключить их из системы. В идеале число уравнений должно равняться числу неизвестных;
9. Если полученное ускорение оказалось отрицательным, то реальное ускорение направлено в противоположную сторону.

Следует быть осторожным при выборе направления силы трения скольжения и особенно силы трения покоя. Их направления зависят от направления движения (для трения покоя от направления возможного движения), поэтому, в случае неоднозначности при определении направления движения необходимо рассмотреть все варианты.

Примеры решения задач

Пример 1.1. На гладкую горизонтальную плоскость помещены три массы $m_1 = 1$ кг, $m_2 = 2$ кг, $m_3 = 3$ кг, связанные нитями между собой. Нить, связывающая m_3 и $m_4 = 1$ кг, перекинута через неподвижный невесомый блок (рис. 1.2). Найти ускорение системы и натяжение всех нитей, считая, что нити невесомы и нерастяжимы, трение отсутствует.

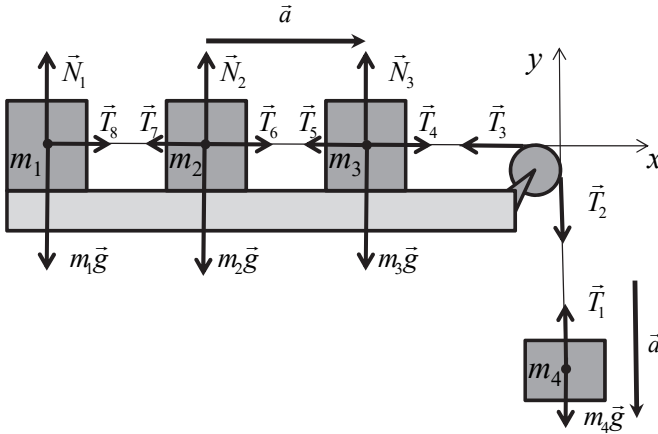


Рис. 1.2

Решение

Решение будем проводить по указанному алгоритму.

1. Сделаем рисунок (рис. 1.2).
2. Расставим силы, действующие на все тела – силы тяжести m_1g , m_2g , m_3g , m_4g направлены вертикально вниз, силы натяжения нитей $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_7, T_8$ направлены по нитям, силы реакций опоры N_1, N_2, N_3 направлены перпендикулярно поверхности, на которую опирается тело. Хотя блок невесомый, он участвует в движении и перенаправляет силы натяжения, поэтому прикладываем силы натяжения к точкам касания нитью блока.

3. Так как нити нерастяжимы, то все тела движутся с одинаковым по модулю ускорением $\vec{a}$, направление которого определяется однозначно.

4. Координатные оси x и y направим вдоль линий действия сил горизонтально и вертикально. В данном случае направления сил либо вертикально, либо горизонтально. Поэтому достаточно двух осей для всех тел.

5. Вторым закон Ньютона в векторной форме для всех четырех тел

$$m_1 \vec{a} = m_1 \vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{T}_8,$$

$$m_2 \vec{a} = m_2 \vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{T}_7 + \vec{T}_6,$$

$$m_3 \vec{a} = m_3 \vec{g} + \vec{N}_3 + \vec{T}_5 + \vec{T}_4,$$

$$m_4 \vec{a} = m_4 \vec{g} + \vec{T}_1.$$

6. Запишем предыдущие уравнения в проекциях на каждую ось

$$m_1 a = T_8,$$

$$0 = -m_1 g + N_1,$$

$$m_2 a = T_6 - T_7,$$

$$0 = -m_2 g + N_2,$$

$$m_3 a = T_4 - T_5,$$

$$0 = -m_3 g + N_3,$$

$$-m_4 a = -m_4 g + T_1.$$

7. Уравнения связи следуют из третьего закона Ньютона (в скалярном виде): $T_1 = T_2$, $T_3 = T_4$, $T_5 = T_6$, $T_7 = T_8$. Так как блок невесомый, на его раскрутку не требуется приложения силы, то он лишь изменяет направление и поэтому $T_3 = T_2$, а отсюда $T_1 = T_4$.

8. Таким образом, имеется 12 скалярных уравнений и 12 неизвестных $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_7, T_8, N_1, N_2, N_3, a$. Такая система полностью решается, но явно избыточна. Пользуясь уравнениями связи и тем, что нужно найти только ускорение, исключаем лишние неизвестные и уравнения. Получаем

$$m_1 a = T_8,$$

$$m_2 a = T_6 - T_8,$$

$$m_3 a = T_1 - T_6,$$

$$-m_4 a = -m_4 g + T_1.$$

Итого 4 уравнения и 4 неизвестные, которые нужно найти по условию задачи. Умножим четвертое уравнения на (-1) и просуммировав левые и правые части всех уравнений, получим

$$(m_1 + m_2 + m_3 + m_4)a = m_4 g.$$

Отсюда найдем ускорение

$$a = \frac{m_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} g.$$

Подставив найденное ускорение в первое уравнение системы, найдем T_8 . Подставив ускорение и T_8 во второе, найдем T_6 . T_1 можно найти аналогичным образом как из третьего, так и из четвертого уравнений. В итоге получим

$$T_8 = \frac{m_1 m_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} g,$$

$$T_6 = \frac{(m_1 + m_2)m_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} g,$$

$$T_1 = \frac{(m_1 + m_2 + m_3)m_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} g.$$

Подставив значения величин, найдем значения ускорения и сил натяжения

$$a = 1,43 \text{ м/с}^2,$$

$$T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = 8,6 \text{ Н},$$

$$T_5 = T_6 = 4,3 \text{ Н},$$

$$T_7 = T_8 = 1,25 \text{ Н}.$$

Ускорение получилось положительным, значит, его направление выбрано верно.

Заметим, что формулу для ускорения можно было написать сразу, ускорение равно результирующей внешней силе, делённой на всю массу системы, внешняя некомпенсированная сила только одна – сила тяжести, действующая на груз m_4 . Однако, в сложных случаях это сделать не представляется возможным. Приведенный же алгоритм позволяет решить любую задачу.

Приведенное решение излишне подробно. По мере приобретения опыта можно объединять и пропускать некоторые шаги, но в сложных случаях необходимо следовать алгоритму неукоснительно.

Пример 1.2. К невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через неподвижный блок, привязаны два груза. Первый груз массой 3 кг расположен на шероховатой наклонной плоскости (30° с горизонтом), второй массой 2 кг висит только на нити. Блок представляет собой однородный диск массой 1 кг и радиусом 10 см. Определить, в какую сторону будет двигаться система. Найти ускорение системы, угловое ускорение блока, суммарный момент силы, действующий на блок и натяжение нити с каждой стороны блока, считая, что нити невесомы и нерастяжимы. Коэффициент трения груза о плоскость 0,1, трением в оси блока пренебречь.

Решение

В этой задаче рассматривается одновременно поступательное и вращательное движение. Поэтому рассмотрение дополняем уравнениями динамики вращательного движения. К ним применяются те же подходы, что и к поступательному движению, поэтому используем тот же алгоритм, решение принципиально не отличается от предыдущего случая.

Расставим силы, сразу учтя третий закон Ньютона в отношении сил натяжения, используя знак « $\leftarrow$ » (рис. 1.3). Так как блок тяжелый, то силы натяжения слева и справа блока не равны, разница моментов этих сил приводит во вращение блок.

Перед расстановкой силы трения необходимо выбрать направление движения, т. е. ускорения. Направим ускорение так, чтобы второй груз опускался вниз. В данных условиях задачи это не очевидно и впоследствии необходимо провести проверку правильности выбора. Тогда сила трения, действующая на первый груз, направлена против ускорения (движения).

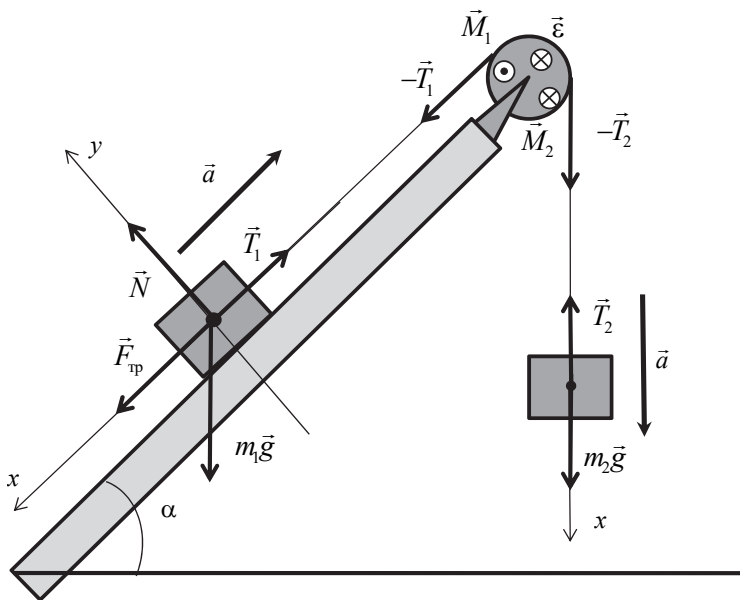


Рис. 1.3

Момент силы $-\vec{T}_1$ вращает блок против часовой стрелки, вектор этого момента обозначим кружком с точкой – в соответствии с правилом правого винта. Момент силы $-\vec{T}_2$ вращает блок по часовой стрелке, его обозначим кружком с крестиком. В соответствии с принятым ускорением блок в итоге будет вращаться, ускоряясь, по часовой стрелке, вектор углового ускорения $\vec{\varepsilon}$ обозначим также кружком с крестиком. *Недопустимо обозначать вектора моментов, угловых ускорений и угловых скоростей круглыми стрелками «по» и «против» часовой стрелки!*

Запишем второй закон Ньютона в векторной форме для всех трех тел

$$m_1 \vec{a} = m_1 \vec{g} + \vec{N} + \vec{T}_1 + \vec{F}_{\text{тр}},$$

$$m_2 \vec{a} = m_2 \vec{g} + \vec{T}_2,$$

$$J \vec{\varepsilon} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2.$$

Последнее уравнение – основное уравнение динамики вращательного движения для блока – аналог второго закона Ньютона. J – момент инерции блока.

Направления осей выберем по силам для первого и второго тела. Для вращательного движения необходима только одна ось, она перпендикулярна плоскости рисунка. Изображать ее необязательно, можно считать, что величины, обеспечивающие вращение по часовой стрелке будут положительными, против – отрицательными.

Запишем уравнения в проекциях на каждую ось. У нас для каждого тела принята своя система осей. Добавим уравнения связи (m и r – масса и радиус блока).

$$-m_1 a = m_1 g \sin \alpha - T_1 + F_{\text{тр}},$$

$$0 = -m_1 g \cos \alpha + N, \quad m_2 a = m_2 g - T_2,$$

$$J\varepsilon = -M_1 + M_2, \quad F_{\text{тр}} = \mu N,$$

$$M_1 = T_1 r, \quad M_2 = T_2 r,$$

$$J = \frac{1}{2} m r^2, \quad \varepsilon = \frac{a}{r}.$$

После подстановки всех выражений связи в первые четыре уравнения получим

$$m_1 a = T_1 - (m_1 g \sin \alpha + \mu m_1 g \cos \alpha),$$

$$m_2 a = m_2 g - T_2,$$

$$\frac{1}{2} m a = T_2 - T_1.$$

Проверим справедливость выбранного направления движения. Непосредственно перед началом движения ускорение равно 0 и $T_1 = T_2$ (следует из последнего уравнения). Тогда условие движения в выбранном направлении

$$m_2 g > (m_1 g \sin \alpha + \mu m_1 g \cos \alpha).$$

Подставив данные, получим $20 \text{ Н} > 17,5 \text{ Н}$, т. е. мы выбрали направление движения правильно.

Просуммировав уравнения последней системы и выразив ускорение, получим

$$a = \frac{m_2 - (m_1 \sin \alpha + \mu m_1 \cos \alpha)}{m_1 + m_2 + 0,5m} g \approx 0,45 \text{ мс}^{-2}.$$

Из второго и третьего уравнений системы находим T_1 и T_2

$$T_2 = m_2 g - m_2 a \approx 19,1 \text{ Н},$$

$$T_1 = T_2 - \frac{1}{2} m a \approx 18,85 \text{ Н}.$$

Результирующий момент сил, действующий на блок равен разности моментов сил T_1 и T_2

$$M = M_2 - M_1 = T_2 r - T_1 r = 0,023 \text{ Н}\cdot\text{м},$$

а угловое ускорение $\varepsilon = a/r = 4,5 \text{ рад/с}^2$.

Замечание. Если соотношение масс таково, что не удовлетворяет условию выбранного направления движения

$$m_2 g > (m_1 g \sin \alpha + \mu m_1 g \cos \alpha),$$

то это еще не означает, что система движется в другую сторону, так как в этом случае направление силы трения также изменяется и это условие примет вид

$$m_2 g < (m_1 g \sin \alpha - \mu m_1 g \cos \alpha).$$

Таким образом, в достаточно широком интервале соотношений масс грузов система будет неподвижна, что обусловлено зависимостью силы трения покоя от приложенной силы. Движение возможно только в случае, если

$$|m_2 g - m_1 g \sin \alpha| > \mu m_1 g \cos \alpha.$$

Пример 1.3. В задаче из примера 1.2 второй груз опустился на 1 м. Найти кинетическую энергию системы и работу, произведенную системой против силы трения.

Решение

Задачи на законы сохранения можно отнести к условному типу задач на состояния. Рассматриваются исходные и конечные состояния. В данном случае в исходном состоянии (до начала движения) система обладала некоторой потенциальной и нулевой кинетической энергиями. В конечном состоянии первый груз поднялся, увеличив свою потенциальную энергию, а второй опустился, уменьшив свою потенциальную энергию. Кроме того, система совершила работу против силы трения за счет потенциальной энергии второго тела. Оба тела приобрели скорость, увеличив кинетическую энергию. Общий энергетический баланс будет выглядеть так:

$$-\Delta W_{p2} = \Delta W_{p1} + W_{k1} + W_{k2} + A_{\text{тр}},$$

т. е. убыль потенциальной энергии второго груза пошла на увеличение потенциальной и кинетической энергий первого груза, работу против силы трения и увеличение кинетической энергии второго груза.

Работа по преодолению силы трения равна $A_{\text{тр}} = F_{\text{тр}} h$, второй груз прошел тот же путь, что и первый, так как нить нерастяжима. Из примера 1.2 возьмем значение силы трения $F_{\text{тр}} = \mu m_1 g \cos \alpha$. Тогда работа $A_{\text{тр}} = \mu m_1 g h \cos \alpha$.

Приращение потенциальной энергии первого тела найдем как

$$\Delta W_{p1} = m_1 g h' = m_1 g h \sin \alpha.$$

Таким образом, закон сохранения механической энергии запишется так

$$m_2 g h = m_1 g h \sin \alpha + W_{k1} + W_{k2} + \mu m_1 g h \cos \alpha.$$

Суммарная кинетическая энергия

$$W_k = W_{k1} + W_{k2} = m_2 g h - m_1 g h \sin \alpha - \mu m_1 g h \cos \alpha.$$

Последнее слагаемое есть работа силы трения, она равна

$$A_{\text{тр}} = 0,1 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 0,86 = 2,58 \text{ Дж.}$$

Суммарная кинетическая энергия будет равна

$$W_k = 2 \cdot 10 \cdot 1 - 3 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 0,5 - 2,58 = 2,42 \text{ Дж.}$$

Пример 1.4. Конькобежец массой $M = 70$ кг, стоя на льду, бросил горизонтально груз массой $m = 5$ кг со скоростью 5 м/с. В результате конькобежец отъехал на 1 м в противоположную сторону и остановился. Определить работу, произведенную конькобежцем и коэффициент трения коньков о лед.

Решение

До броска конькобежец и груз были неподвижны, внешние силы в горизонтальном направлении не действовали, следовательно, импульс системы конькобежец-груз остается неизменным и равным нулю. После броска каждое тело приобрело свой импульс, векторная сумма которых остается нулевой в соответствии с законом сохранения импульса (рис. 1.4).

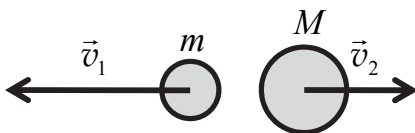


Рис. 1.4

Таким образом $0 = m \vec{v}_1 + M \vec{v}_2$. Важно, чтобы все используемые импульсы были записаны в одной и той же системе отчета. В данном случае удобно брать систему отчета, связанную со льдом. Закон сохранения импульса в проекциях на горизонтальную ось $0 = mv_1 - Mv_2$, отсюда

$$v_2 = \frac{m}{M} v_1.$$

Работа, произведенная конькобежцем, равна суммарной кинетической энергии, сообщенной системе

$$\begin{aligned} A &= \frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mv_2^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{m^2v_1^2}{2M} = \\ &= \frac{5 \cdot 25}{2} + \frac{25 \cdot 25}{2 \cdot 70} = 62,5 + 4,5 = 67 \text{ Дж}, \end{aligned}$$

второе слагаемое есть кинетическая энергия конькобежца.

Конькобежец остановится, когда вся его кинетическая энергия перейдет в работу силы трения $F_{\text{тр}} = \mu Mg$. Так как работа $A = sF_{\text{тр}}$, найдем коэффициент трения

$$\mu = \frac{W_k}{sMg} = \frac{4,5}{1 \cdot 70 \cdot 10} = 0,006.$$

Пример 1.5. Диск массой 5 кг и радиусом 10 см, вращающийся с частотой 10 об/с, приводится в сцепление с неподвижным диском массой 10 кг такого же радиуса, соосным с первым. Определить энергию, которая пойдет на нагревание дисков, если при их сцеплении скольжение отсутствует.

Решение

Внешних сил нет, поэтому, в соответствии с законом сохранения момента импульса, исходный момент импульса не изменился. После соединения диски вращаются вместе с одинаковой угловой скоростью. Тогда

$$\vec{L}_0 = \vec{L}.$$

Направление сохраняется первоначальное, поэтому от векторов можно отказаться. Так как моменты инерции относительно одной оси можно складывать, то, подставив выражения для моментов импульса и моментов инерции дисков, получим

$$J_1 \omega_0 = (J_1 + J_2) \omega \quad \text{или} \quad \frac{1}{2} m_1 r^2 \omega_0 = \left(\frac{1}{2} m_1 r^2 + \frac{1}{2} m_2 r^2 \right) \omega.$$

Отсюда угловая скорость сцепленных дисков

$$\omega = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \omega_0.$$

Описанное в задаче явление аналогично неупругому удару поступательно движущихся тел. Поэтому энергия, пошедшая на нагревание дисков, будет вычисляться как разность кинетических энергий системы до и после сцепления

$$Q = W_{k0} - W_k = \frac{J_1 \omega_0^2}{2} - \frac{(J_1 + J_2) \omega^2}{2} = \frac{m_1 r^2 \omega_0^2}{4} - \frac{(m_1 + m_2) r^2 \omega^2}{4}.$$

Поставив выражение для конечной угловой скорости и, учитывая $\omega = 2\pi\nu$, получим

$$Q = \frac{m_1 r^2 \omega_0^2}{4} \left(1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right) = \pi^2 m_1 r^2 \nu^2 \left(1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right).$$

Подставив численные значения величин, рассчитаем искомую тепловую энергию

$$Q = 3,14^2 \cdot 5 \cdot 0,01 \cdot 100 \cdot \left(1 - \frac{5}{5+10} \right) = 33 \text{ Дж}.$$

Занятие 1. Кинематика

1.1. Зависимость скорости от времени для движения некоторого тела представлена на рис. 1.5. Определить среднюю путевую скорость $\langle v \rangle$ за время, равное 14 с.

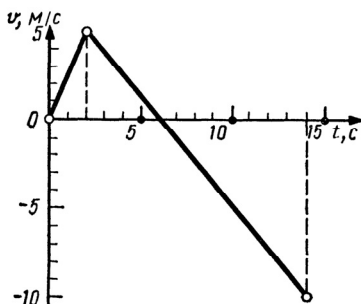


Рис. 1.5

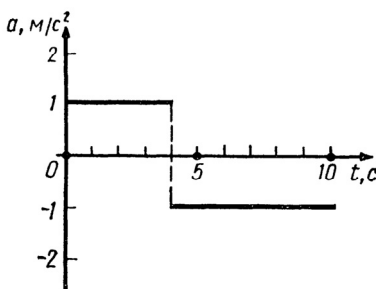


Рис. 1.6

1.2. Зависимость ускорения от времени при некотором движении тела представлена на рис. 1.6. Определить среднюю путевую скорость $\langle v \rangle$ за время 8 с. Начальная скорость $v_0 = 0$.

1.3. Движение материальной точки задано уравнением $x = At + Bt^2$, где $A = 4 \text{ м/с}$, $B = -0,05 \text{ м/с}^2$. Определить момент времени, в который скорость v точки равна нулю. Найти координату и ускорение в этот момент. Построить графики зависимости координаты, пути, скорости и ускорения этого движения от времени.

1.4. С какой высоты H упало тело, если последний метр своего пути оно прошло за время $0,1$ с?

1.5. Движение материальной точки задано уравнением $\vec{r}(t) = (A + Bt^2)\vec{i} + Ct\vec{j}$, где $A = 10$ м, $B = 5$ м/с², $C = 10$ м/с. Начертить траекторию точки. Найти выражения $v(t)$ и $a(t)$. Для момента времени $t = 1$ с вычислить: 1) модуль скорости $|\vec{v}|$; 2) модуль ускорения $|\vec{a}|$; 3) модуль тангенциального ускорения $|\vec{a}_t|$; 4) модуль нормального ускорения $|\vec{a}_n|$.

1.6. Точка движется по окружности радиусом $R = 4$ м. Начальная скорость v_0 точки равна 3 м/с, тангенциальное ускорение $a_t = 1$ м/с². Для момента времени $t = 2$ с определить: 1) длину пути, пройденного точкой; 2) модуль перемещения $|\Delta\vec{r}|$; 3) среднюю путевую скорость; 4) модуль вектора средней скорости $|\langle \vec{v} \rangle|$.

Задачи для самостоятельного решения 1

Д1.1. Проектор O (рис. 1.7) установлен на расстоянии $l = 100$ м от стены AB и бросает светлое пятно на эту стену. Проектор вращается вокруг вертикальной оси, делая один оборот за время $T = 20$ с. Найти: 1) уравнение движения светлого пятна по стене в течение первой четверти оборота; 2) скорость, с которой светлое пятно движется по стене, в момент времени $t = 2$ с. За начало отсчета принять момент, когда направление луча совпадает с OC .

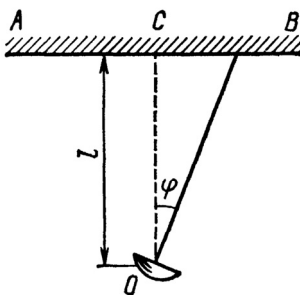


Рис. 1.7

Д1.2. Камень падает с высоты $h = 1200$ м. Какой путь s пройдет камень за последнюю секунду своего падения?

Д1.3. Материальная точка движется по плоскости согласно уравнению $\vec{r}(t) = At^3\vec{i} + Bt^2\vec{j}$. Написать зависимости: 1) $\vec{v}(t)$; 2) $\vec{a}(t)$.

Д1.4. Движение точки по кривой задано уравнениями $x = A_1t^3$ и $y = A_2t$, где $A_1 = 1 \text{ м/с}^3$, $A_2 = 2 \text{ м/с}$. Найти уравнение траектории точки, ее скорость v и полное ускорение a в момент времени $t = 0,8$ с.

Занятие 2. Динамика

2.1. К пружинным весам подвешен блок. Через блок перекинут шнур, к концам которого привязали грузы массами $m_1 = 1,5 \text{ кг}$ и $m_2 = 3 \text{ кг}$. Каково будет показание весов во время движения грузов? Массой блока и шнура пренебречь.

2.2. На гладком столе лежит брусок массой $m = 4 \text{ кг}$. К бруску привязаны два шнура, перекинутые через неподвижные блоки, прикрепленные к противоположным краям стола. К концам шнуров подвешены гири, массы которых $m_1 = 1 \text{ кг}$ и $m_2 = 2 \text{ кг}$. Найти ускорение a , с которым движется брусок, и силу натяжения T каждого из шнуров. Массой блоков и трением пренебречь.

2.3. Шайба, пущенная по поверхности льда с начальной скоростью $v_0 = 20 \text{ м/с}$, остановилась через $t = 40$ с. Найти коэффициент трения μ шайбы о лед.

2.4. Материальная точка массой $m = 1 \text{ кг}$, двигаясь равномерно, описывает четверть окружности радиусом $r = 1,2 \text{ м}$ в течение времени $t = 2$ с. Найти изменение Δp импульса точки.

2.5. Шарик массой $m = 300 \text{ г}$ ударился о стену и отскочил от нее. Определить импульс p_1 , полученный стеной, если в последний момент перед ударом шарик имел скорость $v_0 = 10 \text{ м/с}$, направленную под углом $\alpha = 30^\circ$ к поверхности стены. Удар считать абсолютно упругим.

2.6. Космический корабль имеет массу $m = 3,5 \text{ т}$. При маневрировании из его двигателей вырывается струя газов со скоростью $v = 800 \text{ м/с}$; расход горючего $Q_m = 0,2 \text{ кг/с}$. Найти реактивную силу двигателей и ускорение a , которое она сообщает кораблю.

Задачи для самостоятельного решения 2

Д2.1. Два бруска массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 4$ кг, соединенные шнуром, лежат на столе. С каким ускорением будут двигаться бруски, если к одному из них приложить силу $F = 10$ Н, направленную горизонтально? Какова будет сила натяжения T шнура, соединяющего бруски, если силу 10 Н приложить к первому бруску? Ко второму бруску? Трением пренебречь.

Д2.2. Наклонная плоскость, образующая угол $\alpha = 25^\circ$ с плоскостью горизонта, имеет длину $l = 2$ м. Тело, двигаясь равноускоренно, соскользнуло с этой плоскости за время $t = 2$ с. Определить коэффициент трения μ тела о плоскость.

Д2.3. Материальная точка массой $m = 2$ кг движется под действием некоторой силы F согласно уравнению $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $C = 1$ м/с², $D = -0,2$ м/с³. Найти значения этой силы в моменты времени $t_1 = 2$ с и $t_2 = 5$ с. В какой момент времени сила равна нулю?

Д2.4. Тело массой $m = 5$ кг брошено под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту с начальной скоростью $v_0 = 20$ м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти: 1) импульс силы F , действующей на тело, за время его полета; 2) изменение Δp импульса тела за время полета.

Занятие 3. Динамика

3.1. Самолет описывает петлю Нестерова радиусом $R = 200$ м. Во сколько раз сила F , с которой летчик давит на сиденье в нижней точке, больше силы тяжести летчика, если скорость самолета $v = 100$ м/с? Найти аналогичный параметр в верхней точке.

3.2. Грузик, привязанный к шнуру длиной $l = 50$ см, описывает окружность в горизонтальной плоскости. Какой угол φ образует шнур с вертикалью, если частота вращения $n = 1$ с⁻¹?

3.3. Автомобиль идет по закруглению шоссе, радиус R кривизны которого равен 200 м. Коэффициент трения μ колес о покрытие дороги равен 0,1 (гололед). При какой скорости v автомобиля начнется его занос?

3.4. На полу стоит тележка в виде длинной доски, снабженной легкими колесами. На одном конце доски стоит человек. Масса человека

$M = 60$ кг, масса доски $m = 20$ кг. С какой скоростью u (относительно пола) будет двигаться тележка, если человек пойдет вдоль доски со скоростью (относительно доски) $v = 1$ м/с? Массой колес пренебречь. Трение во втулках не учитывать.

3.5. В предыдущей задаче найти, на какое расстояние d : 1) передвинется тележка, если человек перейдет на другой конец доски; 2) переместится человек относительно пола; 3) переместится центр масс системы тележка – человек относительно доски и относительно пола. Длина l доски равна 2 м.

3.6. Два конькобежца массами $m_1 = 80$ кг и $m_2 = 50$ кг, держась за концы длинного натянутого шнура, неподвижно стоят на льду один против другого. Один из них начинает укорачивать шнур, выбирая его со скоростью $v = 1$ м/с. С какими скоростями u_1 и u_2 будут двигаться по льду конькобежцы? Трением пренебречь.

Задачи для самостоятельного решения 3

ДЗ.1. Диск радиусом $R = 40$ см вращается вокруг вертикальной оси. На краю диска лежит кубик. Принимая коэффициент трения $\mu = 0,4$, найти частоту n вращения, при которой кубик соскользнет с диска.

ДЗ.2. Акробат на мотоцикле описывает «мертвую петлю» радиусом $r = 4$ м. С какой наименьшей скоростью $v_{\min}$ должен проезжать акробат верхнюю точку петли, чтобы не сорваться?

ДЗ.3. К шнуру подвешена гиря. Гирю отвели в сторону так, что шнур принял горизонтальное положение, и отпустили. Как велика сила натяжения T шнура в момент, когда гиря проходит положение равновесия? Какой угол φ с вертикалью составляет шнур в момент, когда сила натяжения шнура равна силе тяжести гири?

ДЗ.4. Автомобиль массой $m = 5$ т движется со скоростью $v = 10$ м/с по выпуклому мосту. Определить силу F давления автомобиля на мост в его верхней части, если радиус R кривизны моста равен 50 м.

Занятие 4. Законы сохранения

4.1. Найти работу A подъема груза по наклонной плоскости длиной $l = 2$ м, если масса m груза равна 100 кг, угол наклона $\varphi = 30^\circ$, коэффициент трения $\mu = 0,1$ и груз движется с ускорением $a = 1$ м/с².

4.2. Вычислить работу A , совершаемую на пути $s = 12$ м равномерно возрастающей силой, если в начале пути сила $F_1 = 10$ Н, в конце пути $F_2 = 46$ Н.

4.3. Материальная точка массой $m = 2$ кг двигаясь под действием некоторой силы, направленной вдоль оси Ox согласно уравнению $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $B = -2$ м/с, $C = 1$ м/с², $D = -0,2$ м/с³. Найти мощность P развиваемую силой в момент времени $t_1 = 2$ с и $t_2 = 5$ с.

4.4. Ядро атома распадается на два осколка массами $m_1 = 1,6 \times 10^{-25}$ кг и $m_2 = 2,4 \cdot 10^{-25}$ кг. Определить кинетическую энергию T_2 второго осколка, если энергия T_1 первого осколка равна 18 нДж.

4.5. Шар массой $m_1 = 200$ г, движущийся со скоростью $v_1 = 10$ м/с, ударяет неподвижный шар массой $m_2 = 800$ г. Удар прямой, абсолютно упругий. Каковы будут скорости u_1 и u_2 шаров после удара?

4.6. 122-мм гаубица М-30 (рис. 1.8) имеет следующие тактико-технические характеристики: масса снаряда 22 кг, начальная скорость снаряда 515 м/с, масса ствола 750 кг, откат ствола относительно лафета после выстрела 950 мм. Найти скорость ствола сразу после выстрела. Оценить силу, действующую на врытые в землю сошники.

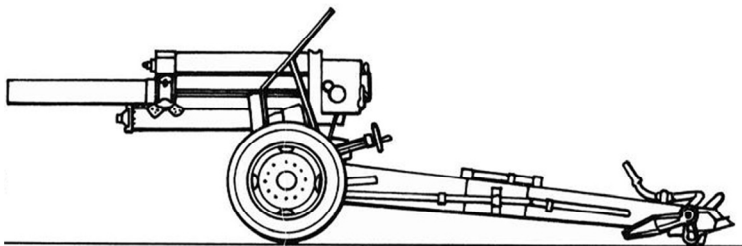


Рис. 1.8

Задачи для самостоятельного решения 4

Д4.1. Под действием постоянной силы F вагонетка прошла путь $s = 5$ м и приобрела скорость $v = 2$ м/с. Определить работу A силы, если масса m вагонетки равна 400 кг и коэффициент трения $\mu = 0,01$.

Д4.2. При выстреле из орудия снаряд массой $m_1 = 10$ кг получает кинетическую энергию $T_1 = 1,8$ МДж. Определить кинетическую энергию T_2 ствола орудия вследствие отдачи, если масса m_2 ствола орудия равна 600 кг.

Д4.3. Два неупругих шара массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 3$ кг движутся со скоростями соответственно $v_1 = 8$ м/с и $v_2 = 4$ м/с. Определить увеличение ΔU внутренней энергии шаров при их столкновении в двух случаях: 1) меньший шар нагоняет больший; 2) шары движутся навстречу друг другу.

Д4.4. Шар массой $m_1 = 2$ кг налетает на покоящийся шар массой $m_2 = 8$ кг. Импульс p_1 движущегося шара равен 10 кг·м/с. Удар шаров прямой, упругий. Определить непосредственно после удара: 1) импульсы p'_1 первого шара и p'_2 второго шара; 2) изменение Δp_1 импульса первого шара; 3) кинетические энергии T'_1 первого шара и T'_2 второго шара; 4) изменение ΔT_1 кинетической энергии первого шара; 5) долю w кинетической энергии, переданной первым шаром второму.

Занятие 5. Кинематика и динамика вращательного движения

5.1. Определить момент инерции J тонкого однородного стержня длиной $l = 60$ см и массой $m = 100$ г относительно оси, перпендикулярной ему и проходящей через точку стержня, удаленную на $a = 20$ см от одного из его концов.

5.2. Диаметр диска $d = 20$ см, масса $m = 800$ г. Определить момент инерции J диска относительно оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно плоскости диска.

5.3. На горизонтальную ось насажены маховик и легкий шкив радиусом $R = 5$ см. На шкив намотан шнур, к которому привязан груз массой $m = 0,4$ кг. Опускаясь равноускоренно, груз прошел путь $s = 1,8$ м за время $t = 3$ с. Определить момент инерции J маховика. Массу шкива считать пренебрежимо малой.

5.4. На цилиндр намотана тонкая гибкая нерастяжимая лента, массой которой по сравнению с массой цилиндра можно пренебречь. Сво-

бодный конец ленты прикрепили к кронштейну и предоставили цилиндру опускаться под действием силы тяжести. Определить линейное ускорение a оси цилиндра, если цилиндр: 1) сплошной; 2) полый тонкостенный.

5.5. Через неподвижный блок массой $m = 0,2$ кг перекинут шнур, к концам которого подвесили грузы массами $m_1 = 0,3$ кг и $m_2 = 0,5$ кг. Определить силы натяжения T_1 и T_2 шнура по обе стороны блока во время движения грузов, если масса блока равномерно распределена по ободу.

5.6. Шар массой $m = 10$ кг и радиусом $R = 20$ см вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Уравнение вращения шара имеет вид $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$, где $B = 4$ рад/с², $C = -1$ рад/с³. Найти закон изменения момента сил, действующих на шар. Определить момент сил M в момент времени $t = 2$ с.

Задачи для самостоятельного решения 5

Д5.1. Определить момент инерции J тонкого однородного стержня длиной $l = 30$ см и массой $m = 100$ г относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через: 1) его конец; 2) его середину; 3) точку, отстоящую от конца стержня на $1/3$ его длины.

Д5.2. Вычислить момент инерции J проволочного прямоугольника со сторонами $a = 12$ см и $b = 16$ см относительно оси, лежащей в плоскости прямоугольника и проходящей через середины малых сторон. Масса равномерно распределена по длине проволоки с линейной плотностью $\tau = 0,1$ кг/м.

Д5.3. Вал массой $m = 100$ кг и радиусом $R = 5$ см вращался с частотой $n = 8$ с⁻¹. К цилиндрической поверхности вала прижали тормозную колодку с силой $F = 40$ Н, под действием которой вал остановился через $t = 10$ с. Определить коэффициент трения μ .

Д5.4. Через блок, имеющий форму диска, перекинут шнур. К концам шнура привязали грузики массой $m_1 = 100$ г и $m_2 = 110$ г. С каким ускорением a будут двигаться грузики, если масса m блока равна 400 г? Трение при вращении блока ничтожно мало.

Занятие 6. Закон сохранения момента импульса

6.1. Однородный диск массой $m_1 = 0,2$ кг и радиусом $R = 20$ см может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси z , перпендикулярной плоскости диска и проходящей через точку C (рис. 1.9). В точку A на образующей диска попадает пластилиновый шарик, летящий горизонтально (перпендикулярно оси z) со скоростью $v = 10$ м/с, и прилипает к его поверхности. Масса m_2 шарика равна 10 г. Определить угловую скорость ω диска и линейную скорость u точки O на диске в начальный момент времени. Вычисления выполнить для следующих значений a и b : 1) $a = b = R$; 2) $a = R/2$; $b = R$; 3) $a = 2R/3$, $b = R/2$; 4) $a = R/3$, $b = 2R/3$.

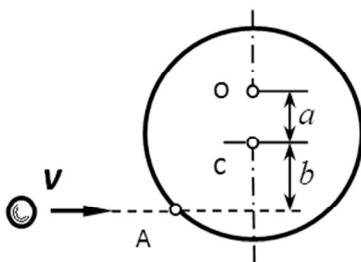


Рис. 1.9

6.2. На краю горизонтальной платформы, имеющей форму диска радиусом $R = 2$ м, стоит человек массой $m_1 = 80$ кг. Масса m_2 платформы равна 240 кг. Платформа может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. Пренебрегая трением, найти, с какой угловой скоростью ω будет вращаться платформа, если человек будет идти вдоль ее края со скоростью $v = 2$ м/с относительно платформы.

6.3. Маховик вращается по закону, выражаемому уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2$, где $A = 2$ рад, $B = 16$ рад/с, $C = -2$ рад/с². Момент инерции J маховика равен 50 кг·м². Найти законы, по которым меняются момент силы M и мощность P . Чему равна мощность в момент времени $t = 3$ с?

6.4 Якорь мотора вращается с частотой $n = 1500$ мин⁻¹. Определить момент силы M , если мотор развивает мощность $P = 500$ Вт.

6.5. Со шкива диаметром $d = 0,48$ м через ремень передается мощность $P = 9$ кВт. Шкив вращается с частотой $n = 240$ мин⁻¹. Сила натяжения T_1 ведущей ветви ремня в два раза больше силы натяжения T_2 ведомой ветви. Найти силы натяжения обеих ветвей ремня.

6.6. Кинетическая энергия T вращающегося маховика равна 1 кДж. Под действием постоянного тормозящего момента маховик начал вращаться равнозамедленно и, сделав $N = 80$ оборотов, остановился. Определить момент M силы торможения.

Задачи для самостоятельного решения 6

Д6.1. Однородный тонкий стержень массой $m_1 = 0,2$ кг и длиной $l = 1$ м может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси z , проходящей через точку O (рис. 1.10). В точку A на стержне попадает пластилиновый шарик, летящий горизонтально (перпендикулярно оси z) со скоростью $v = 10$ м/с и прилипает к стержню. Масса m_2 шарика равна 10 г. Определить угловую скорость ω стержня и линейную скорость u нижнего конца стержня в начальный момент времени. Вычисления выполнить для следующих значений расстояния между точками A и O : 1) $l/2$; 2) $l/3$; 3) $l/4$.

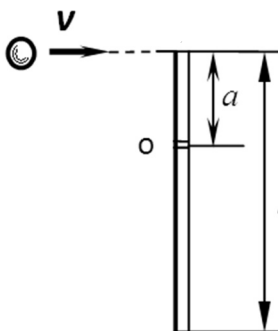


Рис. 1.10

Д6.2. Человек стоит на скамье Жуковского и ловит рукой мяч массой $m = 0,4$ кг, летящий в горизонтальном направлении со скоростью $v = 20$ м/с. Траектория мяча проходит на расстоянии $r = 0,8$ м от вертикальной оси вращения скамьи. С какой угловой скоростью ω начнет

вращаться скамья Жуковского с человеком, поймавшим мяч, если суммарный момент инерции J человека и скамьи равен $6 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$?

Д6.3. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться около вертикальной оси. На краю платформы стоит человек массой $m_1 = 60 \text{ кг}$. На какой угол φ повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя его, вернется в исходную точку на платформе? Масса m_2 платформы равна 240 кг . Момент инерции J человека рассчитать как для материальной точки.

Д6.4. Пуля массой $m = 10 \text{ г}$ летит со скоростью $v = 800 \text{ м/с}$, вращаясь около продольной оси с частотой $n = 3000 \text{ с}^{-1}$. Принимая пулю за цилиндр диаметром $d = 8 \text{ мм}$, определить полную кинетическую энергию T пули.

Занятие 7. Силы инерции. Реактивная сила

7.1. С каким наименьшим горизонтально направленным ускорением должна двигаться наклонная плоскость с углом наклона 30° , чтобы лежащее на ней тело поднималось по наклонной плоскости? Коэффициент трения между телом и плоскостью равен $0,2$.

7.2. На горизонтально расположенном диске, вращающемся вокруг вертикальной оси, на расстоянии 8 см от оси вращения лежит тело. Определить коэффициент трения между диском и телом, если при угловой скорости 5 рад/с тело начинает скользить по поверхности диска.

7.3. Электровоз массой 100 т движется с севера на юг в северном полушарии по горизонтальному прямолинейному пути со скоростью 30 м/с на широте 60 градусов. Определить горизонтальную составляющую силы, с которой электровоз давит на рельсы.

7.4. Вагонетка с песком движется под действием постоянной силы 50 Н . В начальный момент времени масса вагонетки с песком равна 500 кг , а её скорость равна нулю. В днище вагонетки имеется отверстие, через которое песок высыпается со скоростью 5 кг/с . Найти скорость и ускорение вагонетки как функцию от времени. Вычислить скорость вагонетки в момент времени 60 с .

7.5. Ракета зависла над стартовым столом, выбрасывая вертикально вниз струю газа со скоростью 900 м/с . Найти время в течении которого ракета может оставаться в покое, если начальная масса топлива составляет 25% её массы без топлива

Задачи для самостоятельного решения 7

Д7.1. С каким горизонтально направленным ускорением должна двигаться наклонная плоскость с углом наклона 30° , чтобы при отсутствии трения находящееся на ней тело не перемещалось относительно плоскости?

Д7.2. Нижняя полусфера радиусом 2 м равномерно вращается вокруг вертикальной оси, делая 30 об/с. Внутри полусферы находится шарик массы 2 кг. Найти высоту шарика, соответствующую положению равновесия шарика относительно дна полусферы и силу реакции полусферы.

Д7.3. Какую работу совершает над частицей кориолисова сила при перемещении частицы относительно вращающейся системы отсчета из точки 1 в точку 2?

Д7.4. Ракета зависла над стартовым столом, выбрасывая вертикально вниз струю газа со скоростью 900 м/с. Найти массу газов, которую должна каждую секунду выбрасывать ракета, чтобы остаться на постоянной высоте в начальный момент времени, если начальная масса ракеты с топливом равна 10 т.

2. СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Основные формулы

Преобразования Лоренца для координат точки

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - (V/c^2)x}{\sqrt{1 - V^2/c^2}},$$

где нештрихованные величины относятся к условно неподвижной системе отчета, штрихованные – к движущейся системе отчета относительно первой вдоль оси x со скоростью V (рис. 2.1), c – скорость света в вакууме.

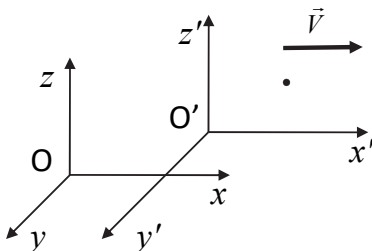


Рис. 2.1

Сокращение длины движущегося тела

$$l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2},$$

где l_0 – длина тела в системе отчета, в которой тело покоится (собственная длина); l – длина в системе, в которой тело движется.

Сокращение временных промежутков

$$\Delta t_0 = \Delta t \sqrt{1 - v^2/c^2},$$

где Δt_0 – промежуток времени между событиями в движущейся системе отчета (собственное время); Δt – промежуток времени между теми же событиями в неподвижной системе отчета.

Релятивистский закон сложения скоростей для скоростей, направленных вдоль оси x

$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v'V}{c^2}},$$

где v – скорость относительно неподвижной системы отчета; v' – скорость относительно движущейся системы отчета, V – скорость условно движущейся системы отчета относительно неподвижной.

Если событие 1 произошло в точке с координатами x_1, y_1, z_1 в момент времени t_1 , событие 2 – x_2, y_2, z_2, t_2 соответственно, то интервал между этими событиями

$$s_{12} = \sqrt{c^2(t_1 - t_2)^2 - (x_1 - x_2)^2 - (y_1 - y_2)^2 - (z_1 - z_2)^2}.$$

Релятивистская масса и импульс

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

где m_0 – масса тела в системе, где тело покоится (масса покоя); m – масса в системе, где тело движется (релятивистская масса).

Полная энергия тела

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

где $E_0 = m_0 c^2$ – энергия покоя.

Кинетическая энергия движущегося тела

$$W_k = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1 \right).$$

Примеры решения задач

Пример 2.1. Электрон ускорен разностью потенциалов $U = 180$ кВ. Учитывая поправки теории относительности, найти для этого электрона массу m , скорость v и кинетическую энергию W_k . Какова была бы скорость v' этого электрона без учета релятивистской поправки?

Решение

Электрон, пройдя разность потенциалов U , увеличивает свою скорость. По закону сохранения, работа электростатического поля над зарядом eU переходит в его кинетическую энергию:

$$eU = W_k,$$

где e – заряд электрона. Отсюда

$$W_k = 180 \text{ кВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 180 \cdot 10^3 = 2,88 \cdot 10^{-14} \text{ Дж}.$$

В случае скоростей, близких к скорости света, кинетическая энергия определяется как разность полной энергии и энергии покоя:

$$W_k = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} - 1 \right) = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}} - m_0c^2,$$

где m_0 – масса покоя электрона; v – его скорость. Так как релятивистская масса равна

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}},$$

то

$$W_k = mc^2 - m_0c^2 \Rightarrow m = \frac{W_k}{c^2} + m_0.$$

Используя значение кинетической энергии, найдем релятивистскую массу электрона

$$m = \frac{2,88 \cdot 10^{-14}}{9 \cdot 10^{16}} + 9,11 \cdot 10^{-31} = 1,23 \cdot 10^{-30} \text{ кг},$$

что существенно больше массы покоя.

Из формулы для релятивистской массы выразим скорость

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{m_0}{m} \right)^2 \Rightarrow v = c \sqrt{1 - \left(\frac{m_0}{m} \right)^2}.$$

Подставив значения, получим

$$v = c \sqrt{1 - \left(\frac{9,11 \cdot 10^{-31}}{1,23 \cdot 10^{-30}} \right)^2} = c \sqrt{1 - 0,589} = 0,672c = 2,016 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Скорость электрона, рассчитанная по формуле классической механики

$$v' = \sqrt{\frac{2W_k}{m_0}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,88 \cdot 10^{-14}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 2,51 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Пример 2.2. Мезон, образующийся в результате взаимодействия космических лучей с частицами атмосферы, имеет кинетическую энергию $W_k = 7m_0c^2$, где m_0 – масса покоя мезона. Во сколько раз собственное время жизни τ_0 мезона меньше времени его жизни τ по лабораторным часам?

Решение

По условию, мезон является релятивистским. Формула для кинетической энергии релятивистской частицы имеет вид

$$W_k = mc^2 - m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} - m_0c^2 = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} - 1 \right).$$

Подставим $W_k = 7m_0c^2$:

$$7m_0c^2 = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} - 1 \right) \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = 8.$$

Время жизни мезона по лабораторным часам связано с собственным временем жизни (в системе отсчета, в которой мезон покоится) формулой

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}.$$

Используя предыдущее выражение, получаем

$$\frac{\tau}{\tau_0} = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = 8.$$

Занятие 8. Релятивистская кинематика. Преобразования Лоренца

8.1. На космическом корабле-спутнике находятся часы, синхронизированные до полета с земными. Скорость v_0 спутника составляет 7,9 км/с. На сколько отстанут часы на спутнике по измерениям земного наблюдателя по своим часам за время $\tau = 0,5$ года?

8.2. Фотонная ракета движется относительно земли со скоростью $v = 0,6 c$. Во сколько раз замедлится ход времени в ракете с точки зрения земного наблюдателя?

8.3. В системе K' покоится стержень, собственная длина l_0 которого равна 1 м. Стержень расположен так, что составляет угол $\varphi_0 = 45^\circ$ с осью x . Определить длину l стержня и угол φ в системе K , если скорость v_0 системы K' относительно K равна $0,8 c$.

8.4. В лабораторной системе отсчета (K – система) пи-мезон с момента рождения до момента распада пролетел расстояние $l = 75$ м. Скорость v пи-мезона равна $0,995 c$. Определить собственное время жизни t_0 мезона.

8.5. В лабораторной системе отсчета удаляются друг от друга две частицы с одинаковыми по модулю скоростями. Их относительная скорость u в той же системе отсчета равна $0,5c$. Определить скорости частиц.

8.6. Ускоритель сообщил радиоактивному ядру скорость $v_1 = 0,4c$. В момент вылета из ускорителя ядро выбросило в направлении своего движения β -частицу со скоростью $v_2 = 0,75c$ относительно ускорителя. Найти скорость u_{21} частицы относительно ядра.

Задачи для самостоятельного решения 8

Д8.1. Предположим, что мы можем измерить длину стержня с точностью $\Delta l = 0,1$ мкм. При какой относительной скорости u двух инерциальных систем отсчета можно было бы обнаружить релятивистское сокращение длины стержня, собственная длина l_0 которого равна 1 м?

Д8.2. Двое часов после синхронизации были помещены в системы координат K и K' ? движущиеся друг относительно друга. При какой скорости u их относительного движения возможно обнаружить релятивистское замедление хода часов, если собственная длительность τ_0 измеряемого промежутка времени составляет 1 с? Измерение времени производится с точностью $\Delta t = 10$ пс.

Д8.3. В системе K находится квадрат, сторона которого параллельна оси x' . Определить угол ϕ между его диагоналями в системе K , если система K' движется относительно K со скоростью $v = 0,95c$.

Д8.4. Две релятивистские частицы движутся в лабораторной системе отсчета со скоростями $v_1 = 0,6c$ и $v_2 = 0,9c$ вдоль одной прямой. Определить их относительную скорость u_{21} в двух случаях: 1) частицы движутся в одном направлении; 2) частицы движутся в противоположных направлениях.

Занятие 9. Релятивистская динамика. Импульс и энергия частицы

9.1. Ускоритель сообщил радиоактивному ядру скорость $v_1 = 0,4 c$. В момент вылета из ускорителя ядро выбросило в направлении своего движения β -частицу со скоростью $v_2 = 0,75c$ относительно ускорителя. Найти скорость u_{21} частицы относительно ядра.

9.2. В лабораторной системе отсчета одна из двух одинаковых частиц покоится, другая движется со скоростью $v = 0,8 c$ по направлению к покоящейся частице. Определить: 1) релятивистскую массу движущейся частицы в лабораторной системе отсчета; 2) скорость частиц в системе отсчета, связанной с центром инерции системы; 3) релятивистскую массу частиц в системе отсчета, связанной с центром инерции.

9.3. Известно, что объем воды в океане равен $1,37 \cdot 10^9 \text{ км}^3$. Определить, на сколько возрастет масса воды в океане, если температура воды повысится на $\Delta t = 1^\circ \text{ С}$. Плотность ρ воды в океане принять равной $1,03 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

9.4. Электрон летит со скоростью $v = 0,8 c$. Определить кинетическую энергию электрона (в мегаэлектронвольтах).

9.5. Определить скорость v электрона, если его кинетическая энергия равна: 1) $T = 4 \text{ МэВ}$; 2) $T = 1 \text{ кэВ}$.

9.6. Определить кинетическую энергию T релятивистской частицы (в единицах $m_0 c^2$), если её импульс $p = m_0 c$.

9.7. Кинетическая энергия релятивистской частицы равна её энергии покоя. Во сколько раз возрастет импульс частицы, если её кинетическая энергия увеличится в $n = 4$ раза?

Задачи для самостоятельного решения 9

Д9.1. Электрон движется со скоростью $v = 0,6 c$. Определить релятивистский импульс p электрона.

Д9.2. В лабораторной системе отсчета находятся две частицы. Одна частица с массой покоя m_0 движется со скоростью $v = 0,6 c$, другая с массой покоя $2m_0$ покоится. Определить скорость V_c центра масс системы частиц.

Д9.3. Солнечная постоянная C (плотность потока энергии электромагнитного излучения Солнца на расстоянии, равном среднему расстоянию от Земли до Солнца) равна $1,4 \text{ кВт/м}^2$. 1. Определить массу, которую теряет Солнце в течение одного года. 2. На сколько изменится масса воды в океане за один год, если предположить, что поглощается 50 % падающей на поверхность океана энергии излучения? При расчетах принять площадь S поверхности океана равной $3,6 \cdot 10^8 \text{ км}^2$.

Д9.4. При какой скорости v кинетическая энергия любой частицы вещества равна её энергии покоя?

Занятие 10. Коллоквиум

На коллоквиум выносятся разделы физики «механика» и «специальная теория относительности». Коллоквиум сдается в письменном виде в течение одной пары на практическом занятии. Билет включает теоретические вопросы по обоим разделам и практические задания.

3. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Основные формулы

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории

$$p = \frac{2}{3} n \langle E_0 \rangle ,$$

где p – давление газа, n – концентрация молекул; $\langle E_0 \rangle$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул газа.

Средняя энергия молекулы

$$\langle E \rangle = \frac{i}{2} kT ,$$

где i – число степеней свободы молекулы; k – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура.

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева-Клапейрона)

$$pV = \frac{m}{\mu} RT ,$$

где μ – молярная масса газа; $R = kN_A$ – газовая постоянная; N_A – число Авогадро.

Другие формы уравнения состояния

$$p = \frac{\rho}{\mu} RT, \quad p = nkT,$$

где ρ – плотность газа.

Давление смеси газов (закон Дальтона)

$$p = \sum p_i,$$

где p_i – парциальное давление компоненты i (давление, которое бы оказывала компонента смеси в отсутствие других компонент).

Средняя квадратичная, средняя арифметическая и наиболее вероятная скорости молекул

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}, \quad \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}, \quad v_{\text{в}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}},$$

где m_0 – масса молекулы газа.

Распределение Максвелла молекул по модулям скоростей

$$dN(v) = Nf(v)dv = 4\pi N \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} v^2 dv,$$

где $dN(v)$ – число молекул, скорости которых лежат в интервале от v до $v + dv$; N – общее число молекул.

Распределение Максвелла для относительных скоростей

$$dN(u) = Nf(u)du = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N e^{-u^2} u^2 du,$$

где $u = v / v_{\text{в}}$.

Распределение Максвелла молекул по энергиям

$$dN(E) = Nf(E)dE = \frac{2}{\sqrt{\pi}} N \frac{e^{-\frac{E}{kT}}}{(kT)^{3/2}} E^{1/2} dE.$$

Распределение Больцмана концентрации молекул в поле силы тяжести в зависимости от высоты

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}},$$

где n_0 – концентрация молекул на нулевой высоте.

Барометрическая формула

$$p = p_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}},$$

где p_0 и p – атмосферные давления на нулевой высоте и на высоте h .

Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n},$$

где d – эффективный диаметр молекул газа.

Среднее число столкновений одной молекулы в единицу времени

$$\langle z \rangle = \langle v \rangle / \langle \lambda \rangle,$$

где $\langle v \rangle$ – средняя скорость молекулы.

Импульс, переносимый молекулами из одного слоя газа в другой через элементарную площадку ΔS за время dt

$$dp = \eta \frac{dv}{dz} \Delta S dt,$$

где $\frac{dv}{dz}$ – градиент скорости течения его слоев, η – динамическая вязкость газа, определяемая как $\eta = 1/3 \rho \langle v \rangle \langle \lambda \rangle$.

Сила вязкого трения (внутреннего трения), действующая тангенциально между движущимися слоями газа или жидкости, задается законом Ньютона

$$F = \frac{dp}{dt} = \eta \frac{dv}{dz} \Delta S.$$

Теплопроводность описывается законом Фурье

$$dQ = \chi \frac{dT}{dz} \Delta S dt,$$

где dQ – количества тепла, прошедшее через элементарную площадку ΔS за время dt ; $\frac{dT}{dz}$ – градиент температуры; c_V – удельная теплоем-

кость газа при постоянном объеме, χ – динамическая вязкость газа, определяемая как $\chi = \frac{1}{3} c_V \rho \langle v \rangle \lambda$.

Диффузия описывается законом Фика

$$dm = D \frac{d\rho}{dz} \Delta S dt,$$

где dm – масса, перенесенная через элементарную площадку ΔS за время dt ; $\frac{d\rho}{dz}$ – градиент плотности; D – диффузия газа, определяемая как $D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda$.

Теплоемкость тела

$$C = \frac{dQ}{dT},$$

где dQ – количество тепла, требуемого для нагревания всего тела при изменении температуры на dT .

Удельная и молярная теплоемкости

$$c = \frac{dQ}{m dT}, \quad C_m = \frac{dQ}{\nu dT},$$

где ν – число молей.

Первое начало термодинамики

$$dQ = dU + dA,$$

где dQ – количество тепла, подведенное к системе; dU – увеличение её внутренней энергии; dA – работа, совершенная системой.

Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \nu C_{mV} T.$$

Молярная теплоемкость газа при постоянном объеме (i – число степеней свободы)

$$C_{mV} = \frac{i}{2} R.$$

Молярная теплоемкость газа при постоянном давлении (уравнение Майера)

$$C_{mp} = C_{mV} + R.$$

Элементарная работа, совершаемая газом

$$dA = p dV.$$

Работа газа в изотермическом процессе при расширении от объема V_1 до V_2

$$A = \nu RT \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right).$$

Уравнение адиабатного процесса (уравнение Пуассона)

$$pV^\gamma = \text{const},$$

где $\gamma = \frac{C_{mp}}{C_{mV}} = \frac{i+2}{i}$ – постоянная адиабаты.

Работа газа в адиабатном процессе

$$A = -\Delta U = \nu C_{mV} (T_1 - T_2) = \frac{\nu RT_1}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right).$$

В тепловой машине рабочее тело получает от нагревателя при температуре T_1 количество тепла Q_1 , совершает работу A и отдает холодильнику Q_2 при температуре T_2 . Коэффициент полезного действия тепловой машины

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}.$$

КПД идеального цикла Карно

$$\eta_K = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Холодильный коэффициент холодильной машины

$$\varepsilon = \frac{Q'_2}{A'},$$

где Q'_2 – количество тепла, отнятое от охлаждаемого тела за цикл;
 A' – работа, совершённая над газом за цикл.

Приращение энтропии при переходе системы из состояния **1** в состояние **2**

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T}.$$

Формула Больцмана

$$S = k \ln \Omega,$$

где Ω – термодинамическая вероятность (статистический вес).

Примеры решения задач

Пример 3.1. Каково давление азота, если его плотность равна $1,4 \text{ кг/м}^3$, а средняя квадратичная скорость молекул 500 м/с ?

Решение

Используем одну из форм уравнения состояния газа

$$p = \frac{\rho}{\mu} RT.$$

Температуру находим, используя среднеквадратичную скорость

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}.$$

Выразим из выражения температуру газа T

$$T = \frac{(\langle v_{\text{кв}} \rangle)^2 \mu}{3R}.$$

После подстановки температуры в уравнение состояния получим

$$p = \frac{\rho}{\mu} R \frac{(<v_{\text{KB}}>)^2 \mu}{3R} = \frac{\rho (<v_{\text{KB}}>)^2}{3}.$$

Подставив величины в формулу, произведем расчет

$$p = 1,4 \cdot 500^2 / 3 = 116700 \text{ Па} \approx 0,12 \text{ МПа}.$$

Пример 3.2. Плотность смеси азота и водорода при температуре 47 °С и давлении 0,2 МПа равна 0,3 г/л. Найти концентрацию молекул азота и водорода.

Решение

Используем одну из форм уравнения состояния идеального газа и учтем закон Дальтона

$$p = p_1 + p_2 = \left(\frac{\rho_1}{\mu_1} + \frac{\rho_2}{\mu_2} \right) RT.$$

Учитывая, что результирующая плотность равна сумме плотностей азота и водорода $\rho = \rho_1 + \rho_2$, выразим плотность водорода и подставим

$$p = \left(\frac{\rho_1}{\mu_1} + \frac{\rho - \rho_1}{\mu_2} \right) RT.$$

Выразим отсюда плотность азота

$$\rho_1 = \left(\frac{p}{RT} - \frac{\rho}{\mu_2} \right) \frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_1 - \mu_2}.$$

Концентрацию молекул азота найдем через число молей, содержащихся в единице объема, т. е. ρ / μ

$$n_1 = \frac{N_A \rho_1}{\mu_1} = \frac{N_A \mu_2}{\mu_2 - \mu_1} \left(\frac{p}{RT} - \frac{\rho}{\mu_2} \right).$$

Подставим значения величин, переведя в единицы СИ

$$n_1 = \frac{6,02 \cdot 10^{23} \cdot 0,002}{0,002 - 0,028} \left(\frac{0,2 \cdot 10^6}{8,31 \cdot 320} - \frac{0,3}{0,002} \right) = 3,2 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}.$$

Аналогично, заменив индекс 1 на 2, получим выражение для концентрации водорода

$$n_2 = \frac{N_A \rho_2}{\mu_2} = \frac{N_A \mu_1}{\mu_1 - \mu_2} \left(\frac{p}{RT} - \frac{\rho}{\mu_1} \right),$$

и, подставив значения, получим

$$n_2 = \frac{6,02 \cdot 10^{23} \cdot 0,028}{0,028 - 0,002} \left(\frac{0,2 \cdot 10^6}{8,31 \cdot 320} - \frac{0,3}{0,028} \right) = 4,2 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

Пример 3.3. Какая часть газа осталась в баллоне, давление в котором было 12,2 МПа, а температура 300 К, если давление упало до 1,013 МПа? Баллон при этом охладился до температуры 250 К.

Решение

Под оставшейся частью газа имеется в виду отношение числа молекул оставшихся в баллоне и находившихся там первоначально. Эту величину можно заменить отношением масс или отношением числа молей, так как сам род газа не изменялся.

Это задача на «состояния». Рассматриваются два состояния системы, у которой изменяются два независимых параметра – температура и количество молекул (или масса). Давление – зависимый параметр, объем не изменяется. Запишем уравнения состояния газа для двух случаев

$$\begin{cases} p_1 V = \frac{m_1}{\mu} RT_1 \\ p_2 V = \frac{m_2}{\mu} RT_2. \end{cases}$$

Поделим второе уравнение на первое

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{m_2}{m_1} \frac{T_2}{T_1},$$

где отношение масс и есть искомое. Выразим его

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{p_2}{p_1} \frac{T_1}{T_2}.$$

Подставим значения величин и произведем вычисления. Поскольку в формуле отношения однородных величин, то подставлять значения можно в любых одинаковых единицах. Это не относится к температуре, которая всегда должна быть выражена в единице СИ – кельвинах. Таким образом

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{1,013}{12,2} \cdot \frac{300}{250} \approx 0,1.$$

Пример 3.4. Найти относительное число молекул идеального газа, скорости которых отличаются не более чем на $\alpha = 1\%$ от значения наиболее вероятной скорости. Какова вероятность того, что скорость молекулы газа лежит в указанном интервале?

Решение

Интервал, в котором лежат рассматриваемые скорости $[0,99v_B; 1,01v_B]$ мал, поэтому дифференциалы можно заменить на приращения без уменьшения точности

$$\Delta N(v_B) = N f(v_B) \Delta v = 4\pi N \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_0 v_B^2}{2kT}} v_B^2 \Delta v.$$

Учтя, что $\Delta v = 0,02v_B$, получим

$$\begin{aligned} \frac{\Delta N}{N} &= 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_0 v_B^2}{2kT}} v_B^2 \cdot 0,02v_B \\ &= 0,08\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_0 v_B^2}{2kT}} v_B^3. \end{aligned}$$

Подставим выражение для наиболее вероятной скорости

$$v_B = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}$$

$$\frac{\Delta N}{N} = 0,08\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-1} \left(\frac{2kT}{m_0} \right)^{3/2} = 0,08\pi^{-1/2} e^{-1}.$$

Вычисления дают

$$\frac{\Delta N}{N} = 0,08 \cdot 3,14^{-1/2} / 2,72 \approx 0,052 = 5,2 \, \%.$$

Это значение и есть вероятность того, что скорость молекулы газа лежит в интервале $[0,99v_b; 1,01v_b]$.

Пример 3.5. Кислород занимает объем $V_1 = 1 \, \text{м}^3$ и находится под давлением $p_1 = 2 \cdot 10^5 \, \text{Па}$. Газ был последовательно нагрет при постоянном давлении до объема $V_2 = 3 \, \text{м}^3$, а затем при постоянном объеме до давления $p_3 = 5 \cdot 10^5 \, \text{Па}$. Найти изменение внутренней энергии ΔU , работу газа A и переданное газу количество теплоты Q .

Решение

Изобразим для наглядности рассматриваемые процессы в координатах p, V (рис. 3.1).

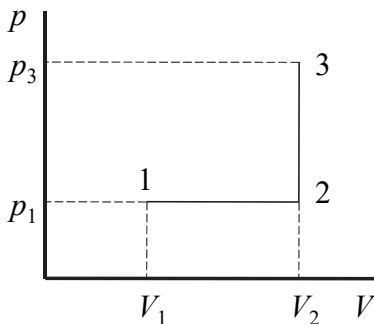


Рис. 3.1

Работа совершается газом только в изобарическом процессе 1-2 (есть изменение объема).

$$A = p \Delta V = p_1 (V_2 - V_1).$$

Подставим значения

$$A = 2 \cdot 10^5 \cdot (3 - 1) = 4 \cdot 10^5 \, \text{Дж} = 400 \, \text{кДж}.$$

Изменение внутренней энергии ΔU определяется изменением температуры в начальном 1 и конечном 3 состояниях и находится по формуле

$$\Delta U = C_{mV} \nu \Delta T = \frac{i}{2} R \frac{m}{\mu} (T_3 - T_1).$$

Разность температур найдем через уравнение Менделеева-Клапейрона, записанное для состояний 1 и 3:

$$p_1 V_1 = \frac{m}{\mu} R T_1, \quad p_3 V_2 = \frac{m}{\mu} R T_3.$$

Отнимем от второго уравнения первое и выразим ΔT

$$\Delta T = \frac{p_3 V_2 - p_1 V_1}{R} \frac{\mu}{m}.$$

Найдем приращение внутренней энергии, подставив ΔT ,

$$\Delta U = \frac{i}{2} R \frac{m}{\mu} \frac{p_3 V_2 - p_1 V_1}{R} \frac{\mu}{m} = \frac{i}{2} (p_3 V_2 - p_1 V_1).$$

При вычислении учтем, что для кислорода $i = 5$ (двухатомный газ)

$$\Delta U = \frac{5}{2} (5 \cdot 10^5 \cdot 3 - 2 \cdot 10^5 \cdot 1) = 32,5 \cdot 10^5 \text{ Дж} = 3250 \text{ кДж}.$$

Количество теплоты, переданное системе, найдем по первому началу термодинамики

$$Q = A + \Delta U = 400 + 3250 = 3650 \text{ кДж}.$$

Пример 3.6. Определить изменение энтропии ΔS при изотермическом и изобарном расширении азота массой $m = 100$ г при изменении объема от 20 л до 148 л.

Решение

Общее выражение для изменения энтропии при переходе из состояния 1 в состояние 2

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}.$$

В изотермическом процессе $T = \text{const}$, следовательно, температуру можно вынести за знак интеграла. Тогда

$$\Delta S = \frac{1}{T} \int_1^2 dQ = \frac{Q_{12}}{T}.$$

В изотермическом процессе все сообщенное системе тепло идет на совершение работы. Воспользуемся формулой для работы в изотермическом процессе, получим

$$\Delta S = \frac{\nu}{T} RT \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = \frac{m}{\mu} R \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right).$$

Подставим значения величин

$$\Delta S = \frac{100}{28} \cdot 8,31 \cdot \ln \left(\frac{148}{20} \right) = 3,57 \cdot 8,31 \cdot 2 = 59,4 \text{ Дж / К}.$$

Заметим, что в изотермическом процессе приращение энтропии не зависит от рода газа, а только от количества вещества.

В изобарном процессе

$$dQ = \nu C_{mp} dT = \nu \frac{i+2}{2} R dT.$$

Подставим в выражения для изменения энтропии

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{i+2}{2} \nu R \frac{dT}{T} = \frac{i+2}{2} \nu R \int_1^2 \frac{dT}{T} = \frac{i+2}{2} \frac{m}{\mu} R \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right).$$

В изобарном процессе изменение температуры пропорционально изменению объема

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1}.$$

Заменим отношение температур под знаком логарифма отношением объемов

$$\Delta S = \frac{i+2}{2} \frac{m}{\mu} R \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right).$$

Проведем вычисление, учтя, что число степеней свободы азота равно 5 (двухатомный газ)

$$\Delta S = \frac{5+2}{2} \cdot \frac{100}{28} 8,31 \cdot \ln\left(\frac{148}{20}\right) = 207,8 \text{ Дж / К}.$$

В изобарическом процессе происходит нагрев газа, поэтому его род (атомность) имеет значение.

Занятие 11. МКТ. Основные понятия

11.1. Вычислить молярную массу воздуха. Считать, что в воздухе содержится 78 % азота, 21 % кислорода и 1 % аргона по массе.

11.2. Кислород при нормальных условиях заполняет сосуд вместимостью $V = 11,2$ л. Определить количество вещества ν газа и его массу m .

11.3. Определить количество вещества ν водорода, заполняющего сосуд вместимостью $V = 3$ л, если плотность газа $\rho = 6,65 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

11.4. Колба вместимостью $V = 300$ см³, закрытая пробкой с краном, содержит разреженный воздух. Для измерения давления в колбе горлышко колбы погрузили в воду на незначительную глубину и открыли кран, в результате чего в колбу вошла вода массой $m = 292$ г. Определить первоначальное давление p в колбе, если атмосферное давление $p_0 = 100$ кПа.

11.5. Котел вместимостью $V = 2$ м³ содержит перегретый водяной пар массой $m = 10$ кг при температуре $T = 500$ К. Определить давление p пара в котле.

11.6. Баллон вместимостью $V = 30$ л содержит смесь водорода и гелия при температуре $T = 300$ К и давлении $p = 828$ кПа. Масса m смеси равна 24 г. Определить массу m_1 водорода и массу m_2 гелия.

11.7. В баллоне вместимостью $V = 25$ л находится водород при температуре $T = 290$ К. После того как часть водорода израсходовали, давление в баллоне понизилось на $\Delta p = 0,4$ МПа. Определить массу m израсходованного водорода.

Задачи для самостоятельного решения 11

Д11.1. В сосуде вместимостью $V = 2$ л. находится кислород, количество вещества ν которого равно 0,2 моль. Определить плотность ρ газа.

Д11.2. В баллоне содержится газ при температуре $t_1 = 100^\circ\text{C}$. До какой температуры t_2 нужно нагреть газ, чтобы его давление увеличилось в два раза?

Д11.3. Баллон вместимостью $V = 20$ л содержит углекислый газ массой $m = 500$ г под давлением $p = 1,3$ МПа. Определить температуру T газа.

Д11.4. Газовая смесь, состоящая из кислорода и азота, находится в баллоне под давлением $p = 1$ МПа. Определить парциальные давления p_1 кислорода и p_2 азота, если массовая доля ω_1 кислорода в смеси равна 0,2.

Занятие 12. Молекулярно-кинетическая теория

12.1. Сколько молекул газа содержится в баллоне вместимостью $V = 30$ л при температуре $T = 300$ К и давлении $p = 5$ МПа?

12.2. В колбе вместимостью $V = 100$ см³ содержится некоторый газ при температуре $T = 300$ К. На сколько понизится давление p газа в колбе, если вследствие утечки из колбы выйдет $N = 10^{20}$ молекул?

12.3. В колбе вместимостью $V = 240$ см³ находится газ при температуре $T = 290$ К и давлении $p = 50$ МПа. Определить количество вещества ν газа и число N его молекул.

12.4. Определить среднее значение $\langle E_0 \rangle$ полной кинетической энергии одной молекулы гелия, кислорода и водяного пара при температуре $T = 400$ К.

12.5. Определить число N молекул ртути, содержащихся в воздухе объемом $V = 1$ м³ в помещении, зараженном ртутью, при температуре $t = 20^\circ\text{C}$, если давление p насыщенного пара ртути при этой температуре равно 0,13 Па.

12.6. Определить температуру T водорода, при которой средняя кинетическая энергия $\langle E_{0п} \rangle$ поступательного движения молекул достаточна для их расщепления на атомы, если молярная энергия диссоциации водорода $W_m = 419$ кДж/моль.

12.7. Изобразить процессы, представленные на рис. 3.2 в координатах p , T и V , T .

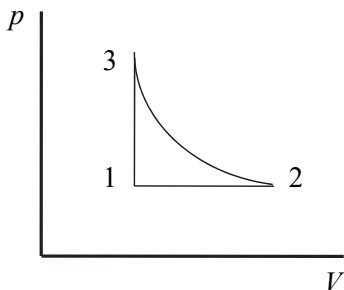


Рис. 3.2

Задачи для самостоятельного решения 12

Д12.1. Определить давление p идеального газа при двух значениях температуры газа: 1) $T = 3$ К; 2) $T = 1$ К. Принять концентрацию n молекул газа равной $\approx 10^{19} \text{ см}^{-3}$.

Д12.2. В колбе вместимостью $V = 100 \text{ см}^3$ содержится некоторый газ при температуре $T = 300$ К. Какое количество молекул выйдет из колбы вследствие утечки, если давление газа понизится на $8,28 \text{ кПа}$?

Д12.3. Давление p газа равно 1 мПа , концентрация его молекул равна $n = 10^{10} \text{ см}^{-3}$. Определить: 1) Температуру T газа; 2) Среднюю кинетическую энергию $\langle E_{0п} \rangle$ поступательного движения молекул газа.

Д12.4. Определить среднюю кинетическую энергию $\langle E_{0п} \rangle$ поступательного движения и среднее значение $\langle E_0 \rangle$ полной кинетической энергии молекулы водяного пара при температуре $T = 600$ К. Найти также кинетическую энергию W поступательного движения всех молекул пара, содержащего количество вещества 1 кмоль .

Занятие 13. Распределения Максвелла и Больцмана

13.1 Одинаковые частицы массой $m = 10^{-12} \text{ г}$ каждая распределены в однородном гравитационном поле с ускорением свободного падения $g = 0,2 \text{ мН/кг}$. Определить отношение n_1/n_2 концентраций частиц, находящихся на эквипотенциальных уровнях, отстоящих друг от друга

на $\Delta z = 10$ м. Температура T во всех слоях считается одинаковой и равной 290 К.

13.2. Оценить высоту вблизи поверхности земли, при подъеме на которую атмосферное давление уменьшается на 1 мм рт. ст.

13.3. В опыте Жана Перрена с помощью микроскопа изучалось распределение частиц гуммигута в водных эмульсиях в поле силы тяжести. Определить толщину слоя эмульсии, в котором концентрация частиц уменьшается в 2 раза, если плотность гуммигута 1006 кг/м^3 , а радиус частиц составляет 0,5 мкм. Температуру эмульсии принять за 300 К.

13.4. Какая часть молекул азота при температуре 7°C обладает скоростями в интервале от 500 до 510 м/с? Найти наиболее вероятную скорость при этой температуре. Решить приближенно.

13.5. Определить относительное число w молекул идеального газа, скорости которых заключены в пределах от нуля до одной сотой наиболее вероятной скорости v_v .

13.6. Число молекул, энергия которых заключена в пределах от нуля до некоторого значения E , составляет 0,1 % от общего числа молекул. Определить величину E в долях kT .

Задачи для самостоятельного решения 13

Д13.1. Пылинки, взвешенные в воздухе, имеют массу $m = 10^{-18}$ г. Во сколько раз уменьшится их концентрация n при увеличении высоты на $\Delta h = 10$ м? Температура воздуха $T = 300$ К.

Д13.2. На какой высоте h над поверхностью Земли атмосферное давление вдвое меньше, чем на ее поверхности? Считать, что температура T воздуха равна 290 К и не изменяется с высотой.

Д13.3. Водород находится при нормальных условиях и занимает объем $V = 1 \text{ см}^3$. Определить число N молекул в этом объеме, обладающих скоростями, меньшими $v = 1$ м/с.

Д13.4. Определить долю w молекул, энергия которых заключена в пределах от $E_1 = 0$ до $E_2 = 0,01 kT$.

Занятие 14. Первое начало термодинамики

14.1. Определить удельную теплоемкость c_v смеси газов, содержащей $V_1 = 5$ л азота и $V_2 = 3$ л гелия. Газы находятся при одинаковых условиях.

14.2. При адиабатном сжатии газа его объем уменьшился в $n = 10$ раз, а давление увеличилось в $k = 21,4$ раза. Определить отношение C_p / C_v теплоемкостей газов.

14.3. Какая работа A совершается при изотермическом расширении водорода массой $m = 5$ г, взятого при температуре $T = 290$ К, если объем газа увеличивается в три раза?

14.4. Азот массой $m = 2$ г, имевший температуру $T_1 = 300$ К, был адиабатно сжат так, что его объем уменьшился в $n = 10$ раз. Определить конечную температуру T_2 газа и работу A сжатия.

14.5. Баллон вместимостью $V = 20$ л содержит водород при температуре $T = 300$ К под давлением $p = 0,4$ МПа. Каковы будут температура T_1 и давление p_1 , если газу сообщить количество теплоты $Q = 6$ кДж?

14.6. Азот массой $m = 200$ г расширяется изотермически при температуре $T = 280$ К, причем объем газа увеличивается в два раза. Найти: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) совершенную при расширении газа работу A ; 3) количество теплоты Q полученное газом.

Задачи для самостоятельного решения 14

Д14.1. Каковы удельные теплоемкости c_v и c_p смеси газов, содержащей кислород массой $m_1 = 10$ г и азот массой $m_2 = 20$ г?

Д14.2. Газ, занимавший объем $V_1 = 12$ л под давлением $p_1 = 100$ кПа, был изобарно нагрет от температуры $T_1 = 300$ К до $T_2 = 400$ К. Определить работу A расширения газа.

Д14.3. При адиабатном сжатии кислорода массой $m = 1$ кг совершена работа $A = 100$ кДж. Определить конечную температуру T_2 газа, если до сжатия кислород находился при температуре $T_1 = 300$ К.

Д14.4. Водород занимает объем $V_1 = 10$ м³ при давлении $p_1 = 100$ кПа. Газ нагрели при постоянном объеме до давления $p_2 =$

300 кПа. Определить: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) работу A , совершенную газом; 3) количество теплоты Q , сообщенное газу.

Занятие 15. Циклы

15.1. Одноатомный газ, содержащий количество вещества $\nu = 0,1$ кмоль, под давлением $p_1 = 100$ кПа занимал объем $V_1 = 5 \text{ м}^3$. Газ сжимался изобарно до объема $V_2 = 1 \text{ м}^3$, затем сжимался адиабатно и расширялся при постоянной температуре до начальных объема и давления. Построить график процесса. Найти: 1) температуры T_1 и T_2 , объемы V_2, V_3 и давление p_3 . Вычислить соответствующие характерным точкам цикла: 2) количество теплоты Q_1 , полученное газом от нагревателя; 3) количество теплоты Q_2 , переданное газом холодильнику; 4) работу A , совершенную газом за весь цикл; 5) термический КПД цикла.

15.2. Идеальный газ, совершающий цикл Карно, $2/3$ количества теплоты Q_1 , полученного от нагревателя, отдает холодильнику. Температура T_2 холодильника равна 280 К. Определить температуру T_1 нагревателя.

15.3. Идеальный газ, совершает цикл Карно. Работа A_1 изотермического расширения газа равна 5 Дж. Определить работу A_2 изотермического сжатия, если КПД цикла равен 0,2.

15.4. Найти изменение ΔS энтропии при изобарном расширении азота массой $m = 4$ г от объема $V_1 = 5$ л до объема $V_2 = 9$ л.

15.5. Водород массой $m = 100$ г был изобарно нагрет так, что объем его увеличился в $n = 3$ раза, потом водород был изохорно охлажден так, что давление его уменьшилось в $n = 3$ раза. Найти изменение ΔS энтропии в ходе указанных процессов.

Задачи для самостоятельного решения 15

Д15.1. Идеальный двухатомный газ, содержащий количество вещества $\nu = 1$ моль и находящийся под давлением $p_1 = 0,1$ МПа при температуре $T_1 = 300$ К, нагревают при постоянном объеме до давления

$p_2 = 0,2$ МПа. После этого газ изотермически расширился до начального давления и затем изобарно был сжат до начального объема V_1 . Построить график цикла. Определить температуру T газа для характерных точек цикла и его КПД.

Д15.2. Идеальный многоатомный газ совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар, причем наибольшее давление газа в два раза больше наименьшего, а наибольший объем в четыре раза больше наименьшего. Определить КПД цикла.

Д15.3. В результате изохорного нагревания водорода массой $m = 1$ г давление p газа увеличилось в два раза. Определить изменение ΔS энтропии газа.

Д15.4. Кислород массой $m = 2$ кг увеличил свой объем в $n = 5$ раз один раз изотермически, другой – адиабатно. Найти изменения энтропии в каждом из указанных процессов.

Занятие 16. Явление переноса

16.1. Можно ли считать вакуум с давлением $p = 100$ мкПа высоким, если он создан в колбе диаметром $d = 20$ см, содержащей азот при температуре $T = 280$ К?

16.2. Найти число N всех соударений, которые происходят в течение 1 с между всеми молекулами водорода, занимающего при нормальных условиях объем $V = 1$ мм³.

16.3. Вычислить диффузию D азота: 1) при нормальных условиях; 2) при давлении $p = 100$ Па и температуре $T = 300$ К.

16.4. Найти динамическую вязкость η гелия при нормальных условиях, если диффузия D при тех же условиях равна $1,06 \cdot 10^{-4}$ м²/с.

16.5. Оценить потери тепла зимой за одни сутки через окна в помещении (только за счет теплопроводности). Параметры взять для аудитории, в которой проходят занятия.

16.5. Два горизонтальных диска радиусом $R = 20$ см расположены друг над другом так, что оси их совпадают. Расстояние d между плоскостями дисков равно 0,5 см. Верхний диск неподвижен, нижний вращается относительно геометрической оси с частотой $n = 10$ с⁻¹. Найти момент силы M , действующий на верхний диск. Динамическая вязкость η воздуха, в котором находятся диски, равна $17,2$ мкПа · с.

Задачи для самостоятельного решения 16

Д16.1. Баллон вместимостью $V = 10$ л содержит водород массой $m = 1$ г. Определить среднюю длину свободного пробега молекул.

Д16.2. Найти среднее число $\langle z \rangle$ столкновений, испытываемых в течение $t = 1$ с молекулой кислорода при нормальных условиях.

Д16.3. Найти среднюю длину свободного пробега молекул азота при условии, что его динамическая вязкость $17 \text{ мкПа} \cdot \text{с}$.

Д16.4. При нормальных условиях динамическая вязкость воздуха равна $17,2 \text{ мкПа} \cdot \text{с}$. Найти для тех же условий теплопроводность воздуха.

4. ЭЛЕКТРОСТАТИКА И ПОСТОЯННЫЙ ТОК

Основные формулы

Основной закон электростатики – закон Кулона

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

где F – модуль силы, с которой взаимодействуют заряды величиной q_1 и q_2 , находящиеся в вакууме на расстоянии r друг от друга; ϵ_0 – электрическая постоянная.

Напряженность электрического поля (сила, действующая на единичный положительный заряд со стороны электрического поля в данной точке)

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

Два взаимодействующих заряда обладают потенциальной энергией

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r}.$$

Эта энергия положительна, если заряды одноименные (отталкиваются) и отрицательна, если заряды разноименные (притягиваются).

Потенциал электрического поля (энергия, которой обладает единичный положительный заряд в данной точке поля)

$$\varphi = \frac{W}{q}.$$

Напряженность и потенциал электростатического поля точечного заряда q на расстоянии r от него в вакууме

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}, \quad \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}.$$

Связь вектора напряженности и потенциала электростатического поля

$$\vec{E} = -\text{grad} \varphi = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k} \right).$$

Электрический дипольный момент системы из двух одинаковых по модулю, но разных по знаку точечных зарядов q , находящихся на расстоянии l друг от друга

$$\vec{p} = q\vec{l},$$

где $\vec{l}$ – вектор, соединяющий отрицательный заряд с положительным. Такая система называется электрическим диполем. Модуль напряженности электрического поля, созданного таким диполем

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r} \sqrt{1 + 3\cos^2 \theta},$$

где r – модуль радиуса-вектора, проведенный из центра диполя в точку, где определяется E , θ – угол между векторами $\vec{r}$ и $\vec{p}$.

Момент сил, действующий на диполь в электрическом поле

$$\vec{M} = [\vec{p}; \vec{E}].$$

Поток $d\Phi$ вектора $\vec{E}$ через поверхность dS

$$d\Phi = \vec{E} d\vec{S}.$$

Теорема Остроградского-Гаусса

$$\oint_S d\Phi = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0},$$

поток вектора $\vec{E}$ через замкнутую поверхность определяется алгебраической суммой зарядов, заключенных внутри её.

Циркуляция вектора $\vec{E}$ по замкнутому контуру

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0.$$

Напряженность электрического поля вблизи равномерно заряженной плоскости

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0},$$

На расстоянии r от бесконечной, равномерно заряженной нити

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\tau}{r},$$

где σ и τ – поверхностная и линейная плотность заряда соответственно.

Диэлектрическая проницаемость вещества ε определяется соотношением

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E},$$

где E_0 и E – напряженность электрического поля в вакууме и в среде. Для электрического поля в среде все вышеуказанные формулы модифицируются так, что ε_0 заменяется на $\varepsilon\varepsilon_0$.

Поляризованность

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_i}{V},$$

где $\vec{p}_i$ – дипольный момент отдельной молекулы или атома. Если E – среднее макроскопическое электрическое поле в диэлектрике, а χ – диэлектрическая восприимчивость, то

$$P = \chi\varepsilon_0 E.$$

Связь диэлектрических проницаемости и восприимчивости

$$\varepsilon = 1 + \chi.$$

Напряженность $E_{\text{лок}}$ локального поля для неполярных жидкостей и кубических кристаллов

$$E_{\text{лок}} = E + \frac{1}{3} \frac{P}{\epsilon_0} \quad \text{и} \quad E_{\text{лок}} = \frac{\epsilon + 2}{3\epsilon} E_0.$$

Уравнение Клаузиуса–Мосотти

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{1}{3} \alpha n \quad \text{или} \quad \frac{\mu}{\rho} \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{1}{3} \alpha N_A,$$

где α – поляризуемость атома или молекулы. Для полярных диэлектриков

$$\alpha = \alpha_e + \alpha_{\text{ор}},$$

где α_e и $\alpha_{\text{ор}}$ – электронная и ориентационная поляризуемости. При этом, учитывая что p_0 – дипольный момент молекулы,

$$\alpha_{\text{ор}} = \frac{p_0^2}{3kT\epsilon_0}.$$

Вектор электростатической индукции

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}.$$

Теорема Остроградского–Гаусса для поля в веществе

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \sum q_i.$$

Емкость C (или просто ёмкость) уединенного проводника, несущего заряд q и потенциал ϕ ,

$$C = \frac{q}{\phi}.$$

Ёмкость системы двух проводников – конденсатора

$$C = \frac{q}{\Delta\phi}.$$

Ёмкость плоского конденсатора, состоящего из двух одинаковых параллельных пластин площадью S , находящихся на расстоянии d друг от друга

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d},$$

где ε – диэлектрическая проницаемость диэлектрика, находящегося между пластин.

Потенциальная энергия взаимодействия системы точечных зарядов

$$W_p = \frac{1}{2} \sum (q_i \varphi_i),$$

где φ_i – потенциал, созданный всеми зарядами, кроме q_i в точке нахождения заряда q_i .

Энергия уединенного проводника с зарядом q и потенциалом φ

$$W_p = \frac{1}{2} q \varphi = \frac{1}{2} C \varphi^2 = \frac{q^2}{2C}.$$

Энергия заряженного конденсатора

$$W_p = \frac{q \Delta \varphi}{2} = \frac{C (\Delta \varphi)^2}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

Объемная плотность энергии электрического поля

$$w = \frac{W_p}{V} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2}.$$

Сила электрического тока

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Плотность электрического тока, протекающего по проводнику сечением S

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS} \vec{k},$$

где $\vec{k}$ – единичный вектор, направленный по скорости перемещения положительного заряда.

Сопротивление однородного проводника

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где l и S – длина и площадь сечения проводника, ρ – удельное сопротивление вещества проводника.

Зависимость сопротивления от температуры

$$R = R_0(1 + \alpha t),$$

где R_0 – сопротивление при 0°C ; α – термический коэффициент сопротивления.

Интегральный закон Ома для однородного участка цепи

$$I = \frac{U}{R}.$$

Дифференциальный закон Ома

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \gamma \vec{E},$$

где $\gamma = 1/\rho$ – удельная проводимость вещества.

Закон Ома для неоднородного участка цепи

$$I = \frac{\Phi_1 - \Phi_2 + \varepsilon_{12}}{R}.$$

Закон Ома для замкнутой цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

где ε – суммарная ЭДС, действующая в контуре; R – внешнее сопротивление цепи, r – внутреннее сопротивление источника.

Правила Кирхгофа для разветвленных цепей:

1. Алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле равна 0. Ток, входящий в узел, считается положительным, выходящий – отрицательным

$$\sum I_i = 0;$$

2. Сумма падений напряжений на сопротивлениях в замкнутом контуре равна сумме ЭДС, действующих в этом контуре

$$\sum I_i R_j = \sum \varepsilon_i.$$

При этом ток считается положительным, если его направление совпадает с направлением обхода контура. ЭДС положительно, если направление тока, создаваемого этой ЭДС в отсутствие других, совпадает с направлением обхода и наоборот.

Работа, совершаемая электрическим током I на участке цепи сопротивлением R , находящемся под напряжением U

$$A = IUt.$$

Закон Джоуля-Ленца дает выражение для количества тепла, выделившегося в случае неподвижного проводника и отсутствии химических превращений

$$Q = I^2 R t.$$

Мощность, развиваемая током

$$P = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Закон Джоуля-Ленца в дифференциальном виде

$$w = \frac{dP}{dV} = \gamma E^2.$$

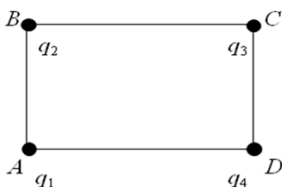
Примеры решения задач

Пример 4.1. В вершинах прямоугольника помещены точечные заряды $q_1 = 20$ нКл, $q_2 = -10$ нКл, $q_3 = 30$ нКл и $q_4 = -40$ нКл (рис. 4.1, а). Определить напряженность электрического поля в точке D и силу, действующую на заряд q_4 , если $AB = a = 5$ см, $BC = b = 10$ см.

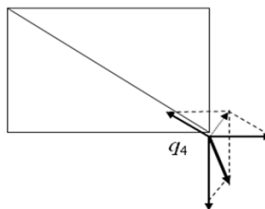
Решение

Модули векторов напряженности полей, создаваемых точечными зарядами q_1, q_2, q_3 в точке D , согласно закону Кулона

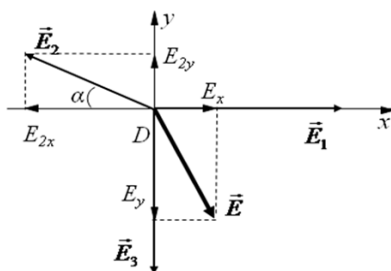
$$E_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2}.$$



a



б



в

Рис. 4.1

Подставив значения, получим $E_1 = 18$ кВ/м, $E_2 = 7,2$ кВ/м, $E_3 = 108$ кВ/м. Результирующее значение напряженности есть модуль суммы векторов $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ и $\vec{E}_3$ (рис. 4.1, б). Учитывая простую геометрию расположения зарядов, наиболее просто получить результат, сложив проекции векторов на взаимно перпендикулярные оси x и y (рис. 4.1, в):

$$E_x = E_1 - E_{2x} = E_1 - E_2 \cos \alpha = E_1 - E_2 \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 11,6 \text{ кВ/м} ,$$

$$E_y = E_{2y} - E_3 = E_2 \sin \alpha - E_3 = E_2 \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} - E_3 = -104,8 \text{ кВ/м} .$$

Таким образом,

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 105,4 \text{ кВ/м} .$$

Сила, действующая на q_4 , равна

$$\vec{F}_4 = q_4 \vec{E}$$

и направлена против вектора $\mathbf{E}$ ($q_4 < 0$), ее величина

$$F_4 = 4,22 \text{ мН}.$$

Пример 4.2. В модели Томсона атом водорода рассматривается как однородно положительно заряженный шар, в центре которого находится точечный отрицательный электрон. Определить размер атома водорода в этой модели, приняв, что она правильно предсказывает энергию ионизации атома, равную 13,5 эВ (1 эВ = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж).

Решение

Энергия ионизации атома в данной модели есть разность потенциальных энергий электрона в центре положительно заряженного шара и на бесконечном удалении. Принимая второе значение равным нулю, т. е. считая потенциал поля точечного заряда на расстоянии a от него равным Kq/a ($K = 1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ единиц СИ), получаем для энергии ионизации (рис. 4.2):

$$W_{\text{ион}} = e\varphi(r=0) = eK \int_0^R \frac{\rho \cdot 4\pi r^2 dr}{r} = eK\rho \cdot 4\pi \frac{R^2}{2} =$$

$$= \frac{3}{2} eK\rho \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{R} = \frac{3}{2} K \frac{e^2}{R} \text{ (интегрирование ведется по шаровым слоям).}$$

Таким образом,

$$R = \frac{3}{2} K \frac{e^2}{W_{\text{ион}}} = \frac{3}{2} 9 \cdot 10^9 \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{13,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,6 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 1,6 \text{ \AA}.$$

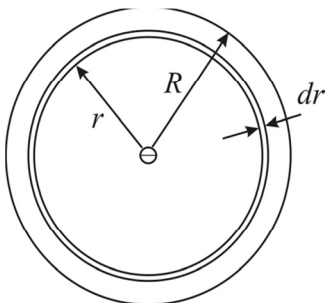


Рис. 4.2

Пример 4.3. Плоский воздушный конденсатор подключен к источнику, создающему разность потенциалов на обкладках $U = 50$ В. Площадь пластин $S = 100$ см², расстояние между ними $d = 1$ см. Не отключая источника, в конденсатор вдвинули вплотную к одной из пластин стеклянную пластинку ($\varepsilon = 5$) такой же площади и толщиной $h = 5$ мм. Определить работу внешних сил по перемещению пластинки.

Решение

Потенциальная энергия конденсатора определяется по формуле

$$W = \frac{CU^2}{2}.$$

При внесении пластинки в конденсатор изменяется его емкость. Поскольку источник не отключается от конденсатора, разность потенциалов на обкладках остается постоянной. Следовательно, энергия конденсатора изменится вследствие изменения его емкости.

Работа *внешних* сил равна *приращению* потенциальной энергии системы:

$$A = \Delta W = W_2 - W_1 = \frac{U^2}{2} (C_2 - C_1).$$

Емкость плоского конденсатора с однородным диэлектриком между пластинами $C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$, где ε – диэлектрическая проницаемость диэлектрика. Для C_1 промежутков воздушный, его диэлектрическая проницаемость фактически равна 1. Во втором случае C_2 можно рассчи-

тать. Ввиду однородности поля в диэлектрике и воздухе внутри конденсатора (рис. 4.3) отношение напряженностей E_B и E_d равно ε (по определению диэлектрической проницаемости). Следовательно, разность потенциалов между обкладками

$$U = \int_A^B \vec{E} d\vec{l} = E_d h + E_B (d - h) = \frac{E_B}{\varepsilon} h + E_B (d - h) = E_B \left(\frac{h}{\varepsilon} + d - h \right).$$

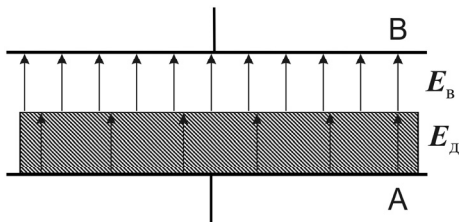


Рис. 4.3

Поле в воздушном промежутке создается только зарядами обкладок (напряженность поля связанных зарядов вне пластинки равна нулю), т. е.

$$E_B = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0 S}.$$

Таким образом,

$$U = \frac{q}{\varepsilon_0 S} \left(d + \frac{h}{\varepsilon} - h \right).$$

Емкость конденсатора

$$C_2 = \frac{q}{U} = \frac{\varepsilon_0 S}{d + h \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)}.$$

Искомая работа

$$A = \frac{U^2}{2} (C_2 - C_1) = \frac{U^2}{2} \frac{\varepsilon_0 S}{d} \frac{h \left(1 - \frac{1}{\varepsilon} \right)}{d - h \left(1 - \frac{1}{\varepsilon} \right)}.$$

Полученное выражение не имеет особенностей; в интервале $0 < h < d$ работа растет от 0 до максимального значения:

$$A_{\max} = (\varepsilon - 1) \frac{C_1 U^2}{2}.$$

Для условий задачи $A = 7,4$ нДж.

Пример 4.4. Мостовой метод измерения сопротивлений был разработан Ч. Уитстоном в первой половине XIX в. Определите значение сопротивления R_x при измерении его по мостовой схеме (рис. 4.4). Сопротивление магазина $R_M = 2,0$ Ом, длина плеч реохорда (высокоомного провода с подвижным контактом) при балансе моста $l_1 = 27$ см, $l_2 = 23$ см.

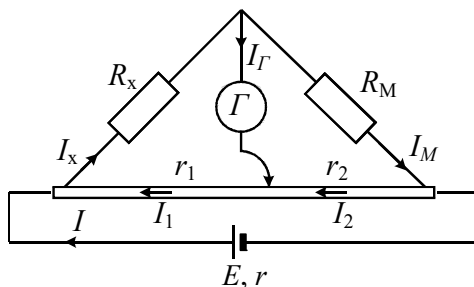


Рис. 4.4

Решение

Составим, согласно правилам Кирхгофа, систему уравнений для трех узлов и трех контуров схемы в соответствии с выбранным направлением токов:

$$\begin{cases} I + I_1 - I_x = 0, \\ I_x - I_G - I_M = 0, \\ I_M - I_2 - I = 0, \\ rI - r_1 I_1 - r_2 I_2 = E, \\ R_x I_x + r_G I_G + r_1 I_1 = 0 \\ R_M I_M - r_G I_G + r_2 I_2 = 0 \end{cases}$$

В этой схеме есть параметры, точные значения которых требуют дополнительных измерений, что усложняет процедуру определения R_x , поэтому Ч. Уитстон предложил обходиться без определения значений ЭДС и внутреннего сопротивления источника тока путем точной балансировки моста, при которой ток через гальванометр равен нулю. Таким образом $I_G = 0$. Тогда из второго уравнения следует $I_x = I_m$. Исключая I_m из третьего уравнения, получим из первого и третьего уравнений:

$$\begin{cases} I + I_1 = I_x \\ I + I_2 = I_x \end{cases} \text{ и } I_1 = I_2.$$

Из пятого и шестого уравнений получаем:

$$\begin{cases} R_x I_x + r_1 I_1 = 0, \\ R_m I_m + r_2 I_2 = 0. \end{cases}$$

Отсюда

$$\frac{R_x}{R_m} = \frac{r_1}{r_2} \text{ и } R_x = \frac{r_1}{r_2} R_m.$$

Так как сопротивление части провода реохорда r пропорционально его длине l , то

$$R_x = \frac{l_1}{l_2} R_m = 2,35 \text{ Ом.}$$

Занятие 17. Напряженность электрического поля. Электрический диполь

17.1. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами $q_1 = 10 \text{ нКл}$ и $q_2 = -20 \text{ нКл}$, находящимися на расстоянии $d = 20 \text{ см}$ друг от друга. Определить напряженность E поля в точке, удаленной от первого заряда на r_1 и от второго на r_2 . Вычислить E для случая $r_1 = 30 \text{ см}$ и $r_2 = 50 \text{ см}$.

17.2. Полусфера несет заряд, равномерно распределенный с поверхностной плотностью $\sigma = 1 \text{ нКл/м}^2$. Найти напряженность E электрического поля в геометрическом центре полусферы.

17.3. Бесконечно длинная тонкостенная металлическая трубка радиусом $R = 2 \text{ см}$ несет равномерно распределенный по поверхности заряд ($\sigma = 1 \text{ нКл/м}^2$). Определить напряженность E поля в точках, отстоящих от оси трубки на расстояниях $r_1 = 1 \text{ см}$, $r_2 = 3 \text{ см}$. Построить график зависимости $E(r)$.

17.4. Расстояние d между двумя длинными тонкими проволоками, расположенными параллельно друг другу, равно 16 см . Проволоки равномерно заряжены разноименными зарядами с линейной плотностью $\tau = 150 \text{ мКл/м}$. Какова напряженность E поля в точке, удаленной на $r = 10 \text{ см}$ как от первой, так и от второй проволоки?

17.5. Определить напряженность электрического поля, созданного диполем на расстоянии 10 см от центра на его оси и перпендикулярно оси. Дипольный момент $1 \text{ пКл}\cdot\text{м}$.

17.6. Диполь с электрическим моментом $p = 100 \text{ пКл}\cdot\text{м}$ свободно устанавливается в однородном электрическом поле напряженностью $E = 150 \text{ кВ/м}$. Вычислить работу A , необходимую для того, чтобы повернуть диполь на угол 180° .

Задачи для самостоятельного решения 17

Д17.1. Расстояние d между двумя точечными зарядами $q_1 = +8 \text{ нКл}$ и $q_2 = -5,3 \text{ нКл}$ равно 40 см . Вычислить напряженность E поля в точке, лежащей посередине между зарядами. Чему равна напряженность, если второй заряд будет положительным?

Д17.2. Тонкое кольцо радиусом $R = 8 \text{ см}$ несет заряд, равномерно распределенный с линейной плотностью $\tau = 10 \text{ нКл/м}$. Какова напряженность E электрического поля в точке, равноудаленной от всех точек кольца на расстояние $r = 10 \text{ см}$?

Д17.3. Очень длинная тонкая прямая проволока несет заряд, равномерно распределенный по всей ее длине. Вычислить линейную плотность τ заряда, если напряженность E поля на расстоянии $a = 0,5 \text{ м}$ от проволоки против ее середины равна 200 В/м .

Д17.4. Два диполя с электрическими моментами $p_1 = 1$ пКл·м и $p_2 = 4$ пКл·м находятся на расстоянии $r = 2$ см друг от друга. Найти силу их взаимодействия, если оси диполей лежат на одной прямой.

Занятие 18. Потенциал электрического поля. Теорема Гаусса

18.1. Электрическое поле в вакууме создается системой одинаковых по модулю точечных зарядов 20 нКл (рис. 4.5). Найти потоки векторов $\vec{E}$ и $\vec{D}$ через произвольную замкнутую поверхность S . Как изменятся эти потоки, если всю систему поместить в среду с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 3$?

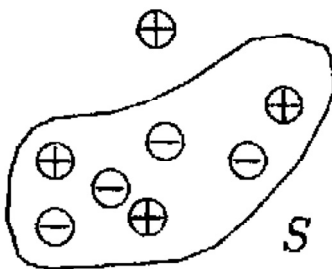


Рис. 4.5

18.2. Две длинные тонкостенные коаксиальные трубки радиусами $R_1 = 2$ см и $R_2 = 4$ см несут заряды, равномерно распределенные по длине с линейными плотностями $\tau_1 = 1$ нКл/м и $\tau_2 = -0,5$ нКл/м. Пространство между трубками заполнено эбонитом. Определить напряженность E поля в точках, находящихся на расстояниях $r_1 = 1$ см, $r_2 = 3$ см, $r_3 = 5$ см от оси трубок. Построить график зависимости E от r .

18.3. Две параллельные, разноименно заряженные плоскости создают в пространстве между собой электрическое поле. Расстояние между плоскостями 1 см, модуль поверхностных плотностей равен 1 мКл/м^2 . Найти разность потенциалов между плоскостями.

18.4. Определить потенциал φ электрического поля в точке, удаленной от зарядов $q_1 = -0,2$ мкКл и $q_2 = 0,5$ мкКл соответственно на $r_1 = 15$ см и $r_2 = 25$ см. Определить также минимальное и максимальное расстояние между зарядами, при которых возможно решение.

18.5. Найти потенциальную энергию системы трех точечных зарядов $q_1 = 10$ нКл, $q_2 = 20$ нКл и $q_3 = -30$ нКл, расположенных в вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 10$ см.

18.6. На отрезке тонкого прямого проводника равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 10$ нКл/м. Вычислить потенциал φ , создаваемый этим зарядом в точке, расположенной на оси проводника и удаленной от ближайшего конца отрезка на расстояние, равное длине этого отрезка.

18.7. Тонкая круглая пластина несет равномерно распределенный по плоскости заряд $q = 1$ нКл. Радиус R пластины равен 5 см. Определить потенциал электрического поля в двух точках: 1) в центре пластины; 2) в точке, лежащей на оси, перпендикулярной плоскости пластины и отстоящей от центра пластины на $a = 5$ см.

Задачи для самостоятельного решения 18

Д18.1. Электрическое поле создано двумя бесконечными параллельными пластинами, несущими равномерно распределенный по площади заряд с поверхностными плотностями $\sigma_1 = 2$ нКл/м² и $\sigma_2 = -5$ нКл/м². Определить напряженность E поля: 1) между пластинами; 2) вне пластин. Построить график изменения напряженности вдоль линии, перпендикулярной пластинам.

Д18.2. Две бесконечные параллельные пластины равномерно заряжены с поверхностной плотностью $\sigma_1 = 10$ нКл/м² и $\sigma_2 = -30$ нКл/м². Определить силу взаимодействия между пластинами, приходящуюся на единицу площади.

Д18.3. Заряды $q_1 = 1$ мкКл и $q_2 = -1$ мкКл находятся на расстоянии $d = 10$ см. Определить напряженность E и потенциал φ поля в точке, удаленной на расстояние $r = 10$ см от первого заряда и лежащей на линии, проходящей через первый заряд перпендикулярно направлению от q_1 к q_2 .

Д18.4. Вычислить потенциальную энергию системы двух точечных зарядов $q_1 = 100$ нКл и $q_2 = 10$ нКл, находящихся на расстоянии $d = 10$ см друг от друга.

Занятие 19. Диэлектрики в электрическом поле

19.1. Расстояние d между пластинами плоского конденсатора равно 2 мм, разность потенциалов $U = 1,8$ кВ. Диэлектрик – стекло. Определить диэлектрическую восприимчивость χ стекла и поверхностную плотность σ' поляризационных (связанных) зарядов на поверхности стекла.

19.2. При какой поляризованности P диэлектрика ($\epsilon = 5$) напряженность $E_{\text{лок}}$ локального поля равна 10 МВ/м?

19.3. Определить поляризованность P стекла, помещенное во внешнее электрическое поле напряженностью $E_0 = 5$ МВ/м.

19.4. Диэлектрическая восприимчивость χ газообразного аргона при нормальных условиях равна $5,54 \cdot 10^{-4}$. Определить диэлектрические проницаемости ϵ_1 и ϵ_2 жидкого ($\rho_1 = 1,40$ г/см³) и твердого ($\rho_2 = 1,65$ г/см³) аргона.

19.5. Зная, что показатель преломления n водяных паров при нормальных условиях равен 1,000252 и что молекула воды обладает электрическим моментом $p = 6,1 \cdot 10^{-30}$ Кл · м, определить, какую долю от общей поляризуемости (электронной и ориентационной) составляет электронная поляризуемость молекулы.

Задачи для самостоятельного решения 19

Д19.1. Эбонитовая плоскопараллельная пластина помещена в однородное электрическое поле напряженностью $E_0 = 2$ МВ/м. Грани пластины перпендикулярны линиям напряженности. Определить поверхностную плотность σ' связанных зарядов на гранях пластины.

Д19.2. Определить при какой напряженности E среднего макроскопического поля в диэлектрике ($\epsilon = 3$) поляризованность P достигает значения, равного 200 мкКл/м².

Д19.3. Во внешнем электрическом поле напряженностью $E_0 = 40$ МВ/м поляризованность P жидкого азота оказалась равной 109 мКл/м². Определить: 1) диэлектрическую проницаемость ϵ жидкого азота; 2) индуцированный электрический момент p одной молекулы. Плотность ρ жидкого азота принять равной 804 кг/м³.

Д19.4. Поляризуемость α молекулы водорода можно принять равной $1,0 \cdot 10^{-29}$ м³. Определить диэлектрическую восприимчивость χ водорода для двух состояний: 1) газообразного при нормальных условиях; 2) жидкого, плотность ρ которого равна $70,8$ кг/м³.

Занятие 20. Проводники в электрическом поле.

Энергия электрического поля

20.1. Два металлических шара радиусами $R_1 = 2$ см и $R_2 = 6$ см соединены проводником, емкостью которого можно пренебречь. Шарам сообщен заряд $q = 1$ нКл. Найти поверхностную плотность σ зарядов на шарах.

20.2. Между пластинами плоского конденсатора (площадь каждой пластины 90 см²) находятся стеклянная пластина толщиной 1 мм и слюдяная пластина толщиной 2 мм. Определить емкость конденсатора. Диэлектрическая проницаемость стекла и слюды 10 и 6 соответственно.

20.3. На пластинах плоского конденсатора равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью $\sigma = 0,2$ мКл/м². Расстояние d между пластинами равно 1 мм. На сколько изменится разность потенциалов на его обкладках при увеличении расстояния d между пластинами до 3 мм?

20.4. Конденсатор электроемкостью $C_1 = 0,2$ мкФ был заряжен до разности потенциалов $U_1 = 320$ В. После того как его соединили параллельно со вторым конденсатором, заряженным до разности потенциалов $U_2 = 450$ В, напряжение U на нем изменилось до 400 В. Вычислить емкость C_2 второго конденсатора. Вычислить произведенную работу.

20.5. Плоский воздушный конденсатор электроемкостью $C = 1,11$ нФ заряжен до разности потенциалов $U = 300$ В. После отключения от источника напряжения расстояние между пластинами конденсатора было увеличено в пять раз. Определить: 1) разность потенциалов U на обкладках конденсатора после их раздвижения; 2) работу A внешних сил по раздвижению пластин.

20.6. Уединенная металлическая сфера электроемкостью $C = 10$ пФ заряжена до потенциала $\varphi = 3$ кВ. Определить энергию W поля, заключенного в сферическом слое, ограниченном сферой и концентрической с ней сферической поверхностью, радиус которой в три раза больше радиуса сферы.

Задачи для самостоятельного решения 20

Д20.1. Определить электроемкость C Земли, принимая ее за шар радиусом $R = 6400$ км.

Д20.2. Расстояние d между пластинами плоского конденсатора равно $1,33$ мм, площадь S пластин равна 20 см^2 . В пространстве между пластинами конденсатора находятся два слоя диэлектриков: слюды толщиной $d_1 = 0,7$ мм и эбонита толщиной $d_2 = 0,3$ мм. Определить электроемкость C конденсатора.

Д20.3. К воздушному конденсатору, заряженному до разности потенциалов $U = 600$ В и отключенному от источника напряжения, присоединили параллельно второй незаряженный конденсатор таких же размеров и формы, но с диэлектриком (фарфор). Определить диэлектрическую проницаемость ε фарфора, если после присоединения второго конденсатора разность потенциалов уменьшилась до $U_1 = 100$ В.

Д20.4. Плоский воздушный конденсатор состоит из двух круглых пластин радиусом $r = 10$ см каждая. Расстояние d_1 между пластинами равно 1 см. Конденсатор зарядили до разности потенциалов $U = 1,2$ кВ и отключили от источника тока. Какую работу A нужно совершить, чтобы, удаляя пластины друг от друга, увеличить расстояние между ними до $d_2 = 3,5$ см?

Занятие 21. Законы Ома

21.1. Напряжение U на шинах электростанции равно 6,6 кВ. Потребитель находится на расстоянии $l = 10$ км. Определить площадь S сечения медного провода, который следует взять для устройства двухпроводной линии передачи, если сила тока I в линии равна 20 А и потери напряжения в проводах не должны превышать 3 %.

21.2. Найти общее сопротивление участка цепи между точками А и В, содержащего бесконечное число проводников сопротивлением R каждый (рис. 4.6).

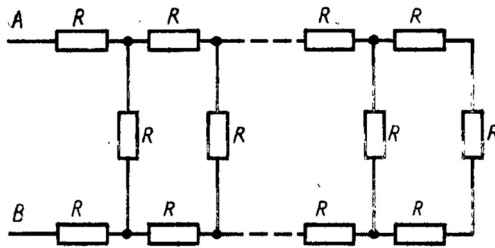


Рис. 4.6

21.3. К контуру, состоящему из резисторов R_1 и R_2 , R_3 и R_4 , в точках А и В подключен источник постоянного напряжения U (рис. 4.7), а в точках С и D – высокоомный вольтметр. Какую разность потенциалов покажет вольтметр? При каком соотношении сопротивлений вольтметр покажет 0?

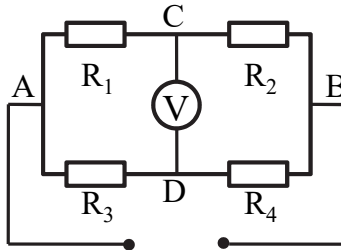


Рис. 4.7

21.4. Зашунтированный амперметр измеряет токи силой до $I = 10$ А. Какую наибольшую силу тока может измерить этот амперметр

без шунта, если сопротивление R_a амперметра равно 0,02 Ом, а сопротивление $R_{ш}$ шунта равно 5 мОм?

21.5. Даны 12 элементов с ЭДС $\varepsilon = 1,5$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,4$ Ом. Как нужно соединить эти элементы, чтобы получить от собранной из них батареи наибольшую силу тока во внешней цепи, имеющей сопротивление $R = 0,3$ Ом? Определить максимальную силу тока $I_{\max}$.

21.6. Два гальванических элемента ($\varepsilon_1 = 1,2$ В, $r_1 = 0,1$ Ом; $\varepsilon_2 = 0,9$ В, $r_2 = 0,3$ Ом) соединены одноименными полюсами. Сопротивление R соединительных проводов равно 0,2 Ом. Определить силу тока I в цепи.

Задачи для самостоятельного решения 21

Д21.1. Определить плотность тока j в железном проводнике длиной $l = 10$ м, если провод находится под напряжением $U = 6$ В.

Д21.2. Вычислить сопротивление R графитового проводника, изготовленного в виде прямого круглого усеченного конуса высотой $h = 20$ см и радиусами оснований $r_1 = 12$ мм и $r_2 = 8$ мм. Температура t проводника равна 20°C.

Д21.3. Катушка и амперметр соединены последовательно и присоединены к источнику тока. К зажимам катушки присоединен вольтметр сопротивлением $R_v = 1$ кОм. Показания амперметра $I = 0,5$ А, вольтметра $U = 100$ В. Определить сопротивление R катушки. Сколько процентов от точного значения сопротивления катушки составит погрешность, если не учитывать сопротивления вольтметра?

Д21.4. Две группы из трех последовательно соединенных элементов соединены параллельно. ЭДС ε каждого элемента равна 1,2 В, внутреннее сопротивление $r = 0,2$ Ом. Полученная батарея замкнута на внешнее сопротивление $R = 1,5$ Ом. Найти силу тока I во внешней цепи.

Занятие 22. Работа и мощность тока

22.1. Два источника тока ($\varepsilon_1 = 8$ В, $r_1 = 2$ Ом; $\varepsilon_2 = 6$ В, $r_2 = 1,5$ Ом) и реостат ($R = 10$ Ом) соединены, как показано на рис. 4.8а. Вычислить силу тока I , текущего через реостат.

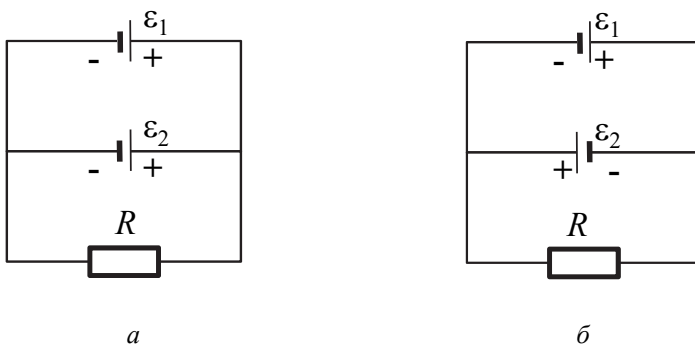


Рис. 4.8

22.2. Обмотка электрического кипятильника имеет две секции. Если включена только первая секция, то вода закипает через $t_1 = 15$ мин, если только вторая, то через $t_2 = 30$ мин. Через сколько минут закипит вода, если обе секции включить последовательно?

22.3. Проточный водонагреватель имеет мощность 3 кВт, работает при напряжении 220 В. Температура воды, поступающей в водонагреватель 20°C , Выходящей – 40°C . Найти расход воды (массу теплой воды в минуту) и ток, потребляемый водонагревателем. Удельная теплоемкость воды $4190 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$.

22.4. При силе тока $I_1 = 3 \text{ А}$ во внешней цепи батареи аккумуляторов выделяется мощность $P_1 = 18 \text{ Вт}$, при силе тока $I_2 = 1 \text{ А}$ – мощность $P_2 = 10 \text{ Вт}$. Определить ЭДС и внутреннее сопротивление r батареи.

22.5. С каким КПД работает свинцовый аккумулятор, ЭДС которого 2,15 В, если во внешней цепи сопротивлением $R = 0,25 \text{ Ом}$ сила тока $I = 5 \text{ А}$? На какую максимальную полезную мощность рассчитан аккумулятор? Как изменится при этом его КПД?

Задачи для самостоятельного решения 22

Д22.1. Две батареи аккумуляторов ($\varepsilon_1 = 10$ В, $r_1 = 1$ Ом; $\varepsilon_2 = 8$ В, $r_2 = 2$ Ом) и реостат ($R = 6$ Ом) соединены, как показано на рис. 4.8, б. Найти силу тока в батареях и реостате.

Д22.2. Три батареи с ЭДС $\varepsilon_1 = 12$ В, $\varepsilon_2 = 5$ В и $\varepsilon_3 = 10$ В и одинаковыми внутренними сопротивлениями r , равными 1 Ом, соединены между собой одноименными полюсами. Сопротивление соединительных проводов ничтожно мало. Определить силы токов I , идущих через каждую батарею.

Д22.3. Лампочка и реостат, соединенные последовательно, присоединены к источнику тока. Напряжение U на зажимах лампочки равно 40 В, сопротивление R реостата равно 10 Ом. Внешняя цепь потребляет мощность $P = 120$ Вт. Найти силу тока I в цепи.

Д22.4. По проводнику сопротивлением $R = 3$ Ом течет ток, сила которого возрастает. Количество теплоты Q , выделяющееся в проводнике за время $\tau = 8$ с, равно 200 Дж. Определить количество электричества q , протекшее за это время по проводнику. В момент времени, принятый за начальный, сила тока в проводнике равна нулю.

5. СПРАВОЧНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Некоторые постоянные числа и приближенные формулы

Числа	Приближенные формулы ($x \ll 1$)
$\pi \approx 3,1416$	$(1 \pm x)^k \approx 1 \pm kx$
$\pi^2 \approx 9,8696$	$e^{\pm x} \approx 1 \pm x$
$\sqrt{\pi} \approx 1,7725$	$\ln(1 \pm x) \approx \pm x$
$e \approx 2,7183$	$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x$
$\lg e \approx 0,4343$	$\cos x \approx 1 - x^2/2$
$\ln 2 \approx 0,69$	—
$\ln 10 \approx 2,3026$	—

Приставки для образования кратных и дольных единиц СИ

Приставка	Обозначение	Множитель	Пример
фемто	ф	10^{-15}	фм, фс
пико	п	10^{-12}	пм, пФ
нано	н	10^{-9}	нм, нКл
микро	мк	10^{-6}	мкм, мкФ
милли	м	10^{-3}	мм, мН
санти	с	10^{-2}	см
деци	д	10^{-1}	дм

Окончание таблицы

Приставка	Обозначение	Множитель	Пример
—	—	1	м
дека	да	10^1	дам, дал
гекто	г	10^2	гм, га
кило	к	10^3	км, кВ
мега	М	10^6	Мм, МПа
гига	Г	10^9	Гм, ГПа
тера	Т	10^{12}	Тм, ТГц

Некоторые физические постоянные

Скорость света в вакууме (точно)	$c = 299792458 \text{ м/с}$
Ускорение свободного падения (в Новосибирске)	$g = 9,8145 \text{ м/с}^2$
Гравитационная постоянная (2014 год)	$G = 6,67408 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{с}^2 \cdot \text{кг})$
Постоянная Больцмана	$k = 1,3806 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Постоянная Авогадро (точно)	$N_A = 6,02214 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,31 \text{ Дж/(К} \cdot \text{моль)}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,854188 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Заряд электрона	$e = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$

Плотности некоторых твёрдых веществ

Вещество	ρ кг/м ³	ρ г/см ³	Вещество	ρ кг/м ³	ρ г/см ³
Осмий	22 600	22,6	Мрамор	2700	2,7
Иридий	22 400	22,4	Стекло оконное	2500	2,5

Окончание таблицы

Вещество	ρ кг/м ³	ρ г/см ³	Вещество	ρ кг/м ³	ρ г/см ³
Платина	21 500	21,5	Бетон	2300	2,3
Золото	19 300	19,3	Кирпич	1800	1,8
Свинец	11300	11,3	Сахар-рафинад	1600	1,6
Серебро	10 500	10,5	Оргстекло	1200	1,2
Медь	8900	8,9	Полиэтилен	920	0,92
Латунь	8500	8,5	Парафин	900	0,90
Сталь, железо	7800	7,8	Лед	900	0,90
Олово	7300	7,3	Дуб (сухой)	700	0,70
Цинк	7100	7,1	Сосна (сухая)	400	0,40
Чугун	7000	7,0	Пробка	240	0,24
Алюминий	2700	2,7	Бальза	150	0,15

Плотности некоторых жидких веществ

Вещество	ρ кг/м ³	ρ г/см ³	Вещество	ρ кг/м ³	ρ г/см ³
Ртуть	13 600	13,60	Спирт	800	0,80
Серная кислота	1800	1,80	Ацетон	790	0,79
Вода морская	1030	1,03	Эфир	710	0,71
Вода чистая	1000	1,00	Бензин	710	0,71
Масло касторовое	960	0,96	Жидкое олово (при $t = 400^\circ\text{C}$)	6800	6,80
Масло машинное	900	0,90	Жидкий воздух (при $t = -194^\circ\text{C}$)	860	0,86

**Плотности некоторых газов
(при 0°С и нормальном атмосферном давлении)**

Вещество	ρ кг/м ³	ρ г/см ³	Вещество	ρ кг/м ³	ρ г/см ³
Хлор	3,210	0,00321	Угарный газ	1,250	0,00125
Углекислый газ	1,980	0,00198	Природный газ	0,800	0,0008
Кислород	1,430	0,00143	Водяной пар (100°С)	0,590	0,00059
Воздух	1,290	0,00129	Гелий	0,180	0,00018
Азот	1,250	0,00125	Водород	0,090	0,00009

**Некоторые коэффициенты трения покоя
(максимального) μ_0 и скольжения μ**

Пара трения	μ_0	μ
Сталь/сталь	0,15	0,1
Металл/дерево	0,5...0,6	0,4...0,5
Дерево/дерево	0,65	0,3
Кожа/чугун	0,56	0,27
Сталь/лёд	—	0,014
Автошина/асфальт	0,55	0,3
Медь/сталь	0,53	0,36
Стекло/стекло	0,9	0,4

Некоторые коэффициенты трения качения η

Пара трения	η
Стальное колесо по стали	0,001–0,05
Деревянное колесо по дереву	0,05–0,08
Стальное колесо по дереву	0,15–0,25

Окончание таблицы

Пара трения	η
Пневматическая шина по асфальту	0,006–0,02
Деревянное колесо по стали	0,03–0,04
Шарикоподшипник (подшипник качения)	0,001–0,004
Роликоподшипник (также качения)	0,0025–0,01
Шарик твердой стали по стали	0,0005–0,001

**Коэффициенты динамической вязкости η
некоторых веществ (20°C и 101,3 кПа)**

Вещество	η (мПа·с)	Вещество	η (мПа·с)
Вода	1,002	Воздух	0,0172
Азот	0,0166	Аргон	0,0215
Водород	0,0087	Кислород	0,0198

Удельные теплоемкости с некоторых веществ

Вещество	c (Дж/кг·К)	Вещество	c (Дж/кг·К)
Вода	4190	Медь	385
Глицерин	2390	Алюминий	896
Спирт	2390	Сталь	465

**Эффективный диаметр d и теплопроводность χ
некоторых газов**

Молекула	d (нм)	χ (мВт/(м · К))	Молекула	d (нм)	χ (мВт/(м · К))
Водород	0,28	168	Азот	0,38	24,3
Кислород	0,36	24,4	Аргон	0,35	16,2
Гелий	0,22	152			

Диэлектрические проницаемости ϵ некоторых веществ

Вещество	ϵ	Вещество	ϵ
Парафин	2,3	Слюда	4–8
Полихлорвинил	3,3	Берёза сухая	3–4
Стекло	4–10	Канифоль	3,5
Резина	2,6–3	Керосин	2
Эбонит	4–4,5	Глицерин	56
Ацетон	21	Вода (при 0° C)	81

Удельное сопротивление ρ и температурный коэффициент сопротивления α некоторых веществ

Вещество	$\rho, 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$	$\alpha, 10^{-3} \text{ K}^{-1}$
Алюминий	2,7	4,3
Медь	1,72	3,8
Золото	2,2	3,9
Серебро	1,6	3,8
Вольфрам	55	4,1
Железо	10	6,2
Графит	800	—
Ртуть	96	0,92
Константан (58,8 % Cu, 40 % Ni, 1,2% Mn)	50	0,03
Нихром (67,5% Ni, 15 % Cr, 16% Fe, 1,2% Mn)	112	0,25

Периодическая система химических элементов

Периоды	Ряды	I группа	II группа	III группа	IV группа
1	1	(H)			
2	2	3 Li 6,939 литий	4 Be 9,0122 бериллий	5 10,81 B бор	6 12,01115 C углерод
3	3	11 Na 22,98 натрий	12 Mg 24,305 магний	13 26,9814 Al алюминий	14 28,086 Si кремний
4	4	19 K 39,102 калий	20 Ca 40,08 кальций	21 Sc 44,956 скандий	22 Ti 47,90 титан
	5	29 63,54 Cu медь	30 65,37 Zn цинк	31 69,72 Ga галлий	32 72,59 Ge германий
5	6	37 Rb 85,467 рубидий	38 Sr 87,62 стронций	39 Y 88,905 иттрий	40 Zr 91,22 цирконий
	7	47 107,87 Ag серебро	48 112,40 Cd кадмий	49 114,82 In индий	50 118,69 Sn олово
6	8	55 Cs 132,905 цезий	56 Ba 137,34 барий	57 La 138,91 лантан	72 Hf 178,49 гафний
	9	79 196,967 Au золото	80 200,59 Hg ртуть	81 204,37 Tl таллий	82 207,19 Pb свинец
7	10	87 Fr <223> франций	88 Ra <226> радий	89 Ac <227> актиний	104 Rf <260> резерфордий

Лантаноиды

57 La 138,91 лантан	58 Ce 140,12 церий	59 Pr 140,907 празеодим	60 Nd 144,24 неодим	61 Pm <145> прометий	62 Sm 150,35 самарий	63 Eu 151,96 европий	64 Gd 157,25 гадолиний
----------------------------------	---------------------------------	--------------------------------------	----------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------	-------------------------------------

Актиноиды

89 Ac <227> актиний	90 Th 232,04 торий	91 Pa <231> протактиний	92 U 238,03 уран	93 Np <237> нептуний	94 Pu <242> плутоний	95 Am <243> америций	96 Cm <243> кюрий
----------------------------------	---------------------------------	--------------------------------------	-------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------	--------------------------------

V группа	VI группа	VII группа	VIII группа		
		1 H 1,0079 водород	2 4,0026 He гелий		
7 14,0067 N азот	8 15,9994 O кислород	9 18,998 F фтор	10 20,183 Ne неон		
15 30,97376 P фосфор	16 32,064 S сера	17 35,453 Cl хлор	18 39,948 Ar аргон		
23 V 50,942 ванадий	24 Cr 51,996 хром	25 Mn 54,9380 марганец	26 Fe 55,847 железо	27 Co 58,9332 кобальт	28 Ni 58,71 никель
33 74,9216 As мышьяк	34 78,96 Se селен	35 79,909 Br бром	36 83,80 Kr криптон		
41 Nb 92,906 ниобий	42 Mo 95,94 молибден	43 Tc 98,9062 технеций	44 Ru 101,07 рутений	45 Rh 102,905 родий	46 Pd 106,4 палладий
51 121,75 Sb сурьма	52 127,60 Te теллур	53 126,9044 I йод	54 131,30 Xe ксенон		
73 Ta 180,948 тантал	74 W 183,85 вольфрам	75 Re 186,2 рений	76 Os 190,2 осмий	77 Ir 192,2 иридий	78 Pt 195,2 платина
83 208,980 Bi висмут	84 <210> Po полоний	85 <210> At астат	86 <222> Rn радон		
105 Db <261> дубний	106 Sg <263> сиборгий	107 Bh <264> борий	108 Hs <269> хассий	109 Mt <268> мейтнерий	

Лантаноиды

65 Tb 158,924 тербий	66 Dy 162,50 диспрозий	67 Ho 164,93 гольмий	68 Er 167,26 эрбий	69 Tm 168,934 тулий	70 Yb 173,04 иттербий	71 Lu 174,97 лютеций
-----------------------------------	-------------------------------------	-----------------------------------	---------------------------------	----------------------------------	------------------------------------	-----------------------------------

Актиноиды

97 Bk <249> берклий	98 Cf <249> калифорний	99 Es <254> эйнштейний	100 Fm <255> фермий	101 Md <256> менделевий	102 No <254> нобелий	103 Lr <257> лоуренсий
----------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	----------------------------------	--------------------------------------	-----------------------------------	-------------------------------------

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Чертов А.Г., Воробьев А.А.* Задачник по физике. – М.: Высшая школа, 1988. 527 с.
2. Сборник задач по курсу общей физики: учебное пособие для студентов пед. ин-тов / Г.А. Загуста и др.; под ред. М.С. Цедрика. – М.: Просвещение, 1989. – 271 с.
3. *Савельев И.В.* Сборник вопросов и задач по общей физике: учеб. пособие. – М.: Наука, 1988. – 288 с.

ОТВЕТЫ

1.1. 3,93 м/с; **1.2.** 2 м/с; **1.3.** 40 с, 80 м, $-0,1 \text{ м/с}^2$; **1.4.** 5,61 м;
1.5. 1) 14,1 м/с, 2) -10 м/с^2 , 3) $7,07 \text{ м/с}^2$, 4) $7,07 \text{ м/с}^2$; **1.6.** 1) 8 м, 2) 6,73 м,
 3) 4 м/с, 4) 3,36 м/с; **Д1.1.** 1) $x = l \operatorname{tg} \frac{2\pi}{T} t$, 2) 48,0 м/с; **Д1.2.** 150 м;
Д1.3. 1) $\vec{v}(t) = 13At^2\vec{i} + 2Bt\vec{j}$, 2) $a(t) = 16At\vec{i} + 2B\vec{j}$; **Д1.4.** $y^3 - 8x = 0$,
 2,77 м/с, 4,8 м/с²; **2.1** 39,2 Н; **2.2.** $a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2 + m} = 1,40 \text{ м/с}^2$; $T_1 =$
 $= m_1(g + a) = 11,2 \text{ Н}$; $T_2 = m_2(g - a) = 16,8 \text{ Н}$; **2.3.** 0,051; **2.4.** 1,33 кг·м/с;
2.5. $p_1 = 2mv_0 \sin \alpha = 3 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$; **2.6.** $R = -Q_m v = -160 \text{ Н}$; $a = -Q_m v / m = -$
 $-4,57 \text{ см/с}^2$; **Д2.1.** 2 м/с², 8 Н, 2 Н; **Д2.2.** $\mu = \operatorname{tg} \alpha - \frac{2l}{gt^2 \cos \alpha} = 0,35$;
Д2.3. $F_1 = -0,8 \text{ Н}$, $F_2 = -0,8 \text{ Н}$; $F = 0$ при $t = 1,67 \text{ с}$; **Д2.4.** 100 Н·с,
 100 кг·м/с; **3.1.** В 6,1 раза; **3.2.** 60,2°; **3.3.** 14 м/с; **3.4.** 0,75 м/с; **3.5.**
 1) 1,5 м, 2) 0,5 м, 3) 1,5 м, 0; **3.6.** 0,385 м/с, $-0,615 \text{ м/с}$; **Д3.1.** 0,5 с⁻¹;
Д3.2. 6,26 м/с; **Д3.3.** $3mg$, 70°30'; **Д3.4.** 39 кН; **4.1.** 1,35 кДж;
4.2. 336 Дж; **4.3.** 0,32 Вт; 56 Вт. **4.4.** 12 нДж; **4.5.** -6 м/с , 4 м/с ;
4.6. 15 м/с, 45 кН; **Д4.1.** 996 Дж; **Д4.2.** 30 кДж; **Д4.3.** 1) 9,6 Дж,
 2) 86,4 Дж; **Д4.4.** 1) $-6 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$, $16 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$; 2) $16 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$; 3) 9 Дж, 16 Дж;
 4) 16 Дж; 5) 0,64; **5.1.** $4 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; **5.2.** $6 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; **5.3.** 0,0235 кг·м²;
5.4. 2g/3; g/2; **5.5.** 3,53 Н; 3,92 Н; **5.6.** $-0,64 \text{ Н} \cdot \text{м}$; **Д5.1.** 1) $3 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$;
 2) $0,75 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; 3) $10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; **Д5.2.** $1,44 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; **Д5.3.** 0,31;

Д5.4. $0,24 \text{ м/с}^2$; **6.1.** 1) $4,55 \text{ рад/с}$, $0,909 \text{ м/с}$; 2) $2,27 \text{ рад/с}$, $0,454 \text{ м/с}$; 3) $3,03 \text{ рад/с}$, $0,303 \text{ м/с}$; 4) $1,52 \text{ рад/с}$, $0,202 \text{ м/с}$; **6.2.** $0,4 \text{ рад/с}$; **6.3.** $M = 200 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $N = 0,8 \text{ кВт}$; **6.4.** $3,18 \text{ Н} \cdot \text{м}$; **6.5.** $2,98 \text{ кН}$; $1,49 \text{ кН}$; **6.6.** $1,99 \text{ Н} \cdot \text{м}$; **Д6.1.** 1) $2,61 \text{ рад/с}$, $1,30 \text{ м/с}$; 2) $1,43 \text{ рад/с}$, $0,952 \text{ м/с}$; 3) $0,833 \text{ рад/с}$, $0,625 \text{ м/с}$; **Д6.2.** $1,02 \text{ рад/с}$; **Д6.3.** $2\pi/3$; **Д6.4.** $3,21 \text{ кДж}$; **7.1.** $8,9 \text{ м/с}$; **7.2.** $0,2$; **7.3.** 380 Н ; **7.4.** $9,2 \text{ м/с}$; **7.5.** 20 с ; **Д7.1.** $5,7 \text{ м/с}$; **Д7.2.** 1 м ; **Д7.3.** 0 Дж ; **Д7.4.** 111 кг/с ; **8.1.** $0,57 \text{ с}$; **8.2.** $1,25$; **8.3.** $0,825 \text{ м}$; 59° ; **8.4.** 25 нс ; **8.5.** $0,268 \text{ с}$; **8.6.** $0,5 \text{ с}$; **Д8.1.** 134 км/с ; **Д8.2.** $1,34 \text{ км/с}$; **Д8.3.** $72^\circ 66'$; **Д8.4.** 1) $0,195 \text{ с}$; 2) $0,974 \text{ с}$; **9.1.** $0,5 \text{ с}$; **9.2.** $1,67 \text{ т}$; **9.3.** $6,57 \cdot 10^7 \text{ кг}$; **9.4.** $0,341 \text{ МэВ}$; **9.5.** 1) 298 Мм/с ; 2) $18,9 \text{ Мм/с}$; **9.6.** $0,414 \text{ т}_0 \text{с}^2$; **9.7.** $2,82$; **Д9.1.** $2,05 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$; **Д9.2.** $0,231 \text{ с}$; **Д9.3.** 1) $1,37 \cdot 10^{17} \text{ кг}$; 2) $8,82 \cdot 10^7 \text{ кг}$; **Д9.4.** 260 Мм/с ; **11.2.** $0,5 \text{ моль}$; 16 г ; **11.3.** $9,97 \cdot 10^{-3} \text{ моль}$; **11.4.** $2,67 \text{ кПа}$; **11.5.** $1,16 \text{ МПа}$; **11.6.** 16 г ; 8 г ; **11.7.** $8,3 \text{ г}$; **Д11.1.** $3,2 \text{ кг/м}^3$; **Д11.2.** 473°С ; **Д11.3.** 275 К ; **Д11.4.** $0,18 \text{ МПа}$; $0,82 \text{ МПа}$; **12.1.** $3,62 \cdot 10^{23} \text{ молекул}$; **12.2.** $4,14 \text{ кПа}$; **12.3.** $4,97 \text{ моль}$; $2,99 \cdot 10^{21} \text{ молекул}$; **12.4.** $8,28 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$; $13,8 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$; $16,6 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$; **12.5.** $3,22 \cdot 10^{-19}$; **12.6.** $33,6 \text{ кК}$; **Д12.1.** 414 Па ; 138 кПа ; **Д12.2.** $2 \cdot 10^{20}$; **Д12.3.** 1) $7,25 \text{ кК}$; 2) $1,5 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$; **Д12.4.** $1,24 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}$; $2,48 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}$; $7,48 \text{ МДж}$; **13.1.** $1,65$; **13.2.** 10 м ; **13.3.** 90 мкм ; **13.4.** $0,018$; 407 м/с ; **13.5.** $7,52 \cdot 10^{-7}$; **13.6.** $8,28 \cdot 10^{-3} \text{ кТ}$; **Д13.1.** $\text{В} \text{ е}^{23,6} \text{ раза}$; **Д13.2.** $5,88 \text{ км}$; **Д13.3.** $6,0 \cdot 10^9$; **Д13.4.** $7,53 \cdot 10^{-4}$; **14.1.** $929 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; **14.2.** $1,33$; **14.3.** $6,62 \text{ кДж}$; **14.4.** 754 К ; 674 Дж ; **14.5.** 390 К ; 520 кПа ; **14.6.** 1) 0 ; 2) $11,6 \text{ кДж}$; 3) $11,6 \text{ кДж}$; **Д14.1.** $711 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; $995 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; **Д14.2.** 400 Дж ; **Д14.3.** 454 К ; **Д14.4.** 1) 5 МДж ; 2) 0 ; 3) 5 МДж ; **15.1.** 1) 600 К ; 120 К ; 1 м^3 ; $0,09 \text{ м}^3$; $5,56 \text{ МПа}$; 2) 2 МДж ; 3) 1 МДж ; 4) 1 МДж ; 5) 50% ; **15.2.** 420 К ; **15.3.** 4 Дж ; **15.4.** $2,43 \text{ Дж/К}$; **15.5.** 457 Дж/К ; **Д15.1.** 600 К ; $9,9 \%$; **Д15.2.** $0,11$; **Д15.3.** $7,2 \text{ Дж/К}$; **Д15.4.** 836 Дж ; 0 ; **16.1.** Можно; **16.2.** $1,57 \cdot 10^{21}$; **16.3.** 1) $90 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$; 2) $0,061 \text{ м}^2/\text{с}$; **16.4.** $19 \text{ мкПа} \cdot \text{с}$; **16.5.** $0,58 \text{ мН} \cdot \text{м}$; **Д16.1.** 96 нм ;

Д16.2. $3,7 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$; **Д16.3.** 90 нм; **Д16.4.** 23,4 мВт/(м · К); **17.1.** 280 В/м;
17.2. 28,3 В/м; **17.3.** 0; 75,5 В/м; **17.4.** 43,2 МВ/м; **17.5.** 9 В/м;
17.6. 30 мкДж; **Д17.1.** 2,99 кВ/м; 607 В/м; **Д17.2.** 2,71 кВ/м;
Д17.3. 5,55 нКл/м; **Д17.4.** 1,35 мкН; **18.1.** $-2,26 \text{ кВ} \cdot \text{м}$; -20 нКл ; $-0,75 \text{ кВ} \cdot \text{м}$;
 -20 нКл ; **18.2.** 0; 200 В/м; 180 В/м; **18.3.** 1130 В; **18.4.** 6 кВ, 10 см;
40 см; **18.5.** -63 мкДж ; **18.6.** 62,4 В; **18.7.** 1) 360 В; 149 В;
Д18.1. 1) 396 В/м; 2) 170 В/м; **Д18.2.** 16,9 мкН; **Д18.3.** 664 кВ/м;
26,4 кВ; **Д18.4.** 90 мкДж; **19.1.** 6; 47,7 мкКл/м²; **19.2.** -152 мкКл/ м^2 ;
19.3. $-37,9 \text{ мкКл/ м}^2$; **19.4.** 1,51; 1,61; **19.5.** 0,046; **Д19.1.** $\pm 11,8 \text{ мкКл/ м}^2$;
Д19.2. 11,3 МВ/м; **Д19.3.** 1) 1,44; 2) $6,3 \cdot 10^{-4} \text{ Кл} \cdot \text{м}$; **Д19.4.** 1) $2,7 \cdot 10^{-4}$,
2) 0,23; **20.1.** 49,8 нкКл/м²; **20.2.** 20,4 пФ; **20.3.** 22,6 В; **20.4.** 0,32 мкФ;
20.5. 1500 В; 0,2 мДж; **20.6.** 30 мкДж; **Д20.1.** 712 мкФ; **Д20.2.** 35,4 пФ;
Д20.3. 5; **Д20.4.** 50 мкДж; **21.1.** 34,2 мм²; **21.4.** 2 А; **21.5.** Четыре парал-
лельно соединенных группы по три последовательно соединенных эле-
мента в каждой; 7,5 А; **21.6.** 0,5 А; **Д21.1.** 6,1 МА/ м²; **Д21.2.** 2,58 мОм;
Д21.3. 250 Ом; **Д21.4.** 2 А; **22.1.** 0; **22.2.** 45 мин, 10 мин; **22.3.** 2,1 кг/мин;
13,6 А; **22.4.** 12 В; 20 Ом; **22.5.** 58 %; 12,4 Вт; 50 %; **Д22.1.** 1,6 А; 0,2 А;
1,4 А; **Д22.2.** 3 А; 4 А; 1 А; **Д22.3.** 2 А; **Д22.4.** 20 Кл.

**Погожих Сергей Анатольевич
Стрельцов Сергей Анатольевич**

ФИЗИКА

СБОРНИК ЗАДАЧ

**МЕХАНИКА, МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА,
ТЕРМОДИНАМИКА, ЭЛЕКТРОСТАТИКА**

Учебное пособие

В авторской редакции

Выпускающий редактор *И.П. Брованова*
Дизайн обложки *А.В. Ладыжская*
Компьютерная верстка *Л.А. Веселовская*

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции
Издание соответствует коду 95 3000 ОК 005-93 (ОКП)

Подписано в печать 12.03.2019. Формат 60 × 84 1/16. Бумага офсетная. Тираж 200 экз.
Уч.-изд. л. 5,58. Печ. л. 6,0. Изд. № 43. Заказ № 575. Цена договорная

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20