

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Н. В. ЧИЧЕРИНА, В. В. ХРИСТОФОРОВ

ФИЗИКА

МЕХАНИКА, МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия

НОВОСИБИРСК
2024

УДК 531(075.8)+539.19(075.8)+536.7(075.8)
Ч-722

Рецензенты:

канд. физ.-мат. наук, доцент *С. А. Погожих*
канд. техн. наук, доцент *С. А. Стрельцов*

Работа подготовлена на кафедре общей физики

Чичерина Н. В.

Ч-722 Физика. Механика, молекулярная физика и термодинамика:
учебное пособие / Н. В. Чичерина, В. В. Христофоров. – Новоси-
бирск: Изд-во НГТУ, 2024. – 94 с.

ISBN 978-5-7782-5159-5

Настоящее учебное пособие предназначено для студентов заочного факультета, обучающихся по специальностям, учебные планы которых предполагают изучение физики в трех учебных семестрах. Пособие рассматривает темы, выносимые на изучение в первой части курса физики. В нем рассматриваются два крупных раздела: «Механика» и «Молекулярная физика и термодинамика», по которым выполняется контрольная работа № 1.

УДК 531(075.8)+539,19(075.8)+536.7(075.8)

ISBN 978-5-7782-5159-5

© Чичерина Н. В., Христофоров В. В., 2024
© Новосибирский государственный
технический университет, 2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	4
1. Форма работы студентов.....	5
2. Форма контроля работы студента	6
3. Вопросы, выносимые на экзамен по разделу «Механика»	7
4. Вопросы, выносимые на экзамен по разделу «Молекулярная физика и термодинамика».....	9
Библиографический список	11
5. Порядок оформления и решения задач	12
6. Приближенные вычисления.....	14
7. Основные определения законы и формулы.....	16
7.1. Механика	16
7.1.1. Кинематика.....	16
7.1.2. Динамика	20
7.1.3. Законы сохранения энергии, импульса	23
7.1.4. Механика твердого тела, закон сохранения момента импульса	26
7.2. Элементы специальной теории относительности.....	30
7.3. Молекулярная физика и термодинамика	35
8. Примеры решения задач.....	51
9. Содержание контрольной работы № 1.....	77
10. Таблица вариантов задач к контрольной работе № 1	78
11. Задачи.....	79
12. Справочные материалы	91

ВВЕДЕНИЕ

Физика – наука о природе: о строении, свойствах и взаимодействии составляющих ее тел и полей. Она занимает центральное место среди других естественных наук, служит их основой.

Изучение физики в техническом университете способствует созданию универсальной базы для изучения общепрофессиональных и специальных дисциплин, закладывает фундамент последующего обучения. Физика дает цельное представление о физических законах окружающего мира в их единстве и взаимосвязи, вооружает бакалавров необходимыми знаниями для решения научно-технических задач в теоретических и прикладных аспектах.

Учебное пособие содержит:

- общие указания, регламентирующие учебную работу студентов заочного отделения при изучении курса физики;
- список вопросов к экзамену;
- краткий теоретический материал с изложением основ теории и примеров решения задач;
- требования к оформлению и решению контрольной работы;
- условия задач контрольной работы;
- таблицу распределения задач по вариантам;
- справочные материалы, необходимые при решении задач.

1. ФОРМА РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Для успешного освоения курса физики от студента требуется следующее.

1. Систематическая **самостоятельная работа** с учебными пособиями, конспектами лекций, задачками.

2. Посещение и конспектирование **установочных и обзорных лекций**.

3. Обязательное посещение **консультаций**. Расписание консультаций можно найти на сайте НГТУ, в личном кабинете студента.

4. Выполнение **лабораторных работ** (во время экзаменационной сессии). В случае необходимости для студентов ИДО предусмотрена возможность выполнения **виртуальных** лабораторных работ. Эти работы и инструкции к ним выложены на сайте кафедры общей физики.

5. Выполнение **контрольных работ** (одна за учебный семестр, выполняется в межсессионный период). Вариант контрольной работы определяется последней цифрой шифра (номера зачетной книжки) студента, а номера задач – по таблице вариантов.

Для проверки студент передает контрольную работу преподавателю, который назначен для проведения занятий с его учебной группой. Предусмотрена возможность присылать контрольную работу преподавателю с помощью системы DiSpace.

2. ФОРМА КОНТРОЛЯ РАБОТЫ СТУДЕНТА

1. Допуск-зачет за очную защиту контрольной работы (в межсессионный период или во время сессии). Предусмотрена возможность защиты контрольной работы путем тестирования с помощью системы DiSpace.

2. Допуск-зачет за выполнение и очную защиту лабораторных работ. Предусмотрена возможность защиты лабораторных работ путем тестирования с помощью системы DiSpace.

3. Экзамен в очной форме (к экзамену допускаются студенты после успешного выполнения и защиты контрольной и лабораторных работ). В случае необходимости предусмотрена возможность сдачи экзамена путем тестирования с помощью системы DiSpace.

3. ВОПРОСЫ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЭКЗАМЕН ПО РАЗДЕЛУ «МЕХАНИКА»

1. Система отсчета. Траектория, длина пути и вектор перемещения.
2. Поступательное движение. Кинематика материальной точки.
Способы описания положения материальной точки.
3. Характеристики движения, используемые в различных способах описания положения и движения материальной точки.
4. Вращательное движение. Кинематика вращательного движения.
Кинематические характеристики вращательного движения.
5. Связь между кинематическими характеристиками поступательного и вращательного движения.
6. Динамика поступательного движения. Первый закон Ньютона.
Понятие инерциальной системы отсчета.
7. Сила. Масса. Импульс.
8. Второй закон Ньютона. Движение центра инерции. Третий закон Ньютона.
9. Преобразования Галилея. Механический принцип относительности.
10. Закон сохранения импульса для системы тел.
11. Механическая работа и мощность. Работа упругой силы, силы тяжести, силы трения.
12. Кинетическая энергия и ее связь с работой результирующей силы.
13. Консервативные и неконсервативные силы. Потенциальная энергия. Потенциальная энергия в поле силы тяжести. Потенциальная энергия деформированной пружины.
14. Связь силы и потенциальной энергии.
15. Полная механическая энергия тела и системы тел. Закон сохранения полной механической энергии.

16. Абсолютно упругий и неупругий удары.
17. Момент силы относительно точки и оси. Момент пары сил.
18. Момент импульса относительно точки и оси.
19. Связь момента импульса и момента силы.
20. Основной закон динамики вращательного движения.
21. Момент инерции тела относительно оси. Теорема Штейнера.
22. Закон сохранения момента импульса.
23. Кинетическая энергия твердого тела при его вращении вокруг неподвижной оси. Работа при вращении твердого тела.
24. Аналогия между характеристиками поступательного и вращательного движения.
25. Постулаты специальной теории относительности.
26. Преобразования Лоренца. Следствия преобразований Лоренца.
27. Сокращение длины движущегося тела.
28. Замедление хода движущихся часов.
29. Относительность одновременности.
30. Интервал.
31. Релятивистский закон преобразования скоростей.
32. Релятивистский импульс. Кинетическая энергия релятивистской частицы.
33. Закон взаимосвязи массы и энергии в СТО.
34. Связь энергии и импульса частицы в СТО.

4. ВОПРОСЫ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЭКЗАМЕН ПО РАЗДЕЛУ «МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА»

1. Термодинамические параметры состояния. Равновесные и неравновесные процессы.
2. Температура. Термодинамическая шкала температур. Молекулярно-кинетический смысл температуры.
3. Идеальный газ. Уравнение состояния идеального газа.
4. Давление. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа.
5. Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул.
6. Закон распределения молекул по скоростям (распределение Максвелла). Свойства функции распределения Максвелла.
7. Характеристические скорости, используемые для описания движения молекул газа (название, формула). Как, пользуясь распределением Максвелла, найти эти скорости?
8. Барометрическая формула (вывод, математическая запись, физический смысл).
9. Распределение Больцмана.
10. Понятие о числе степеней свободы. Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы молекулы. Внутренняя энергия.
11. Количество теплоты. Работа, совершаемая идеальным газом при изменении объема.
12. Первое начало термодинамики.
13. Теплоемкость идеального газа. Уравнение Майера.
14. Адиабатический процесс. Уравнения Пуассона.

15. Изотермический процесс. Уравнение состояния идеального газа, первое начало термодинамики, теплоемкость, работа, графики процесса.

16. Изохорический процесс. Уравнение состояния идеального газа, первое начало термодинамики, теплоемкость, работа, графики процесса.

17. Изобарический процесс. Уравнение состояния идеального газа, первое начало термодинамики, теплоемкость, работа, графики процесса.

18. Адиабатический процесс. Уравнение состояния идеального газа, первое начало термодинамики, теплоемкость, работа, графики процесса.

19. Явления переноса.

20. Обратимые и необратимые процессы. Круговой процесс. Тепловые двигатели и холодильные машины.

21. Второе начало термодинамики. Энтропия. Статистический смысл энтропии.

22. Тепловая машина. Цикл Карно. КПД цикла.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Трофимова Т.И. Курс физики. 23-е изд. – М.: Академия, 2017.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. Задачи и решения / Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов. – 5-е изд. – М.: Академия, 2012.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. В 5 т. Том 1. Механика. – 7-е изд. / И.В. Савельев. – СПб.: Лань, 2022.
4. Савельев И.В. Курс общей физики. В 5 т. Том 3. Молекулярная физика и термодинамика. – 5-е изд. / И.В. Савельев. – СПб.: Лань, 2021.
5. Сивухин Д.В. Общий курс физики. В 5 томах. Том 1. Механика. – 6-е изд. / Д.В. Сивухин. – М.: Физматлит, 2022.
6. Сивухин Д.В. Общий курс физики. В 5 т. Том 2. Термодинамика и молекулярная физика. – 6-е изд. / Д.В. Сивухин. – М.: Физматлит, 2021.
7. Иродов И.Е. Механика. Основные законы / И.Е. Иродов. – М., 2002.
8. Иродов И. Е. Физика макросистем. Основные законы / И.Е. Иродов. – М., Физматлит, 2001.
9. Детлаф А.В. Курс физики / А.В. Детлаф, Б.М. Яворский. – М.: Высшая школа, 2002.
10. Давыдков В.В. Курс общей физики для студентов ИДО. Ч. 1: Механика. Молекулярная физика и термодинамика / В.В. Давыдков. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2001.
11. Балаш В.А. Задачи по физике и методы их решения / В.А. Балаш. – М., 1974.
12. Паршаков А.Н. Принципы и практика решения задач по общей физике / А.Н. Паршаков. – М., 2008.
13. Стоцкий Л.Р. Физические величины и их единицы / Л.Р. Стоцкий. – М.: Просвещение, 1984.

Примечание. Для работы с теоретическим материалом, помимо приведенных в списке учебников и учебных пособий, могут быть использованы и другие более ранние их издания.

5. ПОРЯДОК ОФОРМЛЕНИЯ И РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Контрольная работа выполняется в обычной школьной тетради, на обложке которой приводятся сведения по следующему образцу:

Контрольная работа № 1 по физике
студента I курса ЗО ИДО НГТУ
специальность: № _____
Иванова Петра Ивановича (Ф.И.О. – без сокращений)
шифр 30675231
Вариант № 1

2. При оформлении контрольной работы **условия задач записываются полностью, без сокращений. Каждая задача оформляется с новой страницы.**

3. Контрольная работа выполняется перьевой или шариковой ручкой. В работе допускается использовать чернила синего, фиолетового или черного цвета. Графики и рисунки аккуратно выполняются остро отточенным карандашом с использованием линейки и циркуля. Для замечаний преподавателя следует оставлять поля не менее 30 мм.

4. Решение задачи необходимо начинать с **внимательного чтения условия**. При первом же чтении следует определить, на какую тему, о каком конкретном процессе или состоянии идет речь, каким законам он подчиняется, какими параметрами его можно охарактеризовать.

5. Записывается краткое условие задачи: что «дано», что «найти». Все величины выражаются в единицах **СИ**.

6. Для того чтобы представить взаимодействие тел, их расположение, следует **непрерывно сделать схематический чертеж** (особенно это касается задач по механике), на котором показать заданные

расстояния, векторы скоростей, перемещений, ускорений, действующих сил. Очень важен выбор системы отсчета: либо это система лабораторная, либо она связана с центром масс системы. Вид уравнений зависит от выбора системы отсчета.

7. Приводятся необходимые уравнения или формулы законов, описывающих процессы и явления, о которых идет речь в задаче. Составление системы уравнений, полностью отражающих конкретную ситуацию, физический процесс, представляет основную трудность при решении задачи.

- Исходные уравнения записываются в векторной форме (если речь идет о векторных уравнениях), а затем в скалярной форме.

- Если при решении задачи применяется формула, не выражающая собой основной закон (например, законы Ньютона, законы сохранения) или являющаяся хорошо известным следствием этих законов (например, теорема Штейнера, формула для кинетической энергии вращающегося тела и т. д.), то ее необходимо вывести.

- Символическая запись законов, используемых для решения задачи, должна сопровождаться разъяснениями буквенных обозначений, формулировкой законов и условий, гарантирующих выполнение этих законов.

8. Вывод расчетной формулы осуществляется в общем виде. Решить задачу в общем виде – это значит выразить искомую величину через те величины, которые заданы в условии задачи или справочных таблицах.

9. Полученная расчетная формула проверяется по размерности. Получение адекватных единиц измерения искомой величины служит одним из важнейших показателей правильности решения задачи.

10. Искомая величина вычисляется с учетом правил приближенных вычислений.

11. После получения численного значения оценивается реальность (правдоподобность) полученного результата исходя из соображений здравого смысла (встречаются ли в действительности такие численные значения искомой величины).

12. Записывается результат.

6. ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Значащими цифрами числа называют все цифры числа, кроме нулей слева. Например, в числе 3,25 три значащие цифры, 0,0325 – три значащие цифры, 0,030025 – пять значащих цифр, 3,00 – три значащие цифры.

Выполняя вычисления, всегда необходимо помнить о той точности, которую нужно или которую можно получить. Недопустимо вести вычисления с большой точностью, если данные задачи не допускают или не требуют этого. В настоящее время в распоряжении студентов имеются различные счетно-вычислительные машины, которые при вычислениях дают результаты с большим числом значащих цифр. Часто студенты в своих работах по неопытности допускают ошибку, добиваясь при вычислениях результатов такой степени точности, которая не оправдывается точностью используемых данных. Для того чтобы не повторить этой ошибки, при решении задач следует придерживаться правил приближенных вычислений.

Правила округления

1. Если первая отбрасываемая цифра больше 5 или 5 с последующими цифрами, не равными нулю, то последняя сохраняемая цифра увеличивается на единицу. Например, число 3,56317 при округлении до десятых дает 3,6.

2. Если первая отбрасываемая цифра меньше 5, то последняя сохраняемая цифра не изменяется. Например, число 3,56317 при округлении до сотых дает 3,56.

3. Если первая отбрасываемая цифра 5 и за ней либо нет цифр, либо есть одни нули, то последняя сохраняемая цифра должна быть четной. Например, число 3,5500 при округлении до десятых дает 3,6; $3,85 \approx 3,8$.

Основные правила приближенных вычислений

1. **При сложении и вычитании** результат округляется так, чтобы он не имел значащих цифр в тех разрядах, которые отсутствуют хотя бы в одной из заданных величин; например, $7,852 + 3,18 - 4,3 = 6,732 \approx 6,7$ (результат округлен до десятых по числу 4,3).

2. **При умножении** сомножители округляются так, чтобы каждый содержал столько значащих цифр, сколько их имеет сомножитель с наименьшим их числом. Например, вместо $(7,852 \cdot 3,18 \cdot 4,3)$ следует вычислять $(7,9 \cdot 3,2 \cdot 4,3)$. В окончательном результате при этом следует оставлять такое же число значащих цифр, как и в сомножителях после округления: $7,852 \cdot 3,18 \cdot 4,3 \approx 7,9 \cdot 3,2 \cdot 4,3 = 108,704 \approx 1,1 \cdot 10^2$.

3. **При делении** необходимо соблюдать такое же правило, как и при умножении. Например, $7,852 : 3,18 \approx 7,85 : 3,18 = 2,4685... \approx 2,47$.

4. **При возведении числа в степень** результат округляется таким образом, чтобы он имел столько значащих цифр, сколько их имеет основание степени. Например, $3,18^3 = 32,157432 \approx 32,2$.

5. **При извлечении корня** в результате указывается столько значащих цифр, сколько их в подкоренном выражении. Например,

$$\sqrt{7,852} = 2,802142.... \approx 2,802.$$

6. **При вычислении сложных выражений** следует применять указанные выше правила в соответствии с видом производимых действий.

7. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

7.1. МЕХАНИКА

7.1.1. КИНЕМАТИКА

Кинематика (от греческого *kinematos* – движение) – раздел механики, в котором изучаются свойства механического движения материальных объектов без учета их массы и действующих на них сил. Название этому разделу дал знаменитый физик Ампер в 1834 году. Кинематика отвечает на вопрос: «**Как движется тело?**»

Механическое движение – это процесс изменения положения тела (в пространстве и времени) относительно других тел.

Механическое движение относительно, поскольку одно и то же тело относительно разных тел может двигаться по-разному. Следовательно, прежде чем приступить к описанию движения, необходимо выбрать тело отсчета.

Тело отсчета – это тело, относительно которого будет определяться положение других тел. Какое именно тело следует выбрать в качестве тела отсчета в конкретной ситуации, решают в зависимости от ее особенностей.

Механическое движение происходит в **пространстве и времени**. Для полного описания и исследования механического движения тела используют **систему отсчета**.

Системой отсчета (СО) называется совокупность трех компонентов (инструментов для исследования движения):

- **тела отсчета;**

- связанной с данным телом отсчета **системы координат**;
- прибора для измерения промежутков времени – **часов**.

