

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ

Методические указания
к лабораторной работе по физике № 00
для студентов I – II курсов всех факультетов

УДК 531(076.5)
О-624

Составители:

ассистент *М. Р. Мирсияпов*
канд. техн. наук, доцент *В. В. Христофоров*

Рецензент канд. физ.-мат. наук, доцент *А. В. Баранов*

Работа подготовлена на кафедре общей физики

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 00

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Научиться проводить измерения физических величин, осуществлять математическую обработку результатов многократных прямых измерений, а также косвенных измерений, правильно представлять эти результаты.

РЕШАЕМЫЕ ЗАДАЧИ

- Освоить теорию метода измерения ускорения свободного падения с помощью маятника, свойства которого позволяют использовать модель математического маятника.
- Научиться измерять период колебаний с помощью электронного секундомера.
- Освоить теоретически и на практике метод математической обработки результатов многократных прямых измерений физической величины. В реальном опыте осуществить представление полученных результатов в виде гистограммы и в виде доверительного интервала.
- Освоить теоретически и на практике метод математической обработки результатов косвенных измерений физической величины. В реальном опыте осуществить представление полученных результатов в виде доверительного интервала.

ЛАБОРАТОРНОЕ ОБОРУДОВАНИЕ

1. Маятник, представляющий собой груз, закрепленный на легкой нити, длина которой много больше размеров этого груза (математический маятник).
2. Электронный секундомер.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Математическим маятником называют идеализированную модель реального маятника, представляющую собой материальную точку, закрепленную на невесомой нерастяжимой нити.

Период колебаний математического маятника T равен [3]

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (1)$$

где l – длина нити; g – ускорение свободного падения.

Формула (1) верна для реального маятника, если: 1) силой сопротивления воздуха в процессе колебаний маятника можно пренебречь; 2) измеряемый в радианах угол отклонения маятника от положения равновесия мал ($\alpha \approx \sin \alpha$); 3) размер груза мал по сравнению с длиной нити.

Из формулы (1) следует, что, измерив при указанных выше условиях период колебаний маятника T и длину его нити l , можно определить ускорение свободного падения по формуле

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}. \quad (2)$$

В данной лабораторной работе предлагается измерить период колебаний маятника с помощью секундомера, а длину его нити – линейкой. Следовательно, измерения этих физических величин являются прямыми, а измерение ускорения свободного падения g является косвенным (см. раздел Введение в работе [1]).

ОБРАБОТКА И ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРЯМЫХ МНОГОКРАТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

В литературе по метрологии [2] отмечается, что оценка истинного значения измеряемой величины и её погрешности по паспортным данным средства измерения (измерительного прибора) не является предпочтительной. Если существует любая возможность определить **фактическое** значение этих величин, то этим безусловно необходимо воспользоваться. Для этого рекомендуется осуществлять многократные прямые измерения данной физической величины в одинаковых условиях.

При статистической обработке многократных измерений решаются три задачи [2]:

- оценивание случайной погрешности, т. е. области неопределённости исходных данных;

– нахождение более точного, чем при однократном измерении, усредненного значения результата измерения;

– оценивание погрешности этого усреднённого результата, область неопределенности которой является более узкой, чем для исходных данных.

В данной лабораторной работе предлагается осуществить многократные измерения периода колебаний маятника T . Рекомендуется, повторяя опыт, получить 100 результатов. Далее необходимо провести их статистическую обработку в соответствии с рекомендациями (см. раздел В2, Введение, [1]). Вначале необходимо определить **действительное** значение периода, которое в метрологии понимается как оценка истинного значения T . В качестве действительного используется величина выборочного среднего значения (см. формулу (В3), Введение, [1]):

$$\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^n T_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{100} T_i}{100}. \quad (3)$$

Далее определяется величина выборочного среднеквадратичного отклонения исходных результатов (см. формулу (В4), Введение, [1]):

$$S_T = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{T} - T_i)^2}{(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{100} (\bar{T} - T_i)^2}{100-1}}. \quad (4)$$

Затем рекомендуется [2] определить среднеквадратичное отклонение действительного значения периода $\bar{T}$:

$$S_{\bar{T}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{T} - T_i)^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{100} (\bar{T} - T_i)^2}{100(100-1)}}. \quad (5)$$

Обратите внимание, что величина $S_{\bar{T}}$ существенно меньше величины S_T .

Далее находим оценку доверительного интервала, внутри которого с заданной вами вероятностью лежит найденное действительное значения периода $\bar{T}$. Для этого определяем доверительную погрешность по формуле

$$\Delta_{\bar{T}} = t_S S_{\bar{T}}. \quad (6)$$

Здесь t_S – коэффициент Стьюдента, который для выбранного значения доверительной вероятности $P\%$ и проведенного количества повторных измерений n определяется по таблице.

