

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Н. Ю. ПЕТРОВ, С. А. СТРЕЛЬЦОВ

ФИЗИКА
МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА
И ТЕРМОДИНАМИКА
РУКОВОДСТВО ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия

НОВОСИБИРСК
2023

УДК 539.19(075.8)+536.72(075.8)
П305

Рецензенты:

А. С. Сырнева, канд. техн. наук, доцент кафедры ОФ СГУГиТ
В. В. Христоворов, канд. техн. наук, доцент кафедры ОФ НГТУ

Работа подготовлена на кафедре общей физики

Петров Н. Ю.

П305 Физика. Молекулярная физика и термодинамика. Руководство по решению задач: учебное пособие / Н. Ю. Петров, С. А. Стрельцов. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2023. – 92 с.

ISBN 978-5-7782-5107-6

Учебное пособие содержит теоретические сведения и основные типы задач по рассматриваемым разделам молекулярной физики и термодинамики. В пособии представлены основные правила решения задач, приведены примеры решения задач и предложены задачи для самостоятельного решения.

Пособие предназначено для студентов младших курсов технических вузов, может быть использовано при подготовке к семинарским занятиям и экзаменам, может быть полезно при выполнении домашних заданий и при самостоятельном изучении курса общей физики.

УДК 539.19(075.8)+536.72(075.8)

ISBN 978-5-7782-5107-6

© Петров Н. Ю., Стрельцов С. А., 2023
© Новосибирский государственный
технический университет, 2023

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие предназначено для студентов младших курсов всех специальностей факультета летательных аппаратов (ФЛА) и факультета мехатроники и автоматизации (ФМА) НГТУ дневной формы обучения. В нем рассмотрены такие разделы молекулярной физики и термодинамики: молекулярно-кинетическая теория идеальных газов, статистические распределения, термодинамика, круговые процессы, явления переноса, второе начало термодинамики. Содержание пособия соответствует актуальным рабочим программам, принятым на кафедре общей физики НГТУ. Учебное пособие содержит краткие теоретические сведения по основным разделам молекулярной физики и термодинамики, методические указания к решению задач, примеры их решения и задачи для самостоятельного решения.

Учебное пособие позволяет студентам повторить теоретический материал и получить основные сведения о методах решения задач. Задачи подобраны таким образом, чтобы как можно более полно охватить содержание изучаемых разделов физики. Отбор задач, представленных в работе, осуществлен на основе многолетнего опыта преподавания авторов и включает задачи, разработанные авторами и содержащиеся в известных сборниках [1–8].

Следует отметить, что в учебном пособии приведена только краткая теоретическая справка, которая предназначена для повторения фундаментальных понятий и законов некоторых разделов молекулярной физики и термодинамики. Для более глубокого изучения нужно воспользоваться классическим учебником по общей физике для технических вузов.

Как только вы будете уверены в том, что в достаточной мере владеете теорией, прочитайте методические указания к решению задач. В них выделены наиболее существенные моменты и сформулированы общие

подходы к решению большинства физических задач по молекулярной физике и термодинамике.

Ознакомьтесь с примерами решения задач, которые приведены в каждом разделе. В примерах подробно расписаны алгоритмы решения типовых задач. После изучения примера попробуйте самостоятельно воспроизвести решение рассматриваемой задачи. Проанализируйте, какие моменты или этапы решения вызвали у вас затруднения.

На следующем этапе перейдите к решению задач, приведенных в конце каждого раздела (*Задачи для самостоятельного решения*). При возникновении трудности в решении задач вернитесь к предыдущим этапам (*теория* → *методические указания* → *примеры*).

ВВЕДЕНИЕ

Макросистемы – системы, состоящие из очень большого числа частиц (молекул, атомов, электронов и др.), например газ.

Методы изучения макросистем:

- термодинамический (лежит в основе термодинамики);
- статистический (лежит в основе молекулярной или статистической физики).

В основе *термодинамического метода* лежит несколько общих законов (их называют «начала термодинамики»), которые являются обобщением опытных фактов. При этом микроскопическая картина не рассматривается, т. е. можно «забыть» об атомно-молекулярном строении вещества. При термодинамическом методе изучения используют понятия и физические величины, относящиеся к системе в целом. Например, идеальный газ в состоянии равновесия характеризуют объемом, давлением и температурой.

Статистический метод опирается на теорию вероятностей, в его основе лежат представления молекулярно-кинетической теории (МКТ), а именно: а) атомно-молекулярное строение вещества; б) хаотичность, беспорядочность теплового движения молекул. В этом методе для характеристики свойств большого ансамбля частиц не нужно знать движение каждой из его частиц. Свойства макросистемы есть суммарный результат действия всех молекул. Достаточно знать средние величины, характеризующие движение большой совокупности молекул, чтобы установить связь между поведением макросистемы в целом с поведением и свойствами отдельных частиц. Теория вероятности позволяет находить средние значения величин, используя так называемые функции распределения. Например, распределение молекул по скоростям описывается функцией распределения Максвелла.

Статистический и термодинамический методы изучения систем многих частиц дополняют друг друга. Их комбинированное применение

способствует наиболее эффективному решению той или иной научной проблемы.

Введем еще несколько терминов, необходимых для дальнейшего освоения курса.

Термодинамическая система – выделяемая (реально или мысленно) для изучения макроскопическая физическая система, состоящая из большого числа частиц и не требующая для своего описания привлечения микроскопических характеристик отдельных частиц [9]. Все тела, не включенные в исследуемую систему, называются внешней средой.

Открытой системой называют термодинамическую систему, которая может обмениваться веществом и энергией с внешней средой. Закрытой термодинамической системой называют систему, которая не может обмениваться веществом с внешней средой.

Изолированной системой будем называть систему, которая не обменивается с внешней средой ни веществом, ни энергией. Часто изолированную систему называют *замкнутой системой*.

Адиабатически изолированная система – термодинамическая система, которая не обменивается с окружающей средой энергией путем теплообмена.

Термодинамическая система может находиться в различных состояниях. Величины, служащие для характеристики состояния системы, называются термодинамическими параметрами или параметрами состояния (например, давление p , температура T , объем V и т. д.). Связь между параметрами p , T , V , выраженная в математической форме, называется уравнением состояния. Параметры состояния бывают *экстенсивные* и *интенсивные*. *Экстенсивные параметры* – это параметры системы, которые пропорциональны количеству вещества в системе (например, объем системы). *Интенсивные параметры* – это параметры системы, которые не зависят от количества вещества в системе (например, давление и температура).

Состояние термодинамической системы, при котором остаются неизменными во времени макроскопические величины этой системы (например, температура, давление, объем, энтропия) и в системе отсутствуют потоки энергии, вещества, называется равновесным состоянием. Причем постоянство параметров не связано с протеканием какого-либо процесса во внешней среде, то есть внешние условия должны быть постоянными. Любая изолированная система со временем переходит в равновесное состояние. Термодинамическое равновесие является

динамическим равновесием, то есть при термодинамическом равновесии параметры системы остаются неизменными, но частицы, из которых состоит система, находятся в непрерывном хаотическом движении. Температура всех частей системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия, одинакова. При соприкосновении двух тел передача энергии путем теплообмена происходит от тела с большей температурой к телу с меньшей температурой.

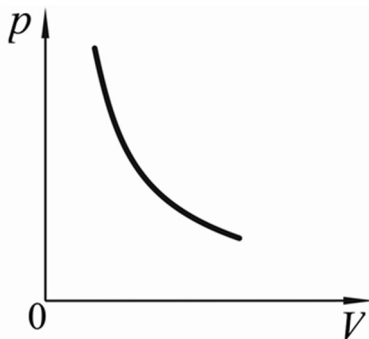
Строго говоря, параметры состояния не остаются строго постоянными, а испытывают небольшие отклонения от средних значений, характеризующих равновесное состояние. Такие отклонения (колебания) называются флуктуациями. Флуктуации параметров реального, не сильно разреженного газа при нормальных условиях ничтожно малы. При этом отметим, что рассматриваемый объем должен быть достаточно велик. Например, небо выглядит голубым потому, что коротковолновое излучение рассеивается в атмосфере сильнее длинноволнового излучения, при этом рассеяние обусловлено флуктуациями количества молекул газов воздуха в объемах, соизмеримых с длинами волн падающего света.

Процесс перехода системы из неравновесного состояния в равновесное называется *процессом релаксации*, а время перехода – *временем релаксации*.

Термодинамический (тепловой) процесс – любое изменение состояния системы, характеризующееся изменением параметров системы. Если процесс представляет собой непрерывный ряд бесконечно близких термодинамически равновесных состояний, которые проходит система, то он называется *равновесным*. Реальные процессы протекают с конечной скоростью, поэтому не могут быть равновесными, но при определенных условиях, когда время перехода системы между двумя равновесными состояниями много больше времени релаксации, процесс можно условно считать равновесным. Такие процессы называются *квазиравновесными*. Равновесные процессы называют *квазистатическими*, поскольку они протекают медленно (в пределах бесконечно долго).

Классическая термодинамика, как правило, рассматривает равновесные процессы. Для изображения равновесных процессов используют *диаграммы состояний*, представляющие собой график зависимости между макроскопическими параметрами системы $p(V)$, $p(T)$, $V(T)$, $S(T)$. Каждая точка на такой диаграмме соответствует определенному равновесному состоянию системы. Очевидно, что на диаграммах состояния

можно изображать только равновесные процессы. На рисунке изображена $p(V)$ -диаграмма для изотермического процесса.



$p(V)$ -диаграмма изотермического процесса

Любая функция, зависящая от независимых параметров, определяющих равновесное состояние термодинамической системы, является функцией состояния системы (например, внутренняя энергия). Значение термодинамической функции состояния зависит только от состояния термодинамической системы и не зависит от того, как система пришла в это состояние. Если функция зависит от того, как система пришла в это состояние, то такая функция называется функцией процесса (например, количество теплоты).

Можно выделить три состояния, в которых может находиться вещество: *твердое*, *жидкое* и *газообразное*. Эти состояния называются *агрегатными состояниями*. В следующем разделе будут рассмотрены свойства газов. При этом для описания реального газа будет использоваться модель «идеальный газ».

Идеальный газ – это модель газа, в которой не учитывается взаимодействие частиц газа (атомов, молекул) между собой на расстоянии, большем чем эффективный диаметр частиц, то есть средняя кинетическая энергия частиц много больше потенциальной энергии их взаимодействия [10]. Чтобы газ можно было считать идеальным, собственный объем его молекул должен быть пренебрежимо мал по сравнению с объемом, занимаемым газом. Соударение молекул друг с другом и со стенками сосуда в модели идеального газа считается

упругим, т. е. молекулы при столкновении ведут себя подобно упругим шарикам.

Молекулы идеального газа движутся хаотически и взаимодействуют между собой только при соударениях. Тепловое движение – это хаотическое (беспорядочное) движение атомов и молекул в макроскопических телах. Чем больше температура газа, тем больше интенсивность теплового движения (тем больше средняя скорость движения частиц). О тепловом движении можно говорить только в тех случаях, когда рассматриваемая система является макроскопической, то есть состоит из огромного числа атомов и молекул.

Многие реальные газы (например, воздух, водород, гелий, кислород и др.) при *нормальных условиях* с хорошим приближением можно считать идеальными. Средние расстояния столь велики, что силами взаимодействия между частицами газа можно пренебречь. Фактически кинетическая энергия частиц много больше потенциальной энергии их взаимодействия. Также суммарный объем всех молекул (атомов) пренебрежимо мал по сравнению с объемом, занимаемым газом при нормальных условиях. Поэтому выводы, полученные для идеального газа, часто применимы и к реальным газам. Заметим, что увеличение степени разреженности газа не всегда ведет к приближению его свойств к свойствам идеального газа. Например, поведение ультраразреженных газов (когда длина свободного пробега молекул превышает линейные размеры сосуда) сильно отличается от модели идеального газа.

Далее рассмотрим особенности решения задач по молекулярной физике и термодинамике.

Основы решения задач

Нужно понимать, что решение задач необходимо для понимания физических законов и принципов, определения границ их применимости, формирования навыков практического использования этих законов при решении конкретной проблемы. Решение физических задач позволяет разобраться в сути физических моделей.

Перед решением задачи необходимо тщательно разобраться в теоретическом материале и внимательно разобрать простые примеры использования тех или иных законов или правил.

При решении задач, в том числе по молекулярной физике и термодинамике, следует соблюдать ряд правил.

1. Для начала внимательно проанализируйте условие задачи, установите величины, которые требуется определить в задаче. Процедура решения задачи состоит из последовательности задаваемых себе вопросов, относящихся к предлагаемой в задаче физической ситуации, и ответов на них. Например:

- Что это такое?
- Что происходит?
- Какие физические величины необходимы для анализа?
- Как связаны между собой физические величины?

Если у вас нет ответа на поставленный вопрос, то следует обратиться к источникам информации (конспекты, учебники, справочники (см. библиографический список)).

2. Сделайте краткую запись условия с помощью общепринятых буквенных обозначений, предварительно выделив основные физические величины, описывающие процесс, начальные и граничные условия, все упрощающие предположения, которые помогут сформулировать физическую модель рассматриваемого процесса.

3. Численные значения физических величин, представленные в задаче, желательно перевести в систему СИ, что позволит в процессе решения избежать численных ошибок. Однако в ряде случаев можно использовать и внесистемные единицы измерения, если это более удобно. При этом нужно быть очень аккуратным при подстановке таких значений в уравнения, чтобы избежать ошибок.

4. При необходимости сделайте рисунок, поясняющий условие задачи.

5. Для явлений, рассмотренных в задаче, сформулируйте физические законы в форме математических уравнений, которые их описывают.

6. Решите полученную систему уравнений относительно искомых физических величин.

7. Сначала следует получить решение в общем виде и только потом, предварительно проверив полученное решение на соответствие размерности, в полученное выражение подставить численные значения.

8. Проводя вычисления, помните, что числовые значения физических величин всегда являются приближенными и точность числового

ответа **не должна** превышать точности величин, заданных в условии задачи.

9. Полученное решение следует проанализировать на выполнение фундаментальных законов (в том числе рассмотреть предельные случаи) и на соответствие здравому смыслу.

10. Запишите ответ.

О приближенных вычислениях

В физике имеют дело с физическими величинами, числовые значения которых получают в результате измерений. Измерения производят приборами, которые могут определять измеряемую физическую величину с определенной точностью. Измеряемая величина тоже может несколько изменяться в зависимости от внешних условий. Таким образом, числовые значения физических величин, с которыми приходится иметь дело при решении физических задач, являются **в основном приближенными**.

Точность результатов, полученных при решении задач, определяется точностью исходных данных. Для того чтобы получать верные результаты, необходимо знать следующие правила.

1. О точности значения величины судят по количеству *значащих цифр*. Нули, стоящие в начале числа, значащими цифрами **не являются**. Нули, стоящие в середине и в конце числа, являются значащими цифрами (например, в числе 0,5020 первый нуль – незначащий, а второй и третий – значащие). Если измерено число 5700 с точностью до двух значащих цифр, то это число записывают в виде $5,7 \cdot 10^2$. Когда имеют дело с физическими размерными величинами, степенную запись числа можно заменить, используя десятичные приставки (см. раздел 7. Справочные сведения).

2. Если приближенное значение величины содержит лишние цифры, превышающие точность результата, то его округляют, сохраняя только верные значащие цифры и пользуясь следующими правилами округления: а) если первая после оставляемой значащей цифры больше пяти, то значащую цифру увеличивают на единицу (например, округляя число 3,36 до двух значащих цифр, следует записать 3,4); б) если первая после оставляемой значащей цифры меньше пяти,

то значащую цифру оставляют без изменений (например, округляя число 45,74 до трех цифр, следует записать 45,7); в) если отбрасываемая часть числа равна пяти, то округляют значащую цифру в пользу четного числа (например, число 42,65 округляют до трех значащих цифр и получают 42,6, а число 42,75 также округляют до трех значащих цифр и получают 42,8).

3. Производя различные математические действия с приближенными числами, руководствуются следующими правилами: а) промежуточные расчеты производят с запасом в одну значащую цифру; б) результат округляют до такого количества значащих цифр, сколько их имеет число с наименьшим количеством значащих цифр. Если первая значащая цифра 1, то можно оставлять на одну значащую цифру больше.

1. МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

Состояние макросистемы характеризуют величинами, которые называют термодинамическими параметрами (параметрами состояния). Обычно в качестве параметров состояния выбирают температуру, давление, объем и др. Между термодинамическими параметрами системы существует определенная связь, называемая *уравнением состояния*. Наиболее простой вид имеет уравнение состояния идеального газа, которое называют уравнением Менделеева – Клапейрона:

$$pV = \nu RT \quad \text{или} \quad pV = \frac{m}{M} RT,$$

где p , V , T – соответственно давление, объем и температура газа; $\nu = m / M$ – количество вещества, измеряемое числом молей; m – масса газа; M – молярная масса (масса одного моля); $R = 8,314$ Дж/(моль · К) – универсальная газовая постоянная.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории для идеального газа получают в предположении, что молекулы газа движутся хаотично, а соударения молекул абсолютно упругие.

В XVIII веке Даниил Бернулли предположил, что *давление газа* – это результат столкновения молекул газа со стенками сосуда. То есть давление – это макроскопическое проявление теплового движения молекул газа. Газ действует с некоторой силой на любую поверхность, ограничивающую его объем. В этом случае *давление газа* на поверхность определяется формулой

$$p = \frac{dF_{\perp}}{dS},$$

где dF_{\perp} – модуль нормальной силы, действующей на малый участок поверхности тела площадью dS . Можно сказать, что давление газа численно равно нормальной составляющей силы, действующей на единичную поверхность. Единица измерения давления – паскаль (Па), $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$. Также существуют внесистемные единицы измерения давления, такие как физическая атмосфера (атм), техническая атмосфера (ат), бар, миллиметр ртутного столба (мм рт. ст.) и т. д.: $1 \text{ ат} = 98\,066 \text{ Па}$, $1 \text{ мм рт. ст.} = 133,3 \text{ Па}$, $1 \text{ бар} = 10^5 \text{ Па}$, $1 \text{ атм} = 101\,325 \text{ Па}$. В России в быту (например, при измерении давления в шинах автомобиля) самой распространенной является техническая атмосфера, также распространен бар.

Если газ не находится во внешнем силовом поле, то давление газа во всех направлениях и во всем объеме независимо от формы сосуда одинаково в силу хаотичности теплового движения молекул. Это утверждение можно сформулировать в виде *закона Паскаля*: если к некоторой части поверхности, ограничивающей газ или жидкость, приложено давление p , то оно одинаково передается любой части этой поверхности.

