

№ 4983

**53
М 55**

МЕХАНИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Методическое пособие

**НОВОСИБИРСК
2020**

МЕХАНИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Методическое пособие к вводному занятию
и к лабораторным работам № 0, 1, 3, 6 по физике
для студентов I курса всех факультетов

УДК 531 + 536](076.5)
М 55

Рецензент д-р физ.-мат. наук *В.Я. Костюченко*

Составители:

А.В. Баранов (введение, лаб. работа № 0,
лаб. работа № 1, новая редакция)

А.М. Погорельский, В.В. Христофоров (лаб. работа № 1)

В.В. Давыдков (лаб. работа № 3, новая редакция)

В.В. Христофоров (лаб. работа № 6, новая редакция)

Д.Д. Березиков (лаб. работа № 6)

Работа подготовлена на кафедре общей физики

ВВЕДЕНИЕ

В лабораторном практикуме* мы постоянно имеем дело с измерениями физических величин. Необходимо уметь правильно обрабатывать и представлять результаты этих измерений. Цель данного раздела – сообщить основные сведения, касающиеся особенностей физических измерений, обработки и представления результатов. Для более полной и детальной информации следует обращаться к специальной литературе, например [1–5].

В1. Погрешности измерений физических величин

Под измерением понимается операция, в результате которой определяется, во сколько раз интересующая нас величина больше или меньше величины той же природы, принятой за единицу. Таким образом, измерение является актом сравнения: расстояние сравнивается с единицей расстояния, время – с единицей времени, ток – с единицей тока и т. д. Единицы измерения при этом должны быть предварительно определены. В лабораторном практикуме необходимо придерживаться международной системы единиц СИ.

Часто *одну и ту же величину можно измерить разными способами*. Например, высоту здания можно измерить с помощью:

- 1) рулетки;
- 2) секундомера, определив время свободного падения небольшого по размерам металлического шарика;
- 3) рулетки, угломера и лазера, определив расстояние от здания до лазера и угол, под которым лазерный луч направлен на вершину здания, и т. д.

* Разработка и изготовление лабораторных установок: А.М. Погорельский, А.В. Морозов, А.А. Шевченко, П.А. Крапивко.

Анализируя подобные ситуации, можно прийти к следующему выводу: *измерения бывают прямыми и косвенными*. В случае *прямого измерения* значение искомой величины непосредственно определяется с помощью прибора, шкала которого проградуирована в единицах измерения этой величины. В случае *косвенного измерения* значение величины вычисляется по формуле, которая связывает искомую величину с другими, измеренными прямо или косвенно.

Очевидно, в нашем примере первое измерение высоты является прямым, а второе и третье – косвенными.

Измерение можно проводить как *однократно*, так и *многократно*, пытаясь воспроизвести одни и те же условия.

Если мы произведем многократные измерения высоты здания последовательно каждым из трех способов, то сравнение результатов измерений между собой приведет нас к очень интересным и важным выводам.

1. Результаты измерений первым способом могут отличаться от результатов измерений вторым способом, а последние, в свою очередь, от результатов измерений третьим способом и т. п.

Разные способы измерения одной и той же величины могут давать разные ее значения.

2. Результаты многократных измерений с помощью одного и того же способа тоже могут отличаться друг от друга. *Многократные измерения одной и той же величины одним и тем же способом могут дать разные ее значения.*

Проанализируем сложившуюся ситуацию.

Сначала выясним, почему разные способы измерения одной и той же высоты привели к разным результатам.

На первый взгляд первый способ – самый надежный. Мы прикладываем ленту рулетки к поверхности здания и определяем искомую высоту. Более внимательный анализ показывает, что это не совсем так. Оказывается, здание построено с небольшим наклоном, а стена в том месте, где производятся замеры, имеет определенную кривизну – она выпуклая, причем в сторону улицы. Это означает, что мы измеряли не высоту здания, а длину стены, связанную с высотой.

Второй способ представляет собой косвенное измерение. Измерив время падения шарика, мы рассчитываем высоту по известной формуле для свободного падения: $h = gt^2/2$. На этот раз измерение действительно касается высоты. Но мы забыли о том, что шарик движется в воз-

духе и, следовательно, испытывает сопротивление среды. Поэтому рассчитанная по формуле величина также не является истинным значением высоты здания.

Третье измерение, как и второе, является косвенным. Высота определяется из геометрических соображений: в прямоугольном треугольнике длина противолежащего катета равна произведению длины прилежащего катета на тангенс угла. В нашем случае высота играет роль одного катета, а расстояние от лазера до здания – роль другого. На этот раз нас подвело предположение об идеально горизонтальной поверхности, на которой стоит здание. Результат – опять измерена величина, не являющаяся высотой, но теперь по другой причине.

Итак, в каждом способе измерения присутствуют какие-то *постоянные факторы* (в каждом случае свои, причем их может быть несколько), которые приводят к появлению *систематической погрешности* измерения данным способом. Каждый раз при измерении значения одной и той же величины в одних и тех же условиях систематическая погрешность имеет одно и то же значение. Если эти факторы учесть, введя соответствующие поправки, то можно приблизиться к реальному значению измеряемой величины, и тогда результаты измерений разными способами (с учетом поправок на систематическую погрешность) могут оказаться довольно близкими. Таким образом, *в принципе систематические погрешности могут быть учтены и даже исключены*, хотя осуществление этого на практике может оказаться довольно непростой задачей.

Теперь попытаемся выяснить, почему многократные измерения одной и той же высоты одним и тем же способом (включая один и тот же комплект приборов) могут приводить к отличающимся друг от друга значениям. Это связано с целым рядом *факторов, действующих случайным образом*. В рассмотренном примере могут быть небольшие механические колебания почвы, здания и приборов, а также тепловые воздействия, связанные с изменением линейных размеров стены и используемых приборов, и т. п. Наконец, есть еще человеческий фактор, связанный с восприятием происходящих процессов и реакцией на это восприятие. В результате при повторных измерениях одной и той же величины могут получаться различные ее значения, связанные со *случайными погрешностями*. От измерения к измерению случайная погрешность может изменять как свой знак, так и свою величину. В силу случайного характера воздействий *заранее предсказать величину такой погрешности невозможно*.

Наш анализ вызывает закономерные вопросы.

1. Что такое «истинное» значение измеряемой величины?
2. Как представлять результаты измерений с учетом погрешностей?

Поскольку эти вопросы касаются не только рассмотренного примера, но и любых других измерений, мы перейдем к обобщениям и выработке общих рекомендаций.

Приведенный конкретный пример продемонстрировал общее свойство, характерное для любых измерений: *любое измерение сопровождается погрешностями*.

Это свойство в конечном счете обусловлено тем, что всякое измерение предполагает определенную взаимосвязанную цепочку участников процедуры измерения: наблюдатель – измерительный прибор – анализируемый объект – «внешняя среда».

Элементы этой цепочки связаны огромным количеством взаимодействий и движений. В процессе измерения анализируемый объект, измерительный прибор и наблюдатель могут быть подвержены различным влияниям (в том числе и взаимным), что и сказывается на результате измерений.

Безусловно, если уменьшать влияния, не имеющие непосредственного отношения к процедуре измерения, и стараться учитывать неустранимые влияния, то точность наших измерений будет возрастать. Но абсолютно точное измерение невозможно принципиально. И это во многом связано с природой самих измеряемых величин.

Если мы, например, захотим абсолютно точно измерить длину металлического стержня, то обнаружим наличие принципиально неустранимых (хотя и очень малых) колебаний кристаллической решетки. Никакой абсолютно точной «истинной» длины у стержня нет. Она постоянно случайным образом изменяется, отклоняясь в ту или иную сторону от некоторого наиболее часто встречающегося значения. Вот это значение мы можем принять за «истинное» значение длины и в дальнейшем оперировать именно им, говоря о длине стержня или используя эту величину для каких-либо расчетов, например для определения объема стержня.

Такого рода ситуация обнаруживается во множестве других измерений. Сами измеряемые величины случайным образом могут изменяться, что обусловлено, как уже сказано выше, физической природой этих величин. Таким образом, мы сталкиваемся с *принципиальной неустранимостью случайных факторов*. Их можно свести к минимуму, но окончательно избавиться от них нельзя. Следовательно,

представляя результаты измерений, мы должны давать информацию, касающуюся нашей оценки «истинного» значения величины с учетом случайных погрешностей измерения (при условии, что систематическая погрешность исключена или учтена в виде соответствующей поправки). Понятно, что наиболее полно такая информация может быть представлена по результатам многократных измерений.

В2. Обработка и представление результатов многократных измерений

Допустим, что мы n раз измерили значение некоторой величины x . Вследствие случайных факторов получается совокупность n различных значений одной и той же величины x . Эта совокупность значений получила название конечной выборки. Пусть максимальное измеренное значение равно $x_{\max}$, минимальное – $x_{\min}$. Представим результаты измерений в графической форме. Для этого предварительно проведем некоторую их обработку. Разобьем полный интервал изменения величины x на m более мелких интервалов и введем величину интервала $\Delta x = (x_{\max} - x_{\min}) / m$. Для каждого такого интервала определим количество измерений Δn , для которых значение величины x попадает в рассматриваемый интервал. Определим величину $y = (\Delta n/n)/\Delta x$ и построим график зависимости $y(x)$. Величина $\Delta n/n$ в этом отношении определяет *долю от общего числа измерений, приходящуюся на выбранный интервал*. Пример возможного такого графика приведен на рис. В1.

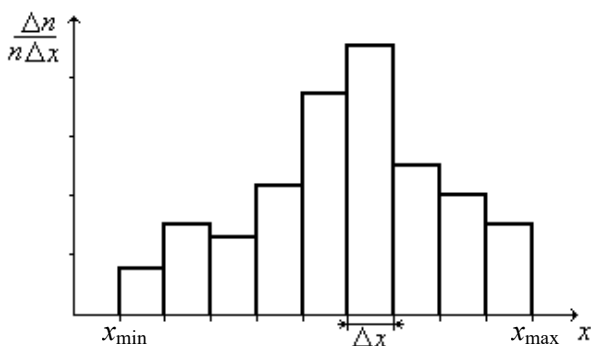


Рис. В1. Гистограмма результатов измерений величины x

График представляет собой столбчатую диаграмму, которая называется **гистограммой**. Гистограмма достаточно наглядно демонстрирует, **как распределены значения результатов измерений**: одни значения величины x в процессе измерений получались довольно редко, другие – более часто, а какие-то – очень часто. На некоторый интервал Δx приходится максимальное значение величины y .

Из опыта следует, что при увеличении числа измерений гистограмма будет принимать простую и вполне определенную форму, которая для множества различных экспериментов оказывается универсальной. Если совершить **предельный переход**: $n \rightarrow \infty$, $\Delta x \rightarrow 0$, то гистограмма превратится в непрерывную кривую, которая описывается функцией следующего вида:

$$f(x) = A \exp \left\{ -(x - x_0)^2 / 2\sigma^2 \right\}. \quad (\text{B1})$$

Эта зависимость получила название **функции распределения Гаусса**, или **закона нормального распределения Гаусса**. Ее график изображен на рис. В2. Изображенная непрерывная кривая является, таким образом, **предельным**, или, как его еще называют, **генеральным распределением**.

