

Министерство образования Российской Федерации
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

В.В. ДАВЫДКОВ

КУРС ОБЩЕЙ ФИЗИКИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ИДО

Часть II

Электростатика. Магнетизм. Колебания и волны

Утверждено Редакционно-издательским советом
университета в качестве учебного пособия

НОВОСИБИРСК
2005

УДК 53(075.8)
Д 138

Рецензенты: *А.А. Харьков*, канд. физ.-мат. наук, доц.
А.В. Баранов, канд. физ.-мат. наук, доц.

Работа подготовлена на кафедре общей физики

Давыдков В.В.

Д 138 Курс общей физики для студентов ИДО: Учеб. пособие: 2-е изд., испр. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2005. Ч. II. – 158 с.

ISBN 5-7782-0538-4

В пособии изложен теоретический материал по электростатике и магнетизму, колебаниям и волнам. Учебное пособие соответствует программе изучения курса общей физики, рассчитанной на три учебных семестра.

Курс лекций по общей физике предназначен для студентов института дистанционного образования, изучающих вторую часть курса физики.

ISBN 5-7782-0538-4

УДК 53 (075.8)

© Давыдков В.В., 2005

© Новосибирский государственный
технический университет, 2005

1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электростатика – раздел физики, изучающий взаимодействие неподвижных зарядов.

1.1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЗАРЯДЫ. СВОЙСТВА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЗАРЯДОВ

Явления, связанные с электрическими зарядами, известны людям с древних времён. Достоверно известно, что ещё в VI в. до нашей эры греческий учёный Фалес Милетский открыл эффект электризации янтаря*. Потёртый тканью янтарь притягивал к себе лёгкие предметы.

Однако изучение свойств зарядов началось лишь в XVII в. В 1672 г. немецкий учёный Герике описал устройство созданной им «электрической машины», позволяющей получать довольно большие заряды. В этой же работе он сообщил об открытом им явлении – лёгкие тела могут не только притягиваться наэлектризованным телом, но и отталкиваться.

В 1734 г. французский учёный Дюфе открыл существование двух видов электрических зарядов – положительных и отрицательных. Он же установил, что одноимённые заряды отталкиваются, а разноимённые – притягиваются.

Петербургский академик Франц Эпинус в середине XVIII в. открыл закон сохранения электрического заряда: алгебраическая сумма зарядов замкнутой** системы тел ни при каких условиях не изменяется.

Более поздние эксперименты позволили обнаружить и другие свойства зарядов:

– электрический заряд релятивистски инвариантен, т. е. его величина не зависит от скорости движения заряда;

* Янтарь по-гречески – «электрон», отсюда и произошло слово **электричество**.

** Под замкнутой здесь понимается система, не обменивающаяся зарядами с внешними телами.

– наименьшим электрическим зарядом (элементарным зарядом) обладают электроны и протоны; заряд электрона считают отрицательным, протона – положительным; модули заряда электрона и протона **точно** равны между собой.

Количество электронов и протонов в неионизированном атоме одинаково, поэтому суммарный заряд такого атома всегда равен нулю. Следовательно, и суммарный заряд всех атомов вещества равен нулю.

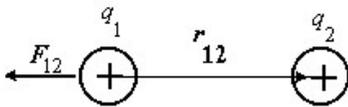
Для того чтобы наэлектризовать вещество, необходимо сообщить ему (или удалить) некоторое количество элементарных зарядов одного знака (например, электронов). Этим обусловлено ещё одно свойство зарядов:

– электрический заряд дискретен, т. е. заряд тел изменяется неделимыми порциями, равными элементарному заряду: $q = nq_e$, где $n = 1, 2, 3, \dots$ – целое число, q_e – элементарный заряд.

Заряд электрона равен $-1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, заряд протона $+1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Заряд элементарных частиц является их неотъемлемым свойством (так же как, например, инертность).

1.2. ЗАКОН КУЛОНА



Шарль Кулон в XVIII в. занимался изучением взаимодействия электрических зарядов.

В качестве зарядов он использовал наэлектризованные шарики, размеры которых были малы по сравнению с расстоя-

нием между ними. Такие заряды называются точечными.

В результате серии экспериментов он обнаружил, что **сила электростатического взаимодействия двух точечных зарядов прямо пропорциональна произведению величин зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния между зарядами и направлена вдоль прямой, соединяющей точечные заряды**

$$F_{12} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q_1q_2}{r_{12}^2} \cdot r_{12},$$

где F_{12} – сила, действующая на первый заряд со стороны второго; q_1, q_2 – величины первого и второго зарядов; r_{12} – расстояние между зарядами; r_{12} – вектор, соединяющий первый заряд

со вторым; модуль этого вектора равен расстоянию между точечными зарядами r_{12} ; ϵ_0 – электрическая постоянная; $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Кл²/(Н·м²)*; ϵ – диэлектрическая проницаемость среды, в которой находятся заряды.

Закон Кулона записан в форме, соответствующей международной системе единиц СИ. Это значит, что величина зарядов измеряется в кулонах (обозначается Кл), расстояние – в метрах, а сила – в ньютонах.

1.3. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ. НАПРЯЖЁННОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

В соответствии с законом Кулона, электрические заряды действуют друг на друга при любом расстоянии между ними.

Это объясняется тем, что каждый заряд создаёт вокруг себя электрическое поле. Любой другой заряд, помещённый в электрическое поле, взаимодействует с ним, вследствие чего на заряд действует кулоновская сила.

Величина кулоновской силы, действующей на заряд, зависит от электрического поля. Чем сильнее поле, тем больше сила.

Но как количественно охарактеризовать электрическое поле?

Ввести такую характеристику можно следующим образом.

Пусть в некоторую точку электрического поля мы поочерёдно помещаем разные заряды и измеряем силу, действующую на них:

$$\begin{array}{cccc} \mathbf{F}_1 & \mathbf{F}_2 & \mathbf{F}_3 \dots & \mathbf{F}_n \\ q_1 & q_2 & q_3 \dots & q_n \end{array}$$

Здесь \mathbf{F}_1 – сила, действовавшая на заряд q_1 , помещённый в интересующую нас точку поля, \mathbf{F}_2 – сила, действовавшая на заряд q_2 , и т. д.

Поскольку заряды разные, то и силы будут различны по величине. Но оказывается, что отношение силы, действующей на данный заряд, к его величине не зависит от величины этого заряда

* Размерность электрической постоянной часто записывают в ином виде: Кл²/(Н·м²) = Ф/м; здесь Φ – размерность электрической емкости (читается – «фарада»).

$$\frac{F_1}{q_1} = \frac{F_2}{q_2} = \dots = \frac{F_n}{q_n} = E .$$

Величина E , равная отношению силы, действующей на заряд, помещённый в заданную точку электрического поля (пробный заряд), к величине этого заряда называется **напряжённостью**

$$E = \frac{F}{q} .$$

Можно также сказать, что напряжённость численно равна силе, действующей на единичный положительный пробный заряд.

Напряжённость является векторной величиной. Направление вектора напряжённости совпадает с направлением силы, действующей на положительный пробный заряд.

Если в качестве пробного используется отрицательный заряд, то вектор напряжённости будет противоположен направлению силы, действующей на отрицательный пробный заряд.

Размерность напряжённости, как это видно из определения, $[E] = \text{Н/Кл} = \text{В/м}^*$.

Напряжённость является силовой характеристикой электрического поля**, поскольку определяет силу, действующую на заряд, помещённый в данную точку электрического поля.

Следует обратить внимание на одну важную деталь.

Пробный заряд должен быть малым по величине. Но можно ли считать малым заряд, например в 0,1 Кл? Или 0,01 Кл?

Критерием малости пробного заряда является влияние этого заряда на заряды, создающие исследуемое электрическое поле.

Пробный заряд мал, если его появление в электрическом поле не вызывает изменения положения зарядов, создающих электрическое поле.

Найдём напряжённость поля, созданного точечным зарядом q . Для этого на расстоянии r от заряда q поместим пробный заряд q_0 . Тогда сила, действующая на пробный заряд, в соответствии с законом Кулона равна

* Размерность В/м будет получена позже.

** В этом заключается физический смысл напряжённости.

$$F = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{qq_0}{r^3} r.$$

Отсюда напряжённость поля точечного заряда q равна

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^3} r.$$

Таким образом, напряжённость поля, созданного точечным зарядом q в интересующей нас точке, прямо пропорциональна величине заряда, создающего поле, и обратно пропорциональна квадрату расстояния от заряда до интересующей нас точки.

Полученное выражение позволяет рассчитать напряжённость электрического поля, созданного точечным зарядом, в любой его точке.

Зная напряжённость электрического поля в нужной точке, легко рассчитать силу, которая будет действовать на заряд, помещённый в эту точку

$$F = qE,$$

где E – напряжённость электрического поля в точке расположения заряда q .

1.4. ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ

Закон Кулона описывает взаимодействие двух точечных зарядов. Однако взаимодействовать одновременно могут и три, и более зарядов. Как описать взаимодействие в этом случае?

Экспериментально доказано, что взаимодействие двух точечных зарядов не зависит от наличия третьего заряда. Отсюда следует, что если необходимо найти силу F , действующую на заряд q со стороны зарядов $q_1, q_2, q_3 \dots q_n$, достаточно рассчитать силу F_1 , действующую на заряд q со стороны заряда q_1 , F_2 – со стороны заряда q_2 , и т. д., а затем найти их равнодействующую

$$F = F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n = \sum_{\text{в}}^n F_i.$$

Другими словами – результат взаимодействия заряда с несколькими другими зарядами является результатом наложения (суперпозиции) взаимодействий заряда q с каждым из зарядов q_1, \dots, q_n в отдельности.

Поэтому **сила, действующая на заряд со стороны нескольких других зарядов, равна векторной сумме всех сил,**

действующих на интересующий нас заряд со стороны каждого из окружающих его зарядов в отдельности.

Это выражение представляет собой одну из возможных формулировок принципа суперпозиции.

Выражение для расчёта силы F можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} qE &= qE_1 + qE_2 + qE_3 + \dots + qE_n = \\ &= q(E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_n) = q \sum_{i=1}^n E_i, \end{aligned}$$

где E_1 – напряжённость поля, созданного зарядом q_1 в точке расположения заряда q , E_2 – напряжённость поля, созданного там же вторым зарядом, E_i – напряжённость поля, созданного i – м зарядом в точке расположения заряда q .

Сокращая q , получаем

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_n = \sum_i E_i.$$

Таким образом, **напряжённость поля, созданного несколькими зарядами в интересующей нас точке, равна векторной сумме напряжённостей, созданных каждым из зарядов в этой точке.**

Данное выражение представляет собой принцип суперпозиции для вектора напряжённости электрического поля.

В ряде случаев поле создаётся не точечными, а так называемыми распределёнными зарядами. Например, поле, созданное заряженной нитью.

В таких ситуациях распределённый заряд делят на малые порции dq_i , после чего рассчитывают напряжённость поля,

используя принцип суперпозиции: $E = \sum_i E_i = \sum \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq_i}{r_i^3} r_i$, где r_i

– вектор, соединяющий заряд dq_i с нужной точкой поля, r_i – модуль вектора r_i .

Учитывая, что dq_i является малой величиной, суммирование целесообразно заменить интегрированием

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^3} r.$$

Величина dq может быть выражена следующим образом:

– если заряд распределён по линии, то $dq = \tau dl$, где τ – линейная плотность заряда (это заряд единицы длины заряженной нити: $\tau = \frac{dq}{dl}$);

– если заряд распределён по поверхности, то $dq = \sigma ds$, где σ – поверхностная плотность заряда (это заряд единицы площади заряженной поверхности: $\sigma = \frac{dq}{ds}$);

– если заряд распределён по объёму, то $dq = \rho dV$, где ρ – объёмная плотность заряда (это заряд единицы объёма заряженного тела: $\rho = \frac{dq}{dV}$).

Важно отметить, что принцип суперпозиции полей справедлив для сред, свойства которых не зависят от величины напряжённости электрического поля. Например, в вакууме поле, созданное несколькими зарядами, равно сумме полей, созданных каждым из зарядов в отдельности. Для сегнетоэлектриков это утверждение неверно, так как их электрические свойства очень сильно зависят от напряжённости поля в сегнетоэлектрике.