Объем идеального газа V – это пространство, заполняемое газом. Газ ввиду отсутствия заметного притяжения между молекулами занимает весь предоставленный ему объем. Если в сосуде находится смесь газов, то каждый из газов, составляющих смесь, занимает весь объем сосуда.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов запишем следующим образом:

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2 \quad \text{или} \quad p = \frac{2}{3} n \langle E \rangle,$$

где $\langle E \rangle = m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2 / 2$ – среднее значение кинетической энергии поступательного движения молекул;

$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2}$ – средняя квадратичная скорость молекул; $n = N / V$ – концентрация молекул; N – число молекул; V – объем газа; v_i – скорость i -й молекулы; m_0 – масса молекулы газа.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов раскрывает *физический смысл давления*: давление газа на стенку определяется средним значением поступательной кинетической энергии молекул.

Сопоставив основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов с уравнением Менделеева – Клапейрона, получим

$$\langle E \rangle = \frac{3}{2} kT,$$

где k – постоянная Больцмана.

Эта формула раскрывает *физический смысл температуры T* : температура T выражает среднюю кинетическую энергию молекул.

Заменив в выражении $p = \frac{2}{3} n \langle E \rangle$ среднее значение кинетической энергии поступательного движения молекул $\langle E \rangle$ выражением $\langle E \rangle = \frac{3}{2} kT$, получим $p = nkT$, где n – концентрация молекул. Это другая форма уравнения состояния идеального газа.

Примеры решения задач

Задача 1. Определите концентрацию молекул n азота, находящегося в сосуде вместимостью $V = 3,0$ л. Количество вещества азота равно $\nu = 0,50$ моль.

Решение

Концентрация молекул газа – отношение числа молекул газа, содержащихся в некотором объеме, к величине этого объема: $n = \frac{N}{V}$.

Число молекул азота N можно определить как $N = \nu N_A$, где

$N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ – число Авогадро. В результате $n = \frac{\nu N_A}{V}$.

Подставляя численные значения, получим

$$n = \frac{0,50 \cdot 6,022 \cdot 10^{23}}{3,0 \cdot 10^{-3}} = 1,0 \cdot 10^{26} \text{ м}^{-3}.$$

Задача 2. Молекула азота, летящая со скоростью 600 м/с, ударяется нормально о стенку сосуда и упруго отскакивает от нее без потери скорости. Найдите импульс силы, полученный стенкой сосуда за время удара.

Решение

Импульс силы – величина $\vec{F}dt = m d\vec{v}$. Тогда импульс силы, полученный стенкой сосуда за время удара молекулы: $\vec{F}\Delta t = m_0\Delta\vec{v}$, где m_0 – масса молекулы азота. Так как удар нормальный и упругий, скорости молекулы до и после удара равны по величине и противоположны по направлению. В результате $|\Delta\vec{v}| = |\vec{v}_2 - \vec{v}_1| = |\vec{v}_2 + (-\vec{v}_1)| = 2v_1$. Массу молекулы азота можно определить как

$$m_0 = M_{N_2} / N_A,$$

где $M_{N_2} = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль – молярная масса азота, N_A – число Авогадро. В итоге $|\vec{F}\Delta t| = |m_0\Delta\vec{v}| = \frac{M_{N_2}}{N_A} \cdot 2v_1$. Подставляя численные значения, получим

$$|\vec{F}\Delta t| = \frac{28 \cdot 10^{-3}}{6,022 \cdot 10^{23}} \cdot 2 \cdot 600 = 5,6 \cdot 10^{-23} \text{ Н} \cdot \text{с}.$$

Задача 3. Найдите плотность смеси кислорода массой $m_1 = 64$ г и азота массой $m_2 = 56$ г при температуре $t = 27$ °С и давлении $p = 1,0 \cdot 10^5$ Па. Молярная масса кислорода $M_{O_2} = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, азота $M_{N_2} = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Решение

По определению $\rho = \frac{m}{V}$, где m – масса смеси газов. Объем найдем из уравнения Менделеева – Клапейрона $V = \frac{mRT}{pM}$. Следовательно, $\rho = \frac{pM}{RT}$.

Это выражение справедливо и для смеси газов, поскольку смесь идеальных газов тоже образует идеальный газ. Согласно закону Дальтона, давление смеси газов, химически не взаимодействующих между собой, равно сумме их парциальных давлений:

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_N .$$

Если p_1 и p_2 – парциальные давления кислорода и азота соответственно, V – объем смеси, T – ее температура, тогда

$$p_1 V = \frac{m_1}{M_{\text{O}_2}} RT, \quad p_2 V = \frac{m_2}{M_{\text{N}_2}} RT .$$

Сложив почленно эти уравнения, получим

$$(p_1 + p_2) V = \left(\frac{m_1}{M_{\text{O}_2}} + \frac{m_2}{M_{\text{N}_2}} \right) RT .$$

Из закона Дальтона следует, что $p = p_1 + p_2$. Тогда

$$p V = \left(\frac{m_1}{M_{\text{O}_2}} + \frac{m_2}{M_{\text{N}_2}} \right) RT .$$

Из уравнения Менделеева – Клапейрона для смеси газов, учитывая, что масса смеси $m = m_1 + m_2$, следует, что $\frac{m_1 + m_2}{M} = \frac{m_1}{M_{\text{O}_2}} + \frac{m_2}{M_{\text{N}_2}}$, где M – молярная масса смеси газов. Отсюда

$$M = (m_1 + m_2) \left/ \left(\frac{m_1}{M_{\text{O}_2}} + \frac{m_2}{M_{\text{N}_2}} \right) \right. .$$

Подставив это выражение в формулу для плотности смеси газов, получим

$$\rho = \frac{p(m_1 + m_2)}{\left(m_1 / M_{\text{O}_2} + m_2 / M_{\text{N}_2} \right) RT} .$$

После подстановки численных значений получим

$$\rho = \frac{1,0 \cdot 10^5 (64 \cdot 10^{-3} + 56 \cdot 10^{-3})}{(64 \cdot 10^{-3} / 32 \cdot 10^{-3} + 56 \cdot 10^{-3} / 28 \cdot 10^{-3}) 8,31 \cdot 300} = 1,2 \text{ кг/м}^3.$$

Задача 4. Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа при температуре $T = 300 \text{ К}$ составляет $\langle v_{\text{кв}} \rangle = 515 \text{ м/с}$. Какое количество молекул этого газа содержится в $m = 10,0 \text{ г}$ этого газа?

Решение

По определению число молекул равно $N = \nu N_A = \frac{m}{M} N_A$, где ν – количество вещества. Молярную массу газа M найдем из связи средней кинетической энергии поступательного движения молекул газа с температурой $\langle E_k \rangle = \frac{3}{2} kT = \frac{m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2}{2}$. Умножая это выражение на число

Авогадро N_A и учитывая, что $M = m_0 N_A$, получим $M = \frac{3kN_A T}{\langle v_{\text{кв}} \rangle^2}$.

В результате

$$N = \frac{m \langle v_{\text{кв}} \rangle^2 N_A}{3kN_A T} = \frac{m \langle v_{\text{кв}} \rangle^2}{3kT} = \frac{10,0 \cdot 10^{-3} \cdot 515^2}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} = 2,14 \cdot 10^{23} \text{ молекул.}$$

Задача 5. Сколько качаний поршневого насоса потребуется для того, чтобы давление газа в баллоне объемом V_0 уменьшить в N раз? Объем камеры насоса $0,1 V_0$. Изменением температуры при откачивании газа пренебречь.

Решение

К баллону подключен поршневой насос, то есть можно полагать, что при каждом откачивании происходит увеличение объема баллона на $0,1 V_0$ за счет подключения к нему насоса. Пусть исходное давление газа в баллоне p_0 , конечное давление в баллоне p_n , начальный объем V_0 , а количество качаний насоса n . После того как поршень насоса начинают выдвигать из его камеры, в камеру проникает газ из баллона.

Значит, объем, занимаемый, газом увеличивается, достигая значения $1,1V_0$. Давление газа в баллоне изотермически уменьшается до значения p_1 . Для первого качания насоса можно записать $p_0V_0 = p_1(V_0 + V_1)$, где $V_1 = 0,1V_0$ – объем камеры насоса. Далее клапан насоса закрывается, и насос больше не связан с баллоном. Поршень в камере насоса вдвигается в камеру, вытесняя газ в окружающую среду. Газ, оставшийся в баллоне, занимает объем V_0 .

Запишем уравнение Бойля – Мариотта для второго качания насоса: $p_1V_0 = p_2(V_0 + V_1)$. Сравнивая уравнения для первого и второго качания, нетрудно записать уравнение для n -го качания: $p_{n-1}V_0 = p_n(V_0 + V_1)$.

Выразим давление в баллоне после каждого качания (напомним, что оно равно давлению в камере насоса):

$$p_1 = p_0 \frac{V_0}{V_0 + V_1}, p_2 = p_1 \frac{V_0}{V_0 + V_1} = p_0 \left(\frac{V_0}{V_0 + V_1} \right)^2, \dots, p_n = p_0 \left(\frac{V_0}{V_0 + V_1} \right)^n.$$

Перепишем ряд в более компактном виде, для чего введем следующее обозначение: $q = \left(\frac{V_0}{V_0 + V_1} \right)$. Тогда получим $p_1 = p_0q^1, p_2 = p_0q^2, \dots,$

$$p_n = p_0q^n.$$

Этот ряд представляет собой геометрическую прогрессию. Из условия нам известно, что $p_0 / p_n = N$, тогда, подставив из этого ряда значение p_n , получим

$$\frac{p_0}{p_n} = \frac{\cancel{p_0}}{\cancel{p_0} q^n} = \frac{1}{q^n} = N.$$

Чтобы выразить n , прологарифмируем полученное выражение. В результате получим

$$\ln q^{-n} = \ln N \Rightarrow -n \ln q = \ln N \Rightarrow n = -\frac{\ln N}{\ln q}.$$

Учитывая, что $q = \left(\frac{V_0}{V_0 + V_1} \right)$, конечное выражение можно записать в следующем виде:

$$n = - \frac{\ln N}{\ln \left(\frac{V_0}{V_0 + V_1} \right)}.$$

Задача 6. Сколько атомов ртути содержится в воздухе объемом $1,0 \text{ м}^3$ в жилом помещении, в котором давно стоит открытый сосуд с ртутью, при температуре 293 К , если давление насыщенного пара ртути при этой температуре составляет 133 мПа ?

Решение

По определению $N = \nu N_A$. Количество вещества можно найти из уравнения Менделеева – Клапейрона $\nu = pV/RT$.

Тогда $N = 3,3 \cdot 10^{19}$ молекул. Чтобы оценить, много это или мало, сравним с числом молекул воздуха при этих же условиях. Из уравнения Менделеева – Клапейрона следует, что концентрация молекул воздуха $n = p/kT = 2,47 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$. Число молекул воздуха в объеме $V = 1,0 \text{ м}^3$ равно $N = nV = 2,47 \cdot 10^{25}$ молекул, т. е. 1 атом ртути на 750 тысяч молекул воздуха.

Отметим, что предельно допустимая концентрация ртути в воздухе для жилых помещений составляет $0,0003 \text{ мг/м}^3$. Следовательно, в одном кубическом метре воздуха должно содержаться не более $9,4 \cdot 10^{17}$ молекул ртути. Таким образом, предельно допустимая концентрация ртути превышена в 35 раз.

Задача 7. При аэродинамическом торможении в атмосфере планеты температура внутри автоматического спускаемого аппарата повысилась с 293 до 353 К . Какую часть воздуха необходимо выпустить, чтобы давление внутри аппарата не изменилось?

Решение

Будем считать, что процесс состоит из двух этапов: 1) изохорного повышения давления; 2) удаления из системы части газа. На втором этапе

система открытая. Доля воздуха, которую надо выпустить через выпускной клапан, есть $\Delta m / m_1$, где $\Delta m = m_2 - m_1$, m_1 – масса воздуха до аварийного срабатывания клапана, m_2 – масса воздуха после сброса давления. Конечным состоянием является состояние, при котором давление газа равно начальному $p_2 = p_1$. Запишем уравнение Менделеева – Клапейрона для начального и конечного состояния системы:

$$p_1 V = m_1 R T_1 / M, \quad p_2 V = m_2 R T_2 / M.$$

Поскольку $p_2 = p_1$,

$$m_1 R T_1 / M = m_2 R T_2 / M \Rightarrow m_1 T_1 = m_2 T_2.$$

Тогда

$$\Delta m = m_1 (T_1 / T_2 - 1) \Rightarrow \Delta m / m_1 = (T_1 / T_2 - 1) = -0,17.$$

Знак минус указывает на то, что масса воздуха уменьшилась.

Задачи для самостоятельного решения

1. Температура идеального газа увеличилась в два раза, при этом средняя квадратичная скорость молекул газа увеличилась на $\Delta v_{\text{кв}} = 400$ м/с. Как изменилась плотность газа, если давление газа равно $p = 100$ кПа и поддерживается неизменным?

2. В сосуде вместимостью $V = 2$ л находится кислород, количество вещества ν которого равно 0,2 моль. Определить плотность ρ газа.

3. Концентрации молекул кислорода и гелия равны, также равны их средние квадратичные скорости. Найдите отношение давлений этих газов $p_{\text{O}_2} / p_{\text{He}}$.

4. В закрытом сосуде находится газ массой $m_1 = 2,0$ кг под давлением $p = 1,5$ МПа. Сколько газа выпустили из сосуда, если давление стало $p = 0,50$ МПа. Считать, что температура газа не изменилась.

5. В закрытом сосуде емкостью $V = 20,0$ л находится кислород массой $m_1 = 10,0$ г и гелий массой $m_2 = 2,00$ г. Найти давление газовой смеси, если температура $T = 350$ К.

6. Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа при температуре $t = 27,0^\circ\text{C}$ составляет $v_{\text{кв}} = 500 \text{ м/с}$. Какое количество молекул этого газа содержится в $20,0 \text{ г}$ этого газа? Какое давление газ оказывает на стенки сосуда при данной температуре?

7. Сосуд, содержащий одноатомный идеальный газ, движется со скоростью v_0 . На сколько увеличится средняя квадратичная скорость молекул газа при остановке сосуда? Теплоемкость, теплопроводность и масса стенок сосуда пренебрежительно малы.

8. В баллоне находится смесь газов в количествах m_1, m_2, \dots, m_n с молярными массами M_1, M_2, \dots, M_n при температуре T . Какова молярная масса смеси?

9. Смесь азота и гелия при температуре 27°C находится под давлением $1,3 \cdot 10^2 \text{ Па}$. Масса азота составляет 70% от общей массы смеси. Найти концентрацию каждого газа в смеси.

10. Газовая смесь, состоящая из кислорода и азота, находится в баллоне под давлением $p = 1 \text{ МПа}$. Определить парциальные давления p_1 кислорода и p_2 азота, если массовая доля ω_1 кислорода в смеси равна $0,2$.

2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

2.1. Распределение молекул идеального газа по скоростям

Если газ в целом неподвижен, его молекулы движутся хаотически. В результате многократных соударений скорость каждой молекулы изменяется по модулю и направлению. Однако из-за хаотического движения молекул все направления движения являются равновероятными, т. е. в любом направлении в среднем движется одинаковое число молекул. Согласно молекулярно-кинетической теории (МКТ), как бы ни изменялись скорости молекул при столкновениях, средняя квадратичная скорость молекул массой m_0 в газе, находящемся в состоянии равновесия при $T = \text{const}$, остается постоянной и равной:

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3RT}{m_0 N_A}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}};$$

Это объясняется тем, что в газе, находящемся в состоянии равновесия, устанавливается некоторое стационарное, не меняющееся со временем распределение молекул по скоростям, которое подчиняется вполне определенному статистическому закону. Этот закон теоретически выведен Дж. Максвеллом.

Закон Максвелла описывается некоторой функцией $f(v)$, называемой *функцией распределения молекул по скоростям*. Если разбить диапазон скоростей молекул на малые интервалы, равные $d v$, то на каждый интервал скорости будет приходиться некоторое число молекул $dN(v)$, имеющих скорость, заключенную в этом интервале. Функция $f(v)$

определяет относительное число молекул $dN(v)/N$, скорости которых лежат в интервале от v до $v + dv$, т. е. $dN(v)/N = f(v)dv$, откуда

$$f(v) = \frac{dN(v)}{Ndv}.$$

Применяя методы теории вероятностей, Максвелл нашел функцию $f(v)$ – закон распределения молекул идеального газа по скоростям:

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 \exp\left(\frac{-m_0 v^2}{2kT} \right);$$

Видно, что конкретный вид функции зависит от рода газа (от массы молекулы) и от температуры.

Функция $f(v)$ удовлетворяет условию нормировки:

$$\int_0^{\infty} f(v)dv = 1.$$

Скорость, при которой функция распределения молекул идеального газа по скоростям максимальна, называется *наиболее вероятной скоростью*. Значение наиболее вероятной скорости можно найти из условия $df(v)/dv = 0$:

$$v_B = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}.$$

Из формулы следует, что при повышении температуры максимум функции распределения молекул по скоростям сместится вправо (значение наиболее вероятной скорости становится больше). *Однако площадь, ограниченная кривой, остается неизменной (равной единице), поэтому при повышении температуры кривая распределения молекул по скоростям будет растягиваться и понижаться.* Влияние массы молекулы m будет обратным. Влияние температуры и массы молекулы на вид функции распределения показано на рис. 1.

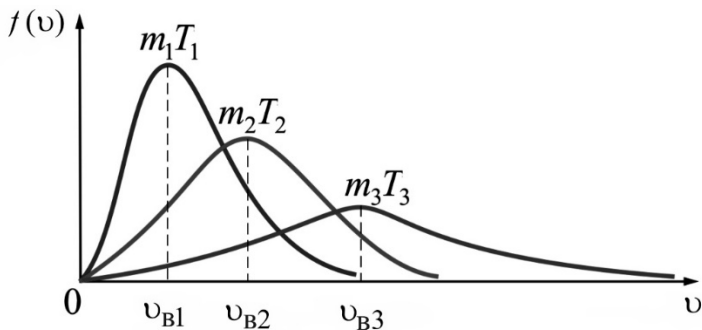


Рис. 1. Функция распределения молекул идеального газа по скоростям ($m_3 < m_2 < m_1$; $T_1 < T_2 < T_3$).

Средняя арифметическая скорость молекул определяется по формуле

$$\langle v \rangle = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} v dN(v) = \int_0^{\infty} f(v) v dv.$$

Подставляя сюда $f(v)$ и интегрируя, получим

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}.$$

Если $u = v / v_B$ – относительная скорость молекул, то закон распределения молекул по относительным скоростям

$$f(u) = \frac{dN(u)}{N du} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 \exp(-u^2),$$

где $dN(u)$ – число молекул, имеющих скорость, заключенную в интервале относительных скоростей du .