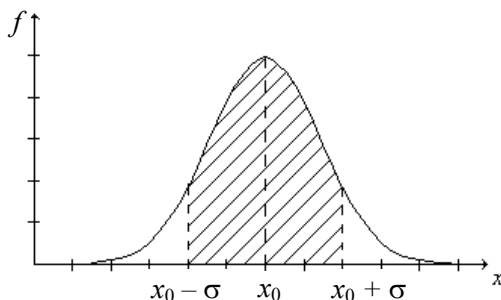


Рис. В2. Функция распределения Гаусса

Предельное распределение – это **теоретическая идеализация**, к которой никогда нельзя абсолютно точно приблизиться в эксперименте. Чем больше количество измерений, тем ближе гистограмма к предельному распределению. Теоретическая идеализация, хотя и недостижима, очень важна: она **демонстрирует предельные возможности распределения результатов в данном эксперименте**. Если бы можно было получить в эксперименте предельное распределение,

то информация, содержащаяся в нем, была бы максимально возможной и полной.

Следует подчеркнуть, что не все предельные распределения имеют вид нормального распределения Гаусса. Но такое распределение чаще всего будет соответствовать вашим экспериментальным данным. По этой причине мы рассматриваем именно это распределение. Возможно, в дальнейшем вы познакомитесь и с другими распределениями.

Нормальное (генеральное) распределение характеризуется двумя параметрами:

- 1) **генеральным средним** значением x_0 ;
- 2) **генеральным отклонением** σ .

Генеральное среднее представляет собой то значение x , на которое приходится **максимум функции распределения Гаусса**. Значения случайной величины x распределены относительно x_0 симметрично (кривая нормального распределения имеет ось симметрии, проходящую через координату x_0).

Генеральное отклонение представляет собой **меру ширины кривой нормального распределения**. Чем меньше значение σ , тем быстрее уменьшается значение функции Гаусса по мере удаления значения x от величины генерального среднего, тем уже кривая нормального распределения, меньше разброс значений измеряемой величины и, следовательно, точнее измерение.

Функция распределения Гаусса позволяет рассчитать долю измерений, приходящуюся на интересующий интервал значений величины x :

$$\Delta n / n = \int_{x_1}^{x_2} f dx , \quad (B2)$$

где x_1 – нижняя граница выбранного интервала значений величины x ;
 x_2 – верхняя граница выбранного интервала значений величины x .

Функция распределения Гаусса (B1) удовлетворяет условию нормировки

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f dx = 1 .$$

Поэтому (B2) можно интерпретировать как вероятность P того, что «истинное» значение измеряемой величины окажется в интересующем нас интервале. Из геометрического смысла интеграла следует, что площадь под кривой нормального распределения в пределах выбранного интервала (см. рис. B2), отнесенная к полной площади под всей кривой, должна давать величину этой вероятности и, соответственно, значение $\Delta n/n$.

Используя вероятностный смысл функции Гаусса, можно показать, что среднее значение измеряемой величины, определяемое как

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x f dx = 1,$$

в случае нормального распределения совпадает с x_0 , т. е. $\bar{x} = x_0$. Поэтому величина x_0 и получила название *среднего значения генерального (нормального) распределения*, или *генерального среднего*.

Аналогично можно показать, что значение σ совпадает с величиной *стандартного*, или *среднеквадратичного отклонения*, квадрат которого для нормального распределения определяется выражением $(x - \bar{x})^2 f \cdot dx$. Поэтому σ называется *среднеквадратичным (стандартным) отклонением генерального (нормального) распределения*, или *генеральным отклонением*. Среднеквадратичное отклонение характеризует среднюю меру разброса (отклонения) случайной величины x от среднего значения $\bar{x}$. Обратите внимание: сначала суммируются (интегрируются) значения величины $(x - \bar{x})^2$ — квадраты всех отклонений от среднего. Квадратный корень из этой суммы и дает величину среднеквадратичного отклонения (с определением связано название величины). Если бы суммировались сами отклонения, т. е. величины $(x - \bar{x})$, то в силу симметрии нормального распределения Гаусса результат был бы равен нулю. Это обусловлено тем, что отрицательные и положительные по знаку отклонения являются равновероятными. По этой причине *в качестве средней меры отклонения случайной величины от среднего используется именно среднеквадратичное отклонение*.

Возьмем интервал $(x_0 - \Delta x, x_0 + \Delta x)$, границы которого симметричны по отношению к генеральному среднему. Пользуясь (B2), для

нормального распределения можно определить вероятность P попадания «истинного» значения измеряемой величины в этот интервал. Если вероятность определена, то интервал называется **доверительным интервалом измерения**, а вероятность – **доверительной вероятностью**, или **надежностью измерения**. Надежность измерения выражается или в долях единицы, или в процентах и зависит от величины выбранного интервала.

Если задан доверительный интервал с указанием величины надежности (вероятности P), то информация о результатах измерения считается представленной с учетом случайных погрешностей измерения. Величина Δx , характеризующая ширину доверительного интервала, называется **доверительной погрешностью**.

В качестве доверительного интервала для нормального распределения чаще всего используется интервал $(x_0 - \sigma, x_0 + \sigma)$, связанный со стандартным отклонением. Величина доверительной вероятности для такого интервала составляет приблизительно 68,3 %.

Если взять $\Delta x = 2\sigma$, то $P = 95,5$ %. При $\Delta x = 3\sigma$ величина $P = 99,7$ %. Последнее, например, означает, что вероятность обнаружить результат измерения величины x за пределами интервала $(x_0 - 3\sigma, x_0 + 3\sigma)$ составляет всего 0,3 %. Можно считать, что «истинное» значение измеряемой величины практически находится в этом интервале.

От функции распределения Гаусса, которая является теоретической предельной идеализацией, вернемся теперь к нашему реальному распределению (см. рис. В1), в котором количество измерений n представляет собой конечную величину. Как в этом случае определяется доверительный интервал и представляются результаты измерений?

Аналогом величины x_0 выступает величина **выборочного среднего значения** (среднеарифметического для конечной выборки)

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i / n . \quad (B3)$$

Аналогом величины σ является величина **выборочного среднеквадратичного отклонения**

$$S_x = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2 / (n - 1)} . \quad (B4)$$

Чтобы получить оценку доверительного интервала для конечного числа измерений, приходится вводить величину t_s – **коэффициент Стьюдента** (псевдоним английского математика В.С. Госсета). Только введение этого коэффициента позволяет найти доверительную вероятность для заданного интервала значений или определить интервал для заданной величины вероятности. Последняя из этих двух операций более простая, поэтому мы будем поступать именно так. Значения коэффициента Стьюдента для различных значений n и P даны в табл. В1.

Таблица В1

Значения коэффициента Стьюдента

$P, \%$	n							
	2	3	4	5	6	10	20	40
70	2,0	1.4	1.3	1.2	1.2	1.1	1.1	1.1
80	3,1	1.9	1.7	1.5	1.5	1.4	1.3	1.3
90	6.3	2.9	2.4	2.1	2.0	1.8	1.7	1.7
95	13.0	4.3	3.2	2.8	2.6	2.3	2.1	2.0
99	64.0	9.9	5.8	4.6	4.0	3.3	2.9	2.7

Задав необходимое значение надежности измерения (вероятности P), находим по табл. В1 величину t_s , соответствующую проведенному количеству измерений n . Например, для $P = 80 \%$ при $n = 5$ значение $t_s = 1.5$.

Величину **доверительной погрешности** измерения находим по формуле

$$\Delta x = \frac{t_s S_x}{\sqrt{n}}. \quad (B5)$$

Чем большее значение надежности измерения выбирается, тем больше значение коэффициента Стьюдента и тем больше ширина доверительного интервала (больше величина доверительной погрешности). С ростом числа измерений величина t_s уменьшается.

Результат многократного измерения представляется в следующей форме:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x (n = \dots, P = \dots).$$

В скобках *указывается количество измерений и значение доверительной вероятности, соответствующее доверительной погрешности.*

Такая форма записи наиболее информативна, так как она содержит данные не только о среднем значении измеренной величины и погрешности измерения, но и оценку надежности результата.

В3. Приборная погрешность

В настоящее время существует огромное количество разнообразных измерительных приборов, отличающихся конструкцией, принципом работы и точностью. Точность прибора либо задается классом точности, либо указывается в паспорте, прилагаемом к прибору

Измерительные приборы вносят свой вклад в погрешность измерения, зависящий от точности прибора. Соответствующую величину принято называть *приборной погрешностью*. В общем случае она может иметь *две составляющие – систематическую и случайную*. У правильно настроенного и поверенного измерительного прибора систематическая погрешность либо отсутствует, либо просто учитывается.

Для определения приборной погрешности, связанной со случайными факторами, мы будем пользоваться следующими правилами.

1. Если *прибор имеет класс точности* (его величина указывается в паспорте и (или) на шкале прибора), то *приборная погрешность определяется формулой*

$$\delta = \frac{k\Pi}{100}, \quad (\text{В6})$$

где k – величина класса точности прибора; Π – предел измерения прибора.

2. Если *прибор не имеет класса точности*, то *приборная погрешность определяется половиной цены деления шкалы прибора*. Для *приборов, которые имеют цифровые индикаторы, приборная погрешность определяется единицей младшего разряда* (например, если прибор показывает 4,59, то приборная погрешность равна 0,01).

Так, определяемая приборная погрешность показывает максимально возможное отклонение показаний прибора от «истинного» значения измеряемой величины, обусловленное случайными факторами, связанными

с процедурой измерения с помощью данного прибора. Ей соответствует значение доверительной вероятности $P=100\%$.

Если в процессе многократных измерений выясняется, что основной вклад в случайную погрешность вносит приборная погрешность, то в данном эксперименте можно ограничиться однократными измерениями. На практике мы чаще всего имеем дело именно с ними. В этом случае *оценка «истинного» значения измеряемой величины* будет определяться *однократным показанием прибора*, а *оценка погрешности измерения – приборной погрешностью*. Если же основной вклад определяется не приборной погрешностью, то принципиальным становится именно проведение многократных измерений. В таком случае необходимо проводить статистическую обработку результатов многократных измерений (см. разд. В2). В качестве *оценки «истинного» значения* при этом будет выступать *величина среднего значения*, а в качестве *оценки погрешности – доверительная погрешность*.

В4. Представление результатов однократных измерений

Часто для практических целей достаточно произвести однократное измерение интересующей величины. В этом случае невозможно оценить погрешность, связанную со всеми случайными факторами «внешней среды», но мы должны быть уверены, что она достаточно мала. Чтобы убедиться в этом, необходимо хотя бы раз произвести многократное измерение величины и определить случайную погрешность. Но в любом случае остаются погрешности, связанные с использованием для измерения конкретных приборов.

Поэтому *результат однократного измерения представляется в виде*

$$x \pm \delta x,$$

где x – значение величины, полученное в процессе однократного прямого или косвенного измерения; δx – погрешность однократного измерения.

Количество измерений (одно) и доверительная вероятность P (100 %) в этом случае не указываются, в отличие от результата многократного измерения.

Величина δx в случае прямого однократного измерения *представляет собой приборную погрешность* (см. разд. В3).

Возникает закономерный *вопрос об определении погрешности косвенного измерения* в этой ситуации. Перед тем как дать общий рецепт, рассмотрим достаточно простой *частный случай* такого определения.

Пусть стоит задача измерения объема куба. Самый простой способ решения задачи связан с измерением L – длины ребра куба. После определения длины ребра величина объема куба рассчитывается по формуле

$$V = L^3.$$

Если измерение L производилось однократно с помощью линейки, то *результат* такого *прямого измерения* представляется как

$$L \pm \delta L,$$

где L – значение длины ребра, полученное в процессе однократного измерения; δL – погрешность прямого измерения, равная погрешности линейки.