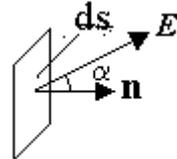
Для большинства сред (газы, аморфные вещества, ряд кристаллических веществ) в слабых электрических полях принцип суперпозиции справедлив.

1.5. ПОТОК ВЕКТОРА НАПРЯЖЁННОСТИ

В ряде разделов курса общей физики рассматриваются векторные поля (например, электростатическое поле, магнитное поле).

В описании таких полей часто используют понятие потока вектора через некоторую поверхность. Рассмотрим это понятие.

Пусть в некоторой области пространства существует электрическое поле. Выберем в этом поле элементарную площадку ds . Пусть нормаль к этой площадке \mathbf{n} образует угол α с вектором напряжённости электрического поля (модуль вектора $n = 1$).



Потоком вектора напряжённости электрического поля через площадку называется величина, равная

$$d\Phi = \mathbf{E}n ds = \mathbf{E}ds = E \cos \alpha ds ,$$

где $d\Phi$ – элементарный поток вектора напряжённости, \mathbf{E} – вектор напряжённости поля в пределах бесконечно малой площадки площадью ds .

Произведение $\mathbf{E}n$ является скалярным, поэтому поток вектора напряжённости является скалярной величиной.

Иногда произведение $n ds$ заменяют на вектор ds , который направлен перпендикулярно плоскости площадки; модуль вектора ds равен площади элементарной площадки.

Поток напряжённости через конечную площадь s равен

$$\Phi = \int_s \mathbf{E}n ds .$$

В зависимости от величины угла между нормалью к площадке и вектором \mathbf{E} поток может быть положительным и отрицательным. Если угол между векторами \mathbf{E} и \mathbf{n} острый, то поток положителен, если тупой – отрицателен.

Обратите внимание на то, что направление вектора \mathbf{n} выбирается перед решением задачи произвольно (перпендикуляр к поверхности можно направить в две взаимно противоположные стороны). Поэтому знак потока вектора напряжённости определяется выбором направления вектора \mathbf{n} .

Если поверхность замкнутая, поток вектора напряжённости равен

$$\Phi = \oint_s \mathbf{E}n ds ,$$

т. е. интеграл берётся по замкнутой поверхности s .

В этом случае принято направлять вектор \mathbf{n} наружу от поверхности. При этом поток через замкнутую поверхность положителен, если суммарный заряд, охваченный замкнутой поверхностью, положителен.

Размерность потока вектора напряжённости $[\Phi] = \text{В} \cdot \text{м} = \text{Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}$.

1.6. ТЕОРЕМА ГАУССА

Теорема Гаусса – основная теорема электростатики. Она устанавливает связь между потоком вектора напряжённости через замкнутую поверхность и суммарным зарядом, охваченным этой поверхностью.

Рассмотрим эту теорему.

Пусть электрическое поле создано положительным точечным зарядом q .

Найдём поток вектора напряжённости электрического поля через замкнутую поверхность, охватывающую этот заряд.

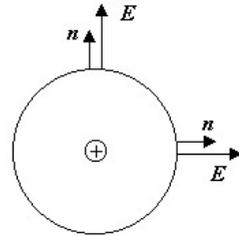
В качестве поверхности выберем сферу радиуса r , центр которой совпадает с зарядом q .

Будем считать, что векторы \mathbf{n} во всех точках замкнутой поверхности направлены от центра сферы.

Поскольку заряд, создающий поле, положителен и расположен в центре сферы, постольку угол между вектором \mathbf{E} и вектором \mathbf{n} во всех точках поверхности равен нулю.

Поэтому поток вектора напряжённости через элементарную поверхность ds будет равен $\mathbf{E}nds = E\cos\theta ds = E\cos 0 ds = E ds$.

Другими словами, в рассматриваемой ситуации скалярное произведение вектора напряжённости электростатического поля на вектор элементарной поверхности равно произведению модулей этих векторов.



Напряжённость поля, созданного точечным зарядом, равна $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$.

Поскольку заряд расположен в центре сферической поверхности, расстояние от заряда до поверхности во всех её точках одинаково и равно r . Следовательно, модуль вектора напряжённости во всех точках сферической поверхности одинаков: $E = \text{const}$.

Константу можно вынести за знак интеграла, поэтому поток вектора напряжённости через замкнутую поверхность в данном

случае равен $\int_s \mathbf{E}nds = E \int_s ds$.

Интеграл от элементарных площадей поверхности s , взятый по всей поверхности, равен площади этой поверхности s . В данном случае поверхность является сферой, площадь которой $s = 4\pi r^2$.

Таким образом, поток вектора напряжённости через замкнутую поверхность в данном случае равен $\int_s \mathbf{E}nds = E4\pi r^2$.

Подставив выражение для расчёта напряжённости, получаем

$$\oiint_s \mathbf{E} ds = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

Можно показать, что поток вектора напряжённости поля точечного заряда через замкнутую поверхность будет равен $\frac{q}{\epsilon_0}$ и в том случае, когда заряд находится не в центре сферической поверхности.

Более того, поток будет таким же, даже если поверхность будет иметь любую форму.

Если поверхность охватывает несколько зарядов q_i , поток каждого из зарядов через замкнутую поверхность будет равен

$$\oiint_s \mathbf{E}_i ds = \frac{q_i}{\epsilon_0}.$$

Суммарный поток, созданный всеми зарядами, будет

$$\text{равен } \sum_i \oiint_s \mathbf{E}_i ds = \sum_i \frac{q_i}{\epsilon_0}.$$

Меняя последовательность суммирования и интегрирования и учитывая, что в соответствии с принципом суперпозиции

$$\mathbf{E} = \sum_i \mathbf{E}_i, \text{ получаем } \oiint_s \sum_i \mathbf{E}_i ds = \oiint_s \mathbf{E} ds = \sum_i \frac{q_i}{\epsilon_0},$$

где \mathbf{E} – вектор напряжённости поля, созданного всеми зарядами, охваченными замкнутой поверхностью.

Итак, проведённый анализ позволил получить следующее соотношение:

$$\oiint_s \mathbf{E} ds = \sum_i \frac{q_i}{\epsilon_0}.$$

Это соотношение имеет универсальный характер и называется теоремой Гаусса: **поток вектора напряжённости электрического поля через замкнутую поверхность равен отношению суммы зарядов, охваченных этой поверхностью, к электрической постоянной.**

Обратите внимание: в выражении теоремы Гаусса отсутствуют характеристики положения зарядов q_i .

Это означает, что поток вектора напряжённости не зависит от того, как расположены заряды, охваченные замкнутой поверхностью. Более того, поток вектора напряжённости не изменится,

если изменится взаимное расположение зарядов, охваченных поверхностью.

Практическое значение теоремы Гаусса заключается в том, что с её помощью значительно упрощается расчёт полей, созданных симметричными распределениями зарядов. В этом случае можно выбрать поверхность такой формы, что

$\oint_s \mathbf{E} ds = ES_{\perp}$, где S_{\perp} – площадь части замкнутой поверхности, пронизываемой электрическим полем.

1.7. ПРИМЕРЫ РАСЧЁТА НАПРЯЖЁННОСТИ ПОЛЕЙ С ПОМОЩЬЮ ТЕОРЕМЫ ГАУССА

Рассмотрим несколько примеров расчёта электростатических полей с помощью теоремы Гаусса.

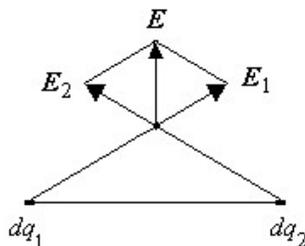
1.7.1. Поле бесконечной равномерно заряженной прямолинейной нити

Рассмотрим равномерно заряженную бесконечно длинную нить. Линейная плотность заряда равна τ .

Заряд, равномерно распределённый по нити, обладает симметрией – он симметричен относительно оси.

Нить имеет бесконечную длину, поэтому любому элементарному заряду dq_1 можно сопоставить другой элементарный заряд dq_2 , расположенный симметрично относительно некоторой точки в электростатическом поле.

Поскольку расстояние от элементарных зарядов до этой точки одинаково, модули напряжённостей E_1 и E_2 одинаковы. Поэтому результирующая напряжённость $E = E_1 + E_2$ направлена перпендикулярно нити (см. рисунок).

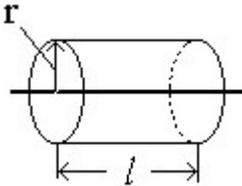


Очевидно, что и в других точках, расположенных на таком же расстоянии от нити, напряжённость будет иметь такую же величину и направление.

Элементарные заряды и точка в поле были выбраны случайно, поэтому вывод справедлив как для всех остальных элементарных зарядов, так и для всех точек поля.

Это означает, что электрическое поле, созданное заряженной нитью, симметрично относительно оси нити. Другими словами – симметрия поля тождественна симметрии заряда, создающего поле.

Таким образом, векторы напряжённости во всех точках окружающего пространства перпендикулярны нити и модули напряжённости на одинаковых расстояниях от нити одинаковы.



Расчёт напряжённости поля с помощью теоремы Гаусса следует начинать с получения выражения для потока вектора \mathbf{E} .

В свою очередь, выражение для потока следует начинать с выбора формы замкнутой поверхности и её положения относительно источника

поля.

Расчёт потока будет максимально прост, если выбрать такую поверхность, симметрия которой идентична симметрии создающего поле заряда.

В данном случае удобно пользоваться замкнутой поверхностью с осевой симметрией.

Такой поверхностью является цилиндр, ось которого совпадает с нитью. Пусть высота цилиндра равна l , а радиус основания – r .

Поток вектора напряжённости поля, созданного нитью, складывается из потока через торцевые поверхности цилиндра и потока через боковую поверхность.

Поток через торцевые поверхности равен нулю, так как векторы напряжённости перпендикулярны нити и, соответственно угол между векторами \mathbf{E} и \mathbf{n} равен 90° .

$$\int_{S_{\text{торц}}} E \cos 90^\circ ds = 0.$$

Поток через боковую поверхность

$$\Phi = \int_{S_{\text{бок}}} E \cos 0^\circ ds = \int_{S_{\text{бок}}} E ds.$$

Поскольку все точки боковой поверхности расположены на одинаковых расстояниях от нити, модули напряжённости во всех точках боковой поверхности цилиндра одинаковы, т. е.

$$\Phi = E \int_{S_{\text{бок}}} ds = E \cdot 2\pi r \cdot l.$$

Таков вид выражения для потока вектора рассчитываемой напряжённости.

Следующий этап вычисления напряжённости электростатического поля – расчёт суммарного заряда, охваченного замкнутой поверхностью.

Заряд, охваченный поверхностью s , можно найти так:

$$q = \int_l \tau dl = \tau \int_l dl = \tau l.$$

Тогда, по теореме Гаусса,

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon_0}$$

или

$$E \cdot 2\pi r \cdot l = \frac{\tau \cdot l}{\epsilon_0}.$$

Отсюда

$$E = \frac{\tau}{2\pi r \epsilon_0}.$$

Таким образом, напряжённость электрического поля, созданного равномерно заряженной нитью, прямо пропорциональна линейной плотности заряда нити и обратно пропорциональна расстоянию от нити до интересующей нас точки.

Обратите внимание – напряжённость обратно пропорциональна первой степени расстояния от нити (напряжённость поля точечного заряда обратно пропорциональна квадрату расстояния от заряда).

1.7.2. Поле бесконечной равномерно заряженной плоскости

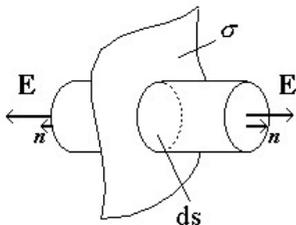
Пусть имеется бесконечная равномерно заряженная плоскость. Поверхностная плотность заряда равна σ .

Из симметрии системы следует, что поле должно быть симметричным относительно плоскости (это можно доказать примерно так же, как в предыдущем примере). Следовательно, вектор \mathbf{E} везде перпендикулярен плоскости и в одинаково удалённых от плоскости точках модули вектора \mathbf{E} одинаковы.

В этом случае в качестве поверхности интегрирования целесообразно выбрать цилиндр, ориентированный так, как показано на рисунке.