Выбор системы отсчета в кинематике определяется только удобством математического описания. **Никаких принципиальных преимуществ у одной системы отсчета по сравнению с другой в кинематике нет.** Преимущества определенного класса систем отсчета (инерциальных СО) выявляются только в динамике, об этом мы будем говорить позже.

Материальной точкой называется тело, размерами которого можно пренебречь в условиях данной задачи.

Положение материальной точки в пространстве задается ее **радиусом-вектором $\mathbf{r}(t)$** :

$$\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k}.$$

Зависимость $\mathbf{r}(t)$ называют **законом движения**.

Мгновенная скорость, или просто скорость, определяется как

$$\mathbf{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t)}{\Delta t} \equiv \frac{d\mathbf{r}}{dt},$$

$$\mathbf{v}(t) = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} + \frac{dz}{dt}\mathbf{k} = v_x(t)\mathbf{i} + v_y(t)\mathbf{j} + v_z(t)\mathbf{k},$$

где $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ – единичные векторы декартовой системы координат.

Модуль скорости

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

Средняя скорость точки

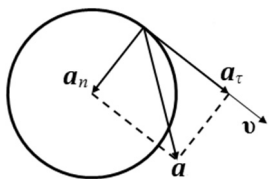
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt,$$

где Δs – длина пути, пройденного точкой за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$.

Ускорение материальной точки

$$\mathbf{a}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\mathbf{v}(t + \Delta t) - \mathbf{v}(t)}{\Delta t} \equiv \frac{d\mathbf{v}}{dt},$$

$$\mathbf{a}(t) = \frac{dv_x}{dt} \mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt} \mathbf{j} + \frac{dv_z}{dt} \mathbf{k} = a_x(t) \mathbf{i} + a_y(t) \mathbf{j} + a_z(t) \mathbf{k} = \mathbf{a}_n + \mathbf{a}_\tau,$$



где компонента нормального ускорения имеет вид

$$\mathbf{a}_n = \frac{v^2}{R} \mathbf{n},$$

а компонента касательного (тангенциального) ускорения имеет вид

$$\mathbf{a}_\tau = \frac{dv}{dt} \boldsymbol{\tau}.$$

Здесь R – локальный радиус кривизны траектории точки, для которой определяется ускорение (при вращательном движении тела R есть радиус окружности); $\mathbf{n}$ – единичный вектор, направленный вдоль радиуса кривизны к его центру; $\boldsymbol{\tau}$ – единичный вектор, направленный вдоль вектора скорости.

Модуль вектора ускорения может быть найден через его составляющие:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}, \text{ или } a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}.$$

Кинематика одномерного движения

Закон движения материальной точки $x = x(t)$. Скорость материальной точки:

$$v_x = \frac{dx}{dt}.$$

Ускорение материальной точки

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}.$$

Средняя скорость при движении в одном направлении

$$v_x = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} v_x(t) dt = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}.$$

Равнопеременное движение материальной точки

$$a_x = \text{const}, \quad v_x = v_{x0} + a_x t, \quad x = x_0 + v_{x0} t + a_x \frac{t^2}{2}.$$

Вращательное движение тела

Угловая скорость

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Угловое ускорение

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\omega(t + \Delta t) - \omega(t)}{\Delta t} \equiv \frac{d\omega}{dt}.$$

Связь линейной и угловой скорости

$$\mathbf{v} = [\omega, \mathbf{r}],$$

где [...] – означает векторное произведение векторов; $\mathbf{r}$ – радиус-вектор с началом в любой точке оси вращения.

В случае равномерного вращения тела для любой точки нормальное ускорение и угловая скорость связаны соотношением

$$a_n = \omega^2 R,$$

а тангенциальное и угловое ускорения – соотношением

$$a_\tau = \varepsilon R,$$

где R – расстояние точки от оси вращения.

7.1.2. ДИНАМИКА

Динамика (от греч. δύναμις – сила, мощь) – раздел механики, изучающий движение тел с учетом обуславливающих его факторов (т. е. масс тел и действующих на них сил, определяемых взаимодействием с окружающими телами). Динамика отвечает на вопрос: «**Почему тело движется таким образом?**»

В основе классической механики лежат три закона Ньютона, которые были сформулированы в 1687 г. в его книге «**Математические начала натуральной философии**».

Первый закон Ньютона (закон инерции) гласит: «Существуют такие системы отсчета, относительно которых тело движется равномерно и прямолинейно до тех пор, пока на него не подействует другое тело».

Такие системы отсчета называются **инерциальными (ИСО)**.

Все остальные законы Ньютона формулируются уже для инерциальных систем отсчета, т. е. если при решении кинематических задач выбор системы отсчета в известной мере произволен, то при решении динамических задач на выбор системы отсчета накладывается ограничение: используются преимущественно инерциальные системы отсчета.

Второй закон Ньютона (закон движения) устанавливает связь между динамическими и кинематическими величинами и называется основным законом динамики поступательного движения. В современной формулировке второй закон Ньютона звучит следующим образом: «Ускорение, приобретаемое материальной точкой в инерциальной системе отсчета, прямо пропорционально действующей на нее результирующей силе и обратно пропорционально массе материальной точки»:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m},$$

где m – масса материальной точки; $\mathbf{F}$ – действующая на материальную точку результирующая (равнодействующая) сила. Результирующая сила равна векторной сумме всех сил, приложенных к телу.

Масса – скалярная физическая величина, являющаяся одной из характеристик материи, определяющая ее инерционные (инертная масса) и гравитационные (гравитационная масса) свойства.

Инертная масса – это мера инертности тел. Как мера инертности тел, масса входит во второй закон Ньютона. Инертность – это способность

тел противодействовать изменению скорости при взаимодействии с другими телами.

Гравитационная масса – способность тел притягивать друг друга, создавая гравитационное поле. Как мера гравитационных свойств, масса входит в закон всемирного тяготения. Многочисленные эксперименты показали, что инертная и гравитационная массы пропорциональны друг другу (а при выборе соответствующих единиц измерения – численно равны). Этот фундаментальный закон природы называется принципом эквивалентности, который лежит в основе общей теории относительности.

Сила – векторная физическая величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму или размеры.

Второй закон Ньютона может быть записан в виде

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F},$$

где импульс $\mathbf{p}$ равен $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$; $\mathbf{F}$ – равнодействующая всех сил, действующих на тело, т. е. быстрота изменения импульса тела определяется силой, действующей на тело.

Закон верен для материальной точки или для тела, которое движется поступательно со скоростью, много меньшей скорости света.

Импульс системы N материальных точек равен векторной сумме импульсов тел, составляющих эту систему.

$$\mathbf{p} = \sum_{i=1}^N \mathbf{p}_i .$$

Поступательное движение системы характеризуется движением ее центра масс:

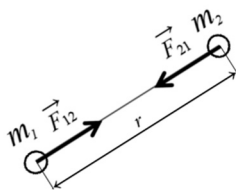
$$\frac{d}{dt} \mathbf{p}_c = \mathbf{F} .$$

Здесь $\mathbf{p}_c = m\mathbf{v}_c$, $m = \sum_{i=1}^N m_i$, $\mathbf{v}_c = \frac{d\mathbf{r}_c}{dt}$, $\mathbf{r}_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N m_i \mathbf{r}_i$, где $\mathbf{r}_c$ – радиус-вектор центра масс системы; $\mathbf{r}_i$ – радиус-вектор i -й частицы с массой m_i .

Все законы Ньютона взаимосвязаны. Первый закон говорит о том, что тело сохраняет свое первоначальное состояние относительного покоя или равномерного и прямолинейного движения до тех пор, пока на него не подействует другое тело и не выведет его из этого состояния. Второй закон развивает сказанное в первом законе и утверждает, что в результате взаимодействия тело приобретает ускорение, величина которого прямо пропорциональна силе взаимодействия и обратно пропорциональна массе тела.

Третий закон Ньютона продолжает эту логическую цепочку и рассматривает характер взаимодействия этих двух тел (материальных точек).

В современной формулировке третий закон Ньютона гласит: «Если тела (материальные точки) взаимодействуют в инерциальной системе отчета, то силы, возникающие при взаимодействии, всегда возникают парами, при этом эти силы:



- 1) равны по величине (модулю);
- 2) противоположны по направлению;
- 3) лежат на одной прямой, соединяющей эти точки;
- 4) приложены к разным телам (поэтому не компенсируют друг друга);
- 5) имеют одинаковую физическую природу:

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21},$$

$\mathbf{F}_{12}$ – сила, действующая на первое тело со стороны второго;

$\mathbf{F}_{21}$ – сила, действующая на второе тело со стороны первого.

Силы в механике

Сила гравитационного притяжения между двумя материальными точками массой m_1 и m_2 по модулю определяется **законом всемирного тяготения**

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где r – расстояние между этими телами; $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{с}^2 \cdot \text{кг}$ – постоянная всемирного тяготения, или гравитационная постоянная.

Сила тяжести (для Земли, вблизи ее поверхности)

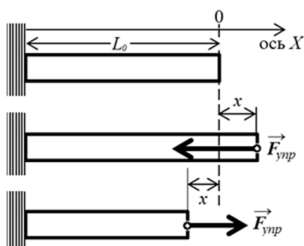
$$F = mg ,$$

где $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения.

Сила упругости, возникающая при упругих деформациях, определяется законом Гука

$$F = -kx,$$

где k – коэффициент упругости (жесткости); F – проекция силы упругости на ось x . Примером проявления сил упругости служат силы натяжения или реакции опоры.



Модуль **силы трения скольжения** определяется законом Кулона–Амонтона

$$F = \mu N ,$$

где μ – коэффициент трения (он зависит от материала трущихся поверхностей, качества их обработки, а также от присутствия посторонних веществ в месте их контакта), N – модуль силы нормальной реакции опоры.

Все силы в природе можно отнести к одному из четырех типов фундаментальных взаимодействий: гравитационному, электромагнитному, сильному или слабому. Классическая механика анализирует ситуации, в которых задействованы силы гравитационной (сила тяготения, сила тяжести) или электромагнитной природы (сила упругости, сила трения). Сильное и слабое взаимодействие проявляется на уровне микромира, который служит объектом изучения квантовой механики.

7.1.3. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ, ИМПУЛЬСА

Предметом физики является изучение наиболее общих законов движения материи. Движение – атрибут материи, способ ее существования и неотъемлемое свойство. Различные формы движения материи могут переходить из одной в другую, следовательно, должна существовать

такая количественная мера движения, которая сохраняет свой смысл при изменении формы движения. Такой физической величиной является энергия. **Энергия** – универсальная количественная мера различных форм движения и взаимодействия материи.

Мерой передачи энергии в процессе силового воздействия на тело является физическая величина, называемая **работой (работой силы)**.

Элементарная работа силы $\mathbf{F}$ равна

$$\delta A = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = F dl \cos \alpha,$$

где α – угол между векторами $\mathbf{F}$ и $d\mathbf{l}$; $d\mathbf{l}$ – перемещение точки приложения силы.

Мощность силы

$$P = \frac{\delta A}{dt} = \mathbf{F} \mathbf{v} = F v \cos \beta,$$

где β – угол между векторами $\mathbf{F}$ и $\mathbf{v}$.

Работа консервативных сил равна убыли потенциальной энергии частицы

$$A_{\text{конс}12} = U_1 - U_2.$$

Приращение кинетической энергии равно

$$E_{k2} - E_{k1} = A_{12},$$

где A_{12} – работа всех сил, действующих на тело.

Приращение полной механической энергии E равно

$$E_2 - E_1 = A_{\text{неконс}} + A_{\text{стор}},$$

где $E = E_k + U$ – полная механическая энергия; $A_{\text{неконс}} + A_{\text{стор}}$ – сумма работ неконсервативных и сторонних сил.

В системе тел, между которыми действуют только консервативные силы и на которую извне действуют только консервативные силы, полная механическая энергия не изменяется с течением времени:

$$E = E_k + U = \text{const}.$$

Система тел называется замкнутой, если на нее не действуют внешние силы. В замкнутой системе полный импульс сохраняется:

$$\mathbf{p} = \sum_{i=1}^N \mathbf{p}_i = \text{const}.$$

Важно заметить, что этот закон может выполняться только для одной из проекций вектора импульса системы, если она замкнута в соответствующем направлении, а в целом замкнутой не является. Кроме того, применять закон можно для незамкнутых систем при быстро протекающих процессах, например, для соударений.

Абсолютно упругий центральный удар двух тел

Удар – кратковременное взаимодействие (столкновение) двух или более тел, приводящее к изменению их скорости. **Центральный удар** (двух шаров) – удар, при котором движение происходит по прямой, соединяющей центры тел, в противном случае удар нецентральный. Тела во время удара претерпевают деформации. Кинетическая энергия во время удара переходит в энергию деформации. Если деформация упругая, тело полностью восстанавливает свою прежнюю форму. Такой удар называется **упругим**. Если деформация неупругая, то тела не принимают прежнюю форму, тогда имеем дело с неупругим ударом.

Пусть тела движутся вдоль линии, соединяющей их центры масс, тогда в случае сохранения полной механической энергии в процессе столкновения суммарный импульс сохраняется, в этом случае скорости тел после столкновения находятся по формулам

$$\mathbf{v}'_1 = \frac{2m_2\mathbf{v}_2 + (m_1 - m_2)\mathbf{v}_1}{m_1 + m_2}; \quad \mathbf{v}'_2 = \frac{2m_1\mathbf{v}_1 + (m_2 - m_1)\mathbf{v}_2}{m_1 + m_2},$$

где $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ – векторы скорости тел до столкновения; $\mathbf{v}'_1, \mathbf{v}'_2$ – векторы скорости тел после столкновения.

Абсолютно неупругий центральный удар двух тел

Абсолютно неупругий удар – удар, при котором полная механическая энергия соударяющихся тел не сохраняется, частично переходит во внутреннюю энергию; импульс сохраняется. При абсолютно неупругом

ударе тела после столкновения двигаются как единое целое, с одинаковой скоростью $\mathbf{v}'$:

$$\mathbf{v}' = \frac{m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2}{m_1 + m_2},$$

где $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ – векторы скорости тел до столкновения; $\mathbf{v}'$ – вектор скорости тел после столкновения.

7.1.4. МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА, ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

Абсолютно твердое тело – это система материальных точек, взаимное расположение которых в процессе рассматриваемого движения не изменяется (тело не деформируется).

Вектор момента силы $\mathbf{M}$ относительно некоторой точки O есть

$$\mathbf{M} = [\mathbf{r}, \mathbf{F}],$$

где $\mathbf{r}$ – радиус-вектор, проведенный из точки O в точку приложения силы $\mathbf{F}$.

Момент импульса $\mathbf{L}$ относительно некоторой точки O есть

$$\mathbf{L} = [\mathbf{r}, \mathbf{p}],$$

где $\mathbf{r}$ – радиус-вектор, проведенный из точки O в точку, где находится частица, имеющая импульс $\mathbf{p}$.

Изменение момента импульса определяется из уравнения

$$\frac{d}{dt} \mathbf{L} = \mathbf{M},$$

где $\mathbf{M}$ – момент всех сил, действующих на частицу.

Для системы тел, на которую не действуют внешние силы или результирующий момент внешних сил равен нулю, полный момент импульса сохраняется:

$$\mathbf{L} = \sum_{i=1}^N \mathbf{L}_i = \text{const.}$$

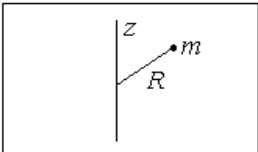
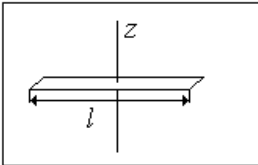
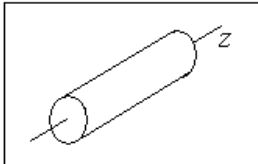
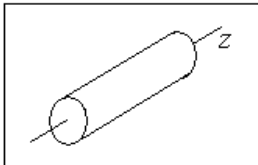
Для тела, вращающегося вокруг неподвижной оси z , уравнение динамики вращательного движения имеет вид

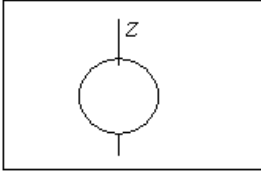
$$\frac{d}{dt}L_z = M_z \text{ или } I\varepsilon_z = M_z,$$

где ε_z – проекция углового ускорения на ось z ; M_z – проекция суммарного момента внешних сил на ось z ; I – момент инерции тела (табл. 1) относительно оси z , заметим, что $L_z = I\omega_z$.

Таблица 1

Момент инерции тела относительно оси z

Тело	Рисунок	Момент инерции тела
Материальная точка		$I = mR^2$
Однородный стержень длиной l , массой m		$I_c = \frac{1}{12}ml^2$
Однородный диск (цилиндр) относительно оси вращения: m – масса, R – радиус		$I_c = \frac{1}{2}mR^2$
Тонкостенный цилиндр (кольцо) относительно оси вращения		$I_c = mR^2$

Тело	Рисунок	Момент инерции тела
Однородный шар: m – масса, R – радиус		$I_c = \frac{2}{5} mR^2$

Момент инерции I относительно произвольной оси определяется согласно теореме Штейнера:

$$I = I_c + ma^2,$$

где I_c – момент инерции тела относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс; a – расстояние между осями.

Работа внешних сил при повороте тела вокруг неподвижной оси z на малый угол $d\varphi$ равна

$$\delta A = M_z d\varphi.$$

Кинетическая энергия тела, вращающегося относительно неподвижной оси:

$$E_k = I \frac{\omega^2}{2}.$$

Кинетическая энергия тела при плоском движении

$$E_k = m \frac{v_c^2}{2} + I \frac{\omega^2}{2}.$$

Момент импульса твердого тела относительно неподвижной оси z равен

$$L_z = I_z \omega_z,$$

где L_z, I_z, ω_z – момент импульса, момент инерции, угловая скорость относительно оси z (табл. 2).