2.2. Распределение молекул идеального газа по кинетическим энергиям

Обозначим эту функцию через $\Phi(E)$, где $E = m_0 v^2 / 2$. При переходе к новой переменной должно выполняться равенство $\Phi(E) dE = f(v) dv$. Здесь энергии E соответствует скорость v , а интервалу dE – интервал dv .

$$\Phi(E) = f(v) \frac{dv}{dE}.$$

В результате несложных преобразований получим

$$\Phi(E) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} E^{1/2} e^{-E/kT}.$$

2.3. Барометрическая формула. Распределение Больцмана

Молекулы любого газа находятся в потенциальном поле тяготения Земли. Тяготение и тепловое движение молекул приводят к некоторому стационарному состоянию газа, при котором давление газа с высотой убывает:

$$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}},$$

где p_0 – давление на высоте $h = 0$ (на уровне моря); p – давление на высоте h .

Помня, что $p = nkT$, $M = m_0 N_A$, $R = kN_A$ получим

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} = n_0 e^{-\frac{\Pi}{kT}},$$

где n – концентрация молекул газа на высоте h ; n_0 – концентрация молекул газа на высоте $h = 0$; $\Pi = m_0 gh$ – потенциальная энергия молекулы газа в поле силы тяжести.

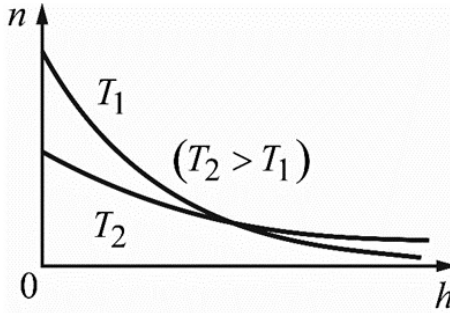


Рис. 2. Зависимость концентрации молекул идеального газа от высоты ($T_2 > T_1$)

При более высокой температуре T_2 концентрация молекул уменьшается с высотой по экспоненциальному закону медленнее, чем при температуре T_1 . С повышением температуры $T_2 > T_1$ из-за увеличения энергии теплового хаотического движения молекулы более равномерно распределяются по высоте, и поэтому концентрация молекул газа на высоте $h = 0$ уменьшается (рис. 2).

Примеры решения задач

Задача 1. Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа при температуре $T = 300$ К составляет $u_{\text{кв}} = 515$ м/с. Какое количество молекул этого газа содержится в $m = 10,0$ г этого газа?

Решение

По определению число молекул равно

$$N = \nu N_A = \frac{m}{M} N_A,$$

где ν – количество вещества. Найдем молярную массу газа M из связи средней кинетической энергии поступательного движения молекул газа с температурой:

$$\langle E_k \rangle = \frac{3}{2} kT = \frac{m_0 u_{\text{кв}}^2}{2}.$$

Умножая это выражение на число Авогадро N_A и учитывая, что $M = m_0 N_A$, получим

$$M = \frac{3kN_A T}{u_{\text{KB}}^2}.$$

Тогда $N = \frac{mu_{\text{KB}}^2 N_A}{3kN_A T} = \frac{mu_{\text{KB}}^2}{3kT} = 2,14 \cdot 10^{23}$ молекул.

Задача 2. Определите, какая доля молекул кислорода при температуре 400 К обладает скоростями, модули которых лежат в интервале от 910 до 911 м/с.

Решение

Интервал скоростей $\Delta v = v_2 - v_1 = 911 - 910 = 1$ м/с мал по сравнению с самими скоростями. Поэтому в законе распределения молекул идеального газа по скоростям дифференциалы можно заменить на приращения без уменьшения точности $f(v) = \frac{\Delta N(v)}{N \Delta v}$.

Закон распределения молекул по относительным скоростям можно записать в виде $f(u) = \frac{\Delta N(u)}{N \Delta u} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 \exp(-u^2)$. Относительные скорости, соответствующие указанным скоростям, и интервал относительных скоростей равны:

$$u_1 = \frac{v_1}{v_B}; \quad u_2 = \frac{v_2}{v_B}; \quad \Delta u = u_2 - u_1 = \frac{\Delta v}{v_B}.$$

Наиболее вероятная скорость

$$v_B = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,31 \cdot 400}{32,0 \cdot 10^{-3}}} = 455,8 \text{ м/с};$$

$$u_1 = \frac{v_1}{v_B} = \frac{911}{455,8} = 1,99; \quad \Delta u = \frac{911 - 910}{455,8} = 0,0022;$$

$$\frac{\Delta N}{N} = f(u)\Delta u = \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 \exp(-u^2)\Delta u;$$

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} 1,99^2 \exp(-1,99^2) 0,0022 = 0,00036 = 0,036 \%$$

Задача 3. Определите относительное число молекул идеального газа, скорости которых заключены в пределах от нуля до $0,01 u_B$.

Решение

Относительная скорость, соответствующая скорости $0,01 u_B$, равна $u_B = \frac{0,01 u_B}{u_B} = 0,01$. Тогда относительное число молекул, скорости которых заключены в пределах от нуля до u_B , можно найти следующим образом:

$$\frac{\Delta N}{N} = \int_0^{u_B} f(u) du = \int_0^{u_B} \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 \exp(-u^2) du = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^{u_B} u^2 \exp(-u^2) du.$$

Так как $u^2 \ll 1$, то $\exp(-u^2) \approx 1 - u^2$. Следовательно,

$$\begin{aligned} \frac{\Delta N}{N} &= \int_0^{0,01} \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 \exp(-u^2) du = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^{0,01} u^2 (1 - u^2) du = \\ &= \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\int_0^{0,01} u^2 du - \int_0^{0,01} u^4 du \right) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{10^{-6}}{3} - \frac{10^{-10}}{5} \right) \approx \\ &\approx 0,75 \cdot 10^{-6} \approx 0,75 \cdot 10^{-4} \%. \end{aligned}$$

Задача 4. Используя функцию распределения молекул идеального газа по энергиям, найдите среднюю кинетическую энергию молекул $\langle E \rangle$ и наиболее вероятное значение энергии молекул E_B .

Решение

Функция распределения молекул идеального газа по кинетическим энергиям

$$\Phi(E) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} E^{1/2} e^{-\frac{E}{kT}}.$$

Средняя кинетическая энергия молекулы идеального газа

$$\langle E \rangle = \int_0^{\infty} E \Phi(E) dE = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} \int_0^{\infty} E^{3/2} e^{-\frac{E}{kT}} dE = \frac{3}{2} kT.$$

Наиболее вероятное значение энергии молекул E_B найдем из условия $\frac{d\Phi(E)}{dE} = 0$. Следовательно,

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} \left(E^{1/2} e^{-\frac{E}{kT}} \left(-\frac{1}{kT} \right) + E^{-1/2} e^{-\frac{E}{kT}} \frac{1}{2} \right) = 0;$$

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} e^{-\frac{E}{kT}} \left(E^{1/2} \left(-\frac{1}{kT} \right) + E^{-1/2} \frac{1}{2} \right) = 0;$$

$$E^{1/2} \left(-\frac{1}{kT} \right) + E^{-1/2} \frac{1}{2} = 0; \quad E = \frac{kT}{2}; \quad E_B = \frac{kT}{2}.$$

Задача 5. На какой высоте над поверхностью Земли атмосферное давление вдвое меньше, чем на поверхности? Температуру воздуха считать неизменной и равной 0,00 °С.

Решение

В соответствии с барометрической формулой

$$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}},$$

откуда $p_0 / p = e^{\frac{Mgh}{RT}} = 2$.

Логарифмируя обе части уравнения, получим

$$\ln \frac{p_0}{p} = \ln 2 = \frac{Mgh}{RT}; \quad h = \frac{RT \ln 2}{Mg} = \frac{8,31 \cdot 273 \ln 2}{29 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8} = 5,53 \cdot 10^3 \text{ м.}$$

Задача 6. Найдите плотность воздуха у поверхности Земли и на высоте 4,0 км от поверхности Земли. Температуру считать постоянной и равной 0,0 °С. Давление воздуха у поверхности Земли $1,0 \cdot 10^5$ Па.

Решение

В соответствии с барометрической формулой $p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$ найдем плотность воздуха.

Плотность воздуха

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{pM_{\text{воз}}}{RT} = \frac{p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} M_{\text{воз}}}{RT}.$$

У поверхности Земли

$$\rho = \frac{100 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 29 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 273} = 1,28 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

На высоте 4 км

$$\rho = \frac{100 \cdot 10^3 \exp\left(\frac{-29 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 \cdot 4000}{8,31 \cdot 273}\right) 29 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 273} = 0,77 \text{ кг/м}^3.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Наиболее вероятная скорость молекул некоторого газа 1820 м/с. Какой это газ? Каковы средняя арифметическая и средняя квадратичная скорости молекул, если температура газа 127,0 °С?

2. Определите, какая часть молекул азота при температуре 27,0 °С обладает скоростями, модули которых лежат в интервале от 210 до 215 м/с.

3. Какую часть от общего числа молекул некоторого газа составляют молекулы, модули скоростей которых отличаются не более чем на 0,5 % от наиболее вероятной скорости? От средней квадратичной скорости? Как изменится результат, если температуру газа увеличить в 2 раза?

4. Водород находится при нормальных условиях и занимает объем $V = 1 \text{ см}^3$. Определите число N молекул в этом объеме, обладающих скоростями, меньшими $v = 1 \text{ м/с}$.

5. Определите долю молекул идеального газа, энергии которых отличаются от средней энергии $\langle E \rangle$ движения молекул при той же температуре не более чем на 1 %.

6. Определите долю молекул, энергия которых заключена в пределах от $E_1 = 0$ до $E_2 = 0,01kT$.

7. Показания барометра на вершине горы составляют 43 % от показания барометра у ее подножия. Определите высоту этой вершины, если температура воздуха $10 \text{ }^\circ\text{C}$.

8. На какой высоте плотность водорода вдвое меньше его плотности на уровне моря? Температуру водорода считать неизменной и равной $0 \text{ }^\circ\text{C}$.

9. Определите число молекул в единице объема воздуха на высоте 2000 м над уровнем моря. Температуру считать постоянной и равной $10,0 \text{ }^\circ\text{C}$. Давление на уровне моря 101 кПа .

10. Пылинки, взвешенные в воздухе, имеют массу $m = 1,0 \cdot 10^{-18} \text{ г}$. Во сколько раз уменьшится их концентрация n при увеличении высоты на $\Delta h = 10 \text{ м}$? Температура воздуха $T = 300 \text{ К}$.

3. ТЕРМОДИНАМИКА

3.1. Внутренняя энергия идеального газа

Внутренняя энергия U макросистемы состоит:

- 1) из суммарной кинетической энергии хаотического движения молекул;
- 2) энергии взаимодействия между молекулами, принадлежащими данной системе;
- 3) внутренней энергии самих молекул, атомов, ядер.

Подобно потенциальной энергии в механике, внутренняя энергия определяется с точностью до постоянного слагаемого U_0 , зависящего от выбора состояния, в котором внутренняя энергия принимается равной нулю. Во всех термодинамических расчетах определяется не абсолютное значение внутренней энергии, а ее изменение, не зависящее от U_0 . Поэтому выбор U_0 не играет роли.

Во всех процессах, при которых не меняется строение атома, а тем более ядра (например, химические и ядерные реакции), третья составляющая внутренней энергии не изменяется, и ее можно не включать во внутреннюю энергию. Следовательно, *внутренней энергией идеальных газов будем называть энергию теплового хаотического движения молекул.*

Внутренняя энергия является функцией состояния и не зависит от того, каким путем система была переведена в данное состояние. Это значит, что при переходе системы из одного состояния в другое изменение внутренней энергии определяется только конечным и начальным состояниями и не зависит от пути перехода.

Число степеней свободы молекулы i – число независимых координат, определяющих положение молекулы в пространстве.

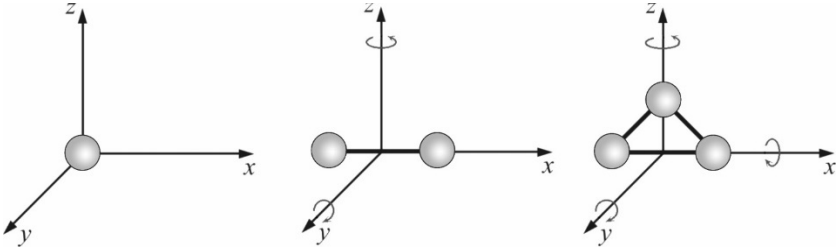


Рис. 3. Приближенная структура одно-, двух- и трехатомной молекулы

$$i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вр}} + i_{\text{колеб}}$$

Число степеней свободы i зависит от физико-химической структуры молекулы газа и от температуры газа. При низких температурах вращательные и колебательные степени свободы «заморожены» и не учитываются. У одних веществ вращательное движение молекул возбуждается при температуре в несколько градусов Кельвина, у других – при температурах в несколько десятков градусов Кельвина. Температура, при которой возбуждаются внутренние колебания атомов в молекулах газа, на два-три порядка превышает температуру возбуждения вращательных движений молекул. Поэтому на практике включение колебательной степени свободы молекулы происходит уже при достаточно высоких температурах. Например, для водорода эта температура равна 4000 К. При не слишком высоких температурах (около нескольких сотен кельвин) для идеальных одноатомных газов $i = 3$, двухатомных газов $i = 5$ и многоатомных газов с нелинейными молекулами (рис. 3) $i = 6$.

Средняя энергия молекулы газа

$$\langle E \rangle = \frac{i}{2} kT.$$

Так как в идеальном газе молекулы между собой не взаимодействуют на расстоянии, то внутренняя энергия произвольной массы газа m

$$U = \frac{m}{M} N_A \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT.$$

Внутренняя энергия одного моля газа

$$U_m = N_A \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} RT.$$

Таким образом, внутренняя энергия идеального газа зависит *только от температуры*. Внутренняя энергия U является функцией состояния системы.

3.2. Работа газа при изменении объема

Графически можно изображать только равновесные процессы – процессы, состоящие из последовательности равновесных состояний. Они протекают так, что изменение термодинамических параметров за конечный промежуток времени бесконечно мало. Все реальные процессы неравновесные. Чем медленнее процесс, тем ближе он к равновесному.

Работа – способ изменения внутренней энергии системы:

$\delta A = pdV$ – элементарная работа при бесконечно малом изменении объема dV ; $A = \int_{V_1}^{V_2} pdV$ – работа при конечном изменении объема.

3.3. Первое начало термодинамики

Согласна первому началу термодинамики, изменение *внутренней энергии* термодинамической системы может быть осуществлено двумя путями при условии отсутствия диффузии: путем совершения механической работы и путем теплопередачи (теплообмена). Энергия, переданная системе путем теплопередачи, называется количеством теплоты Q .

Теплопередача происходит между телами или частями одного и того же тела, нагретыми до разных температур. Теплопередача может происходить тремя способами: через конвективный теплообмен, теплопроводность, теплообмен излучением.

Количество теплоты может быть определено как разность изменения внутренней энергии системы и механической работы, совершенной над системой: $Q = \Delta U - A'$, где Q – количество теплоты, переданной системе; $\Delta U = U_2 - U_1$ – приращение внутренней энергии системы при ее переходе из первого состояния во второе; A' – работа, совершенная над системой.

Обычно рассматривают не работу A' над системой, а работу A , производимую самой системой над внешними телами. В отсутствие внешних силовых полей обмен энергией между неподвижной системой и внешней средой может осуществляться путем совершения работы лишь в процессе изменения объема и формы системы. В этом случае $A' = -A$, и первое начало термодинамики может быть записано следующим образом:

$$Q = \Delta U + A.$$

Теплота, подводимая к системе, идет на изменение ее внутренней энергии и на совершение этой системой работы против внешних сил.

Все входящие в первое начало термодинамики величины являются алгебраическими: $Q < 0$ – тепло отводится от системы; $A < 0$ – работа производится над системой; ΔU может иметь любой знак, может быть равным нулю.

Если к термодинамической системе подводится элементарное количество теплоты, то оно расходуется на изменение внутренней энергии и совершение элементарной работы:

$$\delta Q = dU + \delta A,$$

где dU – бесконечно малое приращение внутренней энергии; δQ и δA – бесконечно малое количество теплоты и элементарная работа соответственно.

В отличие от внутренней энергии, являющейся функцией состояния, количество теплоты и работа функциями состояния не являются и зависят от того, каким образом система переведена из одного состояния в другое. При этом нельзя сказать, что система обладает определенным для данного состояния значением количества теплоты и работы.

3.4. Теплоемкость идеального газа

Теплоемкостью тела (газа) называют отношение количества теплоты, которое нужно сообщить телу, к приращению температуры, которое при этом произошло:

$$C^* = \frac{\delta Q}{dT}.$$

Удельной теплоемкостью вещества называют отношение теплоемкости тела к его массе:

$$c = \frac{\delta Q}{m dT}.$$

Молярной теплоемкостью (теплоемкость одного моля вещества) называют отношение теплоемкости тела к количеству вещества:

$$C = \frac{\delta Q}{\nu dT}.$$

где $\nu = m/M$ – количество вещества.

Удельная и молярная теплоемкости связаны между собой следующим образом:

$$c = \frac{C}{M}.$$

Теплоемкость, так же как и количество переданной телу теплоты, зависит от того, каким образом, а точнее при осуществлении какого процесса теплота передавалась этому телу.

Особое значение имеют теплоемкости для двух процессов: при постоянном объеме C_V и при постоянном давлении C_P :

$C_V = \frac{i}{2}R$ – молярная теплоемкость газа в процессах с постоянным

объемом; $C_P = \frac{i+2}{2}R$ – молярная теплоемкость газа в процессах с постоянным давлением.

Разница между молярной теплоемкостью при постоянном давлении и молярной теплоемкостью при постоянном объеме равна универсальной газовой постоянной – это *уравнение Майера*:

$$C_P - C_V = R.$$

А отношение этих теплоемкостей $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i} = 1 + \frac{2}{i}$ называют показателем адиабаты (показателем Пуассона).

3.5. Изопрцессы

Изотермический процесс: $T = \text{const}$,

$$dU = 0; \quad \delta Q = \delta A.$$

Закон Бойля – Мариотта: $pV = \text{const}$.

Работа при изотермическом процессе:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{M} RT \frac{dV}{V} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Изобарический процесс: $p = \text{const}$.

Закон Гей-Люссака: $\frac{V}{T} = \text{const}$.