Поток вектора E и здесь складывается из потока через боковую поверхность цилиндра и потока через торцы цилиндра:

$$\Phi = \Phi_{\text{бок}} + 2\Phi_{\text{торц}}.$$



Поток вектора напряжённости через боковую поверхность равен нулю, так как в силу симметрии поля вектор напряжённости должен быть параллелен боковой поверхности и

$$\Phi_{\text{бок}} = E \cos 90^\circ s_{\text{бок}} = 0.$$

Поток вектора напряжённости через торцевые поверхности

$\Phi_{\text{торц}} = E\pi r^2$, где r – радиус основания цилиндра.

Полный поток через оба торца цилиндра $\Phi = 2E\pi r^2$.

Суммарный заряд, охваченный поверхностью цилиндра, равен

$$q = \int_s \sigma ds = \sigma \int_s ds = \sigma s = \sigma \pi r^2.$$

$$\text{Отсюда } 2E\pi r^2 = \sigma \pi r^2 \frac{1}{\epsilon_0} \quad \text{и} \quad E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

Полученное выражение показывает, что напряжённость поля, созданного бесконечной равномерно заряженной плоскостью, прямо пропорциональна поверхностной плотности заряда и не зависит от расстояния.

Обратите внимание: в этом случае напряжённость электрического поля на любых расстояниях от плоскости одинакова!

1.7.3. Поле двух параллельных равномерно заряженных плоскостей с одинаковым по величине и противоположным по знаку зарядом

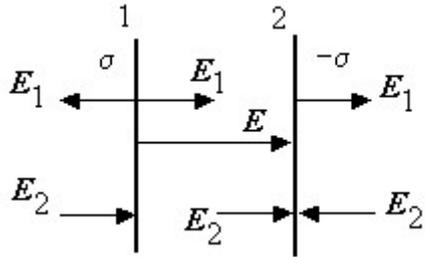
Пусть имеются две параллельные плоскости, заряды которых одинаковы по величине и противоположны по знаку. Поверхностные плоскости зарядов соответственно равны σ и $-\sigma$.

Напряжённость поля, созданного двумя плоскостями, в соответствии с принципом суперпозиции может быть найдена как

векторная сумма напряжённостей, созданных каждой плоскостью в отдельности, $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$.

Напряжённости полей, созданных каждой из плоскостей, во всех точках пространства одинаковы по величине и противоположны по направлению (так как заряды плоскостей одинаковы по величине и противоположны по знаку).

Это означает, что напряжённость поля между пластинами равна удвоенной напряжённости поля, созданного одной пласти-



ной, $\mathbf{E} = 2\mathbf{E}_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$.

Напряжённость поля вне пластин равна нулю.

1.7.4. Поле равномерно заряженной сферы

Пусть имеется сфера радиуса r_0 , по которой равномерно распределён заряд q .

Из симметрии системы следует, что поле должно быть симметрично относительно центра заряженной сферы. Следовательно, вектор \mathbf{E} во всех точках пространства направлен параллельно радиальным прямым и на равных расстояниях от центра сферы модули E одинаковы.

В этом случае в качестве поверхности интегрирования целесообразно выбрать сферическую поверхность, центр которой совпадает с центром заряженной сферы.

Пусть радиус сферической поверхности меньше, чем радиус заряженной сферы. В этом случае суммарный заряд, охваченный поверхностью, равен нулю (так как внутри сферы зарядов нет, все заряды расположены на её поверхности).

Это означает, что внутри заряженной сферы поток вектора напряжённости через поверхность, радиус которой $r_0 > r > 0$, равен нулю.

Площадь поверхности отлична от нуля, поэтому поток может быть равен нулю лишь в том случае, если напряжённость поля внутри сферы равна нулю.

Следовательно, напряжённость электрического поля внутри заряженной сферы равна нулю $E(r_0 \geq r > 0) = 0$.

Пусть радиус поверхности интегрирования больше радиуса заряженной сферы. В этом случае суммарный заряд, охваченный поверхностью, равен заряду сферы q .

Если единичный вектор \mathbf{n} направлен наружу от поверхности, то угол между \mathbf{n} и \mathbf{E} во всех точках равен нулю (или 180° , если заряд сферы отрицательный).

Отсюда следует, что $\oiint_S \mathbf{E} \mathbf{n} ds = \oiint_S E ds$.

Поскольку модуль вектора \mathbf{E} во всех точках выбранной поверхности одинаков и площадь сферы равна $4\pi r^2$, постольку поток вектора напряжённости электрического поля

$$\oiint_S E ds = E \oiint_S ds = E 4\pi r^2.$$

В соответствии с теоремой Гаусса поток вектора \mathbf{E} пропорционален сумме зарядов, охваченных поверхностью:

$$E 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

Следовательно, напряжённость электрического поля, созданного заряженной сферой снаружи от неё, равна

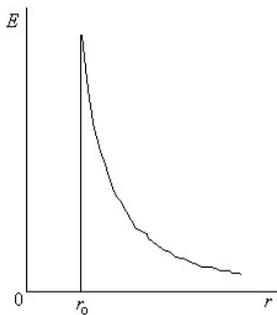
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}.$$

Обратите внимание на то, что поле вне заряженной сферы совпадает с полем точечного заряда q (см. разд. 1.3).

1.8. РАБОТА ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ СИЛ

Если заряд движется в электростатическом поле, то кулоновская сила совершает работу.

Найдём величину работы, совершаемой при перемещении заряда в электростатическом поле.



Допустим, что заряд q_0 перемещается на dr из точки 1 в электрическом поле точечного заряда q .

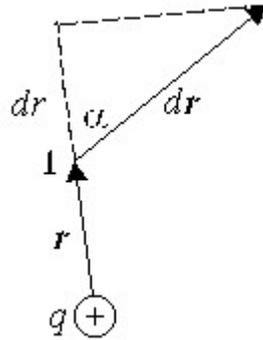
При этом совершается элементарная работа, равная $\delta A = \mathbf{F}d\mathbf{r}$.

Учитывая, что кулоновская сила

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^3} \mathbf{r}, \text{ получаем}$$

$$\delta A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^3} r dr.$$

Из рисунка видно, что $r dr = r dr$.
Поэтому



$$\delta A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^3} r dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} dr.$$

На конечном перемещении из точки 1 в точку 2 работа электростатических сил

$$A_{12} = \int \delta A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_1^2 \frac{qq_0}{r^2} dr = -\frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right).$$

Таким образом, работа по перемещению заряда в электростатическом поле зависит от величины заряда (зарядов), создающего поле, величины перемещаемого заряда и его начального и конечного положений.

Обратите внимание на то, что в выражении для расчёта работы отсутствует информация о промежуточных положениях заряда q_0 . Следовательно, работа в электростатическом поле не зависит от формы траектории.

В соответствии с данным в механике определением, такое поле является консервативным, т. е. **электростатическое поле консервативно**.

Как известно, в консервативном поле работа совершается за счёт убыли потенциальной энергии и не зависит от формы траектории

$$A = U_1 - U_2 = -\Delta U,$$

где U_1 и U_2 – потенциальная энергия заряда в начальной и конечной точках траектории соответственно; ΔU – приращение

потенциальной энергии. Следовательно, **работа кулоновских сил при перемещении заряда в электростатическом поле равна убыли потенциальной энергии перемещаемого заряда, не зависит от формы траектории, по которой перемещался заряд, а зависит лишь от начального и конечного положений заряда.**

Как уже отмечалось выше, работа, производимая силами поля, совершается за счёт убыли потенциальной энергии перемещаемого заряда, т. е.

$$A_{12} = -\frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = U_1 - U_2.$$

Последнее выражение позволяет найти выражение для расчёта потенциальной энергии заряда в электростатическом поле.

1.9. ЦИРКУЛЯЦИЯ ВЕКТОРА НАПРЯЖЁННОСТИ

Если начальная и конечная точки траектории заряда совпадают, то его потенциальная энергия в начальной и конечной точках траектории одинакова. Следовательно, и работа по перемещению заряда по замкнутому контуру будет равна нулю

$$A = \oint_L \mathbf{F} d\mathbf{r} = 0.$$

Сила, действующая на заряд в электрическом поле напряжённостью \mathbf{E} , равна $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$.

Это означает, что $\oint_L q\mathbf{E} d\mathbf{r} = 0$.

Поскольку $q = \text{const}$, заряд можно вынести за знак интеграла.

Значение заряда отлично от нуля, поэтому нулю должен равняться интеграл $\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{r} = 0$.

В математике интеграл по замкнутому контуру от скалярного произведения вектора на бесконечно малый элемент этого контура принято называть **циркуляцией**.

Следовательно, циркуляция вектора \mathbf{E} в электрическом поле, созданном неподвижными зарядами, всегда равна нулю

$$\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} = 0;$$

(здесь вместо dr используется обозначение dl , так как математики при расчёте циркуляции традиционно используют это обозначение).

1.10. ПОТЕНЦИАЛ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Из сравнения выражений

$$A_{12} = -(U_2 - U_1) \text{ и } A_{12} = -\frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right),$$

полученных в разд.1.8, видно, что потенциальная энергия заряда q_0 , находящегося в поле, созданном точечным зарядом q , равна

$$U = \frac{q \cdot q_0}{4\pi\epsilon_0 r},$$

где r – расстояние между зарядами.

Важно напомнить, что значение потенциальной энергии зависит от выбора точки отсчёта. В электростатике в качестве точки отсчёта выбирают бесконечно удалённую точку. Потенциальная энергия заряда в такой точке считается равной нулю. В то же время разность потенциальных энергий не зависит от выбора точки отсчёта и имеет абсолютное значение.

Из последнего выражения видно, что потенциальная энергия заряда в электростатическом поле зависит от величины зарядов и расстояния между ними. Но если мы разделим потенциальную энергию пробного заряда q_0 на его величину, то результат будет зависеть лишь от величины заряда, создающего поле, и расстояния r

$$\frac{U}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Следовательно, величина отношения U/q_0 является характеристикой электростатического поля. Эту характеристику называют потенциалом электростатического поля и обозначают φ

$$\varphi = \frac{U}{q_0},$$

где U – потенциальная энергия заряда q_0 , находящегося в электростатическом поле, созданном другим зарядом (или зарядами).

Потенциал является скалярной величиной.

Размерность потенциала $[\varphi] = \text{В} = \text{Дж/Кл}$ (вольт).

Потенциал является энергетической характеристикой электростатического поля, поскольку определяет энергию заряда q , обусловленную его взаимодействием с электрическим полем: $U = q\varphi$ (обратите внимание: здесь q – величина заряда, помещённого в электрическое поле, созданное другим зарядом или зарядами).

Используя потенциал, можно найти работу по перемещению заряда q из одной точки в другую как

$$A_{12} = -q(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Возвращаясь к полученному ранее выражению для расчёта потенциальной энергии взаимодействия двух точечных зарядов, мы можем записать выражение для расчёта потенциала точки в поле, созданном точечным зарядом q

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}.$$

Значение потенциала в данной точке как и значение потенциальной энергии зависит от выбора точки отсчёта. Обычно полагают, что нулю равен потенциал точки, находящейся бесконечно далеко от заряда, создающего поле.

Разность потенциалов, как и разность значений потенциальных энергий, от выбора точки отсчёта не зависит, а полностью определяется взаимным расположением интересующих нас точек в электрическом поле.

1.11. СВЯЗЬ НАПРЯЖЁННОСТИ И ПОТЕНЦИАЛА

В механике показано, что в консервативных полях выполняется соотношение

$$\mathbf{F} = -\text{grad}U.$$

Поскольку в электростатическом поле $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$, а $U = q\varphi$, то

$$q\mathbf{E} = -\text{grad} q\varphi = -q \cdot \text{grad}\varphi$$

или

$$\mathbf{E} = -\text{grad}\varphi.$$

В декартовых координатах это выражение имеет вид

$$\mathbf{E} = -\left(\mathbf{i} \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial\varphi}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial\varphi}{\partial z} \right).$$

Кстати, именно из этого выражения получена размерность напряженности $[E] = \text{В/м}$.

Знак «минус» в рассматриваемом выражении говорит о том, что вектор напряжённости всегда направлен в сторону максимально быстрого уменьшения потенциала.