Логично потребовать, чтобы *результат косвенного измерения* объема имел вид

$$V \pm \delta V.$$

Значение объема V рассчитывается по формуле, связывающей его со значением длины ребра L . Остается определить величину δV – погрешность для косвенного измерения объема. Очевидно, эта величина каким-то образом должна быть связана с величиной δL . Чтобы обнаружить эту связь, нам придется снова обратиться к процедуре многократного измерения, но результат, который мы при этом получим, будет справедлив и для однократных измерений.

Пусть в процессе многократных измерений мы получили для одного и того же куба множество значений величины L , измеренной прямым способом, и соответствующее множество величины V , рассчитанной по формуле. Каждому значению L_i первого множества соответствует вполне определенное значение V_i второго множества. На рис. В3 представлен график зависимости $V = L^3$, на котором изображены точки, соответствующие результатам многократных измерений, произведенных для одного и того же куба (разброс значений очень сильно преувеличен). На оси L выделен интервал ΔL , характеризующий разброс значений длины ребра, полученный в процессе многократных прямых измерений. На оси V выделен соответствующий

интервал ΔV , характеризующий разброс значений объема, полученный в процессе вычислений. Эти интервалы определяют погрешности измерений величин L и V . Будем считать, что ΔL и ΔV – достаточно малые величины по сравнению со значениями L и V . Тогда их очень просто можно связать между собой. Из треугольника (рис. В3) следует

$$\Delta V = \operatorname{tg}(\alpha)\Delta L = \frac{\partial V}{\partial L} \Delta L.$$

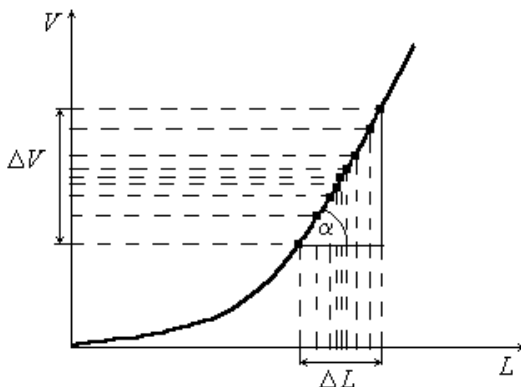


Рис. В3. Экспериментальные точки на графике зависимости объема куба от длины его ребра (разброс значений сильно преувеличен)

Очевидно, для однократного измерения роль ΔL играет погрешность линейки δL , а роль ΔV – интересующая нас величина δV . Поэтому в случае однократного измерения получаем

$$\delta V = \operatorname{tg}(\alpha)\delta L = \frac{\partial V}{\partial L} \delta L,$$

где значение производной $\frac{\partial V}{\partial L} = 3L^2$ определяется при значении L , полученном в результате однократного прямого измерения.

Мы получили связь погрешностей прямого и косвенного измерения для частного случая. **Обобщим результат на произвольную ситуацию.** Пусть величина y определяется из косвенных измерений (см. разд. В1) и является функцией нескольких независимых величин

(независимых переменных), которые, в свою очередь, измерены либо прямо, либо косвенно. В качестве таких «переменных» могут, в частности, выступать и константы, значения которых определяются и используются при вычислениях с определенной точностью. Следовательно, сами константы, так же как и другие величины, характеризуются погрешностью.

Независимые величины обозначим $x_1, \dots, x_n$, а соответствующие им погрешности – $\delta x_1, \dots, \delta x_n$. Явный вид функции $y = f(x_1, \dots, x_n)$ должен быть известен. Будем считать, что каждая величина x_i вносит свой независимый вклад в погрешность величины y . В таком случае погрешность δy определяется следующим образом:

$$\delta y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \delta x_i \right)^2}. \quad (\text{B7})$$

В качестве примера рассмотрим определение погрешности для косвенного измерения скорости. Пусть с помощью рулетки мы произвели однократное измерение пройденного телом расстояния x в метрах, а с помощью секундомера – затраченное на это время t в секундах. Погрешность δx в этом случае представляет собой приборную погрешность линейки и является известной величиной. Погрешность δt является приборной погрешностью секундомера. Значение скорости определяется по формуле $v = x/t$, поэтому скорость является функцией двух величин. В соответствии с общей формулой (B7) определяем выражение для расчета погрешности скорости

$$\delta v = \sqrt{\left(\frac{\delta x}{t} \right)^2 + \left(\frac{x \delta t}{t^2} \right)^2}. \quad (\text{B8})$$

Результаты однократных измерений всех трех величин теперь могут быть представлены в стандартной форме (без указания количества измерений и величины доверительной вероятности):
прямые измерения

$$(x \pm \delta x) \text{ м}, \quad (t \pm \delta t) \text{ с};$$

косвенное измерение

$$(v \pm \delta v) \text{ м/с}.$$

Величины δx и δy представляют собой приборные погрешности линейки и секундомера, а величина δv оказывается связанной с ними определенным соотношением (B8).

B5. Относительная погрешность

Величина доверительной погрешности сама по себе не дает информацию о точности измерения, если ее не сравнивать с измеренным значением физической величины. По этой причине, наряду с доверительной погрешностью, часто используют относительную погрешность, определяемую как отношение доверительной погрешности к среднему значению измеряемой величины (или к однократно измеренному значению). Относительную погрешность выражают в долях единицы или в процентах. Значение величины относительной погрешности позволяет оценить точность измерений и сравнить точность измерений различными методами.

Кроме того, при косвенных измерениях математическое выражение для определения относительной погрешности во многих случаях оказывается проще, чем для определения абсолютной погрешности.

Пусть величина $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ определяется из косвенных измерений и имеет вид

$$y = A \cdot x_1^a \cdot x_2^b \cdot \dots \cdot x_n^z,$$

где $A = \text{const}$, а погрешности $\delta x_1, \dots, \delta x_n$ заранее найдены.

Легко показать, что для такого вида функции относительная погрешность вычисляется по формуле

$$\frac{\delta y}{y} = \sqrt{\left(a \frac{\delta x_1}{x_1}\right)^2 + \left(b \frac{\delta x_2}{x_2}\right)^2 + \dots + \left(z \frac{\delta x_n}{x_n}\right)^2}. \quad (\text{B9})$$

Рекомендуется для уменьшения объёма вычислений вначале определить по этой формуле относительную погрешность, а затем, умножив ее на значение величины y , получить абсолютную погрешность δy .

В6. Оформление результатов измерений

При оформлении результатов измерений необходимо придерживаться нескольких простых общепринятых правил. Это сделает ваши записи наглядными и понятными.

1. *Запись результата измерения какой-либо величины требует предварительного округления значений самой величины и ее погрешности.* Сначала производится *округление погрешности до первой значащей цифры* (расчет погрешности должен быть произведен с точностью до двух значащих цифр). При этом окажется, что первая значащая цифра будет соответствовать определенному порядку или разряду (например, десяткам, единицам, десятым долям и т. п.). После этого производится *округление значения измеренной величины до того же самого порядка (разряда)*. Например, если погрешность составляет единицы, то значение измеренной величины округляется до единиц. Примеры правильных записей результатов:

$$L = (125 \pm 3) \text{ м}, \quad t = (0,067 \pm 0,002) \text{ с};$$

$$g = (9,83 \pm 0,01) \text{ м/с}^2 \quad (n=10, P=90 \%).$$

2. *Если значения измеренной величины и ее погрешности очень малы или велики, то используется показательная форма записи, в которой за скобки выносятся общий десятичный множитель, например:*

$$e = (1,6 \pm 0,5) 10^{-19} \text{ Кл}, \quad m = (9 \pm 1) 10^{-31} \text{ кг}.$$

3. *Результаты большого количества измерений принято заносить в таблицы.* В этом случае информация представляется наглядно и компактно. Предварительно *необходимо продумать структуру таблицы и последовательность расположения информации в ней.*

Таблицы могут быть горизонтального или вертикального исполнения. В первом случае значения одной и той же величины располагаются в строке, во втором – в столбце. При большом количестве измерений чаще используется второй вариант. В начале каждой строки (столбца) пишется название или символ (обозначение) соответствующей величины и указывается единица измерения. Если измеряемые величины очень малы или велики, то используется показательная форма записи чисел. В этом случае десятичный множитель не ставится у каждого значения величины, а выносится в начало строки или столбца и записывается перед единицей измерения.

В качестве примера приведем таблицу, представляющую результаты обработки многократного измерения величины x (табл. В2).

Т а б л и ц а В2

i	$x_i, 10^{-3} \text{ м}$	$(x_i - \bar{x}), 10^{-3} \text{ м}$	$(x_i - \bar{x})^2, 10^{-6} \text{ м}^2$
1	2,1	0,16	0,0256
2	2,2	0,26	0,0676
3	1,8	-0,14	0,0196
4	1,7	-0,24	0,0578
5	1,9	-0,04	0,0016
$x = (1,9 \pm 0,2) 10^{-3} \text{ м} \quad (n=5, P=90 \%)$			

Результаты измерений необходимо сразу заносить в заранее подготовленную таблицу.

4. Функциональная зависимость одной величины от другой должна быть представлена графиком. График – самый наглядный способ представления информации в этом случае. Для более надежного построения графиков следует пользоваться миллиметровой бумагой. По горизонтальной оси графика принято откладывать значения независимой переменной, по вертикальной – значения функции этой переменной. Прежде чем строить график, определите, что в анализируемой ситуации является причиной (ей соответствуют значения независимой переменной), а что – следствием (ему соответствуют значения функции).

В качестве примера на рис. В4 изображен график зависимости силы тока проводящего элемента от приложенного к нему напряжения.

По каждой оси графика через равные интервалы наносятся масштабные метки. Масштаб для каждой оси выбирается индивидуально. Сначала необходимо определить диапазон изменения значений представляемых величин. Масштаб выбирается так, чтобы экспериментальные точки максимально распределились вдоль каждой из осей. При этом, в частности, необходимо решить, являются ли важными для представления результатов нулевые значения аргумента и функции. Последнее определит значения масштабных меток начала координат (если нули важны, то это будут нулевые метки, если нет – то они не обязательны).

Около координатных осей указывают символы (обозначения) величин и единицы их измерений. При необходимости применения показательной формы записи у единиц измерений ставятся десятичные множители.

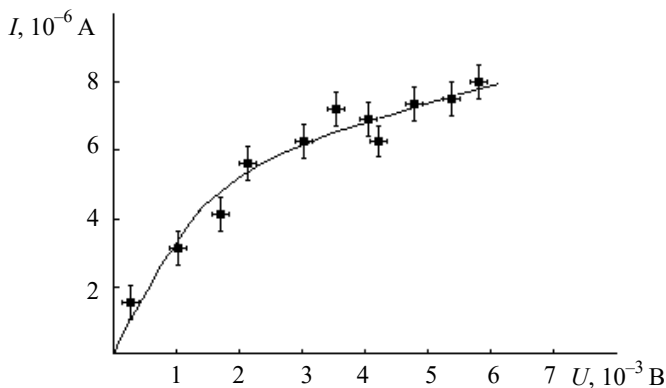


Рис. В4. Зависимость силы тока проводящего элемента от напряжения

Экспериментальные точки наносятся только после того, как поставлены масштабные метки и указаны обозначения осей с единицами измерений. **Численные значения величин, соответствующие экспериментальным точкам, на осях не указывают.** Сами точки должны быть достаточно выделяющимися.