**Аналогия между величинами и уравнениями поступательного
и вращательного движений**

Поступательное движение	Вращательное движение
Радиус-вектор $\mathbf{r}$	Угол поворота φ
Скорость $\mathbf{v}(t) = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$	Угловая скорость $\boldsymbol{\omega}(t) = \frac{d\boldsymbol{\varphi}}{dt}$
Ускорение $\mathbf{a}(t) = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$	Угловое ускорение $\boldsymbol{\varepsilon}(t) = \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}$
Масса m	Момент инерции I
Импульс $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$	Момент импульса $\mathbf{L} = I\boldsymbol{\omega}$
Сила $\mathbf{F}$	Момент силы $\mathbf{M}$
Основной закон динамики $\mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad \mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$	Основной закон динамики $\mathbf{M} = I\boldsymbol{\varepsilon}, \quad \mathbf{M} = \frac{d\mathbf{L}}{dt}$
Теорема об изменении импульса $\mathbf{F}\Delta t = m\mathbf{v}_2 - m\mathbf{v}_1$	Теорема об изменении момента импульса $\mathbf{M}\Delta t = I\boldsymbol{\omega}_2 - I\boldsymbol{\omega}_1$
Закон сохранения импульса $\sum m\mathbf{v} = \text{const}$	Закон сохранения момента импульса $\sum I\boldsymbol{\omega} = \text{const}$
Работа $\delta A = F_s ds$	Работа $\delta A = M_z d\varphi$
Кинетическая энергия $E_k = \frac{mv^2}{2}$	Кинетическая энергия $E_k = \frac{I\omega^2}{2}$

Условия равновесия твердого тела

При движении тела его положение относительно выбранной системы отсчета изменяется с течением времени. Если же тело неподвижно относительно выбранной системы отсчета, то говорят, что тело находится в покое, или **равновесии**.

Изучением условий, при которых тело находится в состоянии равновесия, занимается специальный раздел механики, называемый **статикой** или учение о равновесии.

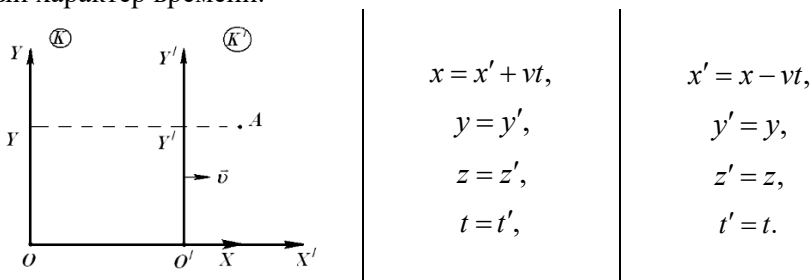
В статике изучается равновесие абсолютно твердого тела. В общем случае, когда твердое тело может двигаться как поступательно, так и вращательно, чтобы оно находилось в равновесии относительно выбранной системы отсчета, необходимо выполнение двух условий:

- сумма всех внешних сил $\sum \mathbf{F}_i = 0$;
- сумма моментов всех внешних сил $\sum \mathbf{M}_i = 0$.

7.2. ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

В классической механике справедлив **механический принцип относительности** (или **принцип относительности Галилея**), согласно которому законы динамики одинаковы во всех инерциальных системах отсчета. Таким образом, если в двух системах, одна из которых равномерно и прямолинейно движется относительно другой, провести одинаковый механический эксперимент, результат будет одинаковым.

Переход от одной ИСО к другой ИСО (расположение и взаимное перемещение которых показано на рисунке, время отсчитывается от момента совпадения точек O и O') осуществляется **преобразованиями Галилея**. Преобразования Галилея наряду с преобразованиями координат учитывают предполагающийся в классической механике абсолютный характер времени.



Классическая механика прекрасно описывает движение макротел, скорости движения которых гораздо меньше скорости света ($v \ll c$).

При скоростях движения сопоставимых со скоростью света в вакууме ($v \approx c$), преобразования Галилея становятся несправедливыми и заменяются на **преобразования Лоренца**.

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

$$y = y',$$

$$z = z',$$

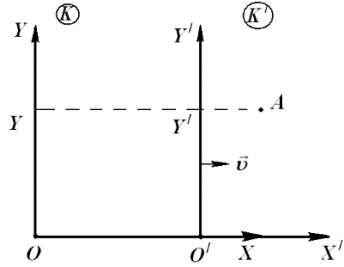
$$t = \frac{t' + x \frac{v}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

$$y' = y,$$

$$z' = z,$$

$$t' = \frac{t - x \frac{v}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$



где $\beta = \frac{v}{c}$.

Следует отметить, что при малых скоростях движения ($\beta \ll 1$) преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея.

Из преобразований Лоренца вытекают важные следствия (релятивистские эффекты): относительность одновременности событий, замедление времени движущихся часов, сокращение линейных размеров тела в направлении его движения.

Лоренцево замедление времени

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

здесь τ_0 – промежуток времени между событиями с точки зрения наблюдателя, находящегося в движущейся системе отсчета (собственное время); τ – промежуток времени между теми же событиями с точки зрения наблюдателя, находящегося в неподвижной системе отсчета. Таким образом, время, отсчитанное по часам, относительно которых система отсчета движется, всегда больше собственного времени.

Лоренцево сокращение длины движущегося тела

$$l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2},$$

здесь l_0 – длина тела в системе отсчета, в которой тело покоится (собственная длина); l – длина тела в системе отсчета, в которой тело движется.

Так как $\beta < 1$, то и $l < l_0$, т. е. длина стержня, измеренная наблюдателем, находящимся в системе отсчета, относительно которой стержень движется, оказывается меньше собственной длины, т. е. длины стержня, измеренной наблюдателем, находящимся в системе отсчета, относительно которой стержень покоится.

Релятивистский закон сложения скоростей

Пусть система отсчета K' движется относительно K со скоростью v . Материальная точка движется параллельно оси x . Ее скорость в системе отсчета K равна u , а в системе отсчета K' равна u' . Тогда для скоростей движения, сравнимых со скоростью света, имеет место релятивистский закон сложения скоростей:

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{vu'}{c^2}}.$$

Легко убедиться, что при скоростях движения, гораздо меньших скорости света, этот закон переходит в классический закон сложения скоростей.

Интервал между событиями

Пусть событие 1 произошло в точке с координатами x_1, y_1, z_1 в момент t_1 , а событие 2 – в точке с координатами x_2, y_2, z_2 в момент t_2 , тогда согласно преобразованиям Лоренца линейные расстояния $l_{12} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ и временные интервалы $t_{12} = t_2 - t_1$ будут относительными, т. е. будут зависеть от выбора системы отсчета.

Однако есть величина, которая (наряду со скоростью света в вакууме – c) не меняется при переходе из одной ИСО в другую, т. е. является **инвариантом (inv) СТО**. Такая величина называется **интервалом между событиями**. В четырехмерном пространстве-времени Эйнштейна, в котором каждое событие характеризуется четырьмя координатами (x, y, z, t) , эта величина определяется выражением

$$s_{12} = \sqrt{c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2} = \text{inv}.$$

Релятивистский импульс и уравнение движения

В рамках специальной теории относительности (СТО) импульс определяется выражением

$$\mathbf{p} = \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Эта величина называется релятивистским импульсом.

Данное уравнение получено из условия выполнения закона сохранения импульса во всех ИСО. Зависимость импульса от скорости в СТО является более сложной, чем это предполагается в классической ньютоновской механике. Но легко убедиться, что при скоростях, гораздо меньших скорости света, выражение для релятивистского импульса переходит в выражение, принятое в классической механике: $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$.

В релятивистской механике Эйнштейна выполняется закон, внешне похожий на второй закон Ньютона, записанный в форме:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}.$$

Тогда с учетом выражения для релятивистского импульса получим основное уравнение релятивистской динамики

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = \mathbf{F}.$$

Из полученного уравнения ясно, что в релятивистском случае масса утрачивает смысл коэффициента пропорциональности между ускорением и силой.

Энергия и ее связь с массой и импульсом

В релятивистской динамике **полная энергия** движущейся частицы определяется уравнением

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Тогда неподвижная частица обладает энергией, которая называется **энергией покоя**:

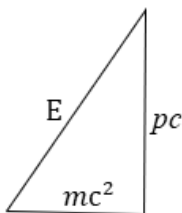
$$E_0 = mc^2.$$

Из этого выражения следует, что всякое изменение массы тела Δm сопровождается изменением энергии покоя ΔE_0 , причем эти изменения пропорциональны друг другу:

$$\Delta E_0 = \Delta mc^2.$$

Это утверждение носит название **закона взаимосвязи массы и энергии**.

Из сопоставления формул для релятивистского импульса и полной энергии можно получить следующие уравнения связи между импульсом и полной энергией:



$$\mathbf{p} = \frac{E}{c^2} \mathbf{v} \text{ и } E^2 = p^2 c^2 + (mc^2)^2.$$

Последнее из выражений по форме записи напоминает теорему Пифагора и может быть представлено в графическом виде, показанном на рисунке.

Кроме того, из этого уравнения также следует, что

$$\frac{E^2}{c^2} - p^2 = m^2 c^2 = \text{inv},$$

так как скорость света в вакууме и масса являются инвариантами СТО.

Кинетическая энергия (T) в релятивистском случае – это разность между полной энергией и энергией покоя:

$$T = E - E_0 = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right).$$

7.3. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Молекулярная физика и термодинамика – разделы физики, в которых изучаются **макроскопические процессы** в телах, связанные с огромным числом содержащихся в этих телах атомов и молекул. Молекулярно-кинетический (статистический) метод базируется на применении законов статистики к макросистемам хаотически движущихся молекул, что позволяет получить закономерности для всего вещества в целом. Термодинамический метод основывается на эмпирических законах (началах) термодинамики.

Термодинамика и статистическая физика взаимно дополняют друг друга. Термодинамика позволяет изучать тепловые явления без знания их внутренних механизмов, т. е. отвечает на вопрос: «**Что происходит в термодинамической системе?**» Статистическая физика позволяет понять суть наблюдаемых явлений, т. е. отвечает на вопрос: «**Почему происходит то или иное явление в термодинамической системе?**»

Основные положения молекулярно-кинетической теории (МКТ):

- 1) все тела состоят из атомов и молекул;
- 2) атомы и молекулы находятся в непрерывном беспорядочном (хаотичном) движении;
- 3) между атомами и молекулами действуют силы взаимодействия электромагнитной природы (силы притяжения и отталкивания).

Молекулой называется устойчивая наименьшая частица вещества, обладающая его химическими свойствами. Молекула состоит из атомов, атом – из атомного ядра и электронной оболочки. В случае одноатомных молекул (например, у инертных газов) понятия молекулы и атома совпадают.

За атомную единицу массы принята $1/12$ массы атома углерода изотопа C^{12} : $m_{\text{ед}} = 1 \text{ а.е.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ (атомная единица массы – внесистемная единица измерения).

Относительной молекулярной массой называется величина, показывающая, во сколько раз масса данной молекулы больше $1/12$ массы атома углерода изотопа C^{12} . Обозначается буквой Mr . Относительную молекулярную массу молекулы Mr можно определить по таблице Менделеева и химической формуле молекулы. В таблице Менделеева даны массы атомов в атомных единицах (углеродных) с учетом изотопного состава природного элемента. Например, для молекулы водорода H_2 относительная масса молекулы $Mr = 1 \cdot 2 = 2 \text{ а.е.м.}$ Масса молекулы в килограммах (m_0) определяется умножением относительной молекулярной массы на величину атомной единицы массы. Например, молекула воды (H_2O) имеет массу:

$$m_0 = (1 \cdot 2 + 16) 1,66 \cdot 10^{-27} \approx 30 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$$

Количество частиц, составляющих макроскопические тела, огромно, поэтому их количество удобно измерять порциями – молями.

1 моль – количество вещества, в котором содержится такое же число атомов, молекул или других структурных элементов, сколько атомов содержится в 0,012 кг изотопа углерода C^{12} . Число структурных элементов в одном моле – это число Авогадро $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$.

Молярная масса – масса вещества, взятого в количестве один моль:

$$\mu = m_0 N_A,$$

где μ – молярная масса, в системе СИ измеряется кг/моль; m_0 – масса одной молекулы; N_A – число Авогадро.

Учитывая, что масса одной молекулы может быть выражена через относительную молекулярную массу, молярная масса также может быть найдена по таблице Менделеева и химической формуле молекулы (табл. 3):

$$\mu = m_0 N_A = Mr m_{\text{ед}} N_A = Mr \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1};$$

$$\mu = Mr \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль.}$$

Т а б л и ц а 3

Молярные массы для некоторых газов

Водород (H ₂)	0,002 кг/моль
Гелий (He)	0,004 кг/моль
Азот (N ₂)	0,028 кг/моль
Кислород (O ₂)	0,032 кг/моль
Водяной пар (H ₂ O)	0,018 кг/моль
Аммиак (NH ₃)	0,017 кг/моль
Углекислый газ (CO ₂)	0,044 кг/моль
Воздух	0,029 кг/моль

Наиболее просто с помощью молекулярно-кинетической теории описывать идеальный газ. Идеальный газ – это модель газа, для которого:

- 1) собственный объем молекул газа пренебрежимо мал по сравнению с объемом сосуда;
- 2) между молекулами газа, находящимися на некотором расстоянии друг от друга, отсутствуют силы взаимодействия;
- 3) столкновения молекул газа между собой и со стенками сосуда – абсолютно упругие.

Давлением называется величина, равная отношению силы F , которая действует на поверхность S в перпендикулярном к ней направлении, к площади этой поверхности:

$$P = F/S.$$

Давление газа на стенку сосуда является результатом ударов о стенку его молекул. В системе СИ давление измеряется в паскалях.

Внесистемной единицей измерения давления является миллиметр ртутного столба (1 мм рт. ст. = 133 Па).

Основное уравнение МКТ

$$p = \frac{1}{3} n m_0 v^2 = \frac{2}{3} n \frac{m_0 v^2}{2} = \frac{2}{3} n \varepsilon,$$

где p – давление газа; $n = \frac{N}{V}$ – концентрация его молекул; m_0 – масса одной молекулы, v – ее среднеквадратическая скорость; ε – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул.

Основное уравнение МКТ связывает давление (*макропараметр* состояния газа) с *микропараметрами* – усредненными характеристиками каждой частицы газа: средней кинетической энергией поступательного движения и среднеквадратической скоростью.

Если газ является смесью нескольких компонентов, то общее давление смеси определяется **законом Дальтона**: давление смеси идеальных газов равно сумме их парциальных давлений

$$p = \sum p_i,$$

где p_i – парциальное давление – давление, которое бы производил газ, входящий в состав газовой смеси, если бы он один занимал весь объем, в котором находится смесь.

Поскольку собственный объем молекул идеального газа пренебрежимо мал по сравнению с объемом сосуда, то объем идеального газа V равен объему сосуда, в котором находится этот газ. При этом объем смеси идеальных газов равен объему каждого из n компонентов, входящих в состав смеси:

$$V_{\text{смеси}} = V_1 = V_2 = \dots = V_n.$$

Физический смысл понятия **термодинамической температуры** T для газов, молекулы которых подчиняются законам классической физики, был выяснен молекулярно-кинетической теорией, где показано, что температура – мера средней кинетической энергии поступательного

движения молекул системы, находящейся в состоянии теплового равновесия:

$$\varepsilon = \frac{m_0 v^2}{2} = \frac{3}{2} kT, \Rightarrow T = \frac{2\varepsilon}{3k},$$

где T – термодинамическая температура, измеряемая в кельвинах, К, $T = t + 273$, t – температура, измеренная в градусах Цельсия; $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

Уравнение состояния идеального газа – это уравнение, связывающее **параметры состояния** идеального газа. Примером уравнения состояния для идеального газа служит уравнение Менделеева–Клапейрона

$$pV = \frac{m}{\mu} RT,$$

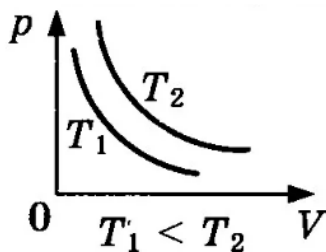
где p – давление газа; V – объем газа; T – термодинамическая температура; m – масса газа; μ – молярная масса газа; $\frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A} = \nu$ – количество вещества (число молей); $R = 8,31$ Дж/кг · моль – универсальная газовая постоянная.

Изопроцессы и газовые законы

Изотермический процесс – процесс, протекающий с постоянной массой газа при неизменной температуре. Описывается законом **Бойля–Мариотта**.

$$\begin{aligned} m &= \text{const}, \\ T &= \text{const}. \end{aligned}$$

$$pV = \text{const}.$$

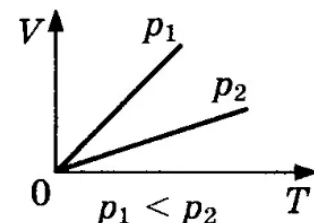


Изобарический процесс – процесс, протекающий с постоянной массой газа при неизменном давлении. Описывается законом **Гей-Люссака**.

$$m = \text{const},$$

$$p = \text{const}.$$

$$\frac{V}{T} = \text{const}.$$

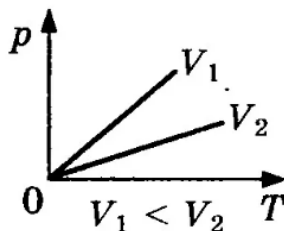


Изохорический процесс – процесс, протекающий с постоянной массой газа при постоянстве его объема. Описывается законом **Шарля**.

$$m = \text{const},$$

$$V = \text{const}.$$

$$\frac{p}{T} = \text{const}.$$



Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы молекулы

Число независимых координат, однозначно определяющих положение механической системы в пространстве, называется **числом степеней свободы** этой системы. В классической теории атомы вещества рассматриваются как материальные точки, которые обладают **тремя поступательными** степенями свободы. Только поступательными степенями свободы обладают **одноатомные молекулы**. Примером газов, состоящих из одноатомных молекул, являются инертные газы.