Значения коэффициента Стьюдента

$P, \%$	n								
	2	3	4	5	6	10	20	40	100
70	2.0	1.4	1.3	1.2	1.2	1.1	1.1	1.1	1.0
80	3.1	1.9	1.7	1.5	1.5	1.4	1.3	1.3	1.3
90	6.3	2.9	2.4	2.1	2.0	1.8	1.7	1.7	1.7
95	13.0	4.3	3.2	2.8	2.6	2.3	2.1	2.0	2.0
99	64.0	9.9	5.8	4.6	4.0	3.3	2.9	2.7	2.6

Полученный результат прямых измерений периода колебаний маятника рекомендуется представлять в следующей форме:

$$T = (\bar{T} \pm \Delta_{\bar{T}}) \text{ (указать единицу измерения)} (n = \dots, P = \dots\%). \quad (7)$$

Данная запись говорит, что действительное значение периода колебаний $\bar{T}$ попадает в диапазон от $\bar{T} - \Delta_{\bar{T}}$ до $\bar{T} + \Delta_{\bar{T}}$ секунд с вероятностью $P\%$. При этом оценка этого доверительного интервала получена при проведении n повторных измерений.

Более полное представление о результатах многократных измерений можно получить, построив для них **гистограмму** (см. раздел В2, Введение, [1]).

При этом рекомендуется следующий порядок действий.

- Найти максимальное и минимальное значение периода колебаний в полученном экспериментально массиве из n чисел.
- Разбить полный интервал изменения периода колебаний на 7 более мелких одинаковых интервалов: $\Delta T_1, \Delta T_2, \dots, \Delta T_7$.
- Определить для каждого из семи интервалов то количество измерений Δn , которое попало в этот интервал.
- Определить для каждого из семи интервалов величину $y = \frac{\Delta n}{n}$.
- Построить гистограмму (столбчатую диаграмму), по оси абсцисс которой отложить $\Delta T_1, \Delta T_2, \dots, \Delta T_7$, а по оси ординат – величину $y_i = \frac{\Delta n_i}{n}$, соответствующую каждому интервалу ΔT_i .

Далее следует определить **длину нити** маятника l . В теории эта длина равна расстоянию от точки подвеса до центра масс небольшого груза. Центр масс груза, который используется в данной лабораторной работе, лежит где-то внутри его диска. Учитывая сказанное, измерение длины нити l рекомендуется провести однократно с помощью линейки, определив расстояние от точки подвеса до диска груза, прикрепленного к нижнему концу нити. Это значение можно принять равным действительному l . Погрешность этого измерения Δl примите равной толщине диска.

Обратим внимание на то, что в формулу (2), по которой определяется ускорение свободного падения, кроме измеряемых величин T и l входит величина π , для которой всегда используется округлённое приближенное значение. Рекомендуется погрешность округления считать равной половине младшего разряда, до которого произведено округление. Например, если взять $\pi = 3,14$, то погрешность округления считают равной $\Delta \pi = 0,005$.

ОБРАБОТКА И ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Как отмечалось выше, измерение ускорения свободного падения g является косвенным (см. формулу (2)). Необходимо прежде всего оценить действительное значение этой величины $\bar{g}$ по действительным значениям величин, входящих в формулу (2).

Рекомендуется определить $\bar{g}$, подставив в формулу (2) ранее определённые в опыте действительные значения периода колебаний $\bar{T}$, длины нити $\bar{l}$ и округлённое значение π :

$$\bar{g} = \frac{4\pi^2 \bar{l}}{\bar{T}^2} . \quad (8)$$

Поскольку величины, входящие в формулу (8), определяются со своими погрешностями, то каждая из них вносит свой вклад в погрешность величины $\bar{g}$.

Методика определения абсолютной и относительной доверительной погрешности косвенных измерений описана в разделе В4 (см. Введение, [1]).

Согласно этим рекомендациям, если требуется определить погрешность величины $y(x_i)$, формула которой имеет вид

$$y = Ax_1^a x_2^b \dots x_n^z , \quad (9)$$

где $A = \text{const}$, а погрешности Δ_{x_i} заранее найдены, то проще вначале определить относительную погрешность γ , а только затем вычислить абсолютную Δ_y .

Формула (8) удовлетворяет условию (9). Используя (В9) (Введение, [1]), получим формулу для расчета относительной погрешности величины $\bar{g}$:

$$\gamma = \frac{\Delta_{\bar{g}}}{\bar{g}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_{\bar{l}}}{\bar{l}}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta_{\bar{T}}}{\bar{T}}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta_{\pi}}{\pi}\right)^2} . \quad (10)$$

Абсолютную погрешность теперь можно определить по формуле

$$\Delta_{\bar{g}} = \gamma \bar{g} . \quad (11)$$

Разумеется, можно сразу определить абсолютную погрешность для величины $\bar{g}$. Следуя рекомендациям (В7) (Введение, [1]), получим:

$$\Delta_{\bar{g}} = \sqrt{\left(\frac{-8\pi^2 l}{T^3} \Delta_T\right)^2 + \left(\frac{4\pi^2}{T^2} \Delta_l\right)^2 + \left(\frac{8\pi l}{T^2} \Delta_\pi\right)^2}. \quad (12)$$

Видно, что объём вычислений в этом случае существенно больше, чем при вычислении по формулам (10) и (11).