Работа при изобарическом процессе: $A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$.

Изохорический процесс: $V = \text{const}$.

$$\delta Q = dU.$$

Закон Шарля: $\frac{p}{T} = \text{const}$.

Работа при изохорическом процессе: $\delta A = p dV = 0$.

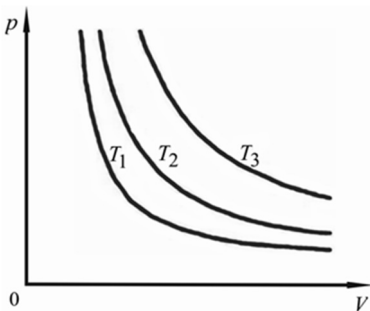


Рис. 4. Семейство изотерм
($T_3 > T_2 > T_1$)

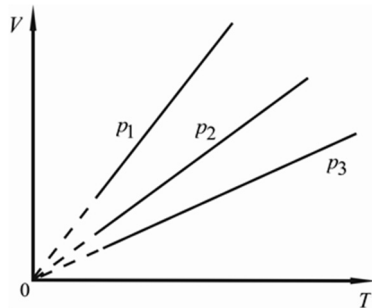


Рис. 5. Семейство изобар
($p_3 > p_2 > p_1$)

Адиабатический процесс: $\delta Q = 0$.

Адиабатический процесс – процесс, протекающий без теплообмена с внешней средой:

$$pV^\gamma = \text{const}, \quad TV^{\gamma-1} = \text{const}, \quad T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{const}.$$

Работа при адиабатическом процессе:

$$\delta A = -dU = -\frac{m}{M} C_V dT;$$

$$A = -\frac{m}{M} C_V \int_{T_1}^{T_2} dT = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) = \frac{m}{M} C_V T_1 \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right).$$

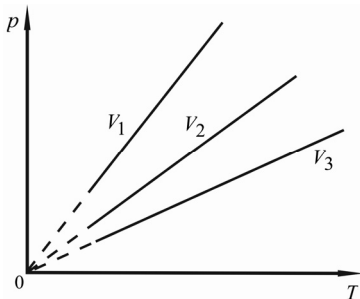


Рис. 6. Семейство изохор ($V_3 > V_2 > V_1$).

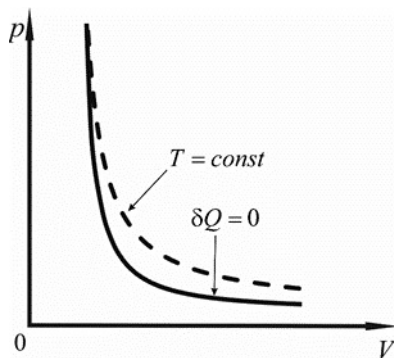


Рис. 7. Графики адиабатического (сплошная линия) и изотермического (пунктирная линия) процессов

3.6. Политропические процессы

Изохорический, изобарический, изотермический и адиабатический процессы имеют одну общую особенность – они происходят при постоянной теплоемкости. Процесс, в котором теплоемкость остается постоянной, называется *политропический*.

Уравнения политропы: $pV^n = \text{const}$;

$$TV^{n-1} = \text{const} ,$$

где $n = \frac{C - C_p}{C - C_V}$ – показатель политропы:

$C = 0$, $n = \gamma$ – адиабата;

$C = \infty$, $n = 1$ – изотерма;

$C = C_p$, $n = 0$ – изобара;

$C = C_V$, $n = \pm\infty$ – изохора.

Все изопроцессы – частные случаи политропического процесса.

Примеры решения задач

Задача 1. Теплота подводится к одноатомному идеальному газу в изобарном процессе. Определите, какая часть количества теплоты расходуется при этом на увеличение внутренней энергии газа, а какая часть идет на совершение системой работы.

Решение

В соответствии с первым началом термодинамики для изобарного процесса запишем

$$Q = \Delta U + A ,$$

где работа, которую совершает идеальный газ в изобарном процессе, равна

$$A = p\Delta V ,$$

а приращение внутренней энергии идеального газа в любом процессе, где изменяется температура, равно

$$\Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T ,$$

где i – число степеней свободы молекулы газа (так как у нас газ одноатомный, то $i = 3$); ν – число молей вещества; ΔT – изменение температуры, которое происходит в заданном процессе. Так как мы имеем

дело с идеальным газом, то его поведение можно описывать при помощи уравнения Менделеева – Клапейрона:

$$pV = \nu RT.$$

Так как процесс изобарный, то для двух состояний этого газа в процессе имеем

$$pV_1 = \nu RT_1, \quad pV_2 = \nu RT_2.$$

После почленного вычитания этих выражений получим

$$p\Delta V = \nu R\Delta T = A.$$

Первое начало термодинамики можно переписать как

$$Q = A + \Delta U = \nu R\Delta T + \frac{i}{2}\nu R\Delta T, \quad 1 = x + \frac{3}{2}x \rightarrow 1 = \frac{5}{2}x \rightarrow x = 0,4.$$

Ответ. На работу идет 0,4 части количества теплоты, а на увеличение внутренней энергии 0,6 части подведенного тепла.

Задача 2. В закрытом сосуде с жесткими стенками находится газ под давлением 200 кПа. Каким станет давление газа, если температуру повысить на 30 %?

Решение

Так как сосуд с жесткими стенками с газом закрытый, объем газа не меняется. Изохорный процесс описывается законом Шарля:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}.$$

По условию задачи температура газа повысилась на 30 %, поэтому можно записать

$$T_2 = T_1 + 0,3T_1 = 1,3T_1.$$

Подставив это соотношение в закон Шарля, получим

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{1,3T_1},$$

откуда

$$p_2 = 1,3 p_1.$$

Переведем единицы в систему СИ: начальное давление газа $p_1 = 200 \text{ кПа}$.

Вычислим p_2 :

$$p_2 = 1,3 \cdot 2 \cdot 10^5 = 2,6 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Ответ. Давление газа станет равным 260 кПа.

Задача 3. Найдите внутреннюю энергию кислорода массой 20 г при температуре 10°C . Какая часть этой энергии приходится на долю поступательного движения молекул, а какая часть – на долю вращательного движения?

Решение

Внутреннюю энергию идеального газа можно определить так:

$$U = \frac{m}{M} N_A \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT,$$

где $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вр}} + 2i_{\text{кол}}$.

Для двухатомной молекулы кислорода $i = 5$, $i_{\text{пост}} = 3$, $i_{\text{вр}} = 2$.

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT = \frac{5}{2} \frac{20 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} 8,31 \cdot 283 = 3674,58 \text{ Дж} = 3,67 \text{ кДж}.$$

Энергия поступательного движения молекул

$$\begin{aligned} W_{\text{пост}} &= \frac{m}{M} N_A \frac{i_{\text{пост}}}{2} kT = \frac{m}{M} \frac{i_{\text{пост}}}{2} RT = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \frac{3}{2} 8,31 \cdot 283 = \\ &= 2204,75 \text{ Дж} = 2,2 \text{ кДж}. \end{aligned}$$

Энергия вращательного движения молекул

$$\begin{aligned} W_{\text{вр}} &= \frac{m}{M} N_A \frac{i_{\text{вр}}}{2} kT = \frac{m}{M} \frac{i_{\text{вр}}}{2} RT = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \frac{2}{2} 8,31 \cdot 283 = \\ &= 1469,83 \text{ Дж} = 1,47 \text{ кДж}. \end{aligned}$$

Доля внутренней энергии, приходящаяся на энергию поступательного движения молекул:

$$\frac{W_{\text{пост}}}{U} = \frac{\frac{m}{M} \frac{i_{\text{пост}}}{2} RT}{\frac{m}{M} \frac{i}{2} RT} = \frac{i_{\text{пост}}}{i} = \frac{3}{5} = 0,6.$$

Доля внутренней энергии, приходящаяся на энергию вращательного движения молекул:

$$\frac{W_{\text{вр}}}{U} = \frac{\frac{m}{M} \frac{i_{\text{вр}}}{2} RT}{\frac{m}{M} \frac{i}{2} RT} = \frac{i_{\text{вр}}}{i} = \frac{2}{5} = 0,4.$$

Задача 4. Какая работа совершается при изотермическом расширении водорода массой 5,00 г, взятого при температуре 290 К, если объем газа увеличивается в три раза.

Решение

При изотермическом процессе $T = \text{const}$. Работу газа с учетом уравнения Менделеева – Клайперона можно определить следующим образом:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{mRT}{MV} dV = \frac{mRT}{M} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{mRT}{M} \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{mRT}{M} \ln 3;$$

$$A = \frac{5,00 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31 \cdot 290}{2 \cdot 10^{-3}} \ln 3 = 6619 \text{ Дж} \approx 6,62 \text{ кДж}.$$

Задача 5. Определите удельную теплоемкость c_p смеси кислорода и азота, если количество вещества ν_1 первого компонента равно 2,00 моль, а количество вещества ν_2 второго равно 4,00 моль.

Решение

В соответствии с определением удельная теплоемкость $c = \frac{\delta Q}{m dT}$. Масса смеси равна сумме масс газов: $m = m_1 + m_2$. Тогда, с одной

стороны, $Q = c_p(m_1 + m_2)\Delta T$, а с другой, $Q = (c_{1p}m_1 + c_{2p}m_2)\Delta T$, где c_{1p} , c_{2p} – удельные теплоемкости газов. Отсюда

$$c_p(m_1 + m_2)\Delta T = (c_{1p}m_1 + c_{2p}m_2)\Delta T;$$

$$c_p = \frac{c_{1p}m_1 + c_{2p}m_2}{(m_1 + m_2)};$$

$$v_1 = \frac{m_1}{M_1}; \quad v_2 = \frac{m_2}{M_2}; \quad m_1 = v_1M_1; \quad m_2 = v_2M_2.$$

Удельные теплоемкости газов равны:

$$c_{1p} = \frac{\delta Q}{m_1 dT} = \frac{\delta Q}{v_1 M_1 dT} = \frac{C_{1p}}{M_1} = \frac{i_1 + 2}{2M_1} R;$$

$$c_{2p} = \frac{\delta Q}{m_2 dT} = \frac{\delta Q}{v_2 M_2 dT} = \frac{C_{2p}}{M_2} = \frac{i_2 + 2}{2M_2} R.$$

После подстановки в выражение для определения c_p и сокращения получим

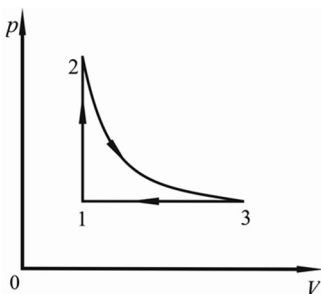
$$c_p = \frac{((i_1 + 2)v_1 + (i_2 + 2)v_2)R}{2(v_1M_1 + v_2M_2)} =$$

$$= \frac{((5 + 2)2 + (5 + 2)4)8,31}{2(4 \cdot 28 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 32 \cdot 10^{-3})} = 992 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Задача 6. Двухатомный газ первоначально имеет объем 50,0 л, и его давление равно $p_1 = 3,00 \cdot 10^5$ Па. Газ нагревают изохорно до тех пор, пока давление не удвоится. После этого газ изотермически расширяют до первоначального давления, а затем изобарно охлаждают до первоначального объема. Определите в каждом процессе: а) работу, производимую газом; б) изменение его внутренней энергии; в) количество теплоты, получаемой (отдаваемой) газом.

Решение

Построим график процесса:



Газ проходит через три состояния со следующими макропараметрами:

$$P_1, V_1, T_1 \rightarrow P_2, V_1, T_2 \rightarrow P_3, V_3, T_2 \rightarrow P_1, V_1, T_1.$$

1. Из уравнения Менделеева – Клапейрона с учетом начальных условий найдем T_1 :

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R},$$

где $\nu = \frac{m}{M}$.

2. Учитывая, что переход $1 \rightarrow 2$ – изохорный процесс, найдем T_2 :

$$T_2 = \frac{p_2}{p_1} T_1 = 2T_1.$$

При изохорном нагревании работа $A_V = 0$, поэтому $Q_V = \Delta U_V$.
С учетом уравнения Менделеева – Клапейрона получим

$$\Delta U_V = \nu \frac{i}{2} R \Delta T = \frac{i}{2} p_1 V_1 = \frac{5}{2} 3,00 \cdot 10^5 \cdot 50,0 \cdot 10^{-3} = 3,75 \cdot 10^4 \text{ Дж.}$$

3. Переход $2 \rightarrow 3$ осуществляется при $T_2 = \text{const}$, следовательно, $\Delta U_T = 0$, тогда $Q_T = A_T$. Подставив в формулу полной работы

при изменении объема газа выражение для давления из уравнения Менделеева – Клапейрона и проинтегрировав по объему от V_1 до V_3 , получим

$$A_T = \int_{V_1}^{V_3} \frac{\nu RT_2}{V} dV = \nu RT_2 \ln \frac{V_3}{V_1}.$$

Применим уравнение Менделеева – Клапейрона для состояний 1 и 3:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_3 V_3}{T_2},$$

с учетом $p_3 = p_1$ и $T_2 = 2T_1$ получим $V_3 = 2V_1$ и окончательное выражение для работы:

$$\begin{aligned} A_T &= \nu RT_2 \ln \frac{T_2}{T_1} = 2p_1 V_1 \ln 2 = \\ &= 2 \cdot 3 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 0,693 = 2,08 \cdot 10^4 \text{ Дж.} \end{aligned}$$

4. Для количества теплоты, отдаваемой газом при изобарном сжатии $3 \rightarrow 1$, и работы, совершенной над газом, получим

$$\begin{aligned} Q &= \nu C_p (T_1 - T_2) = \Delta U_V + A_p = -\frac{i+2}{2} p_1 V_1 = \\ &= -3 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{7}{2} = -5,25 \cdot 10^4 \text{ Дж;} \end{aligned}$$

$$A_p = p_1 (V_1 - V_3) = -p_1 V_1 = -1,50 \cdot 10^4 \text{ Дж.}$$

Задача 7. В четырехтактном двигателе дизеля атмосферный воздух в объеме 10 л подвергается 12-кратному сжатию. Начальное давление атмосферное, начальная температура 10°C . Процесс сжатия адиабатный, газ идеальный. Определите конечное давление, конечную температуру и работу, совершенную газом при сжатии.

Решение

Из уравнения адиабаты $p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$ определим конечное давление p_2 :

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = 10^5 \cdot 12^{1,4} = 3,24 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

Из уравнения адиабаты $T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1}$ определим T_2 :

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = 283 \cdot 12^{0,4} = 764,6 \text{ К.}$$

Допуская, что воздух состоит в основном из кислорода O_2 и азота N_2 , можно считать его двухатомным газом с теплоемкостью $C_V = (5/2)R$.

Подставив выражение для T_2 в формулы работы газа при адиабатном процессе и определив массу воздуха в двигателе из уравнения Менделеева – Клапейрона, получим выражение для работы при адиабатном сжатии:

$$A = \frac{5}{2} p_1 V_1 \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right],$$

$$A = \frac{5}{2} 10^5 \cdot 10^{-2} (1 - 12^{0,4}) = -4,25 \cdot 10^3 \text{ Дж.}$$

Ответ. $p_2 = 3,24 \cdot 10^6$ Па; $T_2 = 764,6$ К; $A = -4,25 \cdot 10^3$ Дж.

Задача 8. При свободном расширении некоторой массы двухатомного газа была получена линейная зависимость объема от температуры: $V = \alpha T$, где постоянный коэффициент $\alpha = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{К}$. Определите теплоемкость газа при постоянном давлении C_p , изменение внутренней энергии газа ΔU , совершенную им работу A и теплоту Q , переданную газу при его нагревании на $\Delta T = 40$ К при давлении $p = 2 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$.

Решение

Процесс, рассматриваемый в задаче, изобарный: $p = \text{const}$. Искомые величины можно определить, используя следующие выражения:

$$\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R \Delta T, \quad Q = \frac{m}{M} c_p \Delta T, \quad A = Q - \Delta U, \quad C_p = \frac{m}{M} c_p,$$

где $\nu = \frac{m}{M}$ – число молей; $c_p = \frac{i+2}{2} R$ – молярная теплоемкость при постоянном давлении.

Число молей найдем, воспользовавшись уравнением Менделеева – Клайперона:

$$pV = \nu RT; \quad V = \frac{\nu RT}{p} = \frac{mRT}{Mp}.$$

Сравнив последнее выражение с заданной зависимостью объема от температуры, получим $\alpha = \frac{mR}{Mp}$. Следовательно, число молей газа равно

$$\nu = \frac{m}{M} = \frac{\alpha p}{R}. \text{ Тогда}$$

$$\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R \Delta T = \frac{i}{2} \frac{\alpha p}{R} R \Delta T = \frac{i \alpha p}{2} \Delta T;$$

$$C_p = \frac{m}{M} c_p = \frac{\alpha p}{R} c_p = \frac{\alpha p}{2} (i+2);$$

$$Q = \frac{\alpha p}{R} c_p \Delta T = \frac{\alpha p}{2} (i+2) \Delta T;$$

$$\Delta U = \frac{5 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^5}{2} 40 = 10^5 \text{ Дж};$$

$$C_p = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^5}{2} (5+2) = 3500 \frac{\text{Дж}}{\text{К}};$$

$$Q = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^5}{2} (5 + 2) 40 = 1,4 \cdot 10^5 \text{ Дж};$$

$$A = Q - \Delta U = 1,4 \cdot 10^5 - 1 \cdot 10^5 = 0,4 \cdot 10^5 \text{ Дж}.$$

Задача 9. Одноатомный газ сжимается политропически от объема $V_1 = 4$ л до объема $V_2 = 1$ л. Его давление при этом увеличивается от $p_1 = 100$ кПа до $p_2 = 800$ кПа. Определите показатель политропы, молярную теплоемкость газа при этом процессе.

Решение

Используя уравнение политропы, запишем $p_1 V_1^n = p_2 V_2^n$. Отсюда

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^n, \quad \ln \frac{p_2}{p_1} = n \ln \frac{V_1}{V_2}, \quad n = \frac{\ln \frac{p_2}{p_1}}{\ln \frac{V_1}{V_2}}, \quad n = \frac{\ln 8}{\ln 4} = 1,5.$$

Показатель политропы $n = \frac{C - C_p}{C - C_V}$.