Полученная связь между напряжённостью и потенциалом позволяет выявить ещё одну важную особенность электростатического поля.

Если поле создано несколькими неподвижными зарядами, то напряжённость поля в любой точке равна векторной сумме напряжённостей, созданных каждым из зарядов в данной точке.

Следовательно, можно записать следующее соотношение:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{E}_n = -(\text{grad}\varphi_1 + \text{grad}\varphi_2 + \dots + \text{grad}\varphi_n)$$

$$\mathbf{E} = -\text{grad}(\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n) = -\text{grad}\varphi$$

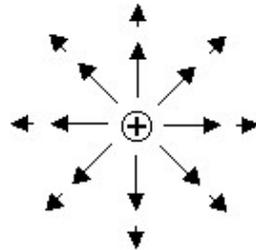
$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n.$$

Таким образом, **потенциал любой точки поля, созданного несколькими зарядами, равен алгебраической сумме потенциалов, созданных каждым зарядом в данной точке.**

Это означает, что потенциал, как и напряжённость, подчиняется принципу суперпозиции.

1.12. ГРАФИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ. СИЛОВЫЕ ЛИНИИ. ЭКВИПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

Электрическое поле можно представить в графической форме. Для этого можно измерить или рассчитать напряжённости электрического поля в различных точках и изобразить эти векторы напряжённости. Полученное изображение будет содержать информацию о величине и направлении напряжённости электрического поля в различных точках.



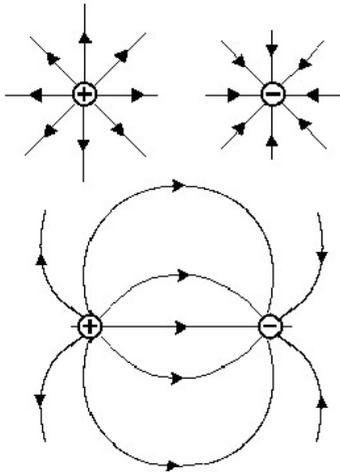
На рисунке показан пример изображения электрического поля точечного положительного заряда (рисунок выполнен без соблюдения масштаба).

Однако такой способ представления полей в графической форме не совсем удобен. Гораздо удобнее изображать электрическое поле с помощью силовых линий.

Силовая линия – это линия, касательная к которой в каждой точке совпадает по направлению с вектором напряжённости поля в этой точке.

Силовые линии начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных. Соответственно силовые линии направлены от положительных зарядов к отрицательным.

Силовые линии принято изображать так, чтобы их густота была больше там, где больше напряжённость электростатического поля.



Таким образом, если известна картина силовых линий электрического поля, то можно судить о величине и направлении напряжённости поля в различных точках.

Важно отметить, что силовые линии не могут пересекаться. Это видно из следующего.

Направление напряжённости совпадает с направлением касательной к силовой линии, проходящей через эту точку.

Если силовая линия, проходящая через эту точку, пересекается другой силовой линией, то касательные к этим линиям имеют разные направления.

Поскольку напряжённость в любой точке имеет определённое направление, постольку невозможно и пересечение двух силовых линий.

Наряду с силовыми линиями для графического представления электростатических полей используют **эквипотенциальные поверхности, т. е. поверхности, все точки которых имеют одинаковый потенциал.**

Пересечение эквипотенциальной поверхности с плоскостью листа даёт эквипотенциальную линию.

Если построить картину эквипотенциальных линий, в которой разность потенциалов между соседними эквипотенциалами одинакова для всей картины, можно получить наглядное представление о электростатическом поле.

Знание картины эквипотенциальных линий позволяет построить и картину силовых линий. Это видно из следующего.

Если какой-либо заряд перемещается по эквипотенциальной поверхности, то работа электростатических сил равна нулю

$$A = -q(\varphi_2 - \varphi_1) = 0,$$

так как на эквипотенциальной поверхности $\varphi_1 = \varphi_2$.

С другой стороны, работа кулоновских сил равна

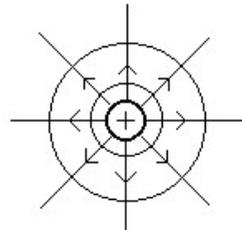
$$A = \int E dr = \int E dr \cdot \cos\alpha,$$

и если заряд перемещается вдоль эквипотенциали, то она равна нулю:

$$A = \int E dr \cdot \cos\alpha = 0;$$

но это означает, что нулю равен косинус угла между векторами напряжённости и элементарного перемещения. Следовательно, угол между ними должен быть равен 90° .

Поскольку перемещение, по условию, совершается вдоль эквипотенциальной поверхности, то и угол между силовой линией, пересекающей эквипотенциальную поверхность, и поверхностью – прямой.

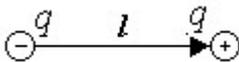


Отсюда следует важное свойство эквипотенциальной поверхности: эквипотенциальная поверхность всегда перпендикулярна пересекающим её силовым линиям электростатического поля.

Таким образом, построив линию, перпендикулярную всем пересекаемым эквипотенциалам, мы получим силовую линию.

Густота полученных таким образом силовых линий будет выше там, где гуще расположены эквипотенциали. Следовательно, по густоте эквипотенциалей можно судить о напряжённости поля – чем гуще эквипотенциали, тем выше напряжённость поля.

1.13. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ДИПОЛЬ. ДИПОЛЬ В ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ



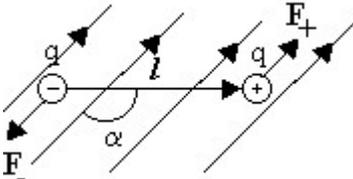
Электрический диполь – это система из двух одинаковых по величине и противоположных по знаку зарядов, находящихся на расстоянии l друг от друга.

Основной характеристикой диполя является дипольный момент, который по определению равен

$$\mathbf{p} = q\mathbf{l},$$

где \mathbf{p} – дипольный момент, q – величина зарядов диполя, \mathbf{l} – плечо диполя (вектор, соединяющий заряды и направленный от отрицательного заряда к положительному). Размерность дипольного электрического момента $[p] = \text{Кл}\cdot\text{м}$.

Как следует из определения, дипольный момент есть векторная величина, прямо пропорциональная величине зарядов диполя и расстоянию между ними. Дипольный момент направлен так же, как и плечо диполя – от отрицательного заряда к положительному.



Если поместить диполь в однородное электрическое поле напряжённостью \mathbf{E} , то на заряды диполя действуют одинаковые по величине и противоположные по направлению силы $|\mathbf{F}_+| = |\mathbf{F}_-| = q\mathbf{E}$.

Равнодействующая этих сил равна нулю, поэтому диполь не будет двигаться поступательно. Но эти силы создают момент пары сил, который стремится повернуть диполь так, чтобы дипольный момент был параллелен силовым линиям.

Величина момента пары сил, действующего на диполь, равна

$$\mathbf{M} = [\mathbf{l}, \mathbf{F}] = [\mathbf{l}, q\mathbf{E}] = [q\mathbf{l}, \mathbf{E}] = [\mathbf{p}, \mathbf{E}],$$

где \mathbf{p} – дипольный момент.

1.14. ДИЭЛЕКТРИКИ. ТИПЫ ДИЭЛЕКТРИКОВ

Диэлектриками принято называть вещества, не проводящие электрический ток.

В молекулах диэлектрика, как и в молекулах других веществ, суммарный положительный заряд ядер всех атомов, образующих молекулу, равен суммарному отрицательному заряду всех электронов.

В общем случае заряд всех ядер молекулы можно заменить одним точечным положительным зарядом. Величина этого заряда равна сумме зарядов ядер всех атомов молекулы, а положение

совпадает с положением центра “тяжести” положительных зарядов молекулы.

В свою очередь, суммарный отрицательный заряд электронов молекулы можно заменить одним точечным отрицательным зарядом, расположенном в центре «тяжести» зарядов электронов.

Если центры «тяжести» положительным и отрицательных зарядов находятся на расстоянии l друг от друга, то молекулу можно считать диполем с плечом l .

В некоторых диэлектриках молекулы симметричны (например, H_2 , O_2 , N_2). У таких молекул центры тяжести положительных и отрицательных зарядов совпадают.

В диэлектриках второго типа молекулы состоят из противоположных по знаку ионов (например, $NaCl$, KCl , KBr). В отсутствие внешнего электрического поля центры “тяжести” положительных и отрицательных зарядов ионных молекул в кристалле диэлектрика совпадают.

В отсутствие внешнего электрического поля молекулы диэлектриков первого и второго типа не обладают собственным дипольным моментом, они неполярны. Поэтому диэлектрики, состоящие из таких молекул, называют **неполярными**.

В диэлектриках, состоящих из несимметричных молекул (например, NH_3 , CO , H_2O), центры “тяжести” отрицательных и положительных зарядов не совпадают. Следовательно, такие молекулы обладают собственным дипольным моментом. Поэтому их называют **полярными**.

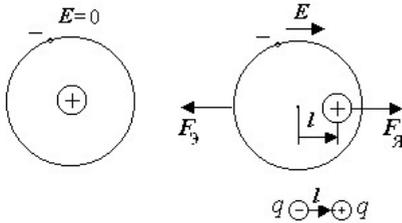
Несмотря на наличие дипольных моментов у всех молекул такого диэлектрика, диэлектрик в целом в отсутствие внешнего электрического поля дипольным моментом не обладает, так как вследствие теплового движения полярные молекулы ориентированы хаотично и их суммарный дипольный момент равен нулю.

1.15. ПОЛЯРИЗАЦИЯ ДИЭЛЕКТРИКОВ

При внесении диэлектрика любого типа в электрическое поле происходит его **поляризация**, т. е. в нём возникает отличный от нуля дипольный электрический момент. Механизм поляризации в каждой группе диэлектриков имеет особенности. Рассмотрим его подробнее.

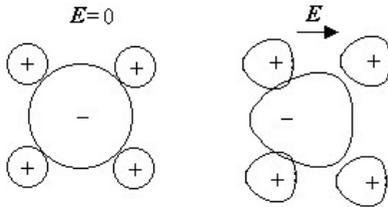
Начнём с рассмотрения неполярных диэлектриков.

При внесении такого вещества во внешнее электрическое поле под действием кулоновских сил центры “тяжести” положительных и отрицательных зарядов молекулы смещаются в противоположных направлениях.



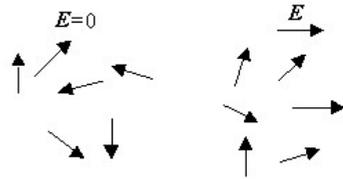
В результате центры “тяжести” положительного и отрицательного зарядов оказываются на некотором расстоянии l друг от друга

(см. рисунок). Молекула неполярного диэлектрика становится диполем с плечом l , направленным параллельно вектору напряжённости электрического поля.



Подобным образом ведут себя и диэлектрики второго типа: под действием кулоновских сил положительные и отрицательные ионы смещаются, что приводит к возникновению дипольных моментов.

В полярных диэлектриках внешнее поле вызывает ориентацию молекул – молекулы ориентируются по полю. Сумма дипольных моментов молекул станет отличной от нуля. Естественно, что хаотическое (тепловое) движение молекул противодействует упорядочиванию ориентации молекул. Поэтому при данной температуре степень ориентации будет тем выше, чем сильнее электрическое поле.



Из сказанного следует, что степень поляризации любого диэлектрика может быть различной. Следовательно, необходима количественная мера степени поляризации диэлектрика. В качестве такой меры используется **поляризованность** диэлектрика – дипольный момент единицы объёма диэлектрика. Это величина, равная векторной сумме дипольных моментов молекул в единице объёма вещества:

$$\mathbf{P} = \frac{\sum \mathbf{p}}{\Delta V}.$$

Размерность вектора поляризованности

$$[P] = \frac{[p]}{[V]} = \frac{\text{Кл} \cdot \text{м}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}.$$

Поляризованность в диэлектриках всех типов зависит от напряжённости электрического поля. Чем больше напряжённость электрического поля, тем выше поляризованность диэлектрика. В аналитической форме эта связь имеет вид

$$\mathbf{P} = \kappa \epsilon_0 \mathbf{E},$$

где κ (каппа) – диэлектрическая восприимчивость. Диэлектрическая восприимчивость является безразмерной величиной.