Двухатомные молекулы при не очень высоких температурах (H_2 , O_2 , N_2 и др.) рассматриваются как совокупность двух жестко связанных материальных точек (гантель). У таких молекул помимо поступательных степеней свободы добавляются еще две вращательные. Следовательно, **двухатомная молекула с жесткой связью** между атомами

имеет пять степеней свободы: **три поступательные и две вращательные.**

Трехатомные и многоатомные молекулы с жесткими связями (отсутствует колебательное движение атомов в молекуле относительно центра масс) имеют **шесть степеней свободы: три поступательные и три вращательные.**

При достаточно высокой температуре в молекулах, состоящих из двух и более атомов, возникает колебательное движение атомов относительно центра масс молекулы, т. е. появляются **колебательные степени свободы.**

Зная число степеней свободы молекулы и температуру газа для вещества, находящегося в состоянии термодинамического равновесия, можно определить среднюю кинетическую энергию молекул этого газа с помощью закона равномерного распределения энергии по степеням свободы молекулы: на каждую поступательную и вращательную степень свободы молекулы приходится в среднем одинаковая энергия, равная $\frac{1}{2}kT$, а на каждую колебательную степень свободы приходится

в два раза большая энергия, равная $2\frac{1}{2}kT$ (где $k=1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура).

Используя этот закон, получим среднюю энергию одной молекулы

$$\varepsilon = \frac{i}{2}kT,$$

где i – число степеней свободы молекулы: $i = i_{\text{пос}} + i_{\text{вр}} + 2i_{\text{кол}}$.

Число поступательных степеней свободы всегда $i_{\text{пос}} = 3$.

Число вращательных степеней свободы для линейных молекул (атомы лежат на одной прямой) $i_{\text{вр}} = 2$, для нелинейных молекул $i_{\text{вр}} = 3$.

Число колебательных степеней свободы молекулы определяется выражением $i_{\text{кол}} = 3s - (i_{\text{пос}} + i_{\text{вр}})$, где s – число атомов в молекуле. Колебательные степени свободы возбуждаются при температурах выше 1000 К. При нормальных температурах колебательные степени свободы не возбуждены (заморожены).

Поскольку для идеального газа потенциальной энергией взаимодействия молекул по сравнению с их кинетической энергией можно пренебречь, а энергия частиц, составляющих саму молекулу в процессах, которые рассматривает классическая теория, не меняется, внутреннюю энергию идеального газа можно считать равной сумме энергий поступательного, вращательного и колебательного движения его молекул:

$$U = N\varepsilon = \nu N_A \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} \nu RT ,$$

где N – число молекул идеального газа; R – универсальная газовая постоянная, $R = N_A k$.

Внутренняя энергия – функция состояния системы, ее изменение не зависит от пути перехода системы из одного состояния в другое, а определяется только начальным и конечным состоянием. Поэтому можно говорить о запасе внутренней энергии, которым обладает система в различных состояниях.

Изменение внутренней энергии постоянной массы идеального газа, если не изменяется конфигурация его молекул, определяется только изменением его температуры:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{i}{2} \nu R(T_2 - T_1) = \frac{i}{2} \nu R \Delta T .$$

Первое начало термодинамики

Первое начало термодинамики, по своей сути, представляет закон сохранения энергии, записанный для термодинамических процессов. Внутренняя энергия при отсутствии диффузии может изменяться, во-первых, за счет совершения внешней макроскопической работы (работы изменения объема); во-вторых, за счет подведения (или отведения) некоторого количества теплоты:

$$dU = \delta A_{\text{вн}} + \delta Q,$$

где dU – элементарное изменение внутренней энергии; δQ – элементарная энергия, подведенная к телу в результате теплообмена; $\delta A_{\text{вн}}$ – элементарная работа внешних сил.

Учитывая, что $\delta A_{\text{вн}} = -\delta A$ – работа внешних сил, равна по величине и противоположна по знаку работе, совершаемой самой системой над внешними телами, первый закон можно сформулировать иначе: количество подведенного к термодинамической системе тепла идет на приращение ее внутренней энергии и на совершение системой макроскопической работы над внешними телами:

$$\delta Q = dU + \delta A.$$

В отличие от внутренней энергии, являющейся функцией состояния, количество теплоты δQ и работа δA зависят от пути перехода из начального к конечному состоянию системы. Поэтому их называют функциями процесса и говорить о запасе теплоты и работы в системе бессмысленно.

В случае квазистатических (равновесных) процессов, т. е. процессов, протекающих настолько медленно, что в каждый момент система находится практически в равновесном состоянии, макроскопическая элементарная работа идеального газа равна

$$\delta A = p dV ,$$

где p – постоянное давление газа; dV – бесконечно малое приращение его объема.

Работа, совершаемая газом (табл. 4), происходит при изменении его объема и определяется выражением

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV .$$

Т а б л и ц а 4

Работа идеального газа при различных термодинамических процессах

Тип процесса	Уравнение состояния	Работа
Изобарический $p = \text{const}$	$\frac{V}{T} = \text{const}$	$A_{12} = p(V_2 - V_1)$
Изохорический $V = \text{const}$	$\frac{p}{T} = \text{const}$	$A = 0$

Тип процесса	Уравнение состояния	Работа
Изотермический $T = \text{const}$	$pV = \text{const}$	$A_{12} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$
Адиабатический $Q = 0$	$pV^\gamma = \text{const}$	$A_{12} = \frac{m}{\mu} \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right)$

В табл. 4 Q – количество теплоты; γ – показатель адиабаты, $\gamma = \frac{i+2}{i}$, где i – число степеней свободы молекулы.

Теплоемкость

Теплоемкостью тела называют отношение бесконечно малого количества тепла δQ , полученного телом, к соответствующему приращению температуры dT :

$$C = \frac{\delta Q}{dT}.$$

Отношение теплоемкости тела к его массе называется удельной теплоемкостью $c_{\text{уд}}$, а отношение к количеству вещества ν – молярной теплоемкостью c :

$$c_{\text{уд}} = \frac{\delta Q}{mdT}, \quad c = \frac{\delta Q}{\nu dT}.$$

Очевидно, что $c = \mu c_{\text{уд}}$.

Теплоемкость является функцией процесса. Для идеального газа можно получить выражения теплоемкостей через число степеней свободы молекулы при некоторых процессах

$$c_v = \frac{i}{2} R, \quad c_p = \left(\frac{i}{2} + 1 \right) R,$$

где c_v и c_p – молярные теплоемкости при постоянном объеме и давлении соответственно.

Связь между ними имеет вид $c_p = c_v + R$ (уравнение Майера).

Для показателя адиабаты, который равен отношению теплоемкостей, получим

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{i+2}{i}.$$

Применение первого начала термодинамики к различным изопроцессам

При **изохорическом процессе** объем не изменяется ($V = \text{const}$), т. е. $dV = 0$, вследствие чего работа $\delta A = PdV$ равна нулю.

Первое начало термодинамики для этого процесса запишется как

$$\delta Q = dU,$$

следовательно, все подведенное тепло идет только на изменение внутренней энергии.

Из полученного равенства следует, что теплоемкость идеального газа при постоянном объеме равна

$$C_v = \frac{dU}{dT} = \nu \frac{i}{2} R.$$

При **изобарическом процессе** ($P = \text{const}$) работа газа равна

$$A_{12} = P(V_2 - V_1).$$

Первое начало термодинамики запишется так:

$$\delta Q = dU + PdV,$$

следовательно, подведенное тепло идет как на изменение внутренней энергии, так и на совершение работы.

Отсюда следует, что теплоемкость идеального газа при постоянном объеме равна

$$C_p = \frac{dU + PdV}{dT} = \nu \frac{i}{2} R + \nu R = \nu \frac{i+2}{2} R.$$

При **изотермическом процессе** ($T = \text{const}$) $dT = 0$. Тогда для идеального газа $dU = 0$, поскольку его внутренняя энергия зависит только от температуры.

Первое начало термодинамики для этого процесса запишется так:

$$\delta Q = \delta A,$$

следовательно, все подведенное тепло идет только на совершение механической работы.

Теплоемкость идеального газа при постоянной температуре будет равна

$$C_T = \infty.$$

При **адиабатическом процессе** тепло не подводится к системе и не отводится, поэтому $\delta Q = 0$ (нет теплообмена с внешней средой).

Первое начало термодинамики запишется как

$$\delta A = -dU,$$

следовательно, работа совершается газом за счет убыли его внутренней энергии.

Теплоемкость идеального газа при адиабатическом процессе равна

$$C_{\delta Q=0} = 0.$$

Тепловые машины. Циклы тепловых машин. Цикл Карно

Тепловой машиной называют устройство, предназначенное для совершения полезной работы за счет подведения тепла. Для получения любого количества работы необходимо, чтобы тепловая машина работала циклически, возвращаясь после каждого цикла в исходное состояние.

Эффективность любой тепловой машины принято характеризовать коэффициентом полезного действия, который определяется как отношение совершаемой за цикл работы A к получаемому от нагревателя за цикл количеству теплоты Q_1 :

$$\eta = \frac{A}{Q_1}.$$

Так как изменение внутренней энергии любого рабочего вещества тепловой машины за цикл равно нулю (внутренняя энергия – функция состояния), то из первого начала термодинамики следует:

$$A = Q_1 - Q_2,$$

где Q_2 – количество теплоты, которое отдает тело холодильнику (например, окружающей среде).

$$\text{Следовательно, } \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}.$$

Карно доказал, что КПД любой тепловой машины, работающей при температуре нагревателя T_1 и холодильника T_2 , не может превысить КПД обратимой тепловой машины. Причем у последней он определяется только температурами нагревателя T_1 и холодильника T_2 и не зависит от свойств рабочего вещества и устройства машины:

$$\eta_{\text{макс}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Второе начало термодинамики. Энтропия

В основе второго начала термодинамики лежат важные понятия **термодинамической вероятности** W и **энтропии** S (W называют также статистическим весом).

Количество допустимых микросостояний, соответствующее данному макросостоянию, называется термодинамической вероятностью (статистическим весом) этого макросостояния. Если, учитывая хаотичность движения молекул системы, принять гипотезу, что вероятность каждого микросостояния одинакова, то система, очевидно, большую часть времени будет находиться в таком макросостоянии, которому соответствует бльший статистический вес. Такие макросостояния системы называют беспорядочными, случайными.

Состояния, осуществляемые относительно малым числом способов, называют упорядоченными или неслучайными. Предоставленная самой себе система, находящаяся в упорядоченном состоянии, за счет хаотичного движения молекул будет переходить самопроизвольно ко всё более беспорядочным макросостояниям до тех пор, пока не

достигнет состояния с максимальным статистическим весом. В этом состоянии система будет находиться сколь угодно долго, если, конечно, исключить взаимодействие с внешними телами, причем время от времени будут непременно наблюдаться случайные отклонения значений параметров макросостояния (флуктуации).

Использование самого статистического веса W за характеристику макросостояния системы неудобно, так как эта величина не обладает свойством аддитивности: общий статистический вес системы равен не сумме, а произведению статистических весов ее частей, которые считаются независимыми друг от друга:

$$W_{\text{сист}} = W_1 W_2 \cdots W_n.$$

Иметь дело с аддитивными величинами удобней. Поэтому в качестве характеристики вероятности макросостояния принимается величина S , пропорциональная логарифму статистического веса:

$$S = k \ln W,$$

которая называется **энтропией**. Здесь k – постоянная Больцмана.

Сказанное позволяет понять природу необратимых процессов и равновесных состояний системы.

Необратимым является такой процесс, обратный которому маловероятен. Таким образом, для необратимых процессов существует направление их самопроизвольного протекания: от малого статистического веса, т. е. малого значения энтропии к максимальному статистическому весу, а значит, – к максимальному значению энтропии.

Обратимым (равновесным, квазиравновесным) является процесс, который может протекать в двух направлениях, проходя при этом через одни и те же равновесные состояния. Причем, если процесс протекает сначала в одном направлении, а потом – в обратном, то система должна вернуться в исходное состояние, без того чтобы в окружающих телах произошли какие-либо изменения.

Равновесным является состояние с максимальным статистическим весом, т. е. с максимальной энтропией.

Из сказанного выше вытекают следующие **свойства энтропии**:

1) при протекании в изолированной системе необратимого процесса энтропия системы возрастает;

2) энтропия системы, находящейся в равновесном состоянии, максимальна.

Утверждение о том, что **энтропия изолированной системы не может убывать**, называется законом возрастания энтропии и является одной из формулировок **второго начала термодинамики**.

Клаузиус сформулировал второе начало термодинамики следующим образом: невозможны такие процессы, единственным конечным результатом которых был бы переход некоторого количества теплоты от тела, мало нагретого, к телу, более нагретому.

Формулировка Томсона: невозможны такие процессы, единственным конечным результатом которых стало бы отнятие от какого-то тела некоторого количества теплоты и превращение этой теплоты полностью в работу.

Еще одна формулировка: невозможен вечный двигатель второго рода, т. е. такой периодически действующий двигатель, который получал бы теплоту от одного резервуара, превращая ее полностью в работу.

Можно доказать, что все приведенные формулировки второго начала термодинамики равносильны.

Методами статистической физики показано, что для обратимого элементарного процесса приращение энтропии равно

$$dS = \frac{\delta Q}{T},$$

где δQ – количество теплоты, подведенное при постоянной температуре T .

В случае равновесного адиабатического процесса $\delta Q = 0$, тогда $dS = 0$, следовательно, $S = \text{const}$.

Для произвольного обратимого процесса 1–2

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T},$$

где $S_2 - S_1$ – приращение энтропии в процессе 1–2.

Для необратимого процесса (табл. 5)

$$dS > \frac{\delta Q}{T}.$$

**Изменение энтропии идеального газа при различных обратимых
термодинамических процессах**

Тип процесса	Изменение энтропии
Изотермический $T = \text{const}$	$\Delta S_{12} = \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1}$
Изохорический $V = \text{const}$	$\Delta S_{12} = \frac{m}{\mu} C_v \ln \frac{T_2}{T_1}$
Изобарический $p = \text{const}$	$\Delta S_{12} = \frac{m}{\mu} C_p \ln \frac{T_2}{T_1}$
Адиабатический $Q = 0$	$\Delta S_{12} = 0$

Замена равенства неравенством связана с тем, что энтропия возрастает при необратимом процессе как за счет подводимого тепла, так и вследствие необратимости процесса.

8. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения имеет вид $x = -2 + 3t - 0,5t^2$ м. Найти уравнения зависимости скорости и ускорения точки от времени. Определить момент, в который скорость точки обращается в нуль.

Дано	Решение
$x = -2 + 3t - 0,5t^2$ м	Для решения поставленной задачи учтем, что при одномерном движении проекция скорости материальной точки
$v(t_1) = 0$	
$v = f(t)$	проекция ускорения
$a = f(t)$	
$t_1 - ?$	
	$v_x = \frac{dx}{dt};$
	$a_x = \frac{dv_x}{dt}.$

Следовательно, для нашего случая:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d(-2 + 3t - 0,5t^2)}{dt}; \quad v_x = 3 - t \text{ м/с}; \quad (1)$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d(3 - t)}{dt}; \quad a_x = -1 \text{ м/с}^2. \quad (2)$$

Для нахождения момента t_1 , в который скорость обращается в нуль, воспользуемся полученным уравнением (1) и условием $v(t_1) = 0$. Получим:

$$v(t_1) = 3 - t_1 = 0, \text{ следовательно, } t_1 = 3 \text{ с.}$$

Ответ: $v_x = 3 - t$ м/с; $a_x = -1$ м/с²; $t_1 = 3$ с.

Пример 2. Материальная точка движется по окружности радиусом 5,0 м. Зависимость дуговой координаты от времени задана уравнением $s = Ct^3$, где $C = 0,10$ м/с³. Найти ускорение материальной точки, его тангенциальную и нормальную составляющую в момент, когда скорость точки равна $v_1 = 2,7$ м/с.

Дано	Решение
$R = 5,0$ м	Для решения поставленной задачи учтем, что зависимость скорости от времени определяется выражением:
$s = Ct^3$	
$C = 0,10$ м/с ³	$v = \frac{ds}{dt}.$
$v_1 = 2,7$ м/с	
$a_{\tau 1} - ?$	Для нашего случая имеем:
$a_{n1} - ?$	$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d(Ct^3)}{dt}; \quad v = 3Ct^2 \text{ м/с.} \quad (1)$
$a_1 - ?$	

Полученное выражение (1) позволит найти момент t_1 , когда скорость равна v_1 :

$$v_1 = 3Ct_1^2, \text{ следовательно, } t_1 = \sqrt{\frac{v_1}{3C}}. \quad (2)$$

Тангенциальная составляющая ускорения направлена по касательной к траектории движения. Она (тангенциальная составляющая) характеризует быстроту изменения скорости по величине и определяется выражением

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt}.$$

С учетом (1) получим уравнение зависимости тангенциальной составляющей ускорения от времени:

$$a_{\tau} = \frac{d(3Ct^2)}{dt} \Rightarrow a_{\tau} = 6Ct. \quad (3)$$

Подставив (2) в (3), получим тангенциальное ускорение в момент t_1 :

$$a_{\tau 1} = 6C \sqrt{\frac{v_1}{3C}} = \sqrt{\frac{36Cv_1}{3C}}; \quad a_{\tau 1} = \sqrt{12Cv_1}. \quad (4)$$

Проведем вычисления $a_{\tau 1} \cdot a_{\tau 1} = \sqrt{12 \cdot 0,1 \cdot 2,7} = 1,8 \text{ м/с}^2$.