При обработке результатов косвенных измерений рекомендуется определять как абсолютную, так и относительную погрешность. Значение относительной погрешности позволяет оценить точность измерения (см. раздел В5, Введение, [1]). Значение абсолютной погрешности позволяет правильно округлить полученный результат (см. раздел В6, Введение, [1]).

Полученный результат косвенных измерений ускорения свободного падения $\bar{g}$ рекомендуется представлять в следующей форме:

$$g = \left(\bar{g} \pm \Delta_{\bar{g}}\right) (\text{указать единицу измерения}) (n = \dots, P = \dots\%). \quad (13)$$

Смысл этой формы записи результата измерений обсуждался выше при рассмотрении прямых измерений (см. формулу (7)).

ЗАДАНИЕ К РАБОТЕ

1. Подготовьтесь к выполнению лабораторной работы № 00 заранее, прочитав данные методические указания и все разделы Введения методического пособия [1]. Заранее сделайте заготовку отчета (протокола) к лабораторной работе (см. раздел В7, Введение, [1]).

2. Ознакомьтесь с инструкцией по технике безопасности и правилами работы в учебной лаборатории. Получите допуск к работе с электрическими приборами.

3. С членами своей бригады, получив разрешение преподавателя, подготовьте маятник к измерениям. Для этого закрепите верхнюю часть нити в прорезь пластинки, расположенной в верхней части штатива.

4. С разрешения преподавателя включите электронный секундомер и научитесь им пользоваться.

5. Сделайте заготовку отчета (протокола) к лабораторной работе (см. раздел В7, Введение, [1]), если она заранее не была сделана. В отчете заготовьте таблицу многократных измерений периода колебаний маятника.

6. Отклоните маятник на небольшой угол и, отпустив его, предоставьте ему возможность совершать свободные колебания.

7. Проведите с помощью секундомера измерение промежутка времени Δt_k , за который маятник совершает, например, $k = 5$ полных колебаний. Запишите результат в таблицу.

8. Повторите действия п. 7 сто раз не останавливая маятник.

9. Вычислите период колебаний для каждого из ста опытов:

$$T = \frac{\Delta t_k}{k}.$$

10. Проведите статистическую обработку результатов измерения периода. При этом определите:

- действительные значения периода $\bar{T}$ по формуле (3);
- величину выборочного среднеквадратичного отклонения исходных результатов S_T по формуле (4);
- среднеквадратичное отклонение действительного значения периода $S_{\bar{T}}$ по формуле (5);
- доверительную погрешность по формуле (6) для двух значений доверительной вероятности $P_1 = 80 \%$ и $P_2 = 95 \%$.

11. Запишите полученные результаты прямых измерений периода в форме (7) для двух значений доверительной вероятности $P_1 = 80 \%$ и $P_2 = 95 \%$.

12. Постройте, следуя описанному выше порядку действий, гистограмму для периода колебаний маятника.

13. Укажите на гистограмме доверительные интервалы для двух значений доверительной вероятности: $P_1 = 80 \%$ и $P_2 = 95 \%$.

14. Проведите измерение длины нити маятника в соответствии с рекомендациями, приведенными выше.

15. Получите действительное значение ускорения свободного падения $\bar{g}$ (формула (8)).

16. Получите доверительную относительную и абсолютную погрешности результата косвенных измерений $\bar{g}$ (формулы (10), (11)) для двух значений доверительной вероятности: $P_1 = 80 \%$ и $P_2 = 95 \%$.

17. Запишите полученные результаты косвенных измерений $\bar{g}$ в форме (13) для двух значений доверительной вероятности: $P_1 = 80 \%$ и $P_2 = 95 \%$.

18. Запишите выводы по лабораторной работе, указав, достигнуты ли те цели, которые были намечены перед ее выполнением.

19. Оформите отчет по лабораторной работе в соответствии с требованиями (см. раздел В7, Введение, [1]) и сдайте его преподавателю.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Механика и термодинамика. Методическое пособие к вводному занятию и к лабораторным работам № 0, 1, 3, 6 по физике для студентов I курса всех факультетов / сост.: А.В. Баранов, В.В. Давыдков, А.М. Погорельский, В.В. Христофоров, Д.Д. Березиков. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2020.

2. *Новицкий П.В., Зограф И.А.* Оценка погрешностей результатов измерений. – Ленинград: Энергоатомиздат, 1991.

3. *Савельев И.В.* Курс общей физики. Т. 1. Механика. Молекулярная физика: учеб. пособие. – 2-е изд. перераб. – Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982 (можно использовать и другие издания этого курса).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ

Методические указания

Редактор *Л.Н. Ветчакова*
Выпускающий редактор *И.П. Брованова*
Компьютерная верстка *С.И. Ткачева*

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции
Издание соответствует коду 95 3000 ОК 005-93 (ОКП)

Подписано в печать 03.11.2022. Формат 60 × 84 1/16. Бумага офсетная. Тираж 100 экз.
Уч.-изд. л. 0,69. Печ. л. 0,75. Изд. № 196. Заказ № 285. Цена договорная

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20