Учитывая, что дипольный момент поляризованной неполярной молекулы всегда направлен по полю, мы вправе утверждать, что изменение температуры не влияет на степень поляризации молекулы. Следовательно, и поляризованность, и диэлектрическая восприимчивость неполярного диэлектрика не зависят от температуры.

Полярные диэлектрики ведут себя иначе. В них упорядочивающему действию внешнего электрического поля противодействует хаотическое тепловое движение молекул, стремящееся разориентировать дипольные моменты молекул. Поэтому при каждой температуре будет устанавливаться некоторая равновесная упорядоченность дипольных моментов. Следовательно, поляризованность и диэлектрическая восприимчивость полярных диэлектриков зависят от температуры. Чем выше температура, тем ниже поляризованность \mathbf{P} и диэлектрическая восприимчивость κ .

Следует отметить ещё одну важную особенность диэлектрической восприимчивости κ .

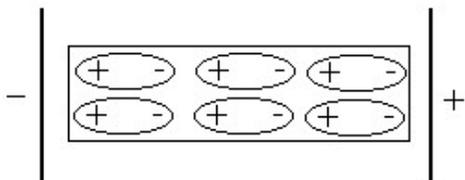
В изотропных средах, свойства которых не зависят от направления, κ является скаляром. Поэтому в изотропных диэлектриках направление вектора \mathbf{P} всегда параллельно направлению \mathbf{E} .

В анизотропных диэлектриках диэлектрическая восприимчивость, измеренная для направления, параллельного оси x , не равна значению κ , измеренному для параллельного оси y направления. Поэтому в анизотропных диэлектриках направление вектора \mathbf{P} в общем случае не параллельно направлению \mathbf{E} .

1.16. ПОЛЕ В ОДНОРОДНОМ ДИЭЛЕКТРИКЕ

Необходимо отметить ещё одну важную особенность процесса поляризации.

Под действием внешнего поля положительные и отрицательные заряды в диэлектрике смещаются. В результате молекулы диэлектрика ориентированы примерно так, как показано на рисунке.



Внутри диэлектрика рядом с положительным зарядом диполя располагается отрицательный заряд соседней молекулы.

Поскольку молекулы одинаковые, то сумма этих зарядов равна нулю. Другими словами – заряды диполей внутри диэлектрика взаимно компенсируются.

Из рисунка видно, что на поверхности диэлектрика такая компенсация отсутствует – снаружи нет диполей, способных вызвать компенсацию. Поэтому на противоположных поверхностях диэлектрика во внешнем электрическом поле возникают нескомпенсированные заряды.

Молекулы твёрдого вещества не могут свободно изменять своё положение. Следовательно, нескомпенсированные заряды диполей не могут перемещаться внутри объёма или по поверхности диэлектрика. Поэтому их называют связанными.

Связанные заряды, так же как и любые заряды, создают электрическое поле.

Это дополнительное электрическое поле всегда направлено против внешнего поля (это видно из рисунка). Поэтому электрическое поле внутри диэлектрика всегда слабее, чем вне его:

$$E = E_0 - E'$$

где E – напряжённость электрического поля внутри диэлектрика, E' – напряжённость поля связанных зарядов, E_0 – напряжённость поля, созданного внешними зарядами.

В соответствии с теоремой Гаусса, напряжённость поля связанных зарядов внутри диэлектрика*

$$E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0},$$

где σ' – поверхностная плотность связанных зарядов.

Поверхностную плотность связанных зарядов σ' можно найти из следующих соображений.

В соответствии с определением поляризованности диэлектрика P полный дипольный электрический момент пластины

$$\Sigma p = P \cdot V.$$

Объём прямоугольной пластины $V = S \cdot d$ (d – толщина пластины), поэтому

$$\Sigma p = P \cdot S \cdot d.$$

С другой стороны, полный дипольный электрический момент пластины

$$\Sigma p = qd,$$

где q – полный связанный заряд боковой грани пластины, величина которого $q = S\sigma'$. Поэтому

$$\Sigma p = S\sigma'd,$$

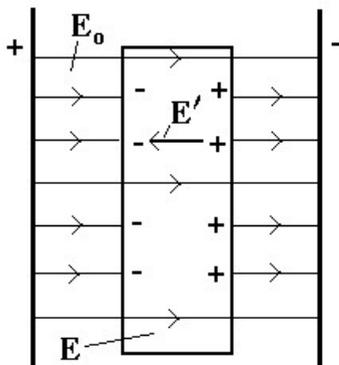
и это означает, что

$$P = \sigma',$$

т. е. поляризованность диэлектрика оказывается равной поверхностной плотности связанных зарядов.

Ранее было получено, что поляризованность $P = \kappa\epsilon_0 E$, следовательно, теперь можно записать

$$\sigma' = \kappa\epsilon_0 E.$$



* Это поле, созданное двумя бесконечными равномерно заряженными плоскостями.

Учитывая, что $E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0}$, для величины напряженности электрического поля внутри диэлектрика получаем

$$E = E_0 - \kappa E,$$

$$E = \frac{E_0}{1 + \kappa} = \frac{E_0}{\epsilon},$$

где $\epsilon = 1 + \kappa$ – диэлектрическая проницаемость вещества.

Диэлектрическая проницаемость является безразмерной величиной и показывает, во сколько раз электрическое поле внутри диэлектрика слабее внешнего.

В изотропных средах диэлектрическая проницаемость является скалярной величиной.

1.17. ВЕКТОР ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СМЕЩЕНИЯ. ТЕОРЕМА ГАУССА ДЛЯ ПОЛЯ В ДИЭЛЕКТРИКЕ

Уменьшение напряженности электрического поля на поверхности диэлектрика происходит скачком (поскольку именно на поверхности расположены связанные заряды), что вызывает некоторые сложности при расчётах электрических полей в веществе.

Например, если пространство заполнено несколькими слоями разных диэлектриков, то даже в самой простой ситуации расчёт будет довольно сложным, так как из-за связанных зарядов в каждом слое будет своя напряжённость электрического поля.

Поэтому необходима такая характеристика электрического поля, которая не зависит от связанных зарядов. Чтобы получить такую характеристику, поступим следующим образом.

Как уже отмечалось, напряжённость поля внутри диэлектрика $E = E_0 - E'$, где E' – напряжённость поля связанных зарядов, равная σ'/ϵ_0 .

Напряжённость внешнего электрического поля, созданного свободными зарядами двух параллельных бесконечных проводящих плоскостей, можно выразить как $E = \sigma_{\text{своб}}/\epsilon_0$.

Тогда напряжённость электрического поля внутри диэлектрика

$$E = \frac{\sigma_{\text{своб}}}{\epsilon_0} - \frac{\sigma'}{\epsilon_0}.$$

Поскольку $\sigma' = P$,

$$E = \frac{\sigma_{\text{своб}}}{\epsilon_0} - \frac{P}{\epsilon_0}.$$

Тогда

$$E + \frac{P}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_{\text{своб}}}{\epsilon_0}$$

или

$$\epsilon_0 E + P = \sigma_{\text{своб}}.$$

Таким образом, величина $\epsilon_0 E + P$ не зависит от наличия связанных зарядов. Эту величину называют **электрическим смещением**.

Определение электрического смещения можно записать в векторной форме

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

или, поскольку $P = \kappa \epsilon_0 E$,

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} (1 + \kappa) = \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E}.$$

Вектор электрического смещения в изотропных диэлектриках совпадает по направлению с вектором напряжённости электрического поля внутри диэлектрика, так как в изотропных диэлектриках диэлектрическая проницаемость ϵ является скалярной величиной*.

Размерность вектора электрического смещения $[D] = \text{Кл/м}^2$.

Электрическое смещение является вспомогательной характеристикой электрического поля, зависящей только от свободных зарядов.

Таким образом, получена характеристика электрического поля, не зависящая от связанных зарядов. Использование такой характеристики даёт очевидные преимущества. Действительно, используя электрическое смещение, можно рассчитать электрическое поле (значение вектора \mathbf{D}) как внутри диэлектрика, так и вне его, учитывая только свободные заряды. После этого легко найти напряжённость электрического поля в любой точке,

* В анизотропных диэлектриках диэлектрическая проницаемость является тензорной величиной и, в общем случае, \mathbf{D} и \mathbf{E} по направлению не совпадают.

просто поделив значение D в этой точке на значение диэлектрической проницаемости ϵ в этой точке и на электрическую постоянную ϵ_0 .

Рассчитывать электрическое поле в пространстве с диэлектриком можно с помощью теоремы Гаусса. Применительно к электрическому смещению она в любой среде имеет вид

$$\oiint_S D ds = \sum q_{\text{своб}}$$

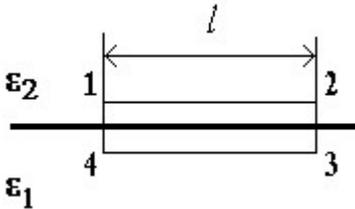
и может быть прочитана следующим образом: **поток вектора электрического смещения через замкнутую поверхность равен сумме свободных зарядов, охваченных этой поверхностью** *. Знать, каковы по величине связанные заряды и как они распределены в пространстве, в этом случае не нужно.

1.18. УСЛОВИЯ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ДВУХ ДИЭЛЕКТРИКОВ

Рассмотрим границу раздела двух изотропных диэлектриков с диэлектрическими проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 ($\epsilon_1 < \epsilon_2$).

Пусть на границе раздела свободные заряды отсутствуют.

Оба диэлектрика находятся в однородном электрическом поле напряжённостью E . Напряжённость электрического поля в одном из диэлектриков будет равна E_1 , во втором — E_2 .



Выберем некоторый контур, охватывающий границу раздела двух сред.

Поскольку электрическое поле консервативно, работа кулоновских сил на замкнутом контуре A_l равна нулю

$$A_l = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = 0.$$

На участках 12 и 34 рассматриваемого контура работа

$$A_{12} = qE_1 l_{12} = qE_{1\tau} l_{12}$$

$$A_{34} = qE_2 l_{34} = -qE_{2\tau} l_{34}.$$

* В случае использования вектора напряженности теорема Гаусса имеет вид

$$\oiint E ds = (\sum q_{\text{своб}} + \sum q_{\text{свод}}) \epsilon_0.$$

В этих выражениях $E_{1\tau}$ и $E_{2\tau}$ – проекции векторов \mathbf{E}_1 и \mathbf{E}_2 на ось, параллельную границе раздела двух диэлектриков.

Пусть $l_{23} = l_{41} \rightarrow 0$. Тогда работа кулоновских сил на этих участках будет равна нулю.

Тогда работа кулоновских сил на всей длине контура

$$A_l = A_{12} + A_{34} = 0$$

и

$$A_{12} = -A_{34}.$$

Последнее соотношение можно переписать в виде

$$qE_{1\tau}l_{12} = qE_{2\tau}l_{34}.$$

Сократив одинаковые множители, получаем

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}.$$

Таким образом, компонента вектора напряжённости, параллельная границе раздела двух сред (тангенциальная компонента), с обеих сторон от границы одинакова.

Вектор электрического смещения $\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E}$. Следовательно,

$$D_{1\tau} = \epsilon_0 \epsilon_1 E_{1\tau},$$

$$D_{2\tau} = \epsilon_0 \epsilon_2 E_{2\tau},$$

А это, в свою очередь, означает, что

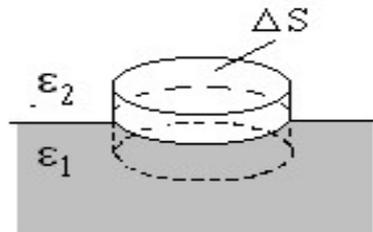
$$\frac{D_{1\tau}}{\epsilon_1} = \frac{D_{2\tau}}{\epsilon_2}$$

или

$$\frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}.$$

Другими словами – тангенциальная компонента вектора (\mathbf{D}_τ) на границе раздела скачкообразно изменяется в соответствии с последним соотношением.

Теперь рассмотрим поведение компонент векторов \mathbf{D} и \mathbf{E} , перпендикулярных границе раздела двух диэлектриков. Для этого воспользуемся теоремой Гаусса. В качестве поверхности интегрирования выберем цилиндр бесконечно малой высоты, основания которого параллельны границе раздела двух диэлектриков.