Нормальная составляющая ускорения в данной точке траектории направлена по нормали к центру кривизны. Она характеризует быстроту изменения скорости по направлению и определяется выражением

$$a_n = \frac{v^2}{R}.$$

Для момента t_1 получим

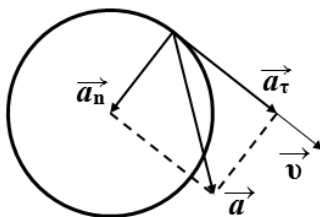
$$a_{n1} = \frac{v_1^2}{R}. \quad (5)$$

Проверка по размерности очевидна: $[a_{n1}] = \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{м}} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Проведем вычисления $a_{n1} \cdot a_{n1} = \frac{2,7^2}{5} = 1,458 \approx 1,5 \text{ м/с}^2$.

Тангенциальная и нормальная составляющая ускорения в данной точке траектории взаимно перпендикулярны друг другу.

Получим с учетом теоремы Пифагора и выражений (4) и (5) выражение для полного ускорения в момент t_1 :



$$a_1 = \sqrt{a_{\tau 1}^2 + a_{n1}^2} = \sqrt{12Cv_1 + \frac{v_1^4}{R^2}}.$$

Проверка по размерности $[a_1] = \sqrt{\frac{\text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^3 \cdot \text{с}} + \frac{\text{м}^4}{\text{с}^4 \cdot \text{м}^2}} = \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^4}} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$

Проведем вычисления $a_1 = \sqrt{12 \cdot 0,1 \cdot 2,7 + \frac{2,7^4}{5^2}} \approx 2,3 \text{ м/с}^2.$

Ответ: $a_{\tau 1} = 1,8 \text{ м/с}^2$; $a_{n1} \approx 1,5 \text{ м/с}^2$; $a_1 \approx 2,3 \text{ м/с}^2.$

Пример 3. Вентилятор вращается с частотой 900 об/мин. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки 75 оборотов. Сколько времени прошло с момента выключения вентилятора до его полной остановки?

Дано	СИ	Решение
$n_0 = 900 \text{ об/мин}$	$n_0 = 15 \frac{1}{\text{с}}$	В случае равнопеременного движения кинематические уравнения для угловой скорости ω и угла поворота φ имеют вид:
$N_k = 75 \text{ об.}$		
$\omega_k = 0$		
$t_d - ?$		
		$\omega_z = \omega_{0z} + \varepsilon_z t, \quad \varphi = \omega_{0z} t + \frac{\varepsilon_z t^2}{2}.$

В соответствии с условиями задачи для нашего случая (вентилятор движется равнозамедленно) эти уравнения примут вид:

$$\omega = \omega_0 - \varepsilon t, \quad (1)$$

$$\varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}. \quad (2)$$

Угловая скорость ω_0 связана с частотой вращения n_0 соотношением

$$\omega_0 = 2\pi n_0. \quad (3)$$

Угол поворота φ определяется числом оборотов N :

$$\varphi = 2\pi N. \quad (4)$$

Подставив (3) и (4) в уравнения (1) и (2), получим:

$$\omega = 2\pi n_0 - \varepsilon t; \quad (5)$$

$$2\pi N = 2\pi n_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}. \quad (6)$$

По условию за время t_d вентилятор останавливается ($\omega_k = 0$). Тогда уравнения (5) и (6) примут вид:

$$0 = 2\pi n_0 - \varepsilon t_d; \quad (7)$$

$$2\pi N_k = 2\pi n_0 t_d - \frac{\varepsilon t_d^2}{2}. \quad (8)$$

Для нахождения t_d в системе уравнений (7), (8) избавимся от ε .

Для этого выразим ε из уравнения (7) $\varepsilon = \frac{2\pi n_0}{t_d}$, подставим полученное выражение в уравнение (8) и преобразуем его:

$$\begin{aligned} 2\pi N_k &= 2\pi n_0 t_d - \frac{2\pi n_0 t_d^2}{2t_d}, & 2\pi N_k &= \pi n_0 t_d, \\ 2N_k &= n_0 t_d. \end{aligned} \quad (9)$$

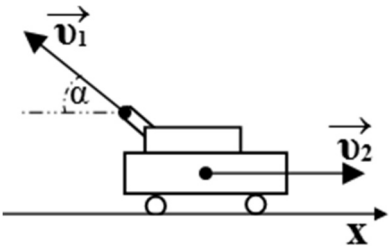
Из уравнения (9) найдем время движения t_d : $t_d = \frac{2N_k}{n_0}$.

Проверка по размерности очевидна: $[t_d] = \frac{1}{1/\text{с}} = \text{с}$.

Проведем вычисления: $t_d = \frac{2 \cdot 75}{15} = 10 \text{ с}$.

Ответ: $t_d = 10 \text{ с}$.

Пример 4. На рельсах стоит платформа, на которой закреплено орудие без противооткатного устройства так, что ствол его расположен под углом в 45° к горизонту. Из орудия производят выстрел вдоль железнодорожного пути. Масса снаряда $m_1 = 100$ кг и его скорость $v_1 = 800$ м/с, масса платформы с орудием $m_2 = 50$ тонн. На какое расстояние сместится платформа после выстрела, если коэффициент трения равен $\mu = 0,002$? (Колеса платформы заблокированы.)

Дано	СИ	Решение
$m_1 = 100$ кг	$m_2 = 5,0 \cdot 10^4$ кг	Рассмотрим систему «снаряд–орудие» в момент выстрела.
$v_1 = 800$ м/с		
$\alpha = 45^\circ$		
$m_2 = 50$ т		
$\mu = 0,0020$		
$l - ?$		

Так как сумма проекций на горизонтальную ось OX сил, действующих на систему, равна нулю и процесс выстрела является быстрым, то можно говорить о сохранении горизонтальной составляющей импульса:

$$0 = m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x}. \quad (1)$$

Здесь $v_{1x} = v_1 \cos \alpha$ – проекция скорости снаряда на горизонтальное направление, $v_{2x} = v_2$ – проекция скорости платформы с орудием на горизонтальное направление. Подставив v_{1x} и v_{2x} в (1), получим

$$0 = m_1 v_1 \cos \alpha + m_2 v_2.$$

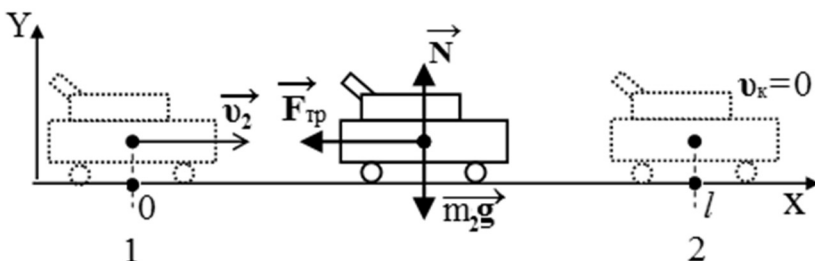
Полученное выражение позволяет найти скорость платформы с орудием сразу после выстрела:

$$v_2 = \frac{m_1 v_1 \cos \alpha}{m_2}. \quad (2)$$

Рассмотрим движение платформы с орудием после выстрела. Будем сравнивать состояние 1 – сразу после выстрела из орудия и состояние 2, когда платформа останавливается (см. рисунок).

Изменение кинетической энергии $E_{к2} - E_{к1}$ при переходе из состояния 1 в состояние 2 происходит за счет работы сил A_{12} , действующих на тело:

$$E_{к2} - E_{к1} = A_{12}. \quad (3)$$



При движении на платформу действуют сила тяжести mg , сила нормальной реакции опоры N и сила трения скольжения $F_{тр}$. В этом примере только сила трения $F_{тр}$ вызывает изменение скорости платформы с орудием.

Найдем работу силы трения при переходе из состояния 1 в состояние 2:

$$A_{12} = \int_3^2 \mathbf{F}_{тр} d\mathbf{l} = F_{тр} l \cos \beta = -F_{тр} l, \quad (4)$$

в нашем случае $\beta = \pi$.

В соответствии с законом Амонтона–Кулона модуль силы трения скольжения пропорционален модулю силы нормальной реакции опоры:

$$F_{тр} = \mu N, \quad (5)$$

где μ – коэффициент трения, а N – модуль силы нормальной реакции опоры.

В данном примере величина силы нормальной реакции опоры равна модулю силы тяжести (в проекции на ось Oy эти силы взаимно компенсируют друг друга):

$$N = m_2 g . \quad (6)$$

Подставляя (7) в (6), а затем в (5), для работы силы трения в нашем случае получаем

$$A_{12} = -\mu m_2 g l . \quad (7)$$

Подставляя (9) в (3) и учитывая, что, пройдя расстояние l , платформа останавливается ($E_{к2} = 0$), имеем:

$$0 - E_{к1} = -\mu m_2 g l, \quad -E_{к1} = -\mu m_2 g l, \quad E_{к1} = \mu m_2 g l. \quad (8)$$

Кинетическая энергия платформы в состоянии 1 равна

$$E_{к1} = \frac{m_2 v_2^2}{2} .$$

С учетом выражения (2) для энергии платформы с орудием сразу после выстрела получим

$$E_{к1} = \frac{m_2 (m_1 v_1 \cos \alpha)^2}{2 m_2^2} = \frac{m_1^2 v_1^2 \cos^2 \alpha}{2 m_2} . \quad (9)$$

Приравнявая (19) к (8) и преобразуя полученное выражение, найдем искомую величину l :

$$\mu m_2 g l = \frac{m_1^2 v_1^2 \cos^2 \alpha}{2 m_2} ; \quad l = \frac{m_1^2 v_1^2 \cos^2 \alpha}{2 m_2 g \mu} .$$

Проверим полученную формулу по размерности:

$$[l] = \frac{\text{кг}^2 \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^2}{\text{кг}^2 \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2} = \text{м} .$$

Проведем вычисления:

$$l = \frac{100^2 \cdot 800^2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2}{2(5 \cdot 10^4)^2 \cdot 9,8 \cdot 0,002} =$$

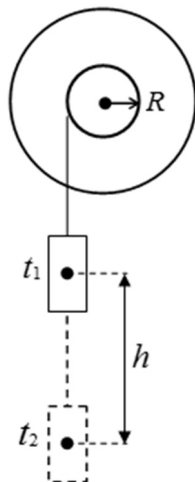
$$= \frac{10^4 \cdot 64 \cdot 10^4 \cdot 2}{2 \cdot 4 \cdot 25 \cdot 10^8 \cdot 9,8 \cdot 0,002} \approx 33 \text{ м.}$$

Ответ: $l \approx 33 \text{ м.}$

Пример 5. К ободу шкива, насаженного на общую ось с маховым колесом, намотана нить, к концу которой подвешен груз массой $m = 1,0 \text{ кг}$. На какое расстояние h должен опуститься груз, чтобы колесо со шкивом приобрело частоту вращения $n = 60 \text{ об/мин}$? Момент инерции колеса со шкивом $I = 0,42 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, радиус шкива $R = 10 \text{ см}$.

Дано	СИ	Решение
$m = 1,0 \text{ кг}$		Для решения поставленной задачи воспользуемся законом сохранения энергии:
$n = 60 \text{ об/мин}$	$n = 1,0 \text{ об/с}$	$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}. \quad (1)$
$I = 0,42 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$		
$R = 10 \text{ см}$	$R = 0,10 \text{ м}$	
$h - ?$		

Здесь mgh – потенциальная энергия груза в верхнем положении (момент t_1); $\frac{mv^2}{2}$ – кинетическая энергия поступательного движения груза в нижнем положении (момент t_2); $\frac{I\omega^2}{2}$ – кинетическая энергия вращательного движения махового колеса в момент, когда груз m достигнет нижнего положения.



Угловая скорость ω маховика в момент t_2 связана с приобретенной частотой вращения n соотношением

$$\omega = 2\pi n . \quad (2)$$

Линейная скорость v опускающегося груза в момент t_2 связана с угловой скоростью вращения маховика соотношением

$$v = \omega R . \quad (3)$$

Подставляя выражения (2) и (3) в (1) и преобразуя полученное выражение, находим искомую величину h :

$$mgh = \frac{m(2\pi n R)^2}{2} + \frac{I(2\pi n)^2}{2}; \quad mgh = \frac{m4\pi^2 n^2 R^2}{2} + \frac{I4\pi^2 n^2}{2};$$

$$mgh = 2\pi^2 n^2 (mR^2 + I); \quad h = \frac{2\pi^2 n^2 (mR^2 + I)}{mg} .$$

Проверим полученную формулу по размерности:

$$[h] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{м}} = \text{м} .$$

Проведем вычисления:

$$h = \frac{2 \cdot 3,14^2 \cdot 1^2 (0,1^2 + 0,42)}{9,8} \approx 0,87 \text{ м} .$$

Ответ: $h \approx 0,87 \text{ м}$.

Пример 6. Горизонтальная платформа массой $m = 80$ кг и радиусом $R = 1,0$ м вращается с частотой $n_1 = 20$ об/мин. В центре платформы стоит человек и держит в расставленных руках гири. С какой частотой n_2 будет вращаться платформа, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от $I_{ч1} = 2,94 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ до $I_{ч2} = 0,98 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$? Считать платформу однородным диском.

Дано

$$m = 80 \text{ кг}$$

$$R = 1,0 \text{ м}$$

$$n_1 = 20 \text{ об/мин}$$

$$I_{\text{ч1}} = 2,94 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$I_{\text{ч2}} = 0,98 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$n_2 = ?$$

СИ

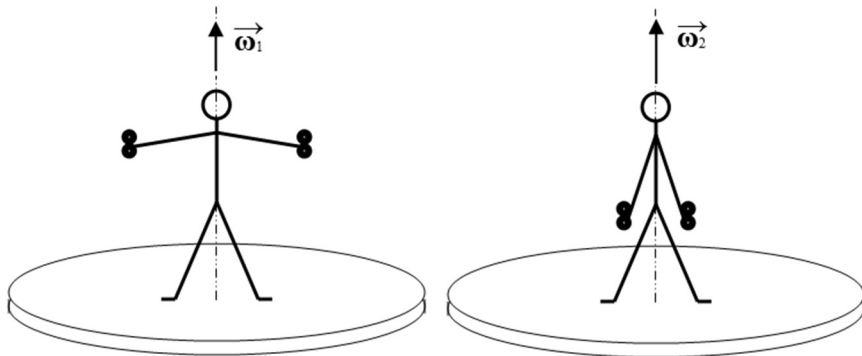
$$n_1 = \frac{1}{3} \text{ об/с}$$

Решение

На рассматриваемую систему «платформа + человек + гири» действуют внешние силы: силы тяжести и сила реакции опоры (трением пренебрегаем).

Указанные силы направлены вдоль оси вращения и не создают вращающих моментов. Поэтому для данной системы можно применить закон сохранения момента импульса:

$$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2. \quad (1)$$



Здесь I_1 – момент инерции системы «платформа + человек + гири» в первом положении; I_2 – момент инерции системы во втором положении; ω_1 и ω_2 – угловые скорости вращения системы в соответствующих положениях.

Момент инерции – величина аддитивная, следовательно, момент инерции системы складывается из моментов инерции элементов, ее составляющих, т. е. в начальном положении:

$$I_1 = I_{\text{пл}} + I_{\text{ч1}}, \quad (2)$$

и в положении, когда человек опустил руки:

$$I_2 = I_{\text{пл}} + I_{\text{ч2}}. \quad (3)$$

По условию задачи платформу можно считать однородным диском, следовательно,

$$I_{\text{пл}} = \frac{mR^2}{2}. \quad (4)$$

Угловая скорость ω и частота вращения n связаны соотношением:

$$\omega = 2\pi n. \quad (5)$$

Подставляя выражения (2), (3), (4), (5) в (1) и преобразуя полученное выражение, найдем искомую величину n_2 :

$$\left(\frac{mR^2}{2} + I_{\text{ч1}} \right) 2\pi n_1 = \left(\frac{mR^2}{2} + I_{\text{ч2}} \right) 2\pi n_2;$$

$$(mR^2 + 2I_{\text{ч1}})n_1 = (mR^2 + 2I_{\text{ч2}})n_2;$$

$$n_2 = n_1 \frac{mR^2 + 2I_{\text{ч1}}}{mR^2 + 2I_{\text{ч2}}}.$$

Легко убедиться, что размерность левой и правой части совпадают. Проведем вычисления:

$$n_2 = \frac{1}{3} \frac{80 \cdot 1^2 + 2 \cdot 2,94}{80 \cdot 1^2 + 2 \cdot 0,98} = \frac{85,88}{245,88} \approx 0,35 \text{ об/с}.$$

Ответ: $n_2 \approx 0,35$ об/с.

Пример 7. С какой скоростью двигались в K -системе отсчета часы, если за время $t = 5,0$ с (в K -системе) они отстали от часов этой системы на $\Delta t = 0,10$ с?

Дано

$$t = 5,0 \text{ с}$$

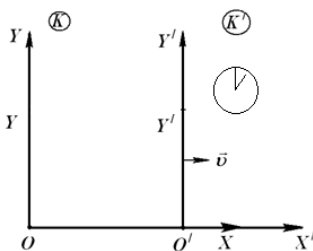
$$\Delta t = 0,10 \text{ с}$$

$$v = ?$$

Решение

Свяжем систему отсчета K' с движущимися часами.

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}},$$



где t_0 – промежуток времени, измеренный часами, связанными с движущейся системой отсчета (собственное время); t – тот же промежуток, измеренный часами, связанными с неподвижной системой отсчета.