Если на одних и тех же осях представлено несколько экспериментальных графиков, то для обозначения разных наборов точек рационально использовать разные символьные изображения, например: ●, ○, ■, □, ▲, △. **При необходимости кроме самих значений величин на графиках указывают соответствующие им погрешности.** Это делается с помощью горизонтальных и вертикальных черточек, пересекающих экспериментальные точки (см. рис. В4). Длина каждой черточки определяется погрешностью измерения соответствующей величины.

По массиву экспериментальных точек проводят «наилучшую» плавную кривую. Не должно быть простого соединения точек ломаной линией. Эти изломы, как правило, не соответствуют действительности.

Существуют специальные математические методы определения «наилучшей» кривой. Вам придется это делать «на глазок», используя три простых принципа:

- 1) ожидаемая зависимость в лабораторном практикуме чаще всего известна, следовательно, понятно, кривую какого вида надо проводить;
- 2) кривая должна быть плавной, без изломов (если это не какой-либо специальный случай);

3) кривая должна проходить по массиву экспериментальных точек так, чтобы отклонения разных точек от кривой наилучшим образом компенсировали друг друга (например, точкам, лежащим выше кривой, должны соответствовать точки, лежащие ниже).

Если предварительно рассчитана теоретическая зависимость, то график этой зависимости имеет смысл представить в тех же осях, что и график экспериментальной. Это позволит провести сравнительный анализ ожидаемых и полученных результатов.

В7. Протокол

Для оформления результатов лабораторных измерений разработана **единая универсальная форма – протокол**. Он позволяет представить результаты максимально компактно и информативно. Последовательность пунктов протокола отражает ход действий экспериментатора начиная с постановки задачи: формулировка цели конкретной работы, анализ полученных результатов и выводы, вытекающие из этого анализа. **Каждый пункт протокола одинаково важен.**

Протокол выполняется на одной стороне листа формата А4. Таблицы, рисунки и графики выполняются карандашом, записи – авторучкой. Оформление титульного листа протокола приведено на рис. В5).

Ниже приведены основные сведения, касающиеся пунктов протокола.

1. Цель работы

В пункте формулируется цель выполняемой лабораторной работы.

2. Таблица измерительных приборов

В таблице приводятся основные сведения об **используемых измерительных приборах**.

Название	Фабричный номер	Система	Класс точности	Предел измерений	Цена деления	Доверительная погрешность

3. Исходные данные и рабочие формулы

В пункте приводятся данные из паспорта экспериментальной установки, константы, необходимые для вычислений, и **формулы, по которым будут вычисляться величины и их погрешности в данной лабораторной работе.**

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Новосибирский государственный технический университет Лабораторная работа № Название лабораторной работы Факультет: _____ Преподаватель: _____ Группа: _____ Студенты: _____ НОВОСИБИРСК 2020	
--	--

Рис. В5. Титульный лист протокола

4. Электрическая схема установки

Этот пункт приводится только в том случае, если измерения связаны с электрической схемой.

5. Таблица измерений

В пункте приводится таблица, в которую заносятся результаты прямых и косвенных измерений. Рекомендуется делать предварительный эскиз таблицы и обсуждать его с преподавателем.

6. Расчет

В пункте приводится *по одному примеру расчета каждой величины и ее погрешности*. Для этого *показывается подстановка конкретных значений физических величин в рабочую формулу и записывается полученный при этом результат вычислений*.

7. Результаты

Приводятся окончательные результаты измерений: полученное среднее значение с погрешностью, таблица результатов или график.

8. Вывод

В пункте приводится вывод, полученный в процессе анализа результатов проделанных экспериментов. Вывод должен касаться сравнения теоретических предсказаний с экспериментальными данными, характерных значений полученных величин и их погрешностей, возможных факторов, определяющих систематические погрешности измерений.

9. Литература

Приводится список литературы, использованной в процессе подготовки и при выполнении лабораторной работы.

В8. Приложение к протоколу

Как было сказано выше, протокол является формой представления результатов лабораторных измерений с их последующей математической обработкой.

Для ряда лабораторных работ требуется *до выполнения измерений* получить ожидаемые теоретические результаты. Это позволяет студентам, во-первых, лучше разобраться с тем кругом физических понятий и законов, которые будут изучаться в лабораторной работе, и, следовательно, осознанно проводить опыты, и, во-вторых, сравнив ожидаемые теоретические результаты с результатами, полученными в ходе эксперимента, сделать обоснованное заключение о применимости использованной теории.

Задание по теоретическому расчету студенты выполняют в процессе подготовки к лабораторной работе. Явившись на занятие, студент обязан показать преподавателю полученные теоретические результаты вместе с заготовкой протокола – это необходимое условие допуска к выполнению экспериментов.

Одновременно с протоколом, содержащим результаты опытов, студент сдает теоретические результаты, оформленные как *приложение к протоколу*.

Обычно студенческая бригада, выполняющая лабораторную работу на одной установке, состоит из двух-трех человек. Рекомендуется каждому члену бригады присвоить один из номеров 1, 2, 3, распределив фамилии студентов по алфавиту. Каждый член бригады получает индивидуальное теоретическое задание в соответствии со своим номером, содержание которого приведено в описании лабораторной работы.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 0

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ТЕЛА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

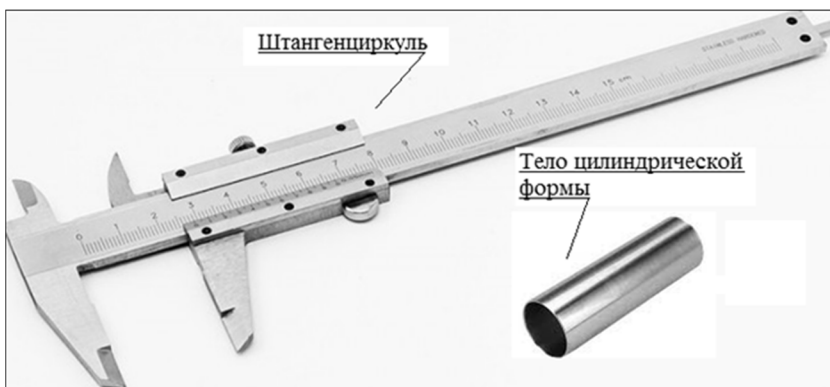
На достаточно простом примере научиться проводить измерения физической величины, обрабатывать и представлять результаты прямых и косвенных измерений.

РЕШАЕМЫЕ ЗАДАЧИ

1. Знакомство с принципом измерения линейных размеров тел с помощью штангенциркуля.
2. Определение объема тела цилиндрической формы по результатам многократных прямых измерений высоты и диаметра цилиндра.
3. Оценка доверительной погрешности косвенного измерения объема цилиндра.

ЛАБОРАТОРНОЕ ОБОРУДОВАНИЕ

1. Штангенциркуль.
2. Тело цилиндрической формы.



Штангенциркуль представляет собой универсальный измерительный прибор, предназначенный для высокоточных измерений наружных и внутренних линейных размеров, а также глубин отверстий. Прибор имеет две шкалы – основную и вспомогательную (*нониусную*). Нониусная шкала служит для отсчета долей делений основной шкалы.

Тело цилиндрической формы представляет собой изготовленный на токарном станке металлический цилиндр.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Объем геометрического тела «прямой круговой цилиндр» рассчитывается по формуле

$$V = \frac{\pi d^2 h}{4}, \quad (0.1)$$

где d – диаметр кругового основания цилиндра; h – высота цилиндра.

Следовательно, объем реального тела цилиндрической формы можно определить как результат косвенного измерения, произведя прямые измерения диаметра и высоты.

ОБРАБОТКА И ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Так как у реального тела цилиндрической формы значения d и h , измеренных в различных местах и направлениях, могут оказаться разными, то ***следует произвести многократные измерения диаметра и высоты для нескольких сечений цилиндра***. Если результаты многократных измерений получатся разными, то следует произвести их статистическую обработку в соответствии с разд. В2 введения. Предстоит определить средние значения d и h , среднеквадратичные отклонения S_d и S_h , доверительные погрешности Δ_d и Δ_h (доверительную вероятность следует выбирать близкую к 100 %).

В качестве измерительного прибора в данной работе используется штангенциркуль. С их помощью можно измерить диаметр и высоту тела цилиндрической формы. Приборная погрешность δ штангенциркуля определяется ценой деления. Приступая к измерениям, необходимо определить цену деления измерительного прибора.

Доверительные погрешности Δ_d и Δ_h , полученные в результате статистической обработки, следует сравнить с приборной погрешностью δ . Если, например, большим оказывается значение δ_d , то результат многократных прямых измерений диаметра представляется в виде

$$d \pm \Delta_d (n = \dots, P = \dots). \quad (0.2)$$

Если выполняется условие $\delta > \Delta_d$, то результат представляется в виде

$$d \pm \delta_d.$$

В последнем случае считается, что все имеющиеся случайные погрешности перекрываются погрешностью прибора. Именно в такой ситуации можно ограничиваться однократным измерением.

ОБРАБОТКА И ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ КОСВЕННОГО ИЗМЕРЕНИЯ

Возможны два варианта обработки и представления результатов косвенного измерения объема.

I. По результатам многократных измерений d и h производятся многократные вычисления значений объема V . После этого производится статистическая обработка и представление результатов в соответствии с разд. В2 введения в форме

$$V \pm \Delta_V (n = \dots, P = \dots).$$

II. Производится оценка среднего значения V путем подстановки средних значений d и h в формулу для вычисления объема. Оценка погрешности Δ_V производится в соответствии с формулой (В7) или (В9), учитывающей связь погрешностей прямых и косвенных измерений. Результат представляется в форме

$$V \pm \Delta_V.$$

Строго говоря, два этих варианта в общем случае дают разные результаты как для средних значений, так и для погрешностей величин, определяемых с помощью косвенных измерений. Но если погрешности

существенно меньше самих величин, то результаты оказываются достаточно близкими.

На практике чаще используется второй вариант, позволяющий сэкономить время на многократных вычислениях. А в том случае, когда прямые измерения являются однократными, это единственно возможный подход. Поэтому именно *второй вариант представления результатов косвенных измерений необходимо использовать в этой и в последующих лабораторных работах.*

ЗАДАНИЕ К РАБОТЕ

1. Используя формулы (B7) либо (B9) и (0.1), получите формулу для определения погрешности Δ_V . Учтите, что при вычислении объема по формуле (0.1) число π округляется и, следовательно, характеризуется некоторой погрешностью округления.

2. Определите цену деления и приборную погрешность измерительного прибора.

3. Подготовьте протокол:

- оформите титульный лист;
- укажите цель работы в п. 1 протокола;
- начертите и заполните таблицу измерительных приборов в п. 2;
- запишите рабочие формулы в п. 3 (формула для определения средних значений величин, формула для определения среднеквадратичного отклонения, формула для определения доверительной погрешности, формула для определения объема, выведенная формула для определения Δ_V – погрешности косвенного измерения объема);
- п. 4 отсутствует;
- в п. 5 начертите две таблицы (см. табл. B2) для обработки результатов многократных ($n = 5$) измерений диаметра и высоты цилиндра.

4. Произведите пятикратные измерения диаметра и высоты цилиндра в разных сечениях тела. Результаты измерений занесите в таблицы.