В соответствии с теоремой Гаусса, считая электрическое поле однородным, мы вправе записать*:

$$D_{2n}\Delta S - D_{1n}\Delta S = 0$$

и

$$D_{2n} = D_{1n}.$$

Отсюда следует, что

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}.$$

Таким образом, на границе раздела скачком изменяется нормальная составляющая вектора напряжённости и не изменяется нормальная составляющая вектора электрического смещения.

Вследствие этого силовые линии на границе раздела двух диэлектриков изменяют направление**. Действительно,

$$E_{1\tau} = E_{2\tau},$$

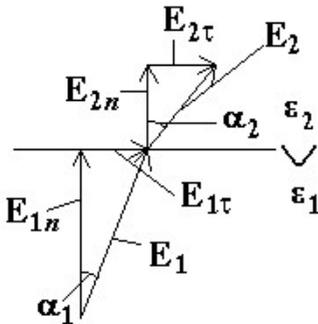
$$\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n}.$$

Из рисунка видно, что

$\frac{E_{\tau}}{E_n} = \operatorname{tg} \alpha$. Выражая тангенс угла наклона силовых линий в каждом из диэлектриков, получим:

$$\frac{E_{1\tau}}{E_{1n}} = \operatorname{tg} \alpha_1, \quad \frac{E_{2\tau}}{E_{2n}} = \operatorname{tg} \alpha_2,$$

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} = \frac{E_{2\tau}}{E_{2n}} \cdot \frac{E_{1n}}{E_{1\tau}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}.$$



Таким образом, в среде с бóль-шей диэлектрической проницаемостью ($\varepsilon_2 > \varepsilon_1$) силовые линии увеличивают наклон (см. рисунок)

* Мы не будем здесь подробно описывать математические преобразования: они просты и практически одинаковы с рассмотренными перед этим.

** Если силовые линии перпендикулярны границе раздела, то их направление не изменяется.

1.19. ПРОВОДНИКИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Проводники – это вещества, способные проводить электрический ток.

Существование проводимости в проводниках обусловлено наличием в них так называемых свободных зарядов, т. е. зарядов, способных перемещаться внутри проводника.

Свободными зарядами могут быть электроны (в металлах, полупроводниках), ионы (в растворах солей, кислот и т. п.), электроны и ионы (в ионизированных газах). Все проводники во внешнем электрическом поле ведут себя практически одинаково.

Рассмотрим наиболее важные особенности поведения проводников во внешнем электрическом поле.

Допустим, что в рассматриваемом проводнике имеются свободные носители заряда одного знака (например, электроны).

Свободные заряды в проводнике могут перемещаться, следовательно, при помещении проводника в электрическое поле они начнут двигаться в направлении действия кулоновской силы.

Дошедшие до поверхности проводника заряды не могут выйти наружу. Поэтому заряды начнут скапливаться у поверхности проводника.

На противоположной поверхности возникнет недостаток свободных носителей, что вызовет появление заряда противоположного знака.

Вследствие этого внутри проводника возникнет собственное электрическое поле, направленное противоположно внешнему.

Пока собственное поле слабее внешнего, свободные носители будут двигаться в прежнем направлении и скапливаться на поверхности. Собственное поле при этом будет расти.

Так будет до тех пор, пока собственное поле не станет равно внешнему. Суммарное поле внутри проводника при этом станет равно нулю.

Полученный вывод имеет общий характер. **Электрическое поле внутри любого проводника, находящегося во внешнем электрическом поле, всегда равно нулю**

$$E = 0.$$

Поскольку $E = -\text{grad}\varphi = 0$, постольку потенциал проводника во всех точках одинаков:

$$\varphi = \text{const.}$$

В частности это означает, что **поверхность проводника в электростатическом поле является эквипотенциальной.**

Поскольку поверхность проводника эквипотенциальна, силовые линии поля вне проводника перпендикулярны поверхности проводника (так как силовые линии и эквипотенциальные поверхности взаимно перпендикулярны).

Если проводник зарядить, то **избыточный заряд распределится по поверхности проводника**. Если бы это было не так, то поле внутри проводника не могло бы быть равно нулю.

Этот вывод можно получить и аналитически с помощью теоремы Гаусса: $\oiint \mathbf{E} ds = \sum q_i / \epsilon_0$.

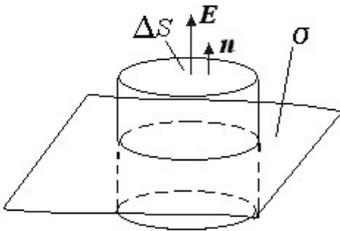
Поскольку напряжённость поля внутри проводника везде равна нулю, постольку и $\oiint \mathbf{E} ds = 0$. Отсюда $\sum q_i = 0$, т. е. избыточных (не скомпенсированных) зарядов внутри проводника нет.

Избыточный заряд на проводнике находится в равновесии: заряд перераспределяется до тех пор, пока поле внутри проводника не станет равным нулю. Как только поле внутри проводника станет равно нулю, перераспределение, т. е. направленное движение свободных зарядов, прекратится.

Рассчитаем напряжённость электрического поля вблизи от поверхности заряженного проводника.

Пусть поверхностная плотность заряда проводника равна σ .

В соответствии с теоремой Гаусса, поток вектора напряжённости через замкнутую поверхность пропорционален заряду, охваченному этой поверхностью.



Выберем в качестве поверхности цилиндр, основания которого параллельны поверхности проводника.

Поток через боковую стенку цилиндра будет равен нулю, так как поле вне проводника перпендикулярно его поверхности.

Поэтому поток через поверхность цилиндра будет равен потоку через верхнее основание площадью ΔS (так как внутри проводника поля нет): $E\Delta S$.

Заряд, охваченный такой поверхностью, равен $\sigma\Delta S$.

Тогда, в соответствии с теоремой Гаусса,

$$E\Delta S = \frac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0},$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

Таким образом, напряжённость поля вблизи поверхности проводника прямо пропорциональна поверхностной плотности заряда в данной точке поверхности проводника. Конечно, это не означает, что поле вне проводника не зависит от зарядов, расположенных на отдалённых точках поверхности проводника, – просто плотность зарядов в данной точке зависит от того, как распределён заряд по всей поверхности.

1.20. ЗАМКНУТЫЕ ПРОВОДЯЩИЕ ОБОЛОЧКИ

Как уже установлено, внутри заряженного проводника избыточные заряды и электрическое поле отсутствуют. Но это означает, что для равновесного распределения зарядов на поверхности проводника не имеет никакого значения наличие вещества внутри этого проводника, т. е. полость внутри проводника, во-первых, не повлияет на распределение зарядов на поверхности проводника, и, во-вторых, поля внутри этой полости не будет.

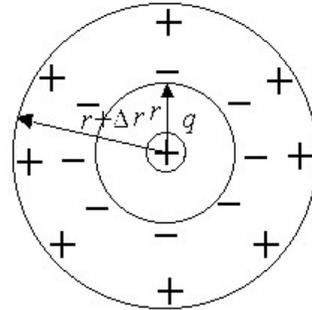
Отсюда следует, что в объёме, окружённом заряженной замкнутой проводящей оболочкой, поле всегда равно нулю.

Поле внутри полости равно нулю и тогда, когда оно создано не избыточным зарядом на поверхности полости, а внешним источником. В этом случае полость называют **экраном**, так как она может избавить от влияния электрических полей на тела (приборы), находящиеся внутри полости. Такие экраны широко применяются и в науке, и в технике.

Если внутрь незаряженной сферической полости радиуса r , поместить заряд q , картина изменится. Проведём анализ этой ситуации с помощью теоремы Гаусса.

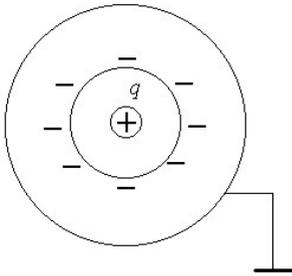
В качестве поверхности интегрирования выберем сферу радиусом $R < r$, центр которой совпадает с центром полости.

Поток вектора напряжённости через эту поверхность не равен нулю, так как отличен от нуля заряд q , находящийся внутри полости. Другим словами – в этом случае поле внутри оболочки не равно нулю.



Внутри стенок проводящей оболочки электрическое поле должно быть равно нулю. Следовательно, поток вектора напряжённости через поверхность, проходящую внутри стенок проводящей оболочки ($r + dr > R > r$), тоже должен быть равен нулю. Но это означает, что на внутренней поверхности оболочки должен быть распределён заряд, величина которого равна q , а знак противоположен знаку заряда, находящегося внутри полости.

В то же время, поскольку заряд оболочки, по условию, равен нулю, на внешней поверхности оболочки должен быть распределён заряд, величина и знак которого совпадают с зарядом q , находящимся внутри полости.



Вне оболочки ($R > r + dr$) поток вектора напряжённости не равен нулю, так как не равен нулю заряд внутри оболочки.

Таким образом, поле в этой ситуации существует внутри полости и вне оболочки. Если заряд, находящийся внутри оболочки точечный, то это поле точечного заряда.

Обратите внимание: если оболочку с находящимся внутри зарядом заземлить, то избыточный заряд с внешней поверхности оболочки стечёт, и поле вне оболочки станет равно нулю.

1.21. ЭЛЕКТРОЁМКОСТЬ УЕДИНЁННОГО ПРОВОДНИКА

Как было показано в разд. 1.14, заряженный проводник эквипотенциален, а избыточный заряд определённым образом распределён по его поверхности.

Характер распределения заряда по поверхности проводника зависит от формы проводника*.

Если сообщить проводнику дополнительный заряд, то он распределится по его поверхности подобно первой порции заряда, поскольку форма проводника, по условию, не изменяется.

Но это означает, что при увеличении заряда уединённого проводника в n раз во столько же раз увеличится и напряжённость поля, созданного проводником.

Это, в свою очередь, означает, что в n раз возрастёт и работа, необходимая для перемещения пробного заряда из бесконечности к проводнику, т. е. его (проводника) потенциал.

Следовательно, заряд проводника и его потенциал прямо пропорциональны друг другу.

Отношение заряда проводника к его потенциалу называется **электроёмкостью** (или просто **ёмкостью**) уединённого проводника:

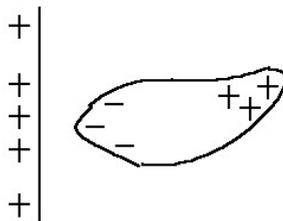
$$C = \frac{q}{\phi}.$$

Размерность электроёмкости $[C] = \text{Кл/В} = \text{Ф}$ (фарада).

Следует заметить, что на практике используются меньшие величины единицы ёмкости. Это микрофарада (мкФ), равная $1 \cdot 10^{-6} \text{Ф}$, и пикофарада (пФ), равная $1 \cdot 10^{-12} \text{Ф}$ и др.

Важно отметить, что ёмкость проводника зависит от окружающих его тел.

Это объясняется тем, что окружающие тела значительно влияют на поле, созданное проводником, за счёт индуцированных в окружающих телах зарядов. Например, при приближении к положительно заряженной плоскости другого проводника на нём происходит перераспределение зарядов: на ближайшей к заряженной плоскости поверхности скапливаются отрицательные заряды, на удалённой – положительные. Эти заряды создают электрическое поле, которое в свою очередь влияет на распределение зарядов на плоскости.



* Если вокруг данного проводника имеются другие тела, то это повлияет на распределение заряда по поверхности проводника; но в данном случае рассматривается **уединенный** проводник.

Поскольку отрицательные заряды в данном случае расположены к плоскости ближе, их влияние сильнее и потенциал плоскости понизится. Это означает, что ёмкость плоскости растёт.

Полученный вывод является общим: электрическая ёмкость проводника, окружённого другими проводниками, всегда больше ёмкости такого же уединённого проводника.

1.22. КОНДЕНСАТОРЫ

Если взять систему из двух проводников*, имеющих одинаковые по величине и противоположные по знаку заряды, то мы получим **конденсатор** – устройство, ёмкость которого намного больше ёмкости уединённого проводника и не зависит от ёмкости окружающих тел**.