Найдем молярную теплоемкость газа:

$$\begin{aligned} C &= \frac{n C_V - C_p}{n - 1} = \frac{n C_V - (C_V + R)}{n - 1} = \frac{C_V (n - 1) - R}{n - 1} = \\ &= C_V - \frac{R}{n - 1} = \frac{i}{2} R - \frac{R}{n - 1}; \\ C &= \frac{i}{2} R - \frac{R}{n - 1} = \frac{3}{2} R - 2R = -0,5R = -4,16 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}. \end{aligned}$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Найдите внутреннюю энергию двухатомного газа, находящегося в сосуде объемом 2,00 л под давлением 150 кПа.
2. Каковы удельные теплоемкости c_V и c_p смеси газов, содержащей кислород массой $m_1 = 10$ г и азот массой $m_2 = 20$ г?
3. Азот массой 2,0 г, при температуре $T_1 = 300$ К был адиабатически сжат так, что его объем уменьшился в 10 раз. Определите конечную температуру T_2 газа и работу сжатия.
4. Двухатомному газу сообщено количество теплоты $Q = 2145$ Дж. Газ расширяется при $p = \text{const}$. Найдите работу A расширения газа.
5. Водород занимает объем $V_1 = 10,0$ м³ при давлении $p_1 = 100$ кПа. Газ нагрели при постоянном объеме до давления $p_2 = 300$ кПа. Определите: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) работу A , совершенную газом; 3) количество теплоты Q , сообщенное газу.
6. При адиабатном сжатии кислорода массой $m = 1$ кг совершена работа $A = 100$ кДж. Определите конечную температуру T_2 газа, если до сжатия кислород находился при температуре $T_1 = 300$ К.
7. Какая часть количества теплоты, подводимой к идеальному газу при изобарическом процессе, расходуется на увеличение внутренней энергии газа и какая часть на работу, совершаемую газом при расширении, если газ: а) одноатомный, б) двухатомный в) многоатомный?
8. При изотермическом расширении водорода массой 1,0 г при температуре 70 °С объем газа увеличился в три раза. Определите работу расширения, изменение внутренней энергии и количество теплоты, полученной газом. Постройте график процесса в координатах pV .
9. Газ расширяется адиабатически, и при этом его объем увеличивается в 2 раза, а абсолютная температура падает в 1,32 раза. Определите число степеней свободы молекул этого газа.
10. В результате политропического сжатия азота объемом $V = 20,0$ м³ от давления $p_1 = 100$ кПа до давления $p_2 = 1,00$ МПа его объем уменьшился в пять раз. Определите показатель политропы и работу сжатия азота.

4. КРУГОВЫЕ ПРОЦЕССЫ. ЦИКЛ КАРНО

Круговым процессом (или циклом) называется процесс, при котором система, пройдя через ряд состояний, возвращается в исходное состояние. На (p, V) -диаграмме цикл изображается замкнутой кривой, на которой участок $1 \rightarrow 2$ соответствует расширению, а участок $2 \rightarrow 1$ – сжатию газа (рис. 8).

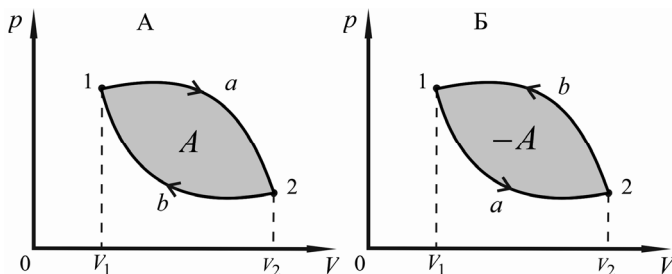


Рис. 8. Круговые процессы

В результате кругового процесса система возвращается в исходное состояние, следовательно, внутренняя энергия системы не изменяется. Поэтому $\Delta Q = \Delta U + A = A$, то есть работа, совершаемая за цикл, равна количеству полученной извне теплоты. Если в ходе кругового процесса система не только получает количество теплоты Q_1 , но и теряет (отдает) количество теплоты Q_2 , то $Q = Q_1 - Q_2$.

Термический коэффициент полезного действия кругового процесса – это величина, равная отношению работы, совершенной системой за цикл, к количеству теплоты, полученному системой в этом цикле:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}.$$

Тепловым двигателем называется устройство, способное превращать полученное количество теплоты в механическую работу. Реально существующие тепловые двигатели (паровые машины, двигатели внутреннего сгорания и т. д.) работают циклически. Процесс теплопередачи и преобразования полученного количества теплоты в работу периодически повторяется.

При работе теплового двигателя рабочее тело (тело, совершающее круговой процесс и обменивающееся энергией с другими телами) получает теплоту Q_1 от нагревателя и передает теплоту Q_2 холодильнику (рис. 9).

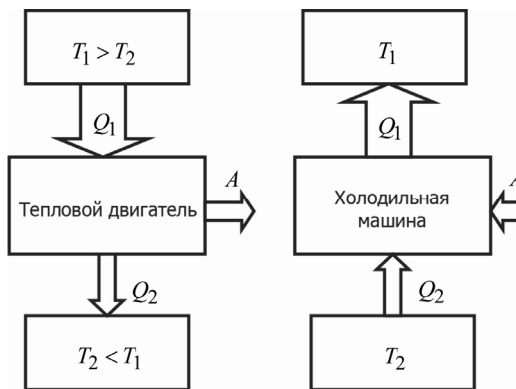


Рис. 9. Принцип работы теплового двигателя

Из всех периодически действующих *тепловых машин*, имеющих одинаковые температуры нагревателей T_1 и холодильников T_2 , наибольшим КПД обладают обратимые машины. При этом КПД обратимых машин равны друг другу и не зависят от природы рабочего тела, а определяются только температурами нагревателя и холодильника.

Цикл Карно – это идеальный круговой процесс, состоящий из двух изотерм ($1 \rightarrow 2, 3 \rightarrow 4$), в которых теплота полностью превращается в работу, и двух адиабат ($2 \rightarrow 3, 4 \rightarrow 1$), в которых работа совершается за счет изменения внутренней энергии (рис. 10).

КПД цикла Карно:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

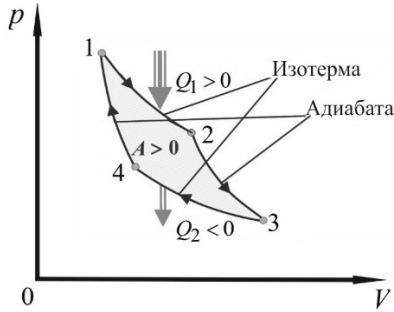


Рис. 10. Цикл Карно

Цикл Карно является единственным циклом, который можно осуществить квазиравновесно при наличии только двух термостатов – нагревателя и холодильника. КПД тепловой машины, работающей по циклу Карно, зависит только от температур нагревателя и холодильника, но не зависит ни от устройства машины, ни от вида или свойств ее рабочего тела. КПД любой тепловой машины не может превосходить КПД идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно с теми же самыми температурами нагревателя и холодильника. Цикл Карно позволяет оценить верхний предел КПД тепловой машины, поэтому он так важен для теории тепловых машин.

Процесс, обратный происходящему в тепловом двигателе, используется в холодильной машине: от термостата с более низкой температурой T_2 за цикл отводится количество теплоты Q_2 и отдается термостату с более высокой температурой T_1 . При этом $Q = Q_1 - Q_2 = A$, или $Q_1 = Q_2 + A$.

Количество теплоты Q_1 , отданное системой термостату T_1 , больше количества теплоты Q_2 , полученного от термостата T_2 , на величину работы A , совершенной над системой.

Эффективность холодильной машины характеризует холодильный коэффициент η' – отношение отведенной от термостата с более низкой температурой количества теплоты Q_2 к работе A , которая затрачивается на приведение холодильной машины в действие:

$$\eta' = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}.$$

Примеры решения задач

Задача 1. В каком случае КПД цикла Карно повысится больше: при увеличении температуры нагревателя на ΔT градусов или при уменьшении температуры холодильника на такую же величину?

Решение

КПД цикла Карно $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$. При увеличении температуры нагревателя на ΔT градусов получим

$$\eta_1 = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{T_1 + \Delta T - T_2}{T_1 + \Delta T}.$$

При уменьшении температуры холодильника на ΔT градусов получим

$$\eta_2 = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{T_1 - (T_2 - \Delta T)}{T_1} = \frac{T_1 + \Delta T - T_2}{T_1}.$$

Сравнивая полученные выражения, можно заметить, что их числители одинаковы, а знаменатели различны. Так как $T_1 + \Delta T > T_1$, то $\eta_1 < \eta_2$.

Задача 2. Двигатель работает по циклу Карно и получает от нагревателя $Q_1 = 700$ Дж теплоты. Температура нагревателя $t_1 = 327^\circ\text{C}$, температура холодильника $t_2 = 27,0^\circ\text{C}$. Найти совершаемую за цикл работу и количество теплоты, отдаваемое холодильнику.

Решение

Запишем формулу для КПД тепловой машины:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}.$$

Так как двигатель работает по циклу Карно, то

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Совершаемая газом работа за цикл $A = Q_1 - Q_2$. Тогда

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad A = Q_1 \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где

$$T_1 = 273 + 327 = 600 \text{ К}, \quad T_2 = 273 + 27 = 300 \text{ К},$$

$$A = 700 \frac{600 - 300}{600} = 350 \text{ Дж}.$$

Количество теплоты $Q_2 = Q_1 - A = 700 - 350 = 350 \text{ Дж}$.

Задача 3. Цикл, в котором в качестве рабочего вещества используется азот, состоит из двух изохор и двух адиабат (рис. 11). Найдите КПД цикла, если в пределах цикла объем газа изменяется в 10 раз.

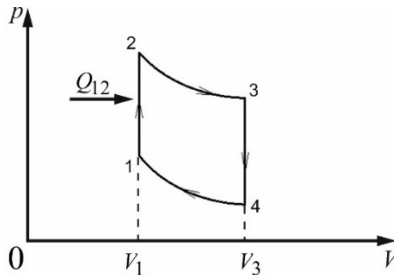


Рис. 11. Цикл, состоящий из двух изохор и двух адиабат

Решение

Изобразим, указанный в задаче цикл в координатах pV . КПД такого цикла можно определить как отношение работы, совершенной системой за цикл, к количеству теплоты, полученному системой в этом цикле:

$$\eta = \frac{A}{Q_{12}}.$$

Работу за цикл можно определить как сумму работ, совершаемых в каждом из процессов:

$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41}$, так как процессы $1 \rightarrow 2$ и $3 \rightarrow 4$ изохорные, то $A_{12} = A_{34} = 0$.

Процессы $2 \rightarrow 3$ и $4 \rightarrow 1$ адиабатные, поэтому с учетом первого начала термодинамики можно записать:

$$A_{23} = -\Delta U_{23} = -\frac{m}{M} \frac{i}{2} R(T_3 - T_2) = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R(T_2 - T_3);$$

$$A_{41} = -\Delta U_{41} = -\frac{m}{M} \frac{i}{2} R(T_1 - T_4) = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R(T_4 - T_1).$$

Кроме того,

$$Q_{12} = \Delta U_{12} = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R(T_2 - T_1),$$

где T_1, T_2, T_3, T_4 – температура газа в состояниях 1, 2, 3, 4 соответственно, а $\Delta U_{12}, \Delta U_{23}, \Delta U_{41}$ – изменение внутренней энергии газа при протекании процессов $1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 3$ и $4 \rightarrow 1$.

Тогда КПД цикла

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{A}{Q_{12}} = \frac{A_{23} + A_{41}}{Q_{12}} = \frac{\frac{m}{M} \frac{i}{2} R(T_2 - T_3) + \frac{m}{M} \frac{i}{2} R(T_4 - T_1)}{\frac{m}{M} \frac{i}{2} R(T_2 - T_1)} = \\ &= \frac{(T_2 - T_3) + (T_4 - T_1)}{(T_2 - T_1)}. \end{aligned}$$

Состояния газа 2 и 3 из рис. 11 лежат на одной адиабате, также на одной адиабате находятся состояния 4 и 1. Для них можно записать соответствующие уравнения адиабат:

$$T_2 V_1^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1}, \quad T_1 V_1^{\gamma-1} = T_4 V_3^{\gamma-1}.$$

Откуда

$$T_3 = T_2 \left(\frac{V_1}{V_3} \right)^{\gamma-1}, \quad T_4 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_3} \right)^{\gamma-1}.$$

КПД нашего цикла:

$$\eta = \frac{T_2 \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_3} \right)^{\gamma-1} \right) - T_1 \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_3} \right)^{\gamma-1} \right)}{(T_2 - T_1)} =$$

$$= \frac{\left(1 - \left(\frac{V_1}{V_3} \right)^{\gamma-1} \right) (T_2 - T_1)}{(T_2 - T_1)} = 1 - \left(\frac{V_1}{V_3} \right)^{\gamma-1}.$$

По условию задачи $\left(\frac{V_1}{V_3} \right) = \frac{1}{10}$. Для азота $\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{5+2}{5} = \frac{7}{5}$.

В итоге $\eta = 1 - \left(\frac{1}{10} \right)^{\frac{7}{5}-1} = 1 - 0,1^{0,4} = 0,6$.

Задача 4. Какую работу A совершают внешние силы в идеальной холодильной машине, работающей по обратному циклу Карно, чтобы отвести от холодильника, температура которого $t_x = -10^\circ\text{C}$, $Q_x = 100$ кДж теплоты? Температура окружающей среды $t_H = 10^\circ\text{C}$.

Решение

Холодильный коэффициент $\eta' = Q_x/A$, где Q_x – количество теплоты, отдаваемое за цикл; A – совершаемая работа. Для идеальной холодильной машины $\eta' = T_2 / (T_1 - T_2)$, где T_1 – температура холодильника, T_2 – температура теплоприемника. В нашем случае $T_1 = 273 + 10 = 283$ К, $T_2 = 273 - 10 = 263$ К.

$$\frac{Q_x}{A} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \Rightarrow A = \frac{Q_x(T_1 - T_2)}{T_2}.$$

Подставляем данные:

$$A = \frac{100(283 - 263)}{263} = 7,6 \text{ кДж}.$$

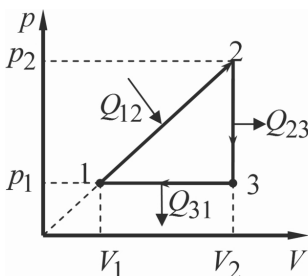
Задача 5. Гелий совершает цикл, изображенный на рисунке. Найдите работу A , совершаемую газом за один цикл, количество теплоты, полученное от нагревателя Q_1 и переданное холодильнику Q_2 за цикл, а также КПД цикла, если $p_1 = 200 \text{ кПа}$, $p_2 = 600 \text{ кПа}$, $V_1 = 1 \text{ л}$, $V_2 = 3 \text{ л}$.

Решение

Заданный цикл изображен в pV -координатах, поэтому КПД цикла удобно определять по формуле $\eta = \frac{A}{Q_1}$, где A – совершаемая за цикл работа газа; Q_1 – количество теплоты, получаемое газом за цикл. Совершаемая газом работа может быть определена из pV -диаграммы – она численно равна площади фигуры, ограниченной циклом:

$$A = \frac{(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)}{2}, \quad A = \frac{(6 - 2)10^5(3 - 1)10^{-3}}{2} = 400 \text{ Дж}.$$

Для определения Q_1 рассмотрим каждый участок цикла.



Участок $1 \rightarrow 2$ – давление и объем увеличиваются, следовательно, температура тоже увеличивается, система получает тепло: $Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + A_{1-2}$.

Работу, совершаемую газом на этом участке, определим из графика как площадь фигуры под графиком:

$$A_{1-2} = \frac{(p_2 + p_1)(V_2 - V_1)}{2} > 0.$$

Изменение внутренней энергии $\Delta U_{1-2} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T_{1-2} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1)$.

Из уравнения состояния

$$\nu R (T_2 - T_1) = p_2 V_2 - p_1 V_1;$$

$$\Delta U_{1-2} = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) > 0;$$

$$Q_{1-2} = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) + \frac{(p_2 + p_1)(V_2 - V_1)}{2} > 0.$$

Участок $2 \rightarrow 3$ – изохорический процесс, $V_2 = \text{const}$, давление уменьшается, температура, следовательно, тоже уменьшается, система отдает тепло:

$$Q_{2-3} < 0.$$

Так как $A_{2-3} = 0$, то

$$Q_{2-3} = \Delta U_{2-3} + A_{2-3} = \Delta U_{2-3},$$

$$Q_{2-3} = \Delta U_{2-3} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T_{2-3} = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_2) = \frac{3}{2} V_2 (p_1 - p_2) < 0.$$

Участок $3 \rightarrow 1$ – изобарическое сжатие, т. е. $p_1 = \text{const}$, объем уменьшается, следовательно, температура тоже уменьшается, система отдает тепло: ($Q_{3-1} < 0$):

$$Q_{3-1} = \Delta U_{3-1} + A_{3-1}.$$

Работу A_{3-1} определим как площадь фигуры под графиком процесса:

$$A_{3-1} = p_1 (V_1 - V_2) < 0.$$

Изменение внутренней энергии $\Delta U_{3-1} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T_{3-1} = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_3)$.

Из уравнения состояния

$$\nu R (T_1 - T_3) = p_1 V_1 - p_1 V_2 = p_1 (V_1 - V_2);$$

$$\Delta U_{3-1} = \frac{3}{2} p_1 (V_1 - V_2) < 0;$$

$$Q_{3-1} = \frac{3}{2} p_1 (V_1 - V_2) + p_1 (V_1 - V_2) = \frac{5}{2} p_1 (V_1 - V_2).$$

Указываем на рисунке стрелками полученные или отданные рабочим телом количества теплоты на каждом участке цикла.

Тогда количество теплоты, получаемое газом за цикл, будет равно

$$Q_1 = Q_{1-2} = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) + \frac{(p_2 + p_1)(V_2 - V_1)}{2},$$

$$Q_1 = \frac{3}{2} (6 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 10^{-3}) +$$

$$+ \frac{(6 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^5)(3 \cdot 10^{-3} - 10^{-3})}{2} = 3200 \text{ Дж.}$$

Количество теплоты, отдаваемое газом за цикл:

$$Q_2 = |Q_{2-3}| + |Q_{3-1}| = \left| \frac{3}{2} V_2 (p_1 - p_2) \right| + \left| \frac{5}{2} p_1 (V_1 - V_2) \right|,$$

$$Q_2 = \left| \frac{3}{2} 3 \cdot 10^{-3} (2 \cdot 10^5 - 6 \cdot 10^5) \right| + \left| \frac{5}{2} 2 \cdot 10^5 (3 - 1) 10^{-3} \right| = 2800 \text{ Дж.}$$

$$\text{КПД цикла } \eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{400}{3200} 100 \% = 0,125 \cdot 100 \% = 12,5 \%,$$

или

$$\eta = \frac{A}{Q_2 + A} = \frac{400}{2800 + 400} 100 \% = 0,125 \cdot 100 \% = 12,5 \%,$$

или

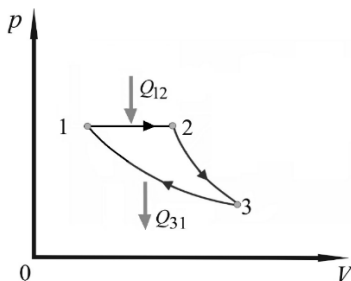
$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = \left(1 - \frac{2800}{3200} \right) 100 \% = 0,125 \cdot 100 \% = 12,5 \% .$$

Ответ. $A = 400$ Дж, $Q_1 = 3200$ Дж, $Q_2 = 2800$ Дж, $\eta = 12,5 \%$.