5. Произведите статистическую обработку результатов измерений. Определите средние значения диаметра и высоты, а также соответствующие им доверительные погрешности. Сравните доверительные погрешности с приборной погрешностью измерительного прибора.

6. Приведите оценку среднего значения объема цилиндра и соответствующей ему погрешности.

7. В п. 6 протокола продемонстрируйте, как проводились расчеты средних величин и их погрешностей.

8. В п. 7 протокола приведите окончательные результаты прямых и косвенных измерений в стандартной форме.

9. Проанализируйте полученные результаты, сделайте вывод и запишите его в п. 8 протокола.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Агемян Т.А.* Основы теории ошибок для астрономов и физиков. – М.: Наука, 1972.

2. *Кассандрова О.Н., Лебедев В.В.* Обработка результатов измерений. – М.: Наука, 1970.

3. *Сквайрс Дж.* Практическая физика / пер. с англ. – М.: Мир, 1971.

4. *Тейлор Дж.* Введение в теорию ошибок / пер. с англ. – М.: Мир, 1985.

5. *Худсон Д.* Статистика для физиков / пер. с англ. – М.: Мир, 1967.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ ПУЛИ С ПОМОЩЬЮ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

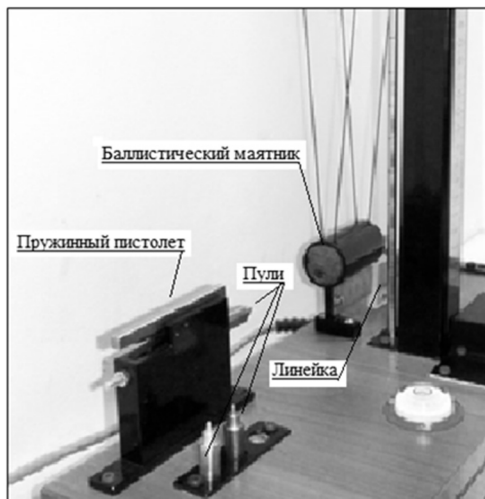
Проверка справедливости закона сохранения механической энергии.

РЕШАЕМЫЕ ЗАДАЧИ

1. Определение экспериментальной зависимости скорости пули от их массы при сообщении им одинаковой кинетической энергии.
2. Проверка справедливости закона сохранения механической энергии.

ЛАБОРАТОРНОЕ ОБОРУДОВАНИЕ

1. Баллистический маятник.
2. Пружинный пистолет.
3. Набор пуль.
4. Линейка с бегунком.



Баллистический маятник представляет собой горизонтально подвешенный на нитях полый металлический цилиндр, заполненный пластилином. Стойка маятника неподвижно закреплена на платформе.

Пружинный пистолет простой конструкции также неподвижно закреплён на платформе. Пистолет заряжается с помощью нажатия на спусковой рычаг и сжатия пружины пулей, вставляемой в ствол. Пуля фиксируется в стволе после отпущения рычага. При повторном нажатии на рычаг происходит выстрел.

Три металлические пули цилиндрической формы имеют одинаковые геометрические размеры, но разные по значению массы.

Линейка со скользящим бегунком в горизонтальном положении закреплена на платформе.

При попадании в цилиндр баллистического маятника пуля застревает в пластилине и продолжает двигаться вместе с цилиндром. Максимальное значение горизонтального отклонения маятника от положения равновесия фиксируется с помощью смещения бегунка, скользящего по линейке. Измеренное значение максимального отклонения маятника позволяет рассчитать скорость пули.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

В пренебрежении трением и силой сопротивления воздуха будем считать, что в процессе выстрела из пистолета *механическая энергия системы сохраняется* и потенциальная энергия сжатой пружины

$E_{\text{п}} = \frac{kb^2}{2}$ полностью переходит в кинетическую энергию пули $E_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2}$. Если геометрические размеры пуль одинаковые, то деформация пружины b также будет одинаковой и, следовательно, одинаковой будет сообщаемая пулям кинетическая энергия:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{kb^2}{2}.$$

В таком случае *теоретическая зависимость скорости пули от ее массы* должна выглядеть так:

$$v = b\sqrt{\frac{k}{m}}.$$

В эксперименте скорость пули рассчитывается исходя из результатов прямого измерения x – максимального значения смещения маятника от положения равновесия в горизонтальном направлении.

Найдем связь скорости пули с максимальным смещением маятника.

Для этого проанализируем два процесса, считая их происходящими последовательно, – процесс неупругого соударения пули массой m с цилиндром маятника массой M и процесс движения маятника вместе с пулей.

Процесс соударения. Считая соударение пули с цилиндром достаточно кратковременным, а массу маятника намного большей массы пули, предполагаем, что во время удара маятник не успевает отклониться от положения равновесия. В таком случае внешние силы, действующие на цилиндр маятника (сила тяжести и сила натяжения) и пулю (сила тяжести), направлены вертикально и не вносят изменения в горизонтальную составляющую импульса системы пуля–цилиндр (система тел «замкнута в горизонтальном направлении»). По закону сохранения импульса должна сохраняться горизонтальная составляющая импульса системы тел:

$$mv = (M + m)u .$$

Процесс движения маятника с пулей. Конструкция маятника обеспечивает *поступательное движение* цилиндра с пулей. В пренебрежении трением в подвесе и сопротивлением воздуха остаются две консервативные силы, действующие на цилиндр с пулей, – сила натяжения нитей и сила тяжести. Это позволяет воспользоваться законом сохранения механической энергии, приравняв кинетическую энергию маятника сразу после удара к его потенциальной энергии при максимальном отклонении от положения равновесия и подъеме на высоту h :

$$\frac{(M + m)u^2}{2} = (M + m)gh .$$

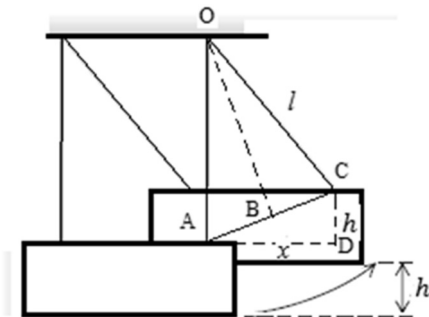
Используя предыдущее выражение, получаем связь скорости пули v и высоты h :

$$v = \frac{(M + m)}{m} \sqrt{2gh} .$$

В данном эксперименте с помощью линейки измеряется величина x – максимальное значение горизонтального смещения маятника.

Выразим h через x .

На рисунке схематически изображен маятник в двух своих крайних положениях – в положении равновесия и в положении максимального отклонения от положения равновесия.



Из подобия треугольников ACD и AOB следует

$$\frac{x}{h} = \frac{OB}{AB}.$$

С учетом малости h по сравнению с длиной нити l последнее соотношение приобретает вид

$$\frac{x}{h} = \frac{l}{\left(\frac{x}{2}\right)}.$$

Отсюда выражаем высоту подъема маятника через максимальное значение его горизонтального смещения:

$$h = \frac{x^2}{2l}.$$

Подстановка данного выражения в формулу, связывающую скорость v и высоту h , позволяет выразить скорость пули через максимальное значение горизонтального отклонения маятника:

$$v = \frac{(M + m)}{m} x \sqrt{\frac{g}{l}}. \quad (1.1)$$

Полученное выражение является *рабочей формулой* для расчета скорости пули по результату прямого измерения горизонтального отклонения маятника от положения равновесия.

ЗАДАНИЕ К РАБОТЕ

1. Используя рабочую формулу для расчета скорости пули, получите формулу для оценки погрешности косвенного измерения скорости, принимая во внимание только погрешности измерения *смещения маятника, длины нити и ускорения свободного падения*.

2. Сделайте заготовку протокола к лабораторной работе, заранее продумав вид таблиц для внесения результатов измерений.

3. Получите у преподавателя допуск к выполнению лабораторной работы.

4. Проведите пятикратные измерения значений смещения маятника при выстреле из пистолета пуль с наибольшей массой. Запишите результаты измерений в таблицу.

5. Проведите однократные измерения значений смещения маятника для двух пуль с другими массами. Запишите результаты измерений в таблицу.

6. Проведите статистическую обработку прямых многократных измерений смещения маятника для пули с наибольшей массой (согласно методике, описанной во введении). Результаты внесите в таблицу измерений.

7. Сделайте оценку среднего значения скорости первой пули $\bar{v}$, для которой были проведены пятикратные измерения. Результат внесите в таблицу измерений.

8. Сделайте оценку доверительной погрешности косвенных измерений скорости этой пули.

9. Сделайте оценку значений скорости пуль с другими массами.

10. Изобразите на миллиметровой бумаге ортогональные оси в координатах v , $\sqrt{\frac{1}{m}}$ для диапазонов численных значений, соответствующих

используемым в опытах массам пуль и полученным для них скоростям. Выберите масштабы и нанесите масштабные метки на осях.

11. Нанесите точки, соответствующие полученным в опытах значениям скорости и массы для всех пуль. Укажите для каждой экспериментальной точки доверительные погрешности определения скорости, взяв соответствующее значение, рассчитанное в п. 8.

12. Проанализируйте возможность проведения прямой линии по массиву экспериментальных точек с учетом значений доверительных погрешностей. Проведите прямую.

13. В выводах отразите ваше понимание достижения цели лабораторной работы путем анализа результатов проведенного эксперимента.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте цель данной лабораторной работы.

2. Какой закон сохранения позволяет получить зависимость скорости пули, выпущенной из пружинного пистолета, от ее массы? Какие предположения при этом делаются?

3. Выполняется ли закон сохранения механической энергии системы маятник–пуля при ударе?

4. В какой момент опыта выполняется закон сохранения импульса для системы маятник–пуля?

5. На каких этапах опыта можно использовать закон сохранения механической энергии для системы маятник–пуля?

6. Как рассчитать долю кинетической энергии пули, которая расходуется на неупругую деформацию при ударе?

7. Запишите систему уравнений для получения скорости пули через горизонтальное смещение маятника после удара. Решив систему, получите рабочую формулу.

8. Где при выводе рабочей формулы используется тот факт, что маятник движется поступательно?

9. Как изменится смещение маятника, если изменить его массу?

10. Как изменится смещение маятника, если изменить длину подвеса?

11. Какие величины в опыте определяются путем прямых, а какие – путем косвенных измерений?

12. Как оценить истинные значения при прямых и как – при косвенных измерениях?

13. Как оценить доверительную погрешность при прямых и как – при косвенных измерениях? Какой смысл этой погрешности, почему результат измерений записывают в виде $(\bar{v} \pm \Delta v)$?

14. Почему предлагается построить график зависимости скорости пули от ее массы в координатах $v, \sqrt{\frac{1}{m}}$?

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ЧЛЕНОВ БРИГАДЫ, ВЫПОЛНЯЮЩИХ ЛАБОРАТОРНУЮ РАБОТУ НА ОДНОЙ УСТАНОВКЕ

Номер члена бригады	Индивидуальное задание
1	Постройте график зависимости скорости пули v перед ударом от горизонтального смещения маятника x для пули массой m_1 (формула (1.1)). Рекомендуемый диапазон изменения величины x от нуля до 10 см. Численные значения массы маятника M , массы пули m_1 , длины подвеса l возьмите в таблице исходных данных, помещенной около лабораторной установки, на которой вам предстоит выполнять опыты
2	Выполните задание, аналогичное заданию для первого номера, но для пули массой m_2
3	Выполните задание, аналогичное заданию для первого номера, но для пули массой m_3

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Иродов И.Е.* Механика. Основные законы – 12-е изд. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. – 309 с.
2. *Савельев И.В.* Курс общей физики: в 4 т. – Т. 1. Механика. Молекулярная физика и термодинамика: учебное пособие / под общ. ред. В.И. Савельева. – 2-е изд., стер. – М.: КНОРУС, 2012. – 528 с.
3. *Давыдков В.В.* Физика: механика, электричество и магнетизм: учебное пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2017. – 168 с.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УГЛОВОГО УСКОРЕНИЯ И МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Проверка теоретических представлений динамики вращательного движения твердого тела.