Разница в показаниях часов будет определяться выражением

$$\Delta t = t - t_0 = t - t \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}.$$

Проведя серию математических преобразований, получим:

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1 - \left(1 - \frac{\Delta t}{t}\right)^2; \quad v = c \sqrt{1 - \left(1 - \frac{\Delta t}{t}\right)^2} = \frac{c}{t} \sqrt{\Delta t(2t - \Delta t)}.$$

Проверка по размерности очевидна: $[v] = \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Проведем вычисления:

$$v = \frac{3 \cdot 10^8}{5} \sqrt{0,1 \cdot 9,9} = 0,597 \cdot 10^8 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right) \approx 0,60 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v \approx 0,60 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

Пример 8. Собственное время жизни некоторой нестабильной частицы $t_0 = 10 \text{ нс}$. Найти путь, который пролетит эта частица до распада в лабораторной системе отсчета, где время ее жизни составляет $t = 20 \text{ нс}$.

Дано

$$t_0 = 10,0 \cdot 10^{-9} \text{ с}$$

$$t = 20,0 \cdot 10^{-9} \text{ с}$$

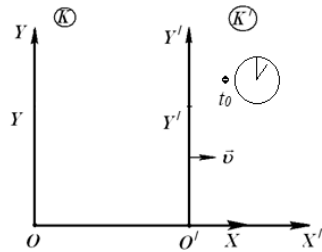
$l - ?$

Решение

1 способ

В системе отсчета K' частица покоится, в системе отсчета K движется со скоростью v .

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}},$$



где t_0 – собственное время жизни; t – время жизни в системе отсчета K ($t_0 > t$).

Найдем путь, пройденный частицей в системе K : $l = tv$.

Для нахождения скорости движения частицы воспользуемся уравнением, связывающим собственное время с временем жизни в лабораторной системе отсчета:

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}, \Rightarrow v = c \sqrt{1 - \left(\frac{t_0}{t}\right)^2}.$$

Тогда пройденное (в системе K) частицей расстояние будет определяться выражением

$$l = tv = tc \sqrt{1 - \left(\frac{t_0}{t}\right)^2} = c \sqrt{t^2 - t_0^2}.$$

Проверка по размерности очевидна: $[l] = \frac{\text{м}}{\text{с}} \sqrt{\text{с}^2} = \text{м}$.

2 способ

Для решения поставленной задачи учтем, что интервал между событиями является инвариантной величиной. Следовательно,

$$s_{12(K)} = s_{12(K')}.$$

Интервал в лабораторной системе отсчета: $s_{12(K)} = \sqrt{c^2 t^2 - l^2}$, интервал в собственной системе отсчета (частица покоится): $s_{12(K')} = \sqrt{c^2 t_0^2}$. Тогда $\sqrt{c^2 t^2 - l^2} = \sqrt{c^2 t_0^2}$, следовательно $l = c\sqrt{t^2 - t_0^2}$. Получили такой же результат, как и в первом способе.

Проведем вычисления:

$$l = 3 \cdot 10^8 \sqrt{400 \cdot 10^{-18} - 100 \cdot 10^{-18}} = 3\sqrt{4-1} = 3\sqrt{3} \approx 5,20 \text{ м.}$$

Ответ: $l \approx 5,20 \text{ м.}$

Пример 9. Какова скорость микрочастицы, если ее кинетическая энергия в 9 раз больше энергии покоя?

Дано	Решение
$T = 9E_0$	Энергия покоя частицы $E_0 = mc^2$.
$v = ?$	Кинетическая энергия частицы $T = E - E_0$.
	По условию задачи $T = 9E_0$.

Следовательно, полная энергия частицы в условиях задачи равна

$$E = T + E_0 = 10E_0 = 10mc^2.$$

Полная энергия частицы определяется выражением $E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.

$$\text{Тогда } 10mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Следовательно, для скорости частицы получим

$$v = c\sqrt{0,99} \approx 0,995c \approx 2,98 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v \approx 2,98 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$

Пример 10. Неподвижная частица массой M распадается на две одинаковые частицы массой $m = 0,4M$. Найти скорость, с которой движется каждая из частиц.

Дано	Решение
M	Поскольку после распада образовались две одинаковые частицы, в соответствии с законом сохранения импульса скорость образовавшихся частиц будет одинаковой.
$m = 0,4M$	
$v - ?$	

Согласно закону сохранения энергии суммарная полная энергия образовавшихся частиц должна быть равна энергии покоя исходной частицы:

$$Mc^2 = 2 \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

По условию задачи $m = 0,4M$, что при подстановке дает:

$$Mc^2 = 2 \frac{0,4Mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 0,8.$$

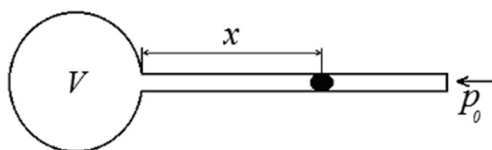
Решая полученное уравнение для скорости частицы, будем иметь: $v = 0,6c$.

Ответ: $v = 0,6c \approx 1,8 \cdot 10^8$ м/с.

Пример 11. Газовый термометр состоит из шара с припаянной к нему горизонтальной стеклянной трубкой. Капелька ртути, помещенная в трубку, отделяет объем шара с газом от атмосферы. Площадь поперечного сечения трубки $S = 0,10 \text{ см}^2$. При $T_1 = 273 \text{ К}$ капля ртути находилась на расстоянии $x_1 = 30 \text{ см}$ от поверхности шара, при $T_2 = 278 \text{ К}$ – на расстоянии $x_2 = 50 \text{ см}$. Найти объем шара V . Давление считать постоянным.

Дано	СИ
$S = 0,10 \text{ см}^2$	$S = 10^{-5} \text{ м}^2$
$T_1 = 273 \text{ К}$	
$x_1 = 30 \text{ см}$	$x_1 = 0,30 \text{ м}$
$T_2 = 278 \text{ К}$	
$x_2 = 50 \text{ см}$	$x_2 = 0,50 \text{ м}$
$V - ?$	

Решение



Во время измерения считается, что внешнее давление не изменяется и, поскольку система находится в состоянии термодинамического равновесия, давление внутри термометра равно внешнему давлению p_0 , следовательно, процесс изменения температуры можно считать изобарическим.

Запишем для этого процесса закон Шарля, связывающий начальное и конечное состояние:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}, \quad (1)$$

где

$$V_1 = V + Sx_1, \quad (2)$$

$$V_2 = V + Sx_2. \quad (3)$$

Подставляя выражения (2), (3) в (1) и преобразуя полученное выражение, найдем искомую величину V :

$$\begin{aligned} \frac{V + Sx_1}{T_1} &= \frac{V + Sx_2}{T_2}; & T_2(V + Sx_1) &= T_1(V + Sx_2); \\ T_2V + T_2Sx_1 &= T_1V + T_1Sx_2; & V &= \frac{S(T_1x_2 - T_2x_1)}{T_2 - T_1}. \end{aligned} \quad (4)$$

Проверим полученную формулу по размерности:

$$[V] = \frac{\text{м}^2 (\text{К} \cdot \text{м})}{\text{К}} = \text{м}^3.$$

Подставляем численные значения физических величин в (4) и получаем

$$V = \frac{10^{-5}(273 \cdot 0,5 - 278 \cdot 0,3)}{278 - 273} =$$

$$= \frac{10^{-5}(136,5 - 83,4)}{5} = 10,62 \cdot 10^{-5} \approx 0,11 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Ответ: $V \approx 0,11 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$.

Пример 12. В баллоне объемом $1,2 \text{ м}^3$ находится смесь 10 кг азота и 4 кг водорода при температуре 27°C . Определить давление и молярную массу смеси.

Дано	СИ	Решение
$V = 1,2 \text{ м}^3$	$T = 300 \text{ K}$	Для решения задачи воспользуемся законом Дальтона (давление смеси газов равно сумме их парциальных давлений):
$m_1 = 10 \text{ кг}$		
$m_2 = 4,0 \text{ кг}$		$p = p_1 + p_2.$
$t = 27^\circ\text{C}$		Для нахождения парциальных давлений компонентов смеси воспользуемся уравнением Клапейрона–Менделеева, применив его к азоту и водороду:
$p - ?$		
$\mu - ?$		

$$p_1 V = \frac{m_1}{\mu_1} RT; \quad p_2 V = \frac{m_2}{\mu_2} RT,$$

где μ_1 – молярная масса азота, $\mu_1 = 28 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$; μ_2 – молярная масса

водорода, $\mu_2 = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$; R – универсальная газовая постоянная,

$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$; T – температура газа; V – объем сосуда; p_1 и p_2 – парциальные давления азота и водорода соответственно. Парциальное

давление – это давление, которое бы производил газ, если бы только он один находился в сосуде.

С учетом записанных уравнений для давления смеси газов получим

$$p = \frac{m_1}{\mu_1} \frac{RT}{V} + \frac{m_2}{\mu_2} \frac{RT}{V} = \frac{RT}{V} \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right).$$

Проверим полученную формулу по размерности:

$$[p] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{м}^3} \left(\frac{\text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{кг}} \right) = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}.$$

Произведем вычисления:

$$p = \frac{8,31 \cdot 300}{1,2} \left(\frac{10}{28 \cdot 10^{-3}} + \frac{4}{2 \cdot 10^{-3}} \right) \approx 4,9 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Для нахождения молярной массы смеси запишем уравнение Клапейрона–Менделеева:

$$pV = \frac{m_1 + m_2}{\mu_{\text{см}}} RT.$$

Следовательно,

$$\mu_{\text{см}} = \frac{m_1 + m_2}{pV} RT.$$

Подставив в полученное уравнение найденное ранее выражение для давления смеси газов, для молярной смеси газов будем иметь

$$\mu_{\text{см}} = \frac{RT(m_1 + m_2)}{V} \frac{V}{RT \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right)} = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}}.$$

Проверка по размерности очевидна: $[\mu_{\text{см}}] = \frac{\text{кг}}{\text{моль}}.$

Выполним вычисления:

$$\mu_{\text{см}} = \frac{10 + 4}{\frac{10}{28 \cdot 10^{-3}} + \frac{4}{2 \cdot 10^{-3}}} \approx 5,9 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}.$$

Ответ: $p \approx 4,9 \cdot 10^6 \text{ Па}$, $\mu_{\text{см}} \approx 5,9 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

Пример 13. При температуре 1000 К возбуждены все степени свободы четырехатомных нелинейных молекул, образующих идеальный газ. Найти среднюю энергию движения молекулы такого газа. Какая часть этой энергии приходится на долю поступательного, вращательного и колебательного движения? Определить внутреннюю энергию одного моля такого газа.

Дано	Решение
$T = 1000 \text{ К}$	Средняя энергия молекулы газа определяется выражением
$s = 4$	
$\nu = 1 \text{ моль}$	$\varepsilon = \frac{i}{2} kT,$
$\varepsilon - ?$	
$\eta_{\text{пос}} - ?$	где T – температура газа; k – постоянная Больцмана, $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$; i – число степеней свободы молекулы.
$\eta_{\text{вр}} - ?$	
$\eta_{\text{кол}} - ?$	
$U - ?$	

Число степеней свободы молекулы может быть найдено по формуле

$$i = i_{\text{пос}} + i_{\text{вр}} + 2i_{\text{кол}},$$

где $i_{\text{пос}} = 3$, $i_{\text{вр}} = 3$ (так как по условию задачи молекула нелинейная); $i_{\text{кол}} = 3s - (i_{\text{пос}} + i_{\text{вр}})$, где s – число атомов в молекуле.

По условию задачи молекулы, образующие газ, являются четырехатомными, следовательно, $s = 4$, $i = 3 + 3 + 2 \cdot 6 = 18$.

Тогда средняя энергия молекулы газа

$$\varepsilon = \frac{18}{2} kT = 9kT.$$

Проверка по размерности: $[\varepsilon] = \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \text{К} = \text{Дж}.$

Вычисления:

$$\varepsilon = 9 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 10^3 = 12,42 \cdot 10^{-20} \approx 1,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

Доля энергии молекулы, приходящаяся на поступательное движение:

$$\eta_{\text{пос}} = \frac{i_{\text{пос}}}{i}; \quad \text{в нашем случае } \eta_{\text{пос}} = \frac{3}{18} \approx 0,17.$$

Доля энергии молекулы, приходящаяся на вращательное движение:

$$\eta_{\text{вр}} = \frac{i_{\text{вр}}}{i}; \quad \text{в нашем случае } \eta_{\text{вр}} = \frac{3}{18} \approx 0,17.$$

Доля энергии молекулы, приходящаяся на колебательное движение:

$$\eta_{\text{кол}} = \frac{2i_{\text{кол}}}{i}; \quad \text{в нашем случае } \eta_{\text{кол}} = \frac{12}{18} \approx 0,67.$$

Внутреннюю энергию газа можно найти следующим образом:

$$U = N\varepsilon = \nu N_A \frac{i}{2} kT = \nu \frac{i}{2} kN_A T = \frac{i}{2} \nu RT.$$

Здесь N – число частиц газа, средняя энергия которых равна ε , $N = \nu N_A$, ν – количество вещества, N_A – число Авогадро, показывающее, какое число частиц содержится в одном моле; $kN_A = R$ – произведение постоянной Больцмана на число Авогадро дает универсальную газовую постоянную $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$

Проверка по размерности: $[U] = \text{моль} \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \text{К} = \text{Дж}.$

Вычисления: $U = \frac{18}{2} \cdot 8,31 \cdot 10^3 \approx 75 \text{ кДж.}$

Ответ: $\varepsilon \approx 1,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж, } \eta_{\text{пос}} \approx 0,17, \eta_{\text{вр}} \approx 0,17, \eta_{\text{кол}} \approx 0,67,$
 $U \approx 75 \text{ кДж.}$

Пример 14. 2 кг кислорода нагревают при постоянном давлении от 17°C до 127°C . Определить изменение внутренней энергии газа, совершенную газом работу и количество подведенной к газу теплоты.

Дано	СИ	Решение
O_2		Изменение внутренней энергии газа может быть найдено по формуле
$m = 2,00 \text{ кг}$		
$t_1 = 17,0^\circ\text{C}$	$T_1 = 290 \text{ К}$	$\Delta U = \frac{m}{\mu} C_V (T_2 - T_1),$
$t_2 = 127^\circ\text{C}$	$T_2 = 400 \text{ К}$	где m – масса газа; μ – молярная масса
$p = \text{const}$		газа, для кислорода $\mu = 32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}};$
$\Delta U - ?$		
$A - ?$		
$Q - ?$		

C_V – молярная теплоемкость при постоянном объеме; T_2 – конечная температура газа; T_1 – начальная температура газа.

Молярная теплоемкость для двухатомных газов $C_V = \frac{5}{2} R$; R – универсальная газовая постоянная, $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$, следовательно:

$$\Delta U = \frac{5}{2} \cdot \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1).$$

Проверка по размерности: $[\Delta U] = \frac{\text{кг}}{\text{кг/моль}} \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \text{К} = \text{Дж.}$

Вычисления: $\Delta U = \frac{5}{2} \frac{2}{32 \cdot 10^{-3}} 8,31 (400 - 290) \approx 143 \text{ кДж.}$

Работа, совершенная газом при изобарическом процессе, определяется выражением

$$A = p(V_2 - V_1),$$

где p – давление газа; $(V_2 - V_1)$ – изменение его объема.

Выражение для работы газа можно преобразовать, используя уравнение Клапейрона–Менделеева, записанное для двух состояний газа:

$$pV_1 = \frac{m}{\mu} RT_1; \quad pV_2 = \frac{m}{\mu} RT_2.$$

С учетом записанных уравнений для работы газа получим

$$A = \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1).$$

Проверка по размерности: $[A] = \frac{\text{кг}}{\text{кг/моль}} \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \text{К} = \text{Дж}.$

Вычисления: $A = \frac{2}{32 \cdot 10^{-3}} 8,31(400 - 290) \approx 57 \text{ кДж}.$

Для нахождения полученного газом количества теплоты воспользуемся первым законом термодинамики, представляющим собой закон сохранения энергии для тепловых процессов:

$$Q = \Delta U + A.$$

Преобразуем записанную формулу с учетом найденных ранее выражений для изменения внутренней энергии газа ΔU и совершенной им работы A , тогда

$$Q = \frac{5}{2} \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1) + \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1) = \frac{7}{2} \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1).$$

Проверка по размерности:

$$[Q] = \frac{\text{кг}}{\text{кг/моль}} \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \text{К} = \text{Дж}.$$

Вычисления: $Q = \frac{7}{2} \frac{2}{32 \cdot 10^{-3}} 8,31(400 - 290) \approx 200 \text{ кДж}$.

Ответ: $\Delta U \approx 143 \text{ кДж}$; $A \approx 57 \text{ кДж}$; $Q \approx 200 \text{ кДж}$.

Пример 15. Найти изменение энтропии 280 г азота при изотермическом увеличении его объема в 5 раз.

Дано	СИ	Решение
N_2	$m = 0,280 \text{ кг}$	Будем полагать, что процесс, описанный в условии задачи, является равновесным. Изменение энтропии в равновесном процессе определяется формулой
$m = 280 \text{ г}$		
$T = \text{const}$		
$\frac{V_2}{V_1} = 5$		$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$
$\Delta S - ?$		

Для нахождения δQ запишем первое начало термодинамики:

$$\delta Q = dU + \delta A.$$

По условию задачи процесс является изотермическим, следовательно, $T = \text{const}$, $dT = 0$, $\delta U = 0$, $\delta Q = \delta A$.

Элементарная работа находится по формуле $\delta A = p dV$.