Задача 6. Тепловой двигатель работает по циклу, состоящему из изобарного, адиабатического и изотермического процессов. При изобарном процессе рабочее тело (идеальный газ) нагревается от $T_1 = 200$ К до $T_2 = 500$ К. Определите КПД данного теплового двигателя и двигателя, работающего по циклу Карно, происходящему между максимальной и минимальной температурами данного цикла.

Решение

Изобразим указанный в задаче цикл в координатах pV .



Количество теплоты, получаемое двигателем за один цикл, $Q_1 = Q_{12}$. Количество теплоты, отдаваемое двигателем за один цикл, $Q_2 = Q_{31}$. Тогда КПД цикла $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{Q_{12} - Q_{31}}{Q_{12}}$. Так как процесс $1 \rightarrow 2$ изобарный, то

$$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = p(V_2 - V_1) + \frac{i}{2} R \frac{m}{M} (T_2 - T_1),$$

где V_1, T_1, V_2, T_2 – объем и температура в первом и втором состояниях рабочего тела соответственно. Используя уравнение Менделеева – Клайперона, получим $p(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R (T_2 - T_1)$. Тогда

$$\begin{aligned} Q_{12} &= \frac{m}{M} R (T_2 - T_1) + \frac{i}{2} R \frac{m}{M} (T_2 - T_1) = \\ &= \frac{m}{M} R (T_2 - T_1) \left(1 + \frac{i}{2} \right) = \frac{m}{M} R (T_2 - T_1) \frac{i+2}{2}. \end{aligned}$$

Процесс $3 \rightarrow 1$ изотермический, поэтому $Q_{31} = A_{31} = \frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_3}{V_1}$.
 Поскольку состояния 2 и 3 лежат на одной адиабате, для них можно записать уравнение адиабаты: $T_2 V_2^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1}$, отсюда $\frac{T_2}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_2} \right)^{\gamma-1}$.
 С учетом $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$ (состояния газа 1 и 2 лежат на одной изобаре) и $T_3 = T_1$ (состояния газа 1 и 3 лежат на одной изотерме) получим $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_3}{V_2} \right)^{\gamma-1}$, где $\gamma = \frac{i+2}{i} = 1 + \frac{2}{i}$ – показатель адиабаты. Тогда

$$V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1}; \quad \frac{V_3}{V_2} = \frac{V_3}{V_1} \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}};$$

$$\frac{V_3}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}};$$

$$Q_{31} = \frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_3}{V_1} = \frac{m}{M} RT_1 \frac{\gamma}{\gamma-1} \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{m}{M} RT_1 \frac{i+2}{2} \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

КПД цикла

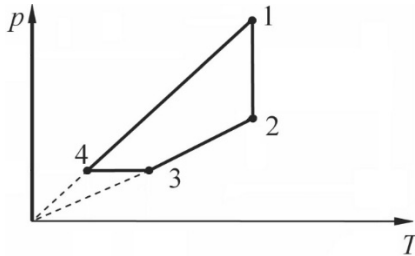
$$\begin{aligned} \eta = \frac{Q_{12} - Q_{31}}{Q_{12}} &= \frac{\frac{m}{M} R(T_2 - T_1) \frac{i+2}{2} - \frac{m}{M} RT_1 \frac{i+2}{2} \ln \frac{T_2}{T_1}}{\frac{m}{M} R(T_2 - T_1) \frac{i+2}{2}} = \\ &= \frac{T_2 - T_1 - T_1 \ln \frac{T_2}{T_1}}{T_2 - T_1} = 1 - \frac{T_1 \ln \frac{T_2}{T_1}}{T_2 - T_1}, \end{aligned}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_1 \ln \frac{T_2}{T_1}}{T_2 - T_1} = 1 - \frac{200 \ln \frac{500}{200}}{500 - 200} = 0,39.$$

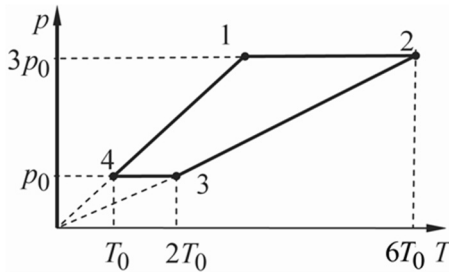
$$\text{КПД цикла Карно } \eta_K = \frac{500 - 200}{500} = 0,6.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. В осях pT изображен циклический процесс для идеального газа. Изобразите этот процесс в осях pV .



2. Какую работу совершают два моля идеального одноатомного газа в цикле $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$, изображенном на рисунке, если $p_0 = 100$ кПа, $T_0 = 400$ К? Определите КПД такого цикла.

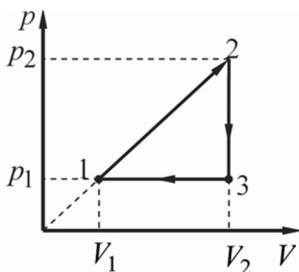


3. Работающая по обратному циклу Карно холодильная машина, передавая тепло от холодильника кипятильнику, превратила в кипятильнике в пар $m_1 = 1,0$ кг воды. Вначале в кипятильнике и холодильнике находилась вода при температуре соответственно $t_1 = 100$ °С и $t_2 = 0$ °С

. Какая масса m_2 воды заморозилась при этом в морозильнике? Удельная теплота плавления льда $\lambda = 335 \text{ кДж/кг}$, удельная теплота парообразования воды $r = 2,26 \text{ МДж/кг}$.

4. Идеальная холодильная машина, работающая по обратному циклу Карно, совершает за один цикл работу 20 кДж . Машина получает количество теплоты от тела с температурой $T_2 = 260 \text{ К}$ и отдает количество теплоты телу с температурой $T_1 = 295 \text{ К}$. Найдите холодильный коэффициент η' , количество теплоты, отведенное от охлаждаемого тела за цикл, и количество теплоты, переданное горячему телу за цикл.

5. Тепловая машина работает по циклу, состоящему из изохоры $2 \rightarrow 3$, изобары $3 \rightarrow 1$ и процесса $1 \rightarrow 2$, при котором давление газа и объем связаны соотношением $p = \alpha V$, где α – постоянная величина. Найдите КПД тепловой машины, если в качестве рабочего тела в ней используется одноатомный идеальный газ. Отношение максимальной температуры в цикле к минимальной равно 4.



6. Идеальный тепловой двигатель работает по циклу Карно. При этом за цикл двигатель совершает работу 1200 Дж , а 82% получаемого от нагревателя количества теплоты отдает холодильнику. Найдите КПД двигателя и количество теплоты, получаемой двигателем за один цикл от нагревателя.

7. Идеальный двухатомный газ, содержащий количество вещества 1 моль и находящийся под давлением $0,1 \text{ МПа}$ при температуре 300 К , нагревают при постоянном объеме до давления $0,2 \text{ МПа}$. После этого газ изотермически расширился до начального давления и затем изобарно был сжат до начального объема. Постройте график цикла. Определите температуру T газа для характерных точек цикла и его КПД.

8. Идеальный двухатомный газ, содержащий количество вещества 2 моль, совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар. Наименьший объем 10 л, наибольший 20 л, наименьшее давление 246 кПа, наибольшее 410 кПа. Определите температуру T газа для характерных точек цикла и его КПД.

9. Идеальный одноатомный газ, занимающий объем $V_1 = 2$ л, подвергли адиабатному расширению, в результате которого его объем возрос в 5 раз. После этого газ подвергли изобарному сжатию до первоначального объема, а затем он в результате изохорного нагревания был возвращен в первоначальное состояние. Постройте график цикла и определите термический КПД цикла.

10. Найдите работу, которую совершают ν молей гелия в цикле, состоящем из адиабатического расширения $1 \rightarrow 2$, изобары $2 \rightarrow 3$ и изохоры $3 \rightarrow 1$. В адиабатическом процессе разность максимальной и минимальной температур газа равна ΔT . В изобарическом процессе от газа отвели количество тепла Q ($Q > 0$).

11. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно, КПД цикла 25 %. Во сколько раз нужно увеличить температуру нагревателя, чтобы КПД машины стал равен 75 %, если температуру холодильника при этом уменьшить в 1,5 раза?

5. ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА

Под явлениями переноса понимают явления переноса количества движения (импульса), энергии и массы вещества из одного слоя вещества в другой слой. Явления переноса наблюдаются лишь в том случае, если система находится в неравновесном состоянии.

К явлениям переноса относятся теплопроводность, внутреннее трение (вязкость) и диффузия. Теплопроводность обусловлена переносом энергии, внутреннее трение обусловлено переносом импульса, диффузия – переносом массы вещества.

Все явления переноса имеют общую физическую природу, обусловлены молекулярным движением и, следовательно, описываются уравнениями одинакового вида.

Перенос энергии в форме теплоты подчиняется закону Фурье:

$j_E = -\lambda \frac{dT}{dx}$, где $j_E = \frac{\delta Q}{dS_{\perp} dt}$ – плотность теплового потока; δQ – количество теплоты, которое передается вследствие теплопроводности за время dt через площадку dS_{\perp} , перпендикулярную направлению переноса энергии; λ – теплопроводность (коэффициент теплопроводности); $\frac{dT}{dx}$ – градиент температуры.

Теплопроводность равна $\lambda = \frac{1}{3} c_V \rho \langle v \rangle \langle l \rangle$, где c_V – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; ρ – плотность газа; $n = \frac{N}{V} = \frac{v N_A}{V} = \frac{m N_A}{M V}$ – средняя скорость теплового движения молекул; $\langle l \rangle$ – средняя длина свободного пробега.

Сила внутреннего трения между двумя слоями газа (жидкости) площадью dS , движущимися с различными скоростями: $dF = \eta \frac{\partial v}{\partial x} dS$, где η – коэффициент внутреннего трения (вязкость); $\frac{\partial v}{\partial x}$ – градиент скорости.

Плотность потока импульса $j_p = -\eta \frac{dv}{dx}$ – величина, определяемая полным импульсом, переносимым за единицу времени в положительном направлении оси x через площадку единичного размера, перпендикулярную оси x , $j_p = \frac{dp}{dS_{\perp} dt}$.

Коэффициент внутреннего трения (вязкость) $\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle$.

В однородном газе перенос вещества при диффузии подчиняется закону Фика $j_m = -D \frac{dp}{dx}$ – плотность потока массы, величина, определяемая массой вещества, диффундирующего за единицу времени через площадку единичного размера, перпендикулярную оси x : $j_m = \frac{dm}{dS_{\perp} dt}$; $\frac{dp}{dx}$ – градиент плотности; $D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle$ – диффузия (коэффициент диффузии).

Величины λ , D , η связаны между собой простыми зависимостями:

$$\eta = \rho D, \quad \frac{\lambda}{\eta c_V} = 1.$$

Средняя длина свободного пробега молекул $\langle l \rangle = \frac{1}{d^2 \pi n \sqrt{2}}$,

где d – эффективный диаметр молекулы, n – концентрация молекул.

Среднее число столкновений одной молекулы за единицу времени $\langle z \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle l \rangle}$, где $\langle v \rangle$ – средняя скорость молекулы.

Примеры решения задач

Задача 1. В баллоне вместимостью 10^{-2} м^3 находится гелий массой 2,0 г. Определите среднюю длину свободного пробега молекул гелия.

Решение

Средняя длина свободного пробега молекул газа $\langle l \rangle = \frac{1}{d^2 \pi n \sqrt{2}}$.

Найдем концентрацию молекул гелия: $n = \frac{N}{V} = \frac{\nu N_A}{V} = \frac{m N_A}{M V}$, где N – число молекул газа; N_A – число Авогадро; V – объем; $\nu = \frac{m}{M}$ – количество вещества.

Тогда $\langle l \rangle = \frac{M V}{m N_A d^2 \pi \sqrt{2}}$. Принимая эффективный диаметр молекулы гелия равным $d = 0,2 \text{ нм}$, получим

$$\langle l \rangle = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} (0,2 \cdot 10^{-9})^2 3,14 \sqrt{2}} = 0,2 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Задача 2. Определите среднюю квадратичную скорость молекул аргона, находящегося под давлением 0,10 МПа, если известно, что средняя длина свободного пробега его молекул равна 0,10 мкм.

Решение

Средняя длина свободного пробега молекул газа $\langle l \rangle = \frac{1}{d^2 \pi n \sqrt{2}}$.

Используя основное уравнение термодинамики $p = nkT$, найдем концентрацию молекул аргона: $n = \frac{p}{kT}$.

Тогда $\langle l \rangle = \frac{kT}{d^2 \pi p \sqrt{2}}$, отсюда $T = \frac{\langle l \rangle d^2 \pi p \sqrt{2}}{k}$. Среднюю квадратич-

ную скорость найдем как $\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$. Подставив в это уравнение полученное выражение для T , имеем

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3R \langle l \rangle d^2 \pi p \sqrt{2}}{Mk}} = \sqrt{\frac{3N_A \langle l \rangle d^2 \pi p \sqrt{2}}{M}}.$$

Принимая эффективный диаметр молекулы аргона равным $d = 0,35$ нм, получим

$$\begin{aligned} \langle v_{\text{кв}} \rangle &= \sqrt{\frac{3N_A \langle l \rangle d^2 \pi p \sqrt{2}}{M}} = \\ &= \sqrt{\frac{3 \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \cdot 0,1 \cdot 10^{-6} (0,35 \cdot 10^{-9})^2 3,14 \cdot 0,1 \cdot 10^6 \sqrt{2}}{40 \cdot 10^{-3}}} = 0,47 \cdot 10^3 \text{ м/с.} \end{aligned}$$

Задача 3. Динамическая вязкость аргона при нормальных условиях равна 22 мкПа · с. Вычислите длину свободного пробега молекулы аргона и коэффициент диффузии аргона при нормальных условиях.

Решение

Динамическая вязкость η и коэффициент диффузии D связаны между собой следующим образом: $\eta = \rho D$. Отсюда коэффициент диффузии $D = \frac{\eta}{\rho}$. Для нахождения плотности газа воспользуемся уравне-

нием Менделеева – Клайперона $pV = \frac{m}{M}RT$. Перепишем его в виде $\frac{pV}{m} = \frac{RT}{M}$. С учетом того, что плотность газа $\rho = \frac{m}{V}$, получим $\frac{p}{\rho} = \frac{RT}{M}$, отсюда плотность газа будет равна: $\rho = \frac{pM}{RT}$.

В результате подстановки коэффициент диффузии D определится следующим образом: $D = \frac{\eta}{\rho} = \frac{\eta RT}{pM}$.

Длину свободного пробега молекулы аргона найдем из формулы $\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle$, $\langle l \rangle = \frac{3\eta}{\rho \langle v \rangle}$.

С учетом найденного для ρ выражения и формулы для средней скорости $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$ получим

$$\langle l \rangle = \frac{3\eta}{\rho \langle v \rangle} = \frac{3\eta}{\frac{\rho M}{RT} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}} = \frac{3\eta}{p \sqrt{\frac{8M}{\pi RT}}} = \frac{3\eta}{p} \sqrt{\frac{\pi RT}{8M}}.$$

В результате:

$$D = \frac{\eta RT}{\rho M} = \frac{22 \cdot 10^{-6} \cdot 8,31 \cdot 273}{101 \cdot 10^3 \cdot 40 \cdot 10^{-3}} \approx 12 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 / \text{с};$$

$$\langle l \rangle = \frac{3\eta}{p} \sqrt{\frac{\pi RT}{8M}} = \frac{3 \cdot 22 \cdot 10^{-6}}{101 \cdot 10^3} \sqrt{\frac{3,14 \cdot 8,31 \cdot 273}{8 \cdot 40 \cdot 10^{-3}}} \approx 97 \cdot 10^{-9} \text{ м}.$$

Задача 4. Расстояние между стенками дьюаровского сосуда $h = 8$ мм. При каком давлении p теплопроводность воздуха, находящегося между стенками сосуда, начнет уменьшаться при откачке? Найдите теплопроводность воздуха, заключенного между стенками сосуда при этом давлении. Температура воздуха 17 °С. Диаметр молекул воздуха $0,3$ нм.

Решение

Теплопроводность начинает зависеть от давления, когда средняя длина свободного пробега молекул будет равна расстоянию между стенками сосуда $\langle l \rangle = h$.

Средняя длина свободного пробега молекул газа $\langle l \rangle = \frac{1}{d^2 \pi n \sqrt{2}}$.

Используя основное уравнение МКТ $p = nkT$, найдем концентрацию молекул газа: $n = \frac{p}{kT}$. Тогда $\langle l \rangle = \frac{kT}{d^2 \pi p \sqrt{2}}$, откуда давление $p = \frac{kT}{\langle l \rangle d^2 \pi \sqrt{2}}$,

$$p = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 290}{8 \cdot 10^{-3} \cdot 0,09 \cdot 10^{-18} \cdot 3,14 \cdot \sqrt{2}} = 1,25 \text{ Па}.$$

Теплопроводность $\lambda = \frac{1}{3} c_V \rho \langle v \rangle \langle l \rangle$, где $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$, $\rho = \frac{pM}{RT}$,

$c_V = \frac{C_V}{M} = \frac{iR}{2M}$ – теплоемкость при постоянном объеме. После подстановки в формулу для λ получим

$$\lambda = \frac{1}{3} \frac{iR}{2M} \frac{pM}{RT} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \frac{kT}{d^2 \pi p \sqrt{2}} = \frac{ik}{6d^2 \pi \sqrt{2}} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}.$$

Считая, что для воздуха $i = 5$ и $M = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, получим

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{ik}{6d^2 \pi \sqrt{2}} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \frac{5 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}}{6 \cdot 0,09 \cdot 10^{-18} \cdot 3,14 \sqrt{2}} \sqrt{\frac{8 \cdot 8,31 \cdot 290}{3,14 \cdot 29 \cdot 10^{-3}}} = \\ &= 13,2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}. \end{aligned}$$

Задача 5. Между двумя пластинами, расположенными на расстоянии $h = 2$ мм друг от друга, находится воздух при нормальных условиях. Между пластинами поддерживается разность температур $\Delta T = 5,00$ К. Площадь каждой пластины 150 см^2 . Найдите количество теплоты, передаваемое от одной пластины к другой за $\tau = 0,500$ ч. Эффективный диаметр молекулы воздуха $0,30$ нм.