РЕШАЕМЫЕ ЗАДАЧИ

1. Определение экспериментальной зависимости углового ускорения вращающегося твердого тела от момента внешних сил. Проверка справедливости основного закона динамики вращательного движения.

2. Определение экспериментальной зависимости момента инерции твердого тела от распределения его массы относительно оси вращения. Проверка справедливости утверждений об аддитивности момента инерции и квадратичной зависимости момента инерции материальной точки от расстояния до оси вращения.

ЛАБОРАТОРНОЕ ОБОРУДОВАНИЕ

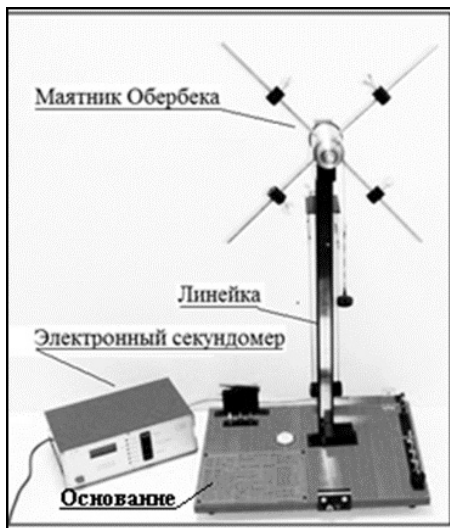
1. Маятник Обербека.
2. Линейка.
3. Электронный секундомер.

Маятник Обербека представляет собой металлический цилиндр, закрепленный на горизонтальной оси, с четырьмя крестообразно прикрепленными к нему металлическими стержнями. На стержнях маятника можно закрепить небольшие грузики одинаковой массы m_T .

На цилиндре маятника имеются два шкива различного диаметра. На один из шкивов наматывается нить, к концу которой можно прикрепить груз массой m . Высота поднятия груза h над основанием может быть определена с помощью линейки, закрепленной на вертикальной стойке установки.

Если под действием силы тяжести груз будет опускаться, то маятник Обербека под действием силы натяжения нити начнет вращаться. Время

опускания груза до основания установки может быть измерено с помощью электронного секундомера.



Результаты измерений высоты и времени опускания груза позволяют рассчитать значения *углового ускорения* и *момента инерции* маятника Обербека путем использования теоретических представлений о механическом движении.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Из сказанного ранее очевидно, что в процессе опускания груз движется поступательно, а маятник Обербека вращается.

Поэтому движение груза описывается с помощью второго закона Ньютона, а движение маятника – с помощью основного закона динамики вращательного движения.

На груз массой m действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{F}_{Н1}$. Поэтому уравнение движения груза, записанное в проекции на направление движения груза, имеет вид

$$ma = mg - F_{Н1}, \quad (3.1)$$

где a – ускорение груза.

На шкив действует сила натяжения нити $\vec{F}_{H2}$, направленная вниз. Под действием момента этой силы маятник вращается ускоренно.

Кроме этого, на вращающийся маятник действует момент силы трения, который замедляет вращение маятника Обербека.

Масса нити, на которой закреплен груз, намного меньше массы груза m . Поэтому нить можно считать невесомой.

Это означает, что натяжение нити во всех точках одинаково. Поэтому $|\vec{F}_{H1}| = |\vec{F}_{H2}|$.

Сила натяжения создает момент силы $\vec{M}$, направленный вдоль оси вращения O за плоскость рисунка. Модуль этого момента силы равен $M = F_{H2}R$, где R – радиус шкива, на который намотана нить.

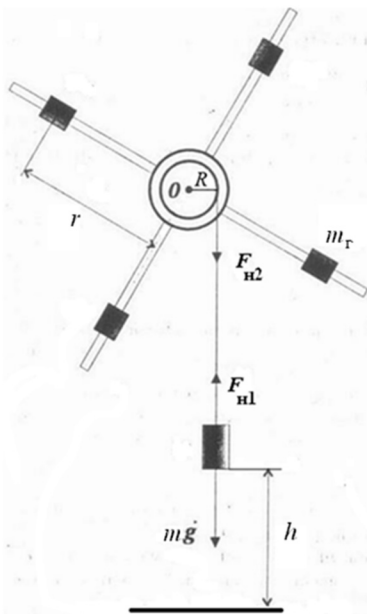
Момент силы трения $\vec{M}_{тр}$ направлен в противоположную $\vec{M}$ сторону.

Уравнение, описывающее движение маятника в проекции на ось вращения, имеет вид

$$F_{H2}R - M_{тр} = J\varepsilon, \quad (3.2)$$

где J – момент инерции маятника Обербека, ε – угловое ускорение маятника.

Движение груза можно описать кинематическим уравнением $h = \frac{at^2}{2}$. Линейное ускорение груза a , входящее в это уравнение, равно тангенциальному ускорению точки шкива в месте соприкосновения нити со шкивом. Поэтому оно связано с угловым ускорением маятника Обербека следующим образом: $a = \varepsilon R$.



Подставляя $a = \varepsilon R$ в кинематическое уравнение, описывающее движение груза, получим выражение, которое позволит рассчитать ε через измеряемые величины h и t :

$$\varepsilon = \frac{2h}{Rt^2}. \quad (3.3)$$

Решим систему уравнений (3.1) и (3.2), для чего умножим (3.1) на R и сложим с (3.2):

$$mgR - M_{\text{тр}} = m\varepsilon R^2 + J\varepsilon.$$

Отсюда момент инерции маятника Обербека может быть выражен как

$$J = \frac{mgR - M_{\text{тр}}}{\varepsilon} - mR^2. \quad (3.4)$$

Все величины, кроме $\vec{M}_{\text{тр}}$, входящие в это уравнение, известны. Значение $\vec{M}_{\text{тр}}$ можно найти следующим способом.

Из (3.4) следует, что

$$\varepsilon = \frac{mgR - M_{\text{тр}}}{J + mR^2}. \quad (3.5)$$

Используемая в лабораторной работе установка отвечает условию $mR^2 \ll J$, что позволяет считать зависимость $\varepsilon(m)$ линейной (это справедливо, если $\vec{M}_{\text{тр}}$ является константой).

Зависимость углового ускорения от массы подвешенного груза $\varepsilon(m)$ позволяет получить величину $\vec{M}_{\text{тр}}$. Для этого график полученной экспериментально зависимости $\varepsilon(m)$ необходимо экстраполировать до пересечения с осью абсцисс. Значение m_0 в точке пересечения соответствует нулевому угловому ускорению. Поэтому (см. выражение (3.5)) $m_0 g R - M_{\text{тр}} = 0$, и отсюда

$$M_{\text{тр}} = m_0 g R. \quad (3.6)$$

Полученное значение массы m_0 есть максимальное значение массы груза, при которой маятник Обербека не начнет вращаться. Если массу груза хоть немного увеличить, то момент силы натяжения нити станет больше момента силы трения и маятник придет в движение.

Для определения момента инерции маятника J воспользуемся выражением (3.4). Используемая в этом выражении величина $\vec{M}_{\text{тр}}$ рассчитывается по формуле (3.6).

Заменяя в (3.4) угловое ускорение ϵ формулой (3.3), получаем выражение для определения момента инерции маятника Обербека:

$$J = \frac{(m - m_0)gR^2t^2}{2h} - mR^2.$$

Как уже отмечено, $mR^2 \ll J$. Учитывая это, получаем следующее выражение для расчета экспериментального значения момента инерции маятника Обербека:

$$J = \frac{(m - m_0)gR^2t^2}{2h}.$$

Последнее выражение удобно представить в более простом виде:

$$J = k(m - m_0)t^2, \quad (3.7)$$

где $k = \frac{gD^2}{8h}$ (здесь D – диаметр шкива).

Значения величин, входящих в рабочую формулу (3.7), указаны в паспорте установки или будут определены в результате измерений.

Теоретическая зависимость момента инерции маятника от расстояния грузов до оси вращения

Как отмечено ранее, к цилиндру маятника Обербека прикреплены четыре стержня, на которых можно разместить дополнительные грузы одинаковой массы m_{Γ} .

Если они закреплены на одинаковых расстояниях r от оси вращения, то момент инерции маятника Обербека может быть представлен как

сумма момента инерции цилиндра с крестовиной (J_1) и моментов инерции четырех грузиков ($4J_2$).

Если грузики закреплены на расстоянии r от оси цилиндра, заметно превышающем их размеры, то грузики можно считать материальными точками, а их моменты инерции равными $J_2 = m_T r^2$.

Тогда момент инерции маятника Обербека с четырьмя грузами на стержнях равен

$$J = J_1 + 4m_T r^2. \quad (3.8)$$

Выражение (3.8) позволяет рассчитать теоретически ожидаемое значение момента инерции маятника Обербека с грузиками на стержнях.

После выполнения измерений с помощью формулы (3.7) можно получить экспериментальные значения момента инерции и затем сравнить их с теоретическими значениями, рассчитанными с помощью формулы (3.8).

ЗАДАНИЕ К РАБОТЕ

Задача 1. Проверка справедливости основного закона динамики вращательного движения

1. Перед началом измерений *снимите грузики со стержней маятника* и намотайте нить на шкив большего диаметра, подняв груз, подвешенный к нити, на выбранную высоту h . Нажмите кнопку «Пуск» электронного секундомера и измерьте время опускания груза с высоты h до основания установки.

2. Повторите измерения времени опускания груза с той же высоты, добавив вначале один дополнительный груз, а затем и второй. По формуле (3.3) рассчитайте значения углового ускорения ε для трех значений массы груза m .

3. Постройте график зависимости $\varepsilon(m)$. Экстраполируйте его до пересечения с осью абсцисс и получите значение m_0 . По формуле (3.6) рассчитайте момент силы трения $M_{\text{тр}}$.

4. Проанализируйте график полученной зависимости. Сформулируйте вывод о справедливости основного закона динамики вращательного движения.

Задача 2. Проверка зависимости момента инерции твердого тела от распределения его массы относительно оси вращения.

1. Проведите прямые *пятикратные измерения* времени опускания выбранного груза с одной и той же высоты (значение высоты может быть задано преподавателем).

2. Рассчитайте *среднее значение* времени опускания груза t и определите *доверительную погрешность* измерения времени Δ_t при доверительной вероятности $P = 90\%$ и $n = 5$ (см. введение).

3. По формуле (3.7) вычислите среднее значение момента инерции маятника Обербека J_1 , подставив в нее среднее значение времени опускания, найденное в п. 2.

4. Выведите формулу для расчета доверительной погрешности косвенных измерений момента инерции маятника Обербека Δ_{J_1} (см. введение). Рассчитайте по этой формуле доверительную погрешность момента инерции маятника Обербека Δ_{J_1} . Результаты запишите в виде $J_1 = J_1 + \Delta_{J_1}$.

5. Закрепите на стержнях маятника грузики массой m_1 на одинаковом расстоянии от оси вращения. Определите расстояние от центра масс грузиков до оси вращения.