Основной характеристикой конденсатора является его ёмкость

C , определяемая выражением $C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}$, где q – заряд обкладки

конденсатора, $\varphi_1 - \varphi_2$ – разность потенциалов между обкладками конденсатора.

В данном случае разность потенциалов между обкладками конденсатора равна напряжению на конденсаторе $\varphi_1 - \varphi_2 = U$. Поэтому определение ёмкости конденсатора можно записать в

таком виде: $C = \frac{q}{U}$.

Ёмкость конденсатора зависит от площади обкладок конденсатора, формы обкладок, расстояния между ними, диэлектрической проницаемости вещества, заполняющего пространство между обкладками конденсатора.

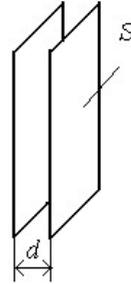
Рассмотрим в качестве примера плоский конденсатор. Это устройство из двух проводящих плоскостей, параллельных друг другу и разделённых слоем диэлектрика.

Если размеры пластин достаточно велики по сравнению с расстоянием d между ними, то заряд распределён по поверхности пластин равномерно с плотностью $\sigma = q/S$.

* Такие проводники принято называть **обкладками**.

** Ёмкость конденсатора не зависит от окружающих тел, поскольку практически все поле сосредоточено между его обкладками.

Одна пластина создаёт поле напряжённостью $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$; в соответствии с принципом суперпозиции поле между пластинами $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$, вне пластин $E = 0$.



Поскольку $\frac{d\varphi}{dx} = -E = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$, то

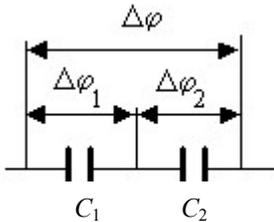
$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon} dx = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon} d = \frac{qd}{\varepsilon_0\varepsilon S}.$$

Отсюда ёмкость плоского конденсатора

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}.$$

1.23. СОЕДИНЕНИЕ КОНДЕНСАТОРОВ

В практической деятельности часто используются соединения нескольких конденсаторов. Два основных способа соединения конденсаторов – параллельное и последовательное. Рассмотрим эти способы и рассчитаем суммарную ёмкость всех соединённых конденсаторов.



Последовательное соединение. Последовательным называют соединение конденсаторов, показанное на рисунке.

Если соединённые таким образом конденсаторы подключить к батарее, то левая обкладка C_1 получит от батареи заряд q , а правая обкладка C_2 – такой же по величине и противоположный по знаку заряд $-q$.

Внутренние обкладки конденсаторов C_1 и C_2 заряда от батареи не получают. Но если левая обкладка C_1 заряжена положительно, то на правую перетечёт такой же заряд противоположного знака с левой обкладки C_2 . Поэтому все обкладки конденсаторов будут иметь одинаковые по величине заряды q .

При таком соединении суммарная разность потенциалов на всех конденсаторах равна сумме разностей потенциалов на них $\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2$.

Суммарную разность потенциалов $\Delta\varphi$ можно выразить через заряд и суммарную ёмкость конденсаторов C : $\Delta\varphi = \frac{q}{C}$.

Разность потенциалов между обкладками каждого из конденсаторов можно выразить аналогичным образом:

$$\Delta\varphi_1 = \frac{q}{C_1}, \quad \Delta\varphi_2 = \frac{q}{C_2}.$$

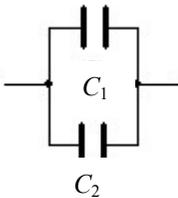
Заменяя разности потенциалов на приведённые выражения, получаем

$$\frac{q}{C} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2}$$

и, сокращая заряд, получаем выражение для суммарной ёмкости последовательно соединённых конденсаторов

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}.$$

Таким образом, величина, обратная суммарной ёмкости конденсаторов, равна сумме обратных каждой из ёмкостей величин. Очевидно, что если соединены не два, а несколько конденсаторов, в сумме будет столько членов, сколько соединено конденсаторов.



Параллельное соединение. Параллельным называют показанное на рисунке соединение конденсаторов.

При таком соединении разность потенциалов между обкладками всех конденсаторов одинакова.

Заряд на обкладках первого конденсатора $q_1 = C_1\Delta\varphi$, заряд на обкладках второго — $q_2 = C_2\Delta\varphi$.

Суммарный заряд на всех конденсаторах $q = q_1 + q_2$ можно выразить через суммарную ёмкость соединённых конденсаторов: $q = C\Delta\varphi$.

Это означает, что $C\Delta\varphi = C_1\Delta\varphi + C_2\Delta\varphi$ и суммарная ёмкость конденсаторов, соединённых параллельно, равна сумме ёмкостей всех соединённых конденсаторов:

$$C = C_1 + C_2.$$

1.24. ЭНЕРГИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ПРОВОДНИКОВ

Для того чтобы сообщить любому заряженному проводнику дополнительный заряд, необходимо совершить работу

$$\delta A' = \varphi dq = C\varphi d\varphi$$

(здесь предполагается, что потенциал бесконечно удалённой точки равен нулю).

Работа, необходимая для того, чтобы зарядить проводник от нулевого потенциала до потенциала φ

$$A = C \int_0^{\varphi} \varphi d\varphi = \frac{C\varphi^2}{2}.$$

Поскольку эта работа идёт на увеличение энергии заряженного проводника, его энергия равна

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2}.$$

Для конденсатора элементарная работа

$$\delta A = (\varphi_1 - \varphi_2) dq = \frac{q dq}{C},$$

работа, необходимая для заряда конденсатора от нулевого потенциала до потенциала φ ,

$$A = \int_0^q \frac{q dq}{C} = \frac{q^2}{2C};$$

а энергия конденсатора

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)^2 C}{2} = \frac{1}{2} q_1 \varphi_1 - \frac{1}{2} (-q_2) \varphi_2 = \frac{1}{2} q_1 \varphi_1 + \frac{1}{2} q_2 \varphi_2.$$

Последнюю формулу можно переписать в виде

$$W = \frac{1}{2} (q\varphi_1 + q\varphi_2)$$

(так как заряд второй пластины $q_2 = -q_1$).

Подобное выражение применимо и к системе из n заряженных проводников. Энергия такой системы

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i.$$

1.25. ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Вернёмся к выражению электрической энергии, запасённой в конденсаторе:

$$W = \frac{C(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2}.$$

Для плоского конденсатора $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$. Поэтому его энергия

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S (\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{2} \left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d} \right)^2 Sd$$

и

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{2} E^2 V = \frac{1}{2} EDV.$$

В последние два выражения для расчёта энергии не входят характеристики проводников (S и d); в них энергия выражается через характеристики электрического поля. Это позволяет трактовать W как энергию электрического поля. Мы можем говорить, что это энергия электрического поля. И эта энергия распределена в пространстве с объёмной плотностью

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{2} E^2 = \frac{ED}{2}.$$

Используя последнее выражение, можно найти энергию, запасённую в однородном электрическом поле, занимающем объём V

$$W = \omega V.$$

Если электрическое поле неоднородно, то

$$W = \int_V \omega dV,$$

т. е. энергия поля в объёме V равна интегралу от объёмной плотности электрического поля, взятому по объёму V .

1. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Электрический ток – это упорядоченное движение электрических зарядов.

Для того чтобы свободные заряды двигались в среде упорядоченно, необходимо либо наличие электрического поля, либо какое-либо поле неэлектростатических сил.

Если свободные заряды движутся упорядоченно в электрическом поле, то причиной, вызывающей электрический ток, являются кулоновские силы.

Если же свободные заряды движутся упорядоченно без электрического поля, то причиной, вызывающей электрический ток, являются силы, называемые **сторонними** (например, магнитные силы в генераторе электрического тока). Причём, если электрическое поле характеризуют напряжённостью E , то поле сторонних сил – так называемой **напряжённостью поля сторонних сил E^*** .

Количественной характеристикой электрического тока является сила тока I . Это величина, равная отношению заряда dq , переносимого через поверхность за время dt , ко времени dt

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Сила тока, как это видно из определения, – скалярная величина.

В системе СИ единицей измерения силы тока является ампер [I] = Кл/с = А.

Электрический ток может быть обусловлен направленным движением как положительных, так и отрицательных зарядов. Причём, если ток создаётся одновременным движением положительных зарядов dq^+ (они движутся по полю) и отрицательных зарядов dq^- (они движутся против электрического поля), то

$$I = \frac{dq^+}{dt} + \frac{dq^-}{dt}.$$

Электрический ток имеет направление. Это – условная характеристика.

Направлением тока принято считать направление движения положительных зарядов (если ток создают отрицательные заряды, то направление тока противоположно направлению их движения).

В общем случае величина отношения dq/dt может меняться со временем; если же $dq/dt = \text{const}$ то ток называют постоянным и тогда можно считать $I = q / t$.

Величина отношения dq / dt может зависеть не только от времени, но и от координаты: в разных точках сечения проводника оно может быть разным. Поэтому для характеристики электрического тока используют дифференциальную характеристику, именуемую **плотность тока \mathbf{j}** :

$$\mathbf{j} = \frac{dI}{dS_{\perp}} \cdot \mathbf{n},$$

где \mathbf{n} – единичный вектор, параллельный скорости направленного движения положительных зарядов; dS_{\perp} – площадь элементарной поверхности, перпендикулярной скорости направленного движения зарядов.

Размерность плотности тока $[j] = \text{A}/\text{m}^2$.

Сила тока и плотность тока связаны между собой:

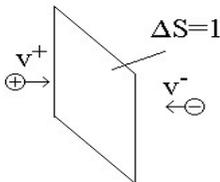
$$I = \int_S \mathbf{j} n dS = \int_S \mathbf{j} dS.$$

Последнее выражение можно прочесть и так: сила тока через поверхность S равна потоку вектора плотности тока \mathbf{j} через эту поверхность.

Протекание электрического тока не вызывает накопления заряда в проводнике. Это означает, что если в некоторый объём проводника вошёл заряд dq , то такой же заряд должен выйти из этого объёма.

В математической форме последнее утверждение имеет следующий вид:

$$\oint_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} = 0.$$



Найдём связь плотности тока со средней скоростью упорядоченного движения зарядов в проводнике. Для этого выберем единичную поверхность, перпендикулярную скорости упорядоченного движения зарядов. За единицу времени через неё пройдёт $n^+ \cdot \mathbf{v}$ положительных зарядов и $n^- \cdot \mathbf{v}$ отрицательных зарядов (здесь n^+ , n^- – концентрации положительных и

отрицательных зарядов соответственно, \mathbf{v}^+ , \mathbf{v}^- – скорости направленного движения зарядов). Тогда плотность тока

$$\mathbf{j} = e^+ \cdot n^+ \cdot \mathbf{v}^+ + e^- \cdot n^- \cdot \mathbf{v}^-.$$

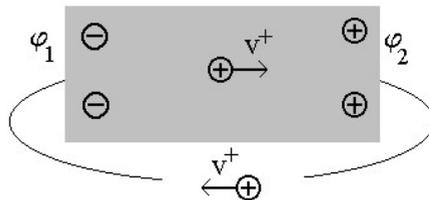
В отсутствие электрического поля свободные носители заряда движутся хаотически. Это движение не даёт вклада в \mathbf{j} , так как средняя скорость хаотического движения равна нулю.

2.1. ЭЛЕКТРОДВИЖУЩАЯ СИЛА

Если в проводнике создать электрическое поле, свободные заряды начнут двигаться упорядоченно, т. е. возникнет электрический ток.

Однако этот ток очень быстро прекратится, так как свободные заряды перераспределятся так, что поле внутри проводника станет равно нулю и причина, вызвавшая направленное движение зарядов, исчезнет (см. разд. 1.19).

Для того чтобы ток не прекращался, необходимо переносить избыточные заряды с одного конца проводника на противоположный. Тогда электрическое поле внутри проводника будет существовать непрерывно и направленное движение зарядов не будет прекращаться.



Другими словами – для того чтобы в цепи непрерывно существовал электрический ток, в части электрической цепи свободные носители должны двигаться по электрическому полю, а в другой части – против.

Естественно, электрическое поле не может заставить положительные заряды двигаться против кулоновских сил. Следовательно, в части цепи должны действовать силы, заставляющие положительные заряды двигаться от “минуса” к “плюсу”. Такие силы неэлектростатического происхождения принято называть **сторонними**.