Решение

Количество теплоты, которое передается вследствие теплопроводности за время t через площадку S , перпендикулярную направлению переноса энергии, можно определить так: $Q = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} S t$. Найдем

зависимость теплопроводности от температуры: $\lambda = \frac{1}{3} c_V \rho \langle v \rangle \langle l \rangle$, где

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}, \quad \langle l \rangle = \frac{kT}{d^2 \pi p \sqrt{2}}, \quad \rho = \frac{pM}{RT},$$

удельная теплоемкость воздуха

$$c_V = \frac{C_V}{M} = \frac{iR}{2M} = \frac{5 \cdot 8,31}{2 \cdot 29 \cdot 10^{-3}} = 716,4 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Подставляя эти выражения в формулу для λ , получим

$$\lambda = \frac{1}{3} c_V \frac{pM}{RT} \frac{kT}{d^2 \pi p \sqrt{2}} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \frac{2kc_V \sqrt{TM}}{3d^2 \sqrt{\pi^3 R}},$$

где T – значение температуры воздуха между пластинами (поскольку ΔT мало по сравнению с температурой воздуха, температуру воздуха можно взять равной 273 К). С учетом $\Delta x = h$ получим

$$Q = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} St = \frac{2kc_V \sqrt{TM}}{3d^2 \sqrt{\pi^3 R}} \frac{\Delta T}{h} S \tau,$$

$$Q = \frac{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 716,4 \sqrt{273 \cdot 0,029}}{3 \cdot 0,09 \cdot 10^{-18} \sqrt{3,14^3 \cdot 8,31}} \frac{5,0}{0,002} 150 \cdot 10^{-4} \cdot 0,5 \cdot 3600 = 875 \text{ Дж}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Какова плотность разреженного кислорода, если средняя длина свободного пробега его молекул 1,0 см?
2. Баллон емкостью 10 л содержит 1,0 г водорода. Определите: а) среднюю длину свободного пробега молекул; б) отношение средней длины свободного пробега к эффективному диаметру молекул.
3. Какое давление нужно создать в колбе диаметром 0,10 м, содержащей азот при температуре 20 °С, чтобы получить вакуум?
4. Кислород и углекислый газ находятся при одинаковой температуре и давлении. Эффективные диаметры молекул этих газов соответственно равны 0,35 нм и 0,40 нм. Найдите для этих газов отношения: а) коэффициентов диффузии; б) коэффициентов внутреннего трения.
5. Найдите среднюю длину свободного пробега молекул азота при условии, что его динамическая вязкость 17 мкПа · с.
6. Найдите среднее число столкновений за единицу времени молекул некоторого газа, если средняя длина свободного пробега 5,0 мкм, а средняя квадратичная скорость его молекул 500 м/с.
7. Вычислите диффузию D азота: 1) при нормальных условиях; 2) при давлении $p = 100$ Па и температуре $T = 300$ К.

8. Найдите динамическую вязкость η гелия при нормальных условиях, если диффузия D при тех же условиях равна $1,06 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$.

9. Найдите теплопроводность воздуха при давлении 100 кПа и температуре 10 °С. Диаметр молекул воздуха равен 0,30 нм.

10. Какое количество теплоты теряет помещение за 60 мин через окно за счет теплопроводности воздуха, заключенного между рамами? Площадь каждой рамы 4 м², расстояние между ними 30 см, температура помещения 18 °С, температура наружного воздуха равна -20 °С. Диаметр молекул воздуха 0,30 нм. Температуру воздуха между рамами считать равной среднему арифметическому температур помещения и наружного воздуха. Давление равно 101 кПа.

6. ВТОРОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

Функция состояния, дифференциалом которой является величина $dS = \frac{\delta Q}{T}$, называется энтропией. В отличие от количества теплоты, энтропия такая же функция состояния, как температура, внутренняя энергия или давление.

Приращение энтропии ΔS в случае обратимых процессов не зависит от процесса, а зависит только от начального и конечного состояний. Важно лишь, чтобы эти состояния были равновесными.

Можно вычислять разность энтропий, но нельзя сказать, чему равна энтропия в каждом из состояний, т. е. энтропия может быть определена с точностью до const.

6.1. Свойства энтропии

Энтропия – функция состояния. Если процесс проводят вдоль адиабаты, то энтропия системы не меняется. Поэтому адиабаты – это одновременно и *изоэнтропы*. Каждой вышерасположенной адиабате отвечает большее значение энтропии.

Энтропия – величина аддитивная: энтропия макросистемы равна сумме энтропий ее отдельных частей.

Энтропия замкнутой (т. е. теплоизолированной) макросистемы не уменьшается – она либо возрастает (если процессы необратимы), либо остается постоянной (в случае обратимых процессов), т. е. $\Delta S \geq 0$. Если система незамкнутая, то ее энтропия может как увеличиваться, так и уменьшаться.

Принцип возрастания энтропии замкнутых систем представляет собой формулировку второго начала термодинамики: любой необратимый

процесс в замкнутой системе происходит так, что энтропия системы при этом возрастает.

Величина возрастания энтропии в замкнутой макросистеме может служить мерой необратимости процессов, протекающих в системе.

Все самопроизвольно протекающие в природе процессы – от теплообмена до химических реакций – протекают так, что энтропия возрастает.

Энтропия системы связана с числом доступных состояний системы Ω соотношением

$$S = k \ln \Omega ,$$

где k – постоянная Больцмана.

Абсолютная температура системы T определяется из условия

$$\frac{1}{kT} = \frac{\partial \ln \Omega}{\partial E} ,$$

где k – постоянная Больцмана, Ω – число доступных состояний системы в малом интервале энергий от E до $E + dE$.

6.2. Вычисление энтропии

Перепишем первое начало термодинамики, воспользовавшись определением энтропии:

$$\delta Q = TdS, \quad TdS = dU + pdV.$$

Приращение энтропии для обратимых процессов

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 dS = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} .$$

Согласно первому началу термодинамики

$$\delta Q = dU + \delta A,$$

где $dU = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R dT$ – изменение внутренней энергии; $\delta A = pdV = \frac{m}{M} RT \frac{dV}{V}$ – работа, совершаемая газом.

Поэтому

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\frac{i}{2} \frac{m}{M} R dT + p dV}{T}.$$

Выразив из уравнения Менделеева – Клайперона давление p и подставив в уравнение для ΔS , получим

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{i}{2} \frac{m}{M} R \frac{dT}{T} + \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{M} R \frac{dV}{V} = \frac{m}{M} R \left(\frac{i}{2} \ln \frac{T_2}{T_1} + \ln \frac{V_2}{V_1} \right).$$

При изотермическом процессе ($dT = 0$)

$$\Delta S = \frac{m}{M} R \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

При изохорном процессе ($dV = 0$)

$$\Delta S = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

При адиабатном процессе ($\delta Q = 0$)

$$\Delta S = 0, \quad S = \text{const.}$$

Примеры решения задач

Задача 1. Найдите изменение ΔS энтропии при превращении массы 10 г льда ($t_{\text{л}} = -20^\circ\text{C}$) в пар ($t_{\text{п}} = 100^\circ\text{C}$).

Решение

Так как энтропия – величина аддитивная, то изменение ΔS энтропии равно сумме ее изменений в отдельных процессах:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 + \Delta S_4,$$

где $\Delta S_1 = \int_{T_{\text{л}}}^{T_0} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_{\text{л}}}^{T_0} \frac{m c_{\text{л}} dT}{T} = m c_{\text{л}} \ln \frac{T_0}{T_{\text{л}}}$ – изменение энтропии при нагре-

вании льда от $T_{\text{л}}$ до температуры плавления T_0 ($c_{\text{л}}$ – удельная теплоемкость льда);

$$\Delta S_2 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T_0} = \frac{1}{T_0} \int_1^2 \delta Q = \frac{Q}{T_0} = \frac{m\lambda}{T_0} - \text{изменение энтропии при плавлении льда } (\lambda - \text{удельная теплота плавления});$$

$$\Delta S_3 = \int_{T_0}^{T_{\text{п}}} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_0}^{T_{\text{п}}} \frac{mc_{\text{в}} dT}{T} = mc_{\text{в}} \ln \frac{T_{\text{п}}}{T_0} - \text{изменение энтропии при нагревании воды от } T_0 \text{ до температуры парообразования } T_{\text{п}} \text{ (} c_{\text{в}} - \text{удельная теплоемкость воды);}$$

$$\Delta S_4 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T_{\text{п}}} = \frac{1}{T_{\text{п}}} \int_1^2 \delta Q = \frac{Q}{T_{\text{п}}} = \frac{mr}{T_{\text{п}}} - \text{изменение энтропии при испарении воды (} r - \text{удельная теплота парообразования).}$$

$$\text{В результате получим } \Delta S = mc_{\text{л}} \ln \frac{T_0}{T_{\text{л}}} + \frac{m\lambda}{T_0} + mc_{\text{в}} \ln \frac{T_{\text{п}}}{T_0} + \frac{mr}{T_{\text{п}}}.$$

При

$$c_{\text{л}} = 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, \quad \lambda = 335 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}, \quad c_{\text{в}} = 4190 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, \quad r = 2260 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

получим

$$\begin{aligned} \Delta S = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 2100 \ln \frac{273}{253} + \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 335 \cdot 10^3}{273} + 10 \cdot 10^{-3} \cdot 4190 \ln \frac{373}{273} + \\ + \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 2260 \cdot 10^3}{373} = 87,5 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}. \end{aligned}$$

Задача 2. Найдите приращение ΔS энтропии массы 10,0 г водорода: а) при переходе от объема 20,0 л под давлением 1,50 Па к объему 60,0 л под давлением 1,00 Па; б) при изохорном нагревании от $t_1 = 50,0^\circ\text{C}$ до $t_2 = 150^\circ\text{C}$. Газ считать идеальным.

Решение

Используем полученное ранее выражение для изменения энтропии:

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{i}{2} \frac{m}{M} R \frac{dT}{T} + \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{M} R \frac{dV}{V} = \frac{m}{M} R \left(\frac{i}{2} \ln \frac{T_2}{T_1} + \ln \frac{V_2}{V_1} \right);$$

а) при переходе идеального газа из состояния с объемом V_1 и давлением p_1 в состояние с объемом V_2 и давлением p_2 соотношение между температурами газа в этих состояниях можно получить, записав уравнения Менделеева – Клайперона для этих состояний и проведя необходимые сокращения: $\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1}$. Заменяв в формуле для ΔS отношение температур правой частью полученного выражения, будем иметь

$$\begin{aligned} \Delta S &= \frac{m}{M} R \left(\frac{i}{2} \ln \frac{T_2}{T_1} + \ln \frac{V_2}{V_1} \right) = \frac{m}{M} R \left(\frac{i}{2} \ln \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} + \ln \frac{V_2}{V_1} \right) = \\ &= \frac{m}{M} R \left(\frac{i}{2} \ln \frac{p_2}{p_1} + \frac{i}{2} \ln \frac{V_2}{V_1} + \ln \frac{V_2}{V_1} \right) = \frac{m}{M} R \left(\frac{i}{2} \ln \frac{p_2}{p_1} + \frac{i+2}{2} \ln \frac{V_2}{V_1} \right), \\ \Delta S &= \frac{m}{M} R \left(\frac{i}{2} \ln \frac{p_2}{p_1} + \frac{i+2}{2} \ln \frac{V_2}{V_1} \right) = \\ &= \frac{10 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \left(\frac{5}{2} \ln \frac{1}{1,5} + \frac{5+2}{2} \ln \frac{6 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-2}} \right) = 118 \text{ Дж/К}; \end{aligned}$$

б) при изохорном нагревании $V = \text{const}$, поэтому изменение энтропии можно определить так: $\Delta S = \frac{m}{M} R \frac{i}{2} \ln \frac{T_2}{T_1}$. В этом случае $\ln \frac{V_2}{V_1} = 0$,

$$\Delta S = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot \frac{5}{2} \ln \frac{423}{323} = 28,0 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

Задача 3. В двух сосудах одинакового объема находятся различные идеальные газы, давление и температура их одинаковы. Масса газа в первом сосуде m_1 . Сосуды соединили друг с другом, и начался процесс диффузии. Определите суммарное изменение энтропии ΔS рассматриваемой системы, если молярная масса первого газа M_1 .

Решение

Энтропия – величина аддитивная, изменение ΔS энтропии при смешивании газов для обратимого процесса равно сумме двух слагаемых:

$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$, где ΔS_1 – изменение энтропии первого газа при его расширении от объема V до объема $2V$; ΔS_2 – изменение энтропии второго газа при его расширении от объема V до объема $2V$.

В начальном состоянии для каждого из газов с учетом равенства объемов, давлений и температур уравнение Менделеева – Клапейрона будет иметь вид $pV = \frac{m_1}{M_1}RT$, $pV = \frac{m_2}{M_2}RT$. Отсюда видно, что

$\frac{m_1}{M_1} = \frac{m_2}{M_2}$. Поскольку температуры газов равны, можно для вычисления ΔS использовать выражения для изотермического процесса:

$$\Delta S_1 = \frac{m_1}{M_1} R \ln \frac{2V}{V}, \quad \Delta S_2 = \frac{m_2}{M_2} R \ln \frac{2V}{V}.$$

Следовательно, изменение энтропии при смешивании газов с учетом равенства $\frac{m_1}{M_1} = \frac{m_2}{M_2}$

$$\Delta S = \frac{m_1}{M_1} R \ln \frac{2V}{V} + \frac{m_2}{M_2} R \ln \frac{2V}{V} = 2 \frac{m_1}{M_1} R \ln 2.$$

Задача 4. Один моль идеального двухатомного газа совершает политропный процесс. Показатель политропы $n = 3$. В результате процесса температура газа увеличилась в два раза. Вычислите приращение энтропии газа ΔS . Молекулы считать жесткими.

Решение

Приращение энтропии можно определить так: $\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$. Молярная

теплоемкость $C = \frac{\delta Q}{\frac{m}{M} dT}$, откуда $\delta Q = \frac{m}{M} C dT$, где $\frac{m}{M} = \nu$ – количе-

ство вещества.

Тогда приращение энтропии

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\frac{m}{M} C dT}{T} = \frac{m}{M} C \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Перепишем первое начало термодинамики $\delta Q = dU + \delta A$ в виде

$$\frac{m}{M} C dT = \frac{i}{2} R \frac{m}{M} dT + p dV. \text{ После сокращения получим}$$

$$C = \frac{i}{2} R + \frac{p dV}{\frac{m}{M} dT}.$$

Учитывая, что $C_V = \frac{i}{2} R$, будем иметь

$$C = C_V + \frac{M p}{m} \frac{dV}{dT}.$$

Продифференцируем уравнение политропы $TV^{n-1} = \text{const}$:

$$(n-1)V^{n-2}T dV + V^{n-1}dT = 0,$$

откуда

$$\frac{dV}{dT} = -\frac{V^{n-1}}{(n-1)V^{n-2}T} = -\frac{V}{(n-1)T}.$$

Тогда уравнение для молярной теплоемкости будет иметь вид

$$C = C_V - \frac{pV}{(n-1)\frac{m}{M}T}.$$

Заменив отношение V/T отношением Rm/pM , получим

$$C = C_V - \frac{R}{(n-1)}.$$

Так как $C_p - C_V = R$, $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i} = 1 + \frac{2}{i}$ и $C_V = \frac{R}{(\gamma-1)}$, будем иметь

$$C = C_V - \frac{R}{(n-1)} = \frac{R}{(\gamma-1)} - \frac{R}{(n-1)} = \frac{R(n-\gamma)}{(\gamma-1)(n-1)}.$$

Тогда приращение энтропии

$$\Delta S = \frac{m}{M} C \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{m}{M} \frac{R(n-\gamma)}{(\gamma-1)(n-1)} \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{m}{M} \frac{R \left(n-1-\frac{2}{i} \right)}{\frac{2}{i}(n-1)} \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

$$\Delta S = \frac{m}{M} \frac{R \left(n-1-\frac{2}{i} \right)}{\frac{2}{i}(n-1)} \ln \frac{T_2}{T_1} = 1 \frac{8,31 \left(3-1-\frac{2}{5} \right)}{\frac{2}{5}(3-1)} \ln 2 = 11,5 \text{ Дж/К}.$$

Задача 5. Кислород массой 28 г адиабатически расширили в 4 раза, а затем изобарно сжали до начального объема. Определите изменение энтропии в ходе указанных процессов.

Решение

Так как энтропия – величина аддитивная, то изменение ΔS энтропии равно сумме ее изменений в отдельных процессах: $\Delta S = \Delta S_{12} + \Delta S_{23}$, где ΔS_{12} – изменение энтропии при адиабатном расширении; ΔS_{23} – изменение энтропии при изобарном сжатии. Так как адиабатный процесс является изоэнтропийным ($\delta Q = 0$), то $\Delta S_{12} = 0$.

При изобарном процессе изменение энтропии

$$\Delta S_{23} = \int_{T_2}^{T_3} \frac{i}{2} \frac{m}{M} R \frac{dT}{T} + \int_{V_2}^{V_1} \frac{m}{M} R \frac{dV}{V} = \frac{m}{M} R \left(\frac{i}{2} \ln \frac{T_3}{T_2} + \ln \frac{V_1}{V_2} \right).$$

Так как при изобарном процессе $V/T = \text{const}$, то $V_2/T_2 = V_1/T_3$ и $T_3/T_2 = V_1/V_2$.

Тогда

$$\Delta S_{23} = \frac{m}{M} R \left(\frac{i}{2} \ln \frac{T_3}{T_2} + \ln \frac{V_1}{V_2} \right) = \frac{m}{M} R \ln \frac{V_1}{V_2} \left(\frac{i}{2} + 1 \right) = \frac{m}{M} R \frac{i+2}{2} \ln \frac{V_1}{V_2};$$

$$\Delta S = \Delta S_{23} = \frac{28 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} 8,31 \frac{5+2}{2} \ln \frac{1}{4} = -35,3 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Изобразите цикл Карно в координатах $T-S$ (температура – энтропия) и выразите его КПД на основе диаграммы $T-S$.

2. Масса 10 г кислорода нагревается от температуры $t_1 = 50^\circ\text{C}$ до температуры $t_2 = 150^\circ\text{C}$. Найдите изменение энтропии ΔS , если нагревание происходит: а) изохорически; б) изобарически.

3. Один моль двухатомного газа расширяется изобарически до удвоения его объема. Вычислите приращение энтропии ΔS газа.

4. Кислород массой $m = 2$ кг увеличил свой объем в 5 раз один раз изотермически, другой – адиабатически. Найти изменения энтропии в каждом из указанных процессов.

5. Вычислите приращение энтропии ΔS при переходе одного моля кислорода от объема 50 л при температуре 300 К к объему 200 л при температуре 500 К.

6. Водород массой $m = 100$ г был изобарно нагрет так, что объем его увеличился в 3 раза, затем водород был изохорно охлажден так, что давление его уменьшилось в 3 раза. Найдите изменение ΔS энтропии в ходе указанных процессов.

7. Массу $m = 640$ г расплавленного свинца при температуре плавления $t_{\text{пл}}$ вылили на лед ($t = 0$). Найдите изменение ΔS энтропии при этом процессе.

8. Найдите изменение энтропии при следующих процессах: а) при нагревании 100 г воды от нуля до 100°C и последующем превращении в пар воды той же температуры; б) при изотермическом расширении 10 г кислорода от объема 25 л до объема 100 л; в) при изобарическом нагревании 10 г кислорода от 17 до 127°C .

9. В результате изохорного нагревания водорода массой $m = 1$ г давление p газа увеличилось в два раза. Определите изменение ΔS энтропии газа.

10. Воздух массой 1,0 кг сжимают адиабатически так, что объем его уменьшается в 6 раз, а затем при постоянном объеме давление возрастает в 1,5 раза. Определите приращение энтропии в этом процессе.

11. Два баллона объемом 1 л каждый соединены трубкой с краном. В одном находится водород при давлении $p_1 = 101,3$ кПа и температуре 20 °С, в другом – гелий при давлении $3p_1$ и температуре 100 °С. Найдите изменение энтропии системы после открытия крана и достижения равновесного состояния, если стенки баллона и трубки обеспечивают теплоизоляцию газов от окружающей среды. Газы считать идеальными.

12. Определите приращение энтропии при смешении азота массой 3,0 кг и углекислого газа массой 2,0 кг. Температуры и давления газов до смешения одинаковы.

13. В процессе политропического расширения воздуха к нему было подведено 90 кДж тепла, и всё же его температура снизилась от 25 °С до -37 °С. Масса воздуха 4 кг, начальное давление воздуха 400 кПа. Определите изменение энтропии в этом процессе.

14. Макроскопическая система поглощает $\Delta E = 10^{-20}$ Дж энергии. При этом число доступных состояний увеличивается на 10 %. Какова была температура системы?

7. СПРАВОЧНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Некоторые постоянные числа и приближенные формулы

Числа	Приближенные формулы ($x \ll 1$)
$\pi \approx 3,1416$	$(1 \pm x)^k \approx 1 \pm kx$
$\pi^2 \approx 9,8696$	$e^{\pm x} \approx 1 \pm x$
$\sqrt{\pi} \approx 1,7725$	$\ln(1 \pm x) \approx \pm x$
$e \approx 2,7183$	$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x$
$\lg e \approx 0,4343$	$\cos x \approx 1 - x^2/2$
$\ln 2 \approx 0,69$	–
$\ln 10 \approx 2,3026$	–

Греческий алфавит

Буква	Русское название	Буква	Русское название
Α α	альфа	Ν ν	ню
Β β	бета	Ξ ξ	кси
Γ γ	гамма	Ο ο	омикрон
Δ δ	дельта	Π π	пи
Ε ε	эпсилон	Ρ ρ	ро
Ζ ζ	дзета	Σ σ	сигма
Η η	эта	Τ τ	тау
Θ θ	тэта	Υ υ	ипсилон
Ι ι	йота	Φ φ	фи

Окончание таблицы

Буква	Русское название	Буква	Русское название
К к	каппа	Χ χ	хи
Λ λ	лямбда	Ψ ψ	пси
Μ μ	мю	Ω ω	омега

Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц СИ*

Десятичный множитель	Приставка	Обозначение приставки	
		международное	русское
Кратные			
10^{24}	иотта	<i>Y</i>	И
10^{21}	зетта	<i>Z</i>	З
10^{18}	экса	<i>E</i>	Э
10^{15}	пета	<i>P</i>	П
10^{12}	тера	<i>T</i>	Т
10^9	гига	<i>G</i>	Г
10^6	мега	<i>M</i>	М
10^3	кило	<i>k</i>	к
10^2	гекто	<i>h</i>	г
10^1	дека	<i>da</i>	да
Дольные			
10^{-1}	деци	<i>d</i>	д
10^{-2}	санتي	<i>c</i>	с
10^{-3}	милли	<i>m</i>	м
10^{-6}	микро	μ	мк
10^{-9}	нано	<i>n</i>	н
10^{-12}	пико	<i>p</i>	п

Окончание таблицы

Десятичный множитель	Приставка	Обозначение приставки	
		международное	русское
10^{-15}	фемто	<i>f</i>	ф
10^{-18}	атто	<i>a</i>	а
10^{-21}	зепто	<i>z</i>	з
10^{-24}	иокто	<i>y</i>	и

*Наименования и обозначения единиц времени (минута, час, сутки), плоского угла (градус, минута, секунда), астрономической единицы, диоптрии и атомной единицы массы **не допускается** применять с приставками.

Некоторые физические постоянные

Скорость света в вакууме (точно)	$c = 299\,792\,458 \text{ м/с}$
Ускорение свободного падения (в Новосибирске)	$g = 9,8145 \text{ м/с}^2$
Гравитационная постоянная	$G = 6,67408 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{с}^2 \cdot \text{кг})$
Постоянная Больцмана	$k = 1,3806 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Постоянная Авогадро (точно)	$N_A = 6,02214 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,31 \text{ Дж/(К} \cdot \text{моль)}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,854188 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Заряд электрона	$e = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Абсолютный ноль температуры	$T_0 = 0 \text{ К} = -273,15 \text{ }^\circ\text{C}$
Молярный объем идеального газа при нормальных условиях	$V_m = 22,413962(13) \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$
Атомная единица массы	$m_u = 1 \text{ а.е.м.} = 1,660\,539\,040(20) \cdot 10^{-27}$

Плотности некоторых твердых веществ

Вещество	ρ кг/м ³	ρ г/см ³	Вещество	ρ кг/м ³	ρ г/см ³
Осмий	22 600	22,6	Мрамор	2700	2,7
Иридий	22 400	22,4	Стекло оконное	2500	2,5
Платина	21 500	21,5	Бетон	2300	2,3
Золото	19 300	19,3	Кирпич	1800	1,8
Свинец	11300	11,3	Сахар-рафинад	1600	1,6
Серебро	10 500	10,5	Оргстекло	1200	1,2
Медь	8900	8,9	Полиэтилен	920	0,92
Латунь	8500	8,5	Парафин	900	0,90
Сталь, железо	7800	7,8	Лед	900	0,90
Олово	7300	7,3	Дуб (сухой)	700	0,70
Цинк	7100	7,1	Сосна (сухая)	400	0,40
Чугун	7000	7,0	Пробка	240	0,24
Алюминий	2700	2,7	Бальза	150	0,15

Плотности некоторых жидких веществ

Вещество	ρ кг/м ³	ρ г/см ³	Вещество	ρ кг/м ³	ρ г/см ³
Ртуть	13 600	13,60	Спирт	800	0,80
Серная кислота	1800	1,80	Ацетон	790	0,79
Вода морская	1030	1,03	Эфир	710	0,71
Вода чистая	1000	1,00	Бензин	710	0,71
Масло касторовое	960	0,96	Жидкое олово (при $t = 400$ °С)	6800	6,80
Масло машинное	900	0,90	Жидкий воздух (при $t = -194$ °С)	860	0,86

**Плотности некоторых газов
(при 0 °С и нормальном атмосферном давлении)**

Вещество	ρ кг/м ³	ρ г/см ³	Вещество	ρ кг/м ³	ρ г/см ³
Хлор	3,210	0,00321	Угарный газ	1,250	0,00125
Углекислый газ	1,980	0,00198	Природный газ	0,800	0,0008
Кислород	1,430	0,00143	Водяной пар (100 °С)	0,590	0,00059
Воздух	1,290	0,00129	Гелий	0,180	0,00018
Азот	1,250	0,00125	Водород	0,090	0,00009

**Коэффициенты динамической вязкости η
некоторых веществ (20 °С и 101,3 кПа)**

Вещество	η (мПа · с)	Вещество	η (мПа · с)
Вода	1,002	Воздух	0,0172
Азот	0,0166	Аргон	0,0215
Водород	0,0087	Кислород	0,0198

Удельные теплоемкости c некоторых веществ

Вещество	c (Дж/кг · К)	Вещество	c (Дж/кг · К)
Вода	4190	Медь	385
Глицерин	2390	Алюминий	896
Спирт	2390	Сталь	465

**Эффективный диаметр d и теплопроводность χ
некоторых газов**

Молекула	d (нм)	χ (мВт/(м · К))	Молекула	d (нм)	χ (мВт/(м · К))
Водород	0,28	168	Азот	0,38	24,3
Кислород	0,36	24,4	Аргон	0,35	16,2
Гелий	0,22	152			

Периодическая система химических элементов Д. И. Менделеева (длинная форма)*

Группа Период	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1 H водород 1,008	2 He гелий 4,0026																
2	3 Li литий 6,941	4 Be бериллий 9,0122	5 B бор 10,811															
3	11 Na натрий 22,990	12 Mg магний 24,305	6 C углерод 12,011															
4	19 K калий 39,098	20 Ca кальций 40,078	21 Sc скандий 44,956	22 Ti титан 47,887	23 V ванадий 50,942	24 Cr хром 51,996	25 Mn марганец 54,938	26 Fe железо 55,845	27 Co кобальт 58,933	28 Ni никель 58,693	29 Cu медь 63,546	30 Zn цинк 65,38	31 Ga галлий 69,723	32 Ge германий 72,630	33 As арсеник 74,922	34 Se селен 78,971	35 Br бром 79,904	36 Kr криpton 83,798
5	37 Rb рубидий 85,468	38 Sr стронций 87,62	39 Y иттрий 88,906	40 Zr зirconium 91,224	41 Nb ниобий 92,906	42 Mo молибден 95,94	43 Tc технеций [98]	44 Ru рутений 101,07	45 Rh родий 102,91	46 Pd пalladium 106,42	47 Ag серебро 107,87	48 Cd кадмий 112,41	49 In индий 114,82	50 Sn олово 118,71	51 Sb сурьма 121,76	52 Te теллур 127,60	53 I йод 126,90	54 Xe ксенон 131,29
6	55 Cs цезий 132,905	56 Ba барий 137,327	57-71 Lanthanoids лантаноиды	72 Hf hafnium 178,49	73 Ta тантал 180,948	74 W вольфрам 183,84	75 Re рений 186,207	76 Os осмий 190,23	77 Ir иридий 192,222	78 Pt платина 195,084	79 Au золото 196,967	80 Hg ртуть 200,59	81 Tl таллий 204,384	82 Pb свинец 207,2	83 Bi висмут 208,980	84 Po полоний [209]	85 At астат [210]	86 Rn радон [222]
7	87 Fr франций [223]	88 Ra радий [226]	89-103 Actinoids актиноиды	104 Rf rutherfordium [261]	105 Db dubnium [262]	106 Sg seaborgium [263]	107 Bh bohrium [264]	108 Hs hassium [265]	109 Mt meitnerium [266]	110 Ds darmstadtium [267]	111 Rg roentgenium [268]	112 Cn copernicium [269]	113 Nh nihonium [270]	114 Fl flerovium [271]	115 Mc moscovium [272]	116 Lv livermorium [273]	117 Ts tennessine [274]	118 Og oganeson [276]
	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>Обозначение элемента</p> <p>Атомный номер</p> </div> <div style="width: 45%;"> <p>Английское название</p> <p>Относительная атомная масса</p> </div> </div> <div style="margin-top: 10px;"> <p>6 C — carbon — углерод</p> <p>12,011</p> </div>																	
	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>Лантаноиды</p> <p>57 La лантан 138,905</p> <p>58 Ce церий 140,12</p> <p>59 Pr празеодим 140,908</p> <p>60 Nd неодим 144,24</p> <p>61 Pm прометий [145]</p> <p>62 Sm самарий 150,36</p> <p>63 Eu европий 151,964</p> <p>64 Gd гадолиний 157,25</p> <p>65 Tb тербий 158,925</p> <p>66 Dy диспрозий 162,50</p> <p>67 Ho гольмий 164,930</p> <p>68 Er эрбий 167,255</p> <p>69 Tm титаний 168,934</p> <p>70 Yb иттербий 173,054</p> <p>71 Lu лютеций 174,967</p> </div> <div style="width: 45%;"> <p>Актиноиды</p> <p>89 Ac актиний [227]</p> <p>90 Th торий 232,038</p> <p>91 Pa протактиний 231,036</p> <p>92 U уран 238,029</p> <p>93 Np нептуний [237]</p> <p>94 Pu плутоний [244]</p> <p>95 Am америций [243]</p> <p>96 Cm кюрий [247]</p> <p>97 Bk берклий [247]</p> <p>98 Cf калифорний [251]</p> <p>99 Es эйнштейний [252]</p> <p>100 Fm фермий [257]</p> <p>101 Md мendelevium [258]</p> <p>102 No nobelium [259]</p> <p>103 Lr lawrencium [260]</p> </div> </div>																	

* Таблица составлена на основе официальной периодической таблицы элементов (версия от 28 ноября 2016 года), представленной на веб-сайте IUPAC: www.iupac.org.

** Для ряда неустойчивых элементов в квадратных скобках вместо атомной массы приведено массовое число (число нуклонов в ядре) наиболее стабильного (долгоживущего) изотопа.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Чертов А.Г.* Задачник по физике / А.Г. Чертов, А.А. Воробьев. – Москва: Высшая школа, 1988. – 527 с.
2. Сборник задач по курсу общей физики: учебное пособие для студентов пед. ин-тов / Г.А. Загуста и др.; под ред. М.С. Цедрика. – Москва: Просвещение, 1989. – 271 с.
3. *Савельев И.В.* Сборник вопросов и задач по общей физике: учебное пособие / И.В. Савельев. – Москва: Наука, 1988. – 288 с.
4. *Волькенштейн В.С.* Сборник задач по общему курсу физики: учеб. пособие / В.С. Волькенштейн. – Москва: Наука. 1985. – 384 с.
5. *Горбунова О.И.* Задачник-практикум по общей физике. Термодинамика и молекулярная физика: учебное пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов, под ред. проф. Н.В. Александрова / О.И. Горбунова, А.М. Зайцева, С.Н. Красников. – Москва: Просвещение, 1978. – 120 с.
6. *Савченко Н.Е.* Задачи по физике с анализом их решения / Н.Е. Савченко. – 2-е изд., стер. – Москва: Просвещение, 2000. – 320 с.
7. *Штыгашев А. А.* Задачи по физике. Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Электричество : учеб. пособие / А. А. Штыгашев, Ю. Г. Пейсахович. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2017. – 160 с.
8. Физика. Задания к практическим занятиям: учебное пособие для вузов / И.И. Рубан, С.М. Жаврид, Н.Е. Великевич, Ж.П. Лагутина; под общ. ред. Ж.П. Лагутиной. – Минск: Выш. шк., 1989. – 236 с.
9. Физическая энциклопедия / гл. ред. А. М. Прохоров. – Москва: Большая Российская энциклопедия, 1998. – Т. 5. – 760 с.
10. *Давыдков В.В.* Курс общей физики для студентов ИДО. Ч. 1: учеб. пособие / В. В. Давыдков. – Изд-во НГТУ, 2001. – 88 с.
11. *Савельев И.В.* Курс общей физики. В 5 т. Том 3. Молекулярная физика и термодинамика: учеб. пособие / И.В. Савельев. – 5-е изд., испр. – Санкт-Петербург: Лань, 2011. – 224 с.
12. *Иродов И.Е.* Физика макросистем. Основные законы: учеб. пособие / И.Е. Иродов. – 4-е изд. – Москва: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010. – 207 с.
13. *Детлаф А.А.* Курс физики: учебное пособие для втузов / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – 8-е изд., стер. – Москва: Академия, 2009. – 719 с.
14. Quantities, Units and Symbols in Physical Chemistry / E.R. Cohen et al. – IUPAC Green Book, 3rd Edition, 2nd Printing, IUPAC & RSC Publishing, Cambridge, 2008 – 236 p.
15. Свойства элементов: Справ. изд. / под ред. М.Е. Дрица – Москва: Металлургия, 1985. – С. 672.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Введение	5
Основы решения задач	9
О приближенных вычислениях	11
1. Молекулярно-кинетическая теория идеальных газов	13
Примеры решения задач.....	15
Задачи для самостоятельного решения.....	21
2. Статистические распределения	23
2.1. Распределение молекул идеального газа по скоростям.....	23
2.2. Распределение молекул идеального газа по кинетическим энергиям.....	26
2.3. Барометрическая формула. Распределение Больцмана	26
Примеры решения задач.....	27
Задачи для самостоятельного решения.....	31
3. Термодинамика	33
3.1. Внутренняя энергия идеального газа	33
3.2. Работа газа при изменении объема.....	35
3.3. Первое начало термодинамики.....	35
3.4. Теплоемкость идеального газа.....	36
3.5. Изопроецессы.....	38
3.6. Политропические процессы.....	39
Примеры решения задач.....	40
Задачи для самостоятельного решения.....	50
4. Круговые процессы. Цикл Карно	51
Примеры решения задач.....	54
Задачи для самостоятельного решения.....	63
5. Явления переноса.....	66
Примеры решения задач.....	68
Задачи для самостоятельного решения.....	72
6. Второе начало термодинамики	74
6.1. Свойства энтропии.....	74
6.2. Вычисление энтропии	75
Примеры решения задач.....	76
Задачи для самостоятельного решения.....	82
7. Справочные сведения	84
Библиографический список	90

**Петров Никита Юрьевич
Стрельцов Сергей Анатольевич**

ФИЗИКА

**МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА
И ТЕРМОДИНАМИКА**

РУКОВОДСТВО ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Учебное пособие

Выпускающий редактор *И.П. Брованова*

Корректор *Л.Н. Кинит*

Дизайн обложки *А.В. Ладыжская*

Компьютерная верстка *Л.А. Веселовская*

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции

Издание соответствует коду 95 3000 ОК 005-93 (ОКП)

Подписано в печать 14.12.2023. Формат 60 × 84 1/16. Бумага офсетная. Тираж 100 экз.

Уч.-изд. л. 5,34. Печ. л. 5,75. Изд. № 243. Заказ № 323. Цена договорная

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20