6. Выполните однократное измерение времени опускания груза массой m с высоты h .

7. Повторите измерение для двух других расстояний от грузиков до оси вращения (расстояние от грузика до оси вращения должно быть намного больше размеров грузиков).

8. Используя результаты измерений (см. п. 6 и 7), рассчитайте значения момента инерции маятника с грузиками на стержнях по формуле (3.7).

9. Постройте в одних осях координат графики экспериментально полученной и теоретически ожидаемой зависимости момента инерции маятника от квадрата расстояния между грузиками и осью вращения. Для построения теоретической зависимости (3.8) используйте среднее значение момента инерции J_1 , полученное в эксперименте (см. п. 3).

10. Проанализируйте графики экспериментальной и теоретической зависимостей и сделайте вывод о справедливости теоретических представлений о моменте инерции.

В выводах отразите ваше *понимание достижения цели лабораторной работы путем анализа результатов решения двух поставленных экспериментальных задач.*

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какова цель данной работы?
2. Что такое момент инерции? Каков его физический смысл.
3. Как можно изменить момент инерции маятника Обербека?
4. Как из уравнений динамики поступательного и вращательного движений вывести рабочую формулу (3.7)?
5. В каком случае движение маятника является равноускоренным?
6. Как измерить расстояние от оси вращения до центров грузиков, закрепленных на стержнях?
7. Каким образом в данной работе подтверждается линейная зависимость момента инерции от квадрата расстояния грузов, закрепленных на стержнях, до оси вращения?

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ЧЛЕНОВ БРИГАДЫ, ВЫПОЛНЯЮЩИХ ЛАБОРАТОРНУЮ РАБОТУ НА ОДНОЙ УСТАНОВКЕ

Номер члена бригады	Индивидуальное задание
1	Рассчитайте момент инерции маятника Обербека, состоящего из барабана и четырех спиц (без грузов, закрепленных на спицах). Численные значения масс и размеры барабана и спиц возьмите в таблице исходных данных, помещенной около лабораторной установки, на которой вам предстоит выполнять опыты
2	Рассчитайте момент инерции маятника Обербека с грузами, закрепленными на одинаковых расстояниях на всех четырех спицах. Расстояние от поверхности барабана до грузов, закрепленных на спицах, возьмите максимально возможным (грузы – на самом конце спиц). Численные значения масс и размеров барабана, спиц и грузов возьмите в таблице исходных данных, помещенной около лабораторной установки, на которой вам предстоит выполнять опыты
3	Выполните задание аналогичное заданию для второго номера, но расстояние от поверхности барабана до грузов, закрепленных на спицах, возьмите равным половине длины спицы (грузы – на середине спиц)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Иродов И.Е.* Механика. Основные законы – 12-е изд. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. – 309 с.
2. *Савельев И.В.* Курс общей физики: в 4 т. – Т. 1. Механика. Молекулярная физика и термодинамика: учебное пособие / под общ. ред. В.И. Савельева. – 2-е изд., стер. – М.: КНОРУС, 2012. – 528 с.
3. *Давыдков В.В.* Физика: механика, электричество и магнетизм: учебное пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2017. – 168 с.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ МЕТОДОМ КЛЕМАНА И ДЕЗОРМА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Проверка теоретических представлений о теплоемкости идеальных газов.

РЕШАЕМЫЕ ЗАДАЧИ

1. Экспериментальное определение показателя адиабаты воздуха методом Клемана и Дезорма.
2. Сравнение теоретического и экспериментального значений показателя адиабаты воздуха.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Согласно теоретическим представлениям [2], теплоемкость *идеального газа* для двух изопроцессов (изохорического и изобарического) определяется количеством вещества $\nu = m/M$ и числом степеней свободы молекул i :

$$C_V = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R, \quad C_P = \frac{m}{M} \frac{i+2}{2} R.$$

Величина $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i}$ входит в качестве показателя степени в

уравнение адиабаты ($PV^\gamma = \text{const}$), описывающее *адиабатический процесс в идеальном газе*.

Теплоемкость смеси, состоящей из N разных идеальных газов, определяется вкладом ее компонент:

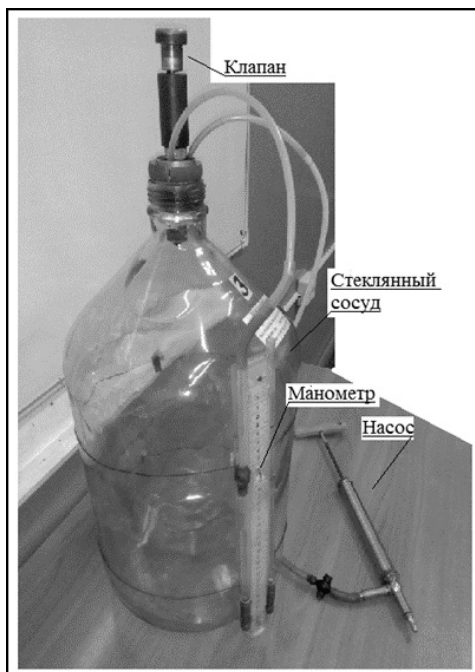
$$C_{V\text{см}} = \sum_{k=1}^N C_{V_k}, \quad C_{P\text{см}} = \sum_{k=1}^N C_{P_k}.$$

Как известно, воздух представляет собой смесь газов, основная масса которой на уровне земли приходится на азот (78 %) и кислород (21 %), которые оба являются двухатомными газами. Поэтому значения теплоемкостей и показателя адиабаты воздуха в *теоретической модели идеального газа* рассчитываются как для газа с числом степеней свободы молекул $i = 5$ (три поступательные и две вращательные степени свободы).

В таком представлении теоретическое значение показателя адиабаты воздуха $\gamma = \frac{5+2}{5} = 1,4$.

ЛАБОРАТОРНОЕ ОБОРУДОВАНИЕ

1. Стекланный сосуд, закрытый пробкой с клапаном.
2. Манометр.
3. Насос.



Насос позволяет накачивать воздух в стеклянный сосуд.

Манометр служит для измерения изменения давления воздуха в стеклянном сосуде.

Клапан позволяет осуществлять выпуск воздуха из стеклянного баллона.

РАВНОВЕСНЫЕ И КВАЗИРАВНОВЕСНЫЕ ТЕПЛОВЫЕ ПРОЦЕССЫ

Система молекул с постоянным количеством вещества ν в объеме V находится в «состоянии теплового равновесия», если во всех микроскопически малых частях ее объема достаточно длительное время и давление P , и температура T одинаковы, т. е. являются параметрами состояния системы в целом. Состояние теплового равновесия может поддерживаться только в такой системе, через «границы» которой исключается перенос вещества и энергии. Такая система называется термодинамически изолированной [1].

В неизолированных системах тепловое равновесие отсутствует и наблюдается тот или иной тепловой процесс. Будучи изолированной, такая система за некоторое время спонтанно благодаря тепловому движению молекул придет в состояние равновесия [1]. Переход системы из неравновесного в равновесное состояние называют процессом релаксации и характеризуют временем релаксации. Так, неравномерность давления в изолированной системе на расстоянии 10 см исчезает весьма быстро – за $10^{-4} \dots 10^{-5}$ с, так как выравнивание давления происходит со скоростью звука (при 0 °C в воздухе скорость звука равна 330 м/с). Выравнивание температуры определяется теплопроводностью системы и протекает медленно. Время температурной релаксации идеальных газов имеет порядок $t = 10^3 \dots 10^4$ с на участке 10 см.

Все тепловые процессы являются, строго говоря, непрерывной последовательностью неравновесных состояний системы. Но если они протекают медленно по отношению ко времени релаксации ($t \gg \tau$), то допустимо считать их непрерывной последовательностью равновесных состояний, так как, изменяясь постепенно, параметры состояния вследствие успевающей завершиться релаксации остаются практически одинаковыми во всех частях объема системы. Такие процессы называют равновесными. Они могут быть графически изображены на диаграмме

состояний. Поскольку определяющим для системы является время температурной релаксации, то всякий равновесный процесс – принципиально очень медленный ($t \rightarrow \infty$). Такими, например, являются протекающие в условиях изменения температуры изобарический ($P = \text{const}$) и изохорический ($V = \text{const}$) процессы, если они осуществляются как равновесные.

Изотермический процесс протекает при постоянной температуре системы и принципиально является равновесным. На первый взгляд, при таком процессе нет необходимости учитывать время температурной релаксации. Однако и этот процесс должен проводиться очень медленно, чтобы осуществляемый теплообмен системы с внешней средой не приводил к изменению ее температуры. Как угодно малое приращение внутренней энергии dU системы, возникающее за счет подведения малого количества теплоты $\delta Q \rightarrow dU$, с учетом времени температурной релаксации полностью должно успеть перейти в работу системы $dU \rightarrow \delta A$. Только в этом случае можно считать, что изотермический процесс выполняется: $\delta Q \rightarrow \delta A$, $dU \rightarrow 0$, $dT \rightarrow 0$ и $T = \text{const}$. Изотермический процесс – медленный принципиально. В идеале его определяют как бесконечно медленный. Реально тепловые процессы, включая изобарический и изохорический, проводят более или менее быстро, не обеспечивая полной температурой релаксации. В ряде случаев их можно рассматривать как равновесные только приближенно. Процессы, которые в определенных условиях с некоторым приближением можно рассматривать как равновесные, называют квазиравновесными. Такие процессы легче реализуются в системах с малым объемом, когда уменьшается время температурной релаксации, а также при сравнительно небольшом диапазоне изменения параметров состояния системы за время процесса.

КВАЗИРАВНОВЕСНЫЙ АДИАБАТНЫЙ ПРОЦЕСС

Адиабатный процесс проводится в системе с постоянным количеством вещества ν при отсутствии теплообмена с внешней средой ($\delta Q = 0$). Для этого система должна быть термодинамически изолирована. При адиабатном процессе температура системы изменяется. Поэтому равновесный адиабатный процесс должен протекать настолько медленно, чтобы его длительность была много больше времени температурной

релаксации системы, т. е. $t \gg \tau$. Отсюда следует часто трудно выполнимое жесткое требование к качеству тепловой изоляции системы.

Чтобы избежать этого затруднения, на практике адиабатный процесс проводят как квазиравновесный: объем системы изменяют настолько быстро, чтобы за время длительности процесса можно было пренебречь теплообменом системы с внешней средой, т. е. $\delta Q \rightarrow 0$. Ясно, что температурная релаксация системы за такой интервал времени не завершается, и неравномерность температуры в разных частях объема не позволяет считать такой адиабатный процесс равновесным. Однако, выбирая объем системы достаточно малым и проводя процесс при незначительном изменении давления, объема и температуры системы, можно считать его квазиравновесным.

Адиабатный процесс в системе идеального газа с постоянным числом одинаковых молекул аналитически записывается либо уравнением (6.1), либо уравнением (6.2):

$$PV^\gamma = \text{const}; \quad (6.1)$$

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}, \quad (6.2)$$

где показатель адиабаты γ определяется только «числом степеней свободы» i [1] молекулы газа и равен отношению теплоемкостей газа при постоянном давлении C_p (изобарический процесс) и при постоянном объеме C_V (изохорический процесс):

$$\gamma = \frac{i+2}{i}; \quad (6.3)$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}. \quad (6.4)$$

Рассмотрим относительное изменение параметров состояния системы, удовлетворяющее условию проведения квазиравновесного адиабатного процесса.

Задавшись приращениями ΔP , ΔV и ΔT давления, объема и температуры, из формул (6.1) и (6.2) получим соответственно уравнения

$$\gamma P \Delta V + V \Delta P = 0, \quad (\gamma - 1) T \Delta V + V \Delta T = 0,$$

из которых следует, что относительные изменения объема и температуры зависят от относительного изменения давления следующим образом:

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{1}{\gamma} \frac{\Delta P}{P}, \quad \frac{\Delta T}{T} = -(\gamma-1) \frac{\Delta V}{V} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\Delta P}{P}.$$

Для одно-, двух- и трехатомных молекул число степеней свободы соответственно равно: $i = 3$, $i = 5$, $i = 6$. Пусть $i = 5$ и $\gamma = 1,4$.

Условие квазиравновесия требует, чтобы приращения параметров состояния системы были малы. Особенно это относится к температуре. Пусть $\Delta P/P = 0,01$, тогда $\Delta V/V = 0,007$ и $\Delta T/T = 0,003$.

Проведем количественную оценку приращения параметров.

В качестве наименьшего давления в системе примем атмосферное давление $P = 1,01 \cdot 10^5$ Па. Тогда приращение давления $\Delta P = 1,01 \cdot 10^3$ Па = = 103 мм вод. ст. Оно может быть измерено непосредственно U-образным жидкостным манометром, один вход которого соединен с системой, а второй, открытый, непосредственно с внешней средой.

Если в исходном состоянии система имеет комнатную температуру, например $T = 300$ К, то по окончании адиабатного процесса расширения температура уменьшится на $\Delta T = 1$ К (или на 1°C). Столь незначительное уменьшение температуры позволяет считать ее приблизительно постоянной. Следовательно, адиабатный быстропотекающий процесс в этих условиях вполне можно рассматривать как квазиравновесный.

МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ

Технически более просто осуществляется адиабатный процесс расширения газа из равновесного состояния I (рис. 6.1), при котором температура системы T_1 равна температуре T_0 окружающей внешней среды, а давление $P_1 = P_0 + P_1$ превышает значение атмосферного давления P_0 . По окончании адиабатного процесса в квазиравновесном состоянии 2 температура будет $T_2 = T_0 - T$, а давление в системе $P_2 = P_0$.

Для эксперимента необходима система, способная спонтанно увеличить свой объем при неизменном количестве вещества в нем. Такая система не может быть ограничена стенками какого-либо сосуда, имеющего постоянный объем. В то же время избыточное давление в системе можно обеспечить только тогда, когда она заключена в таком сосуде. Для устранения этого противоречия выберем систему молекул внутри сосуда, но занимающую при избыточном давлении P_1 только небольшую часть V_1 объема сосуда, как показано на рис. 6.1, где выделенная система условно ограничена круговой линией.

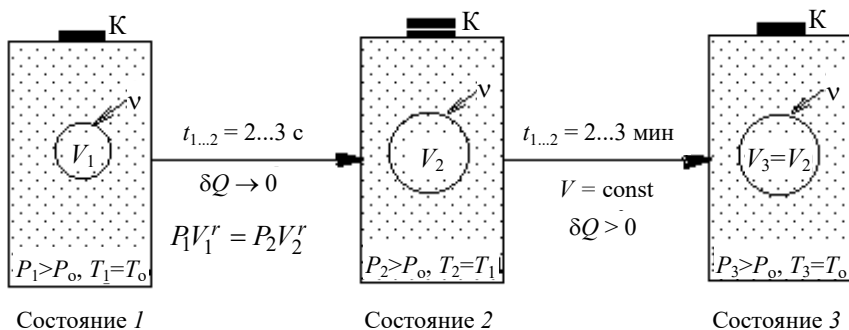


Рис. 6.1

В исходное равновесное состояние 1 система приходит после предварительного сжатия (подкачка газа может быть осуществлена насосом) и последующей релаксации (в течение нескольких минут), когда в условиях теплового равновесия с внешней средой весь газ в сосуде будет иметь температуру $T_1 = T_0$ и установившееся давление P_1 .

В процессе быстрого адиабатного расширения системы, производимого резким соединением через открывающийся клапан К полости сосуда с внешней средой, теплообменом газа в сосуде и тем более в выделенной системе, можно пренебречь ($\delta Q \rightarrow 0$). Внутренняя энергия системы уменьшается на величину $\Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T$, расходуемую

на работу A расширения системы: $\Delta U \rightarrow A$. На диаграмме (рис. 6.2) адиабатный процесс перехода из состояния 1 в состояние 2 показан графически.

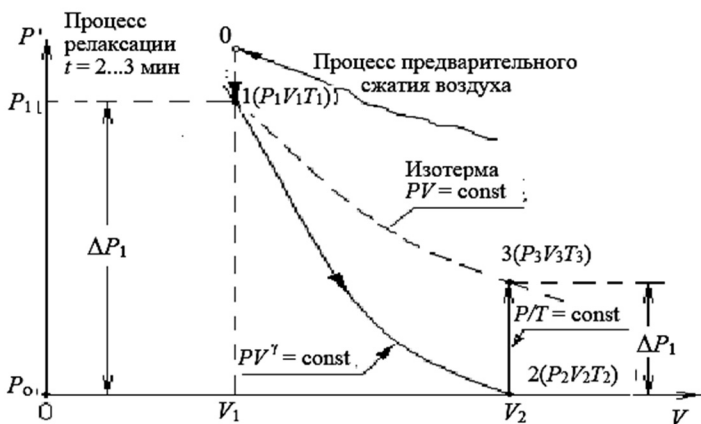


Рис. 6.2

Из уравнения (6.1) адиабатного процесса для состояний 1 и 2 следует равенство $R_1 V_1^\gamma = R_2 V_2^\gamma$, но так как $P_2 = P_0$, то можно записать, что $R_1 V_1^\gamma = P_0 V_2^\gamma$. Отсюда найдем, что показатель адиабаты

$$\gamma = \frac{\ln \frac{P_0}{P_1}}{\ln \frac{V_1}{V_2}} = \frac{\ln \frac{P_1}{P_0}}{\ln \frac{V_2}{V_1}}. \quad (6.5)$$

В формуле (6.5), представляя логарифм в виде ряда, ограничиваясь только первым членом этого ряда, получим

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{P_0 + \Delta P_1}{P_0} = 1 + \frac{\Delta P_1}{P_0} \quad \text{и} \quad \ln \frac{P_1}{P_0} = \ln \left(1 + \frac{\Delta P_1}{P_0} \right) \approx \frac{\Delta P_1}{P_0},$$

так как

$$\frac{\Delta P_1}{P_0} \ll 1,$$

а отношение объемов V_2/V_1 остается неизменным.

Особенность метода Клемана и Дезорма состоит в том, что после адиабатного процесса из состояния 2 система, сохраняя постоянный объем, в течение некоторого времени изохорически переходит в равновесное состояние 3 (см. рис. 6.1), при котором в условиях теплового равновесия с внешней средой она приобретает температуру T_0 этой среды: $V_3 = V_2$, $T_3 = T_0$ и $P_3 > P_0$. Таким образом, состояния 1 и 3 являются изотермическими ($T_1 = T_0$ и $T_3 = T_0$), т. е. принадлежат некоторой теоретической изотерме (на рис. 6.2 – пунктирная линия $PV = \text{const}$). Поэтому для этих состояний можно записать равенство $P_1V_1 = P_3V_3$ либо, учитывая, что $V_3 = V_2$, равенство $P_1V_1 = P_3V_2$. Отсюда следует, что в формуле (6.3) неизвестное отношение объемов можно заменить отношением давлений

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_3} = \frac{P_0 + \Delta P_1}{P_0 + \Delta P_2} = \frac{1 + \Delta P_1 / P_0}{1 + \Delta P_2 / P_0},$$

где ΔP_2 – приращение давления при изохорическом процессе. Учитывая, что $(\Delta P_1 / P_0) \ll 1$ и $(\Delta P_2 / P_0) \ll 1$, получаем

$$\ln \frac{V_2}{V_1} = \ln \left(1 + \frac{\Delta P_1}{P_0} \right) - \ln \left(1 + \frac{\Delta P_2}{P_0} \right) = \frac{\Delta P_1 - \Delta P_2}{P_0}.$$

Подставив найденные выражения для логарифмов в формулу (6.5), запишем в окончательном виде уравнение, позволяющее производить измерение показателя адиабаты по методу Клемана и Дезорма:

$$\gamma = \frac{\Delta P_1}{\Delta P_1 - \Delta P_2}. \quad (6.6)$$

Измерения с помощью формулы (6.6) косвенные. Однако при обработке результатов измерений их следует рассматривать как прямые, в каждом эксперименте вычисляя значение $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_i, \dots, \gamma_n$, а затем находя среднее значение $\bar{\gamma}$ и погрешность Δ_{γ} . Эта особенность объясняется невозпроизводимостью от опыта к опыту исходного состояния 1 (P_1, V_1, T_1) системы, которое образуется спонтанно из неравновесного состояния 0, в значительной мере зависящего от способа и режима нагнетания воздуха в сосуд.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Установка, изображенная на рис. 6.3, содержит стеклянный сосуд *1* с пробкой *2*, в которой установлены подпружинный клапан *3*, а также соединительные трубки жидкостного *U*-образного манометра *4* и ручного насоса *5*, который сообщается с сосудом через вентиль *6*. Схема установки показана на рис. 6.3. Необходимо соблюдать следующий порядок работы:

- 1) открыть вентиль *6*;
- 2) насосом *5* малыми порциями накачать воздух в сосуд *1*, создав давление, при котором в открытом колене манометра *4* уровень жидкости устанавливается вблизи верхнего деления шкалы. **Следить, чтобы жидкость из трубки манометра не вылилась наружу;**
- 3) закрыть вентиль *6*;

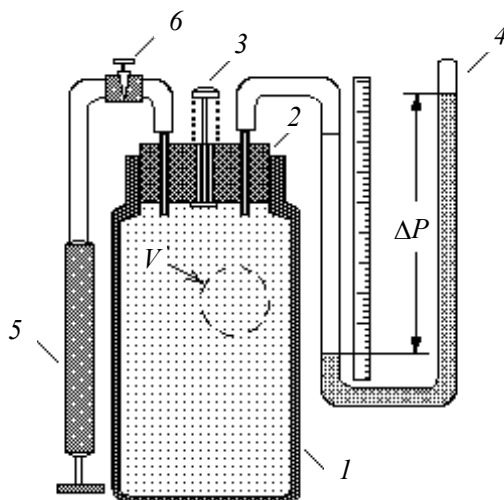


Рис. 6.3

4) в течение 2-3 мин дать системе прийти в состояние равновесия (исходное состояние *1*) при температуре внешней среды; измерить приращение давления ΔP_1 по шкале манометра *4*;

5) резким нажатием клапана *3* осуществить быстрое адиабатическое расширение системы; в момент выравнивания уровней жидкости в обоих коленах манометра клапан *3* отпустить;

6) в течение 2-3 мин осуществить изохорический процесс, по окончании которого система приходит в состояние 3 равновесия при температуре внешней среды, а давление P_3 стабилизируется. Измерить приращение давления ΔP_2 по шкале манометра 4;

7) с помощью формулы (6.6) вычислить значение показателя адиабаты.

ЗАДАНИЕ К РАБОТЕ

1. Изучить равновесные и квазиравновесные тепловые процессы