Давление найдем из уравнения Клапейрона–Менделеева:

$$p = \frac{m}{\mu} \frac{RT}{V}.$$

Таким образом, для изменения энтропии получим

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{\delta A}{T} = \int_1^2 \frac{p dV}{T} = \int_1^2 \frac{m}{\mu} R \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} R \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right).$$

Проверим полученную формулу по размерности:

$$[\Delta S] = \frac{\text{кг}}{\text{кг/моль}} \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} = \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

Выполним вычисления, учитывая значения для универсальной газовой постоянной $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ и молярной массы азота $\mu = 28 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$:

$$\Delta S = \frac{0,28}{28 \cdot 10^{-3}} 8,31 \ln(5) \approx 134 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

Ответ: $\Delta S \approx 134 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$

Пример 16. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу 150 кДж. Температура нагревателя составляет 400 К, а температура охладителя 260 К. Найти КПД машины, количество теплоты, получаемое за один цикл от нагревателя, и количество теплоты, отдаваемое за один цикл охладителю.

Дано:	СИ	Решение
$A = 150 \text{ кДж}$	$A = 1,50 \cdot 10^5 \text{ Дж}$	КПД идеальной тепловой машины определяется формулой
$T_1 = 400 \text{ К}$		$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (1)$
$T_2 = 260 \text{ К}$		где T_1 – температура нагревателя;
$\eta - ?$		T_2 – температура охладителя.
$Q_1 - ?$		
$Q_2 - ?$		

Подставляя числовые значения в записанное уравнение для коэффициента полезного действия, получаем

$$\eta = \frac{400 - 260}{400} = 0,350, \text{ или } 35,0 \, \%.$$

С другой стороны, КПД тепловой машины выражается формулой

$$\eta = \frac{A}{Q_1}, \quad (2)$$

где A – работа, совершаемая тепловой машиной за один цикл; Q_1 – количество теплоты, полученное от нагревателя.

Приравнивая выражения (1) и (2) и выражая Q_1 , получим:

$$\frac{A}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad Q_1 = A \frac{T_1}{T_1 - T_2}. \quad (3)$$

Проверка по размерности очевидна: $[Q_1] = \text{Дж}$.

Выполним вычисления: $Q_1 = 1,5 \cdot 10^5 \frac{400}{400 - 260} \approx 4,29 \cdot 10^5 \text{ Дж}$.

Для нахождения количества теплоты, отданной охладителю, учтем, что работа A , совершенная за один цикл, определяется разностью, полученной от нагревателя Q_1 и отданной охладителю Q_2 теплоты: $A = Q_1 - Q_2$, следовательно, $Q_2 = Q_1 - A$.

С учетом полученного ранее выражения (3) для Q_1 находим Q_2 :

$$Q_2 = A \frac{T_1}{T_1 - T_2} - A = A \frac{T_2}{T_1 - T_2}.$$

Проверка по размерности очевидна: $[Q_2] = \text{Дж}$.

Произведем вычисления: $Q_2 = 1,5 \cdot 10^5 \frac{260}{400 - 260} \approx 2,77 \cdot 10^5 \text{ Дж}$.

Ответ: $\eta = 0,350$; $Q_1 \approx 4,29 \cdot 10^5 \text{ Дж}$, $Q_2 \approx 2,77 \cdot 10^5 \text{ Дж}$.

9. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ № 1

Содержание		Номера задач
1	Кинематика поступательного и вращательного движения материальной точки	101–110
2	Динамика, законы Ньютона	111–120
3	Импульс и энергия материальной точки. Закон сохранения импульса и энергии. Работа	121–130
4	Вращательное движение твердого тела. Закон сохранения момента импульса	131–140
5	Элементы специальной теории относительности.	141–150
6	Идеальный газ. Основное уравнение МКТ. Уравнение состояния идеального газа	151–160
7	Первый закон термодинамики. Работа идеального газа. Изопроцессы. Теплоемкость идеального газа	161–170
8	Тепловые машины. Цикл Карно. КПД идеальной тепловой машины	171–180
9	Энтропия. Второе начало термодинамики. Статистический смысл энтропии	181–190

**10. ТАБЛИЦА ВАРИАНТОВ ЗАДАЧ
К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 1**

Вариант	Номера задач								
0	110	120	130	140	150	160	170	180	190
1	101	111	121	131	141	151	161	171	181
2	102	112	122	132	142	152	162	172	182
3	103	113	123	133	143	153	163	173	183
4	104	114	124	134	144	154	164	174	184
5	105	115	125	135	145	155	165	175	185
6	106	116	126	136	146	156	166	176	186
7	107	117	127	137	147	157	167	177	187
8	108	118	128	138	148	158	168	178	188
9	109	119	129	139	149	159	169	179	189

11. ЗАДАЧИ

101. Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения имеет вид $x = At + Bt^3$, где $A = 3,0$ м/с, $B = 6,0$ см/с³. Найти скорость и ускорение точки в момент $t_1 = 0$ и $t_2 = 3,0$ с. Каково среднее значение скорости за первые 3,0 с движения?

102. Уравнение движения материальной точки вдоль оси OX имеет вид $x = A + Bt + Ct^3$, где $A = 2,0$ м, $B = 1,0$ м/с, $C = -0,50$ м/с³. Найти координату x , скорость v_x и ускорение a_x в момент $t = 2,0$ с.

103. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = A + Bt + Ct^2$, где $A = 10$ рад, $B = -20$ рад/с, $C = -20$ рад/с². Найти полное ускорение точки, находящейся на расстоянии $R = 0,10$ м от оси вращения в момент $t = 4,0$ с.

104. По прямой линии движутся две материальные точки согласно уравнениям $x_1 = A_1 + B_1t + C_1t^2$ и $x_2 = A_2 + B_2t + C_2t^2$, где $A_1 = 10$ м, $B_1 = 1,0$ м/с, $C_1 = -2,0$ м/с², $A_2 = 3,0$ м, $B_2 = 2,0$ м/с, $C_2 = 0,20$ м/с². В какой момент скорости этих точек будут одинаковы? Найти ускорения a_1 и a_2 этих точек в момент $t = 3,0$ с.

105. Определить полное ускорение a в момент $t = 3,0$ с точки, находящейся на ободе колеса радиусом $R = 0,50$ м, вращающегося согласно уравнению $\varphi = At + Bt^3$, где $A = 2,0$ рад/с, $B = 0,20$ рад/с³.

106. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = At - Bt^2$, где $A = 10$ рад/с, $B = 2,0$ рад/с². Через какое время тело остановится и сколько оборотов сделает до остановки?

107. Сколько оборотов сделало тело за время, в течение которого частота увеличилась от $5,0$ с⁻¹ до 20 с⁻¹? Угловое ускорение равно $2,0$ с⁻².

108. Тело вращается равноускоренно с начальной угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с и угловым ускорением $\varepsilon = 2,0$ рад/с². Сколько оборотов сделает тело за время $\Delta t = 10$ с от начала движения?

109. Диск радиусом $R = 10$ см, находившийся в состоянии покоя, начал вращаться с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 0,50$ рад/с². Каковы были тангенциальное a_t , нормальное a_n и полное a ускорение точек, лежащих на ободе диска, в конце второй секунды после начала вращения?

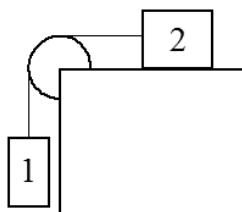
110. Движение материальной точки описывается уравнением $x = At^3 + Bt^2$, где $A = 2,0$ м/с³, $B = 3,0$ м/с². Найти скорость и ускорение точки в момент $t = 2,0$ с и среднюю скорость за первые две секунды движения.

111. Чему равен коэффициент трения колес автомобиля о дорогу, если при скорости автомобиля 10 м/с тормозной путь равен $8,0$ м?

112. Определить максимальное значение скорости, с которой автомобиль может двигаться по закруглению асфальтированного шоссе радиусом $R = 100$ м, если коэффициент трения между шинами автомобиля и асфальтом $0,60$.

113. К потолку трамвайного вагона на нити подвешен шар. Вагон тормозится, и его скорость равномерно уменьшается от 18 до 6 км/ч за $3,0$ с. На какой угол при этом отклонится нить?

114. Невесомый блок укреплен на конце стола. Гири 1 и 2 одинаковой массой $m_1 = m_2 = 1,0$ кг соединены нитью и перекинуты через блок. Коэффициент трения гири 2 о стол $\mu = 0,10$. Найти ускорение a , с которым движутся гири, и силу натяжения нити T . Трением в блоке пренебречь.



115. На горизонтальной поверхности лежит тело массой 5,0 кг. Какой путь пройдет это тело за 1,0 с, если к нему приложить силу 50 Н, образующую угол 60° с горизонтом? Коэффициент трения между телом и поверхностью равен 0,20.

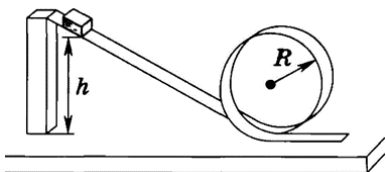
116. Брусok движется вверх по наклонной плоскости со скоростью 10 м/с. Определить путь, пройденный бруском до остановки, и время его движения, если коэффициент трения 0,50, а угол наклона плоскости 10° .

117. Тело массой $m = 0,50$ кг движется прямолинейно, причем зависимость координаты X от времени t описывается уравнением $X = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$ м, где $C = 5,0$ м/с² и $D = 1,0$ м/с³. Найти силу F , действующую на тело в конце первой секунды движения.

118. Через неподвижный блок перекинута легкая нерастяжимая нить, на концах которой подвешены два груза массами 200 и 300 г. Какой путь пройдет каждый из грузов за 1,0 с? Считать, что блок вращается без трения. Массой блока пренебречь.

119. К динамометру, подвешенному в кабине лифта, прикреплен груз массой 5,0 кг. Лифт движется вверх. Определить ускорение лифта, считая его одинаковым по модулю при разгоне и торможении, если известно, что во время разгона показание динамометра больше, чем при торможении, на 15 Н.

120. Тело массой $1,0^4$ кг, двигаясь равнозамедленно по горизонтальной поверхности, за 20 с прошло путь 20 м, после чего остановилось. Найти силу трения, коэффициент трения и начальную скорость тела.



121. По скату, переходящему в «мертвую петлю», радиусом $R = 0,5$ м начинает скользить без трения небольшое тело. Определить наименьшую высоту, с которой тело должно начать движение, чтобы пройти петлю, не отрываясь от желоба?

122. Метеорит и ракета движутся под углом 90° друг к другу. Ракета попадает в метеорит и застревает в нем. Масса метеорита m , масса ракеты $m/2$, скорость метеорита v , скорость ракеты $2v$. Определить импульс метеорита и ракеты после столкновения.

123. Человек массой 70 кг находится на корме неподвижной лодки, длина которой 5,0 м и масса 280 кг. Человек переходит на нос лодки. На какое расстояние передвинется лодка относительно воды? Человека принять за материальную точку.

124. Человек массой $m_1 = 60$ кг, бегущий со скоростью $v_1 = 8,0$ км/ч, догоняет тележку массой $m_2 = 80$ кг, движущуюся со скоростью $v_2 = 2,9$ км/ч, и вскакивает на нее. С какой скоростью v'_2 станет двигаться тележка? С какой скоростью будет двигаться тележка, если человек бежал ей навстречу?

125. Снаряд, летевший горизонтально со скоростью $v_0 = 500$ м/с, разорвался на два осколка. Меньший осколок, масса которого составляет 20 % от общей массы снаряда, полетел в противоположном направлении со скоростью $v_1 = 200$ м/с. Определить скорость большего осколка v_2 .

126. Груз массой $m = 2,0$ кг падает с высоты $H = 5,0$ м и заглубляется в мягкий грунт на $h = 5,0$ см. Определить среднюю силу сопротивления грунта.

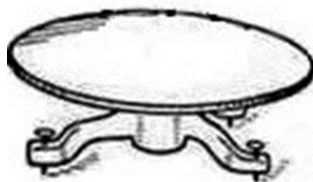
127. Шар массой $m_1 = 3,0$ кг движется со скоростью $v_1 = 2,0$ м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой $m_2 = 5,0$ кг. Какая работа будет совершена при деформации шаров? Удар считать абсолютно неупругим, прямым, центральным.

128. Шар массой $m_1 = 0,20$ кг, движущийся со скоростью $v_1 = 10$ м/с, ударяет неподвижный шар массой $m_2 = 0,80$ кг. Удар прямой, абсолютно упругий. Каковы будут скорости шаров после удара?

129. Конькобежец массой $m_1 = 70$ кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой $m_2 = 3,0$ кг со скоростью $v_2 = 8,0$ м/с. Найти, на какое расстояние откатится при этом конькобежец, если коэффициент трения коньков о лед $\mu = 0,020$.

130. Вагон массой $m = 1,6 \cdot 10^4$ кг, двигавшийся со скоростью $v = 0,60$ м/с, налетев на пружинный буфер, остановился, сжав пружины на $\Delta L = 8,0$ см. Найти общую жесткость k пружин буфера.

131. На краю неподвижной скамьи Жуковского (см. рисунок) диаметром $D = 0,80$ м и массой $m_1 = 6,0$ кг стоит человек массой $m_2 = 60$ кг. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться скамья, если человек поймает летящий на него мяч массой $m = 0,50$ кг? Траектория мяча горизонтальна и проходит на расстоянии $r = 0,40$ м от оси скамьи. Скорость мяча $v = 5,0$ м/с. Размерами тела человека при решении задачи можно пренебречь.



132. На скамье Жуковского (см. рисунок к задаче 131) стоит человек и держит в руках стержень вертикально по оси вращения скамьи. Скамья с человеком вращается с угловой скоростью $\omega_1 = 4,0$ рад/с. С какой угловой скоростью ω_2 будет вращаться скамья с человеком, если человек повернет стержень так, чтобы он занял горизонтальное положение? Какую работу при этом совершает человек? Суммарный момент инерции человека и скамьи $I = 5,0$ кг·м². Длина стержня $L = 1,8$ м, масса $m = 6,0$ кг. Считать, что центр масс стержня с человеком находится на оси платформы.

133. Платформа в виде однородного диска радиусом $R = 1,0$ м и массой $m = 240$ кг вращается по инерции с частотой $n = 60$ об/мин. На краю платформы стоит человек, масса которого $m = 80$ кг. С какой частотой будет вращаться платформа, если человек перейдет в ее центр? Какую работу совершит при этом человек? Человека принять за материальную точку.

134. На вал диаметром $D = 20$ см намотан шнур, к которому привязан груз массой $m = 0,20$ кг. Опускаясь равноускоренно, груз прошел путь $S = 1,60$ м за $4,0$ с. Определить момент инерции маховика.

135. Маховик в виде сплошного диска равномерно вращается вокруг оси, проходящей через его центр перпендикулярно поверхности диска. Под действием тормозящего момента $M = 0,60$ Н · м маховик останавливается, сделав $N = 10$ оборотов. С какой частотой вращался диск, если его масса $m = 1,50$ кг, а радиус $R = 0,10$ м?

136. Тонкостенный цилиндр, масса которого $m = 12$ кг, а диаметр $D = 30$ см, вращается в соответствии с уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где $A = 4,0$ рад, $B = -2,0$ рад/с, $C = 0,20$ рад/с³. Определить действующий на цилиндр момент сил в момент $t = 3,0$ с.

137. Определить момент силы, который необходимо приложить к блоку, вращающемуся с частотой $\nu_0 = 12$ с⁻¹, чтобы он остановился в течение времени $\Delta t = 8,0$ с. Диаметр блока $D = 30$ см. Массу блока $m = 6,0$ кг считать равномерно распределенной по ободу.

138. Маховик, момент инерции которого $I = 40$ кг · м², начал вращаться равноускоренно из состояния покоя под действием момента сил $M = 20$ Н · м. Равноускоренное движение продолжалось в течение $t = 10$ с. Определить кинетическую энергию, приобретенную маховиком за это время.

139. Через блок, имеющий форму сплошного диска, перекинут шнур. К концам шнура привязаны грузики массой $m_1 = 100$ г и $m_2 = 110$ г. С каким ускорением будут двигаться грузики, если масса блока $m = 400$ г? Трение при вращении блока ничтожно мало.

140. На обод маховика диаметром $D = 60$ см намотан шнур, к которому привязан груз массой $m = 2,0$ кг. Определить момент инерции маховика, если он, вращаясь равноускоренно под действием груза, за время $t = 3,0$ с приобрел угловую скорость $\omega = 9,0$ рад/с.

141. Фотонная ракета движется относительно Земли со скоростью $v = 0,6c$. Во сколько раз замедлится ход времени в ракете с точки зрения земного наблюдателя?

142. В лабораторной системе отсчета (K -система) пи-мезон с момента рождения до момента распада пролетел расстояние $l = 75$ м. Скорость v пи-мезона равна $0,995c$. Определить собственное время жизни t_0 мезона и время жизни в лабораторной системе отсчета (c – скорость света в вакууме).

143. Стержень движется в продольном направлении с постоянной скоростью v относительно инерциальной K -системы отсчета. При каком значении v длина стержня в этой системе отсчета будет на $\eta = 1\%$ меньше его собственной длины?

144. Измеряется длина движущегося метрового стержня прибором с точностью до $0,5$ мкм. Стержень движется в продольном направлении. При какой скорости движения можно заметить изменение его длины?

145. С космического корабля, удаляющегося от Земли со скоростью $0,75c$, стартует ракета в направлении движения корабля. Скорость ракеты относительно Земли $0,96c$. Какова скорость ракеты относительно корабля? (c – скорость света в вакууме).

146. Две галактики разбегаются от центра Вселенной в противоположных направлениях с одинаковыми скоростями $0,8c$ относительно центра. С какой скоростью они удаляются друг от друга? (c – скорость света в вакууме).

147. Ускоритель сообщил радиоактивному ядру скорость $v_1 = 0,4c$. В момент вылета из ускорителя ядро выбросило в направлении своего движения β -частицу со скоростью $v_2 = 0,75c$ относительно ускорителя. Найти скорость β -частицы относительно ядра (c – скорость света в вакууме).

148. Какую долю от скорости света составляет скорость частицы, если ее кинетическая энергия равна половине энергии покоя?

149. Во сколько раз кинетическая энергия частицы превосходит ее энергию покоя, если релятивистский импульс частицы превышает ньютоновский импульс в 4 раза?

150. Определить скорость частицы, если ее полная энергия в 10 раз больше энергии покоя.

151. Определить концентрацию молекул n кислорода, находящегося в сосуде вместимостью $V = 2,0$ л. Количество вещества кислорода составляет $\nu = 0,20$ моль.

152. Сколько молекул содержит 1,0 г водяного пара?

153. В сосуде вместимостью 40 л находится кислород при температуре 27°C . Когда часть газа израсходовали, давление в баллоне понизилось на 100 кПа. Определить массу израсходованного кислорода. Процесс считать изотермическим.

154. Определить массу газа в баллоне вместимостью 90 л при температуре 295 К и давлении $5,0 \cdot 10^5$ Па, если его плотность при нормальных условиях $1,3$ кг/м³.

155. В сосуде емкостью 50 л находится азот при температуре 17°C . Вследствие утечки газа давление уменьшилось на 80 кПа. Определить массу газа, вышедшего из баллона. Температуру считать неизменной.

156. В сосуде находится 14 г азота и 9,0 г водорода при температуре 10°C и давлении 1,0 МПа. Найти молярную массу μ смеси и объем V сосуда.

157. В сосуде находится масса 10 г углекислого газа и масса 20 г азота. Найти плотность ρ смеси при температуре 27°C и давлении 100 кПа.

158. Кислород массой 10 г с давлением 304 кПа и температурой 10°C после расширения вследствие нагревания при постоянном давлении занял объем 10 л. Найти объем газа до расширения и температуру газа после расширения.

159. Найти число молекул в единице объема сосуда ($1,0 \text{ м}^3$) для водорода, находящегося при давлении $266,6 \text{ Па}$, если средняя квадратичная скорость его молекул составляет $2,4 \text{ км/с}$.

160. Определить среднее значение полной кинетической энергии одной молекулы гелия, кислорода и водяного пара при температуре 400 К .

161. Гелий массой 50 г , имевший температуру 250 К , был адиабатически сжат. При этом внешними силами была совершена работа 20 кДж . Определить конечную температуру газа. Построить график процесса в координатах PV .

162. Кислород массой 20 г , имевший температуру 200 К , был адиабатически сжат так, что его объем уменьшился в 5 раз. Определить конечную температуру газа и работу сжатия, совершенную внешними силами. Построить график процесса в координатах PV .

163. Плотность некоторого двухатомного газа при нормальных условиях составляет $88,2 \text{ г/м}^3$. Найти удельные теплоемкости c_v и c_p этого газа.

164. 10 г водорода, находящегося при температуре 27°С , за счет притока тепла извне расширяется при $p = \text{const}$ так, что его объем увеличивается втрое. Найти изменение внутренней энергии газа, работу расширения газа и количество теплоты, сообщенное газу. Построить график процесса в координатах PV .

165. Трехатомному газу сообщено количество теплоты 200 кДж . Газ расширяется при $p = \text{const}$. Найти работу расширения газа и изменение его внутренней энергии. Построить график процесса в координатах PV .

166. Масса 20 г кислорода изотермически расширяется при температуре 0°С , причем его давление изменяется от 200 до 100 кПа . Найти работу, совершенную газом при расширении, изменение его внутренней энергии и полученную газом теплоту. Построить график процесса в координатах PV .

167. Найти удельную теплоемкость азота для: а) $V = \text{const}$; б) $p = \text{const}$.

168. Азот массой 400 г, имевший температуру 200 К, был адиабатически сжат. При этом внешними силами была совершена работа 30 кДж. Определить конечную температуру газа. Построить график процесса в координатах PV .

169. На нагревание массы 40 г углекислого газа от температуры 20 °С до 50° С затрачено количество теплоты 680 Дж. При каких условиях нагревался газ (при постоянном объеме или при постоянном давлении)?

170. 200 г кислорода охлаждают при постоянном давлении от 400 до 300 К. Определить изменение внутренней энергии газа, работу, совершенную газом, и количество выделенной теплоты. Построить график процесса в координатах PV .

171. Тепловая машина, работающая по циклу Карно, имеет температуру нагревателя 450 К. Отдавая охладителю теплоту 14 кДж, за один цикл машина совершает работу 6,0 кДж. Найти температуру охладителя.

172. Газ, совершающий цикл Карно, получил от нагревателя теплоту 5,6 кДж и за один цикл совершил работу 2,2 кДж. Определить температуру охладителя, если температура нагревателя 500 К.

173. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Температура нагревателя 450 К, температура охладителя 270 К. Определить КПД цикла, а также работу A_1 , совершенную при изотермическом расширении, если при изотермическом сжатии совершена работа $A_2 = 60$ Дж.

174. Температура нагревателя идеального теплового двигателя 127 °С, а температура холодильника 27 °С. Ежесекундно двигатель получает от нагревателя $60,0 \cdot 10^3$ Дж теплоты. Чему равна мощность этого двигателя?

175. Идеальная тепловая машина, совершающая цикл Карно, отдает охладителю теплоту 3,0 кДж, совершая при этом работу 600 Дж. Определить: 1) КПД цикла; 2) во сколько раз температура нагревателя T_1 больше температуры охладителя T_2 .

176. Два моля идеального двухатомного газа, являясь рабочим веществом тепловой машины, совершают цикл, состоящий из изохоры, изотермы и изобары. Максимальный объем газа в три раза больше минимального, изотермический процесс протекает при температуре 450 К. Найти КПД цикла и работу, совершаемую за цикл.

177. Газ, являясь рабочим веществом тепловой машины, за один цикл Карно совершает работу 5000 Дж, отдавая охладителю теплоту 15 кДж. Определить температуру нагревателя, если температура охладителя 300 К.

178. Идеальная тепловая машина, совершающая цикл Карно, КПД которого $\eta = 25\%$, при изотермическом расширении производит работу $A_1 = 240$ Дж. Определить работу A_2 , совершенную машиной при изотермическом сжатии.

179. Тепловая машина работает по циклу, состоящему из двух изотерм и двух изохор, причем наибольшая температура 500 К, а наименьшая – 300 К, наибольший объем 12 л, а наименьший – 3,0 л. Найти КПД цикла.

180. Наименьший объем газа, совершающего цикл Карно, равен 153 л. Определить наибольший объем газа, если его объем в конце изотермического расширения равен 600 л, а в конце изотермического сжатия равен 189 л.

181. При изотермическом сжатии давление азота массой $m = 2,0$ кг было увеличено от $P_1 = 50$ кПа до $P_2 = 0,5$ МПа. Определить изменение энтропии газа.

182. Найти изменение энтропии ΔS и количество теплоты Q , переданное азоту массой 4,0 г, находящемуся при нормальных условиях. В результате изобарического расширения объем газа изменяется от $V_1 = 5,0$ л до $V_2 = 9,0$ л.

183. Кислород массой 2,0 кг увеличил свой объем один раз изотермически, другой – адиабатически. Каково будет изменение энтропии в этих двух случаях, если $n = V_2 / V_1 = 5$?

184. Водород массой $m = 1,0$ г находится при нормальных условиях. При изохорическом нагревании давление газа увеличилось в два раза. Определить изменение энтропии и переданное ему количество теплоты.

185. Водород массой 100 г был изобарически нагрет так, что объем его увеличился в n раз, затем водород был изохорически охлажден так, что давление его уменьшилось в n раз. Найти изменение энтропии, если $n = 3$.

186. Азот массой 0,10 кг был изобарно нагрет от температуры 200 К до температуры 400 К. Найти изменение ΔS энтропии и работу A , совершенную газом.

187. Объем водорода при изотермическом расширении при температуре 300 К увеличился в 3 раза. Определить работу A , совершенную газом, теплоту Q , полученную при этом, и изменение ΔS энтропии. Масса водорода равна 200 г.

188. Найти изменение ΔS энтропии и количество теплоты Q , которое надо сообщить кислороду, находящемуся в баллоне емкостью 50 л при нормальных условиях, если при изохорном нагревании давление газа повысилось на 0,5 МПа.

189. Смешано $m_1 = 5,0$ кг воды при температуре $T_1 = 280$ К с $m_2 = 8,0$ кг воды при температуре $T_2 = 350$ К. Найти: 1) температуру смеси; 2) изменение ΔS энтропии, происходящее при смешивании. Удельная теплоемкость воды $C_{\text{уд}} = 4,2$ кДж/(кг · К).

190. Кусок льда массой $m = 200$ г, взятый при температуре $t_1 = -10$ °С, был нагрет до $t_2 = 0$ °С и расплавлен, после чего образовавшаяся вода была нагрета до температуры $t_3 = 10$ °С. Определить изменение ΔS энтропии льда. Удельная теплоемкость льда $c_{\text{л}} = 2,1$ кДж/(кг · К), воды $c_{\text{в}} = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К), удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,36 \cdot 10^5$ Дж/кг.

12. СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Основные единицы международной системы единиц (СИ) и измеряемые ими величины

Измеряемая величина	Единица	Определение
Длина	метр (м)	Метр есть длина пути, проходимого светом в вакууме за интервал времени $1/299\,792\,458$ с
Масса	килограмм (кг)	Килограмм равен постоянной Планка, деленной на $6,626\,070\,040 \cdot 10^{-34} \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$
Время	секунда (с)	Секунда есть время, равное $9\,192\,631\,770$ периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133
Сила электрического тока	ампер (А)	Ампер есть сила неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади кругового поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м один от другого, вызвал бы на каждом участке проводника длиной 1 м силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н
Термодинамическая температура	кельвин (К)	Кельвин есть единица термодинамической температуры, равная $1/273,16$ части термодинамической температуры тройной точки воды
Количество вещества	моль (моль)	Моль есть количество вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится атомов в углероде-12 массой $0,012$ кг
Сила света	кандела (кд)	Сила света в заданном направлении источника, испускающего монохроматическое излучение частотой $540 \cdot 10^{12}$ Гц, энергетическая сила света, которого в этом направлении составляет $1/683$ Вт/ср

Множители и приставки для образования кратных и дольных единиц

Множитель	Приставка		
	Наименование	Обозначение	
		русское	международное
$1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000 = 10^{24}$	иотта	И	Y
$1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000 = 10^{21}$	зета	З	Z
$1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000 = 10^{18}$	экса	Э	E
$1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000 = 10^{15}$	пэта	П	P
$1\ 000\ 000\ 000\ 000 = 10^{12}$	тера	Т	T
$1\ 000\ 000\ 000 = 10^9$	гига	Г	G
$1\ 000\ 000 = 10^6$	мега	М	M
$1\ 000 = 10^3$	кило	к	k
$100 = 10^2$	(гекто)*	г	h
$10 = 10^1$	(дека)	да	da
$0,1 = 10^{-1}$	(деци)	д	d
$0,01 = 10^{-2}$	(санти)	с	c
$0,001 = 10^{-3}$	милли	м	m
$0,000\ 001 = 10^{-6}$	микро	мк	μ
$0,000\ 000\ 001 = 10^{-9}$	нано	н	n
$0,000\ 000\ 000\ 001 = 10^{-12}$	пико	п	p
$0,000\ 000\ 000\ 000\ 001 = 10^{-15}$	фемто	ф	f
$0,000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 001 = 10^{-18}$	атто	а	a
$0,000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 001 = 10^{-21}$	zepto	з	z
$0,000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 001 = 10^{-24}$	иокто	и	y

* Приставки в скобках следует применять только в названиях уже устоявшихся единиц (сантиметр, гектар, декалитр).

Некоторые физические постоянные

Скорость света в вакууме (точно)	$c = 299\,792\,458 \text{ м/с}$
Ускорение свободного падения (в Ново-сибирске)	$g = 9,8145 \text{ м/с}^2$
Гравитационная постоянная (2014 год)	$G = 6,67408 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 / (\text{с}^2 \cdot \text{кг})$
Постоянная Больцмана	$k = 1,3806 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Постоянная Авогадро (точно)	$N_A = 6,02214 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,31 \text{ Дж/(К} \cdot \text{моль)}$

Периодическая система химических элементов

		Периодическая система химических элементов Д. И. Менделеева										VII		VIII			
												(H)	2 He	 Периодический закон открыт Д.И. Менделеевым в 1869 г.			
													4,002602 гелий				
1	1	H водород 1,00794											9 F	10 Ne			
2	2	Li литий 6,941	Be бериллий 9,01218	5	B бор 10,811	6	C углерод 12,011	7	N азот 14,0067	8	O кислород 15,9994	9	18,998403 фтор	20,179 неон			
3	3	Na натрий 22,98977	Mg магний 24,305	12	Al алюминий 26,98154	13	Si кремний 28,0855	14	P фосфор 30,97376	15	S сера 32,066	16	17 Cl хлор 35,453	18 Ar аргон 39,948			
4	4	K калий 39,0983	Ca кальций 40,078	20	Sc скандий 44,95591	21	Ti титан 47,88	22	V ванадий 50,9415	23	Cr хром 51,9961	24	Mn марганец 54,9380	25 Fe железо 55,847	26	27 Co кобальт 58,9332	28 Ni никель 58,69
	5	29 Cu медь 63,546	30 Zn цинк 65,39	31	Ga галлий 69,723	32	Ge германий 72,59	33	As мышьяк 74,9216	34	Se селен 78,96	35	36 Br бром 79,904	37 Kr криптон 83,80			
	6	37 Rb рубидий 85,468	38 Sr стронций 87,62	39	Y иттрий 88,9059	40	Zr цирконий 91,224	41	Nb ниобий 92,9064	42	Mo молибден 95,94	43	Tc технеций [98]	44 Ru рутений 101,07	45 Rh родий 102,9055	46 Pd палладий 106,42	
	7	47 Ag серебро 107,8682	48 Cd кадмий 112,41	49	In индий 114,82	50	Sn олово 118,710	51	Sb сурьма 121,75	52	Te теллур 127,60	53	54 I йод 126,9045	55 Xe ксенон 131,29			
6	8	55 Cs цезий 132,9054	56 Ba барий 137,33	57	La* лантан 138,9055	58	Hf гафний 178,49	59	Ta тантал 180,9479	60	W вольфрам 183,85	61	Re рений 186,207	62 Os осмий 190,2	63	64 Ir иридий 192,22	65 Pt платина 195,08
	9	79 Au золото 196,9665	80 Hg ртуть 200,59	81	Tl таллий 204,383	82	Pb свинец 207,2	83	Bi висмут 208,9804	84	Po полоний [209]	85	86 At астат [210]	87 Rn радон [222]			
	10	87 Fr франций [223]	88 Ra радий [226]	89	Ac** актиний [227]	90	Rf резофорбий [261]	91	Db дубний [262]	92	Sg снборгий [263]	93	94 Bh борий [264]	95 Hs гасий [265]	96 Mt майгтерий [266]	97 Ds дармштадтий [271]	
7	111 Rg реентгий [287]	112 Uub убиубий [285]	113 (Uut) уучутийрий [287]	114 Uuq уучукувийдий [287]	115 (Uup) уучупутийдий [287]	116 Uuh уучухутийдий [292]	117 (Uus) уучусутийдий [292]	118 Uuo уучуоктийдий [293]									

* Лантаноиды

Ce 58 [140,12] церий	Pr 59 [140,907] примений	Nd 60 [144,24] неодим	Pm 61 [145] прометий	Sm 62 [150,36] самарий	Eu 63 [151,96] европий	Gd 64 [157,25] гадолиний	Tb 65 [158,9254] тербий	Dy 66 [162,50] дипроний	Ho 67 [164,9304] гольмий	Er 68 [167,26] эрбий	Tm 69 [168,9342] тулий	Yb 70 [173,04] иттербий	Lu 71 [174,967] лютеций
----------------------------	--------------------------------	-----------------------------	----------------------------	------------------------------	------------------------------	--------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	--------------------------------	----------------------------	------------------------------	-------------------------------	-------------------------------

** Актиноиды

Th 90 [232,0381] торий	Pa 91 [231] протактиний	U 92 [238,0289] уран	Np 93 [237] нептуний	Pu 94 [244] плутоний	Am 95 [243] амерций	Cm 96 [247] курий	Bk 97 [247] берклий	Cf 98 [251] калфорний	Es 99 [252] эйнштейний	Fm 100 [257] фермий	Md 101 [258] менделевий	No 102 [259] нобелий	Lr 103 [260] лоуренсий
------------------------------	-------------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	---------------------------	-------------------------	---------------------------	-----------------------------	------------------------------	---------------------------	-------------------------------	----------------------------	------------------------------

Целое число в скобках – массовое число наиболее устойчивого изотопа

**Чичерина Наталья Витальевна
Христофоров Валерий Владимирович**

ФИЗИКА

**МЕХАНИКА, МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА
И ТЕРМОДИНАМИКА**

Учебное пособие

Редактор *И.Л. Кескевич*

Выпускающий редактор *И.П. Брованова*

Корректор *И.Е. Семенова*

Дизайн обложки *А.В. Ладыжская*

Компьютерная верстка *Л.А. Веселовская*

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции

Издание соответствует коду 95 3000 ОК 005-93 (ОКП)

Подписано в печать 07.02.2024. Формат 60 × 84 1/16. Бумага офсетная. Тираж 100 экз.

Уч.-изд. л. 5,58. Печ. л. 6,0. Изд. № 249/23. Заказ № 73. Цена договорная

Отпечатано в типографии

Новосибирского государственного технического университета

630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20