Участок цепи, на котором действуют сторонние силы, называют источником ЭДС (электродвижущей силы).

На практике используются различные виды источников ЭДС. Это электрические генераторы, гальванические элементы (батарейки), аккумуляторы и т. д.

Источник электродвижущей силы характеризуется величиной ЭДС:

$$\varepsilon = \frac{A_{\text{ст}}}{q},$$

где $A_{\text{ст}}$ – работа сторонних сил по перемещению заряда q ; q – заряд, перемещённый сторонними силами.

Размерность ЭДС $[\varepsilon] = \text{Дж/Кл} = \text{В}$ (вольт).

Работу сторонних сил по перемещению заряда q внутри источника эдс можно вычислить следующим образом:

$$A_{\text{ст}} = A_{21} = \int_2^1 \mathbf{F}_{\text{стор}} d\mathbf{l} = \int_2^1 q\mathbf{E}^* d\mathbf{l} = q \int_2^1 \mathbf{E}^* d\mathbf{l}.$$

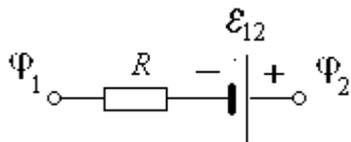
Отсюда величина эдс

$$\varepsilon = \int_2^1 \mathbf{E}^* d\mathbf{l}.$$

Если электрическая цепь замкнута, то эдс равна

$$\varepsilon = \oint_L \mathbf{E}^* d\mathbf{l}.$$

Работа по перемещению заряда на участке цепи, содержащем источник ЭДС, может быть найдена



как

$$A_{12} = q \int_1^2 \mathbf{E} d\mathbf{l} + q \int_1^2 \mathbf{E}^* d\mathbf{l}.$$

Учитывая связь напряжённости и потенциала, а также определение ЭДС, получаем

$$A_{12} = q(\Phi_1 - \Phi_2) + q\varepsilon_{12}.$$

Величина, равная работе электростатических и сторонних сил по перемещению единичного заряда в электрической цепи, называется напряжением:

$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}.$$

Обратите внимание: напряжение на участке цепи и разность потенциалов на его концах различны по величине.

Напряжение и разность потенциалов не одно и то же!

Следует отметить, что участок цепи, содержащий источник ЭДС, называют **неоднородным**. Участок, не содержащий источника ЭДС, называют **однородным**.

Поскольку однородный участок не содержит ЭДС, постольку $U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2)$, т. е. напряжение на однородном участке цепи равно разности потенциалов на его концах.

2.2. ЗАКОН ОМА

Георг Ом, экспериментируя с цепями постоянного тока, обнаружил, что сила тока в участке электрической цепи определяется следующим соотношением:

$$I = \frac{U}{R},$$

где I – сила тока в цепи, U – напряжение на концах цепи, R – сопротивление цепи.

Это выражение принято называть **законом Ома для участка цепи**.

Сопротивление цепи есть коэффициент, связывающий напряжение в цепи и силу тока, возникающего в цепи за счёт напряжения U .

Поскольку размерности силы тока и напряжения не совпадают, R является размерным коэффициентом. Размерность сопротивления можно получить из закона Ома: $[R] = [U]/[I] = \text{В}/\text{А} = \text{Ом}$.

Величина сопротивления цепи при постоянной температуре зависит от размеров и формы проводников цепи, от материала, из которого проводники изготовлены. Увеличение температуры у большинства проводников вызывает возрастание сопротивления.

Для однородного по составу проводника постоянной длины и сечения сопротивление $R = \rho \frac{l}{S}$, где ρ – удельное сопротивление

проводника*; l – длина проводника, S – площадь поперечного сечения проводника.

Закон Ома для участка цепи может быть записан в дифференциальной форме

$$\mathbf{j} = \frac{1}{\rho} \mathbf{E} = \sigma \mathbf{E},$$

где \mathbf{j} – плотность тока в проводнике; ρ – удельное сопротивление проводника; σ – удельная электрическая проводимость проводника; \mathbf{E} – напряжённость электрического поля в проводнике.

Если участок цепи неоднороден, то кроме электростатических сил на свободные заряды действуют и сторонние, тогда

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} + \sigma \mathbf{E}^*.$$

Это выражение представляет собой закон Ома в дифференциальной форме для неоднородного участка цепи.

В интегральной форме это выглядит так:

$$I = \int \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} = \sigma \left(\int_1^2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} + \int_1^2 \mathbf{E}^* \cdot d\mathbf{S} \right) = \frac{1}{R} (\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12})$$

и

$$IR = (\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12})$$

где $\varphi_1 - \varphi_2$ – разность потенциалов на концах участка цепи.

Последнее выражение представляет собой закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме.

Если неоднородная цепь замкнута, то $\varphi_1 = \varphi_2$ (так как концы участка цепи соединены между собой) и закон Ома принимает следующий вид:

$$I = \frac{\varepsilon}{R},$$

где R – суммарное сопротивление однородного участка цепи и внутреннего сопротивления источника ЭДС.

Это выражение представляет собой закон Ома для замкнутой цепи.

* Удельное сопротивление зависит от материала проводника; размерность удельного сопротивления – Ом·м.

2.3. РАБОТА И МОЩНОСТЬ ТОКА. ЗАКОН ДЖОУЛЯ-ЛЕНЦА

Рассмотрим участок цепи, напряжение на концах которой равно U .

В рассматриваемой цепи будет протекать электрический ток, сила которого, в соответствии с законом Ома, равна U/R .

По определению (см. разд. 2.1), напряжение равно работе электростатических и сторонних сил по перемещению единичного заряда в электрической цепи. Следовательно, при протекании тока кулоновские и сторонние силы, действующие на заряды в рассматриваемом участке, совершат работу

$$A = qU.$$

Эту работу называют работой электрического тока.

Если ток постоянный, то $q = It$, где I – сила тока, t – время, в течение которого в проводнике течёт ток. В этом случае работа тока может быть рассчитана по формуле

$$A = UIt.$$

Поскольку $U = IR$, постольку работа тока

$$A = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t.$$

Таким образом, работа тока может быть рассчитана с помощью нескольких формул. Какое именно выражение следует использовать в конкретной задаче, определяется её условием. Например, если в условии дана сила тока и разность потенциалов на концах однородного участка цепи, то $A = I(\varphi_1 - \varphi_2)t$, если же известны сила тока и сопротивление цепи, то $A = I^2 R t$.

Мощность есть работа, совершённая за единицу времени:

$P = \frac{A}{t}$. Поэтому мощность тока можно рассчитать по следующим формулам:

$$P = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Если проводник с током неподвижен и ток не вызывает химических реакций, то вся работа идёт на увеличение внутренней энергии проводника, т. е. на его нагрев.

Другими словами – при протекании тока в проводнике выделяется тепло

$$Q = UI t = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t.$$

В 1841 г. англичанин Джеймс П. Джоуль и независимо от него в 1842 г. русский физик Эмилий Христианович Ленц, обобщая результаты своих экспериментов, получили именно такое выражение для расчета количества тепла, выделяемого проводником при протекании в нём тока. Поэтому последнее выражение принято называть **законом Джоуля–Ленца**.

Если сила тока изменяется с течением времени, то количество тепла, выделяющееся в цепи, можно рассчитать с помощью следующих выражений:

$$Q = \int_0^t UI dt = \int_0^t I^2 R dt = \int_0^t \frac{U^2}{R} dt.$$

Закон Джоуля–Ленца может быть записан и в дифференциальной форме:

$$\varpi = \rho j^2 = jE = \sigma E^2,$$

где ϖ – удельная тепловая мощность тока (это количество тепла, выделяющееся за единицу времени в единице объёма проводника).

3. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

3.1. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ. ИСТОЧНИК МАГНИТНОГО ПОЛЯ. ХАРАКТЕРИСТИКИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

В начале XIX в. физики полагали, что магнитное поле создаётся постоянными магнитами природного происхождения. Но было также известно, что иногда после удара молнии металлические предметы намагничивались. Это наводило на мысль о том, что магнетизм и электрический ток (молния) каким-то образом связаны между собой.

Зимой 1819 г. Ганс Христиан Эрстед заметил, что магнитная стрелка, висящая параллельно проводнику, отклоняется при включении тока.

При изменении направления тока на противоположное стрелка отклонялась в противоположном направлении.

Так было обнаружено, что магнитное поле создаётся электрическим током.

Другими словами – магнитное поле создаётся зарядами, которые упорядоченно движутся относительно наблюдателя.

Обратите внимание на важную деталь: для наблюдателя, относительно которого заряженные частицы движутся упорядоченно, существует магнитное поле, созданное этими зарядами.

Но для наблюдателя, который движется вместе с этими же заряженными частицами, магнитного поля нет! Для этого наблюдателя существует только электростатическое поле, созданное неподвижными относительно него зарядами.

Это означает, что возникновение магнитного поля является проявлением релятивистских эффектов.

Изменение направления тока в опыте Эрстеда вызвало изменение направления отклонения магнитной стрелки. Следовательно, магнитное поле имеет направленный характер. Отсюда вывод – магнитное поле должно характеризоваться векторной величиной.

Основной силовой характеристикой магнитного поля является **индукция магнитного поля**. Эту характеристику принято обозначать символом ***B***. Размерность индукции [*B*] = Тл (тесла).

Кроме индукции ***B*** используется вспомогательная характеристика магнитного поля ***H***, которую принято называть напряжённостью магнитного поля. Размерность напряжённости [*H*] = А/м.

3.2. ИНДУКЦИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ, СОЗДАННОГО ДВИЖУЩИМСЯ ТОЧЕЧНЫМ ЗАРЯДОМ

Рассмотрим заряд *q*, движущийся с постоянной скоростью ***v***.

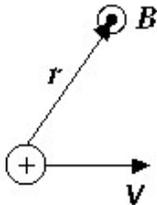
Заряд движется, следовательно он создаёт магнитное поле.

Экспериментально установлено, что индукция ***B*** магнитного поля, созданного этим зарядом в интересующей нас точке, равна

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\mathbf{v}, \mathbf{r}]}{r^3},$$

где ***r*** – радиус-вектор, начинающийся на заряженной частице и заканчивающийся в интересующей нас точке; *r* – модуль вектора ***r***; μ_0 – магнитная постоянная; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

Как следует из последнего выражения, вектор \mathbf{B} перпендикулярен плоскости, в которой лежат векторы \mathbf{v} и \mathbf{r} . На приведённом рисунке вектор \mathbf{B} в соответствии с правилом правого винта, направлен на нас (векторы \mathbf{v} и \mathbf{r} лежат в плоскости рисунка).



Выражение для расчёта \mathbf{B} позволяет выявить ряд существенных факторов, влияющих на величину индукции магнитного поля.

Во-первых, магнитное поле создаётся движущимися зарядами. Следовательно, магнитная индукция должна зависеть от величины заряда q . Эксперимент подтвердил, что индукция \mathbf{B} прямо пропорциональна q .

Во-вторых, магнитное поле, создаётся **движущимися зарядами**. Причём вследствие релятивистского характера оно должно быть тем сильнее, чем больше скорость заряда. И действительно, \mathbf{B} прямо пропорциональна скорости заряда \mathbf{v} .

В-третьих, магнитное поле должно ослабевать по мере удаления от движущегося заряда. Из выражения для расчёта \mathbf{B} следует, что индукция магнитного поля, созданного движущимся зарядом, действительно обратно пропорциональна квадрату модуля радиус-вектора r , определяющего положение точки в пространстве относительно заряда.

Если необходимо рассчитать магнитное поле, созданное несколькими движущимися зарядами, следует использовать принцип суперпозиции $\mathbf{B} = \sum \mathbf{B}_i$.

3.3. ЗАКОН БИО–САВАРА–ЛАПЛАСА

Найдём выражение для расчёта индукции магнитного поля, созданного током I .

В элементарном участке проводника dl содержится $n \cdot dl \cdot S$ свободных носителей заряда, где n – концентрация свободных носителей заряда, dl – длина элементарного участка проводника, S – площадь поперечного сечения проводника.

Каждый из зарядов создаёт в интересующей нас точке магнитное поле, индукция которого

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{e[\mathbf{v}, \mathbf{r}]}{r^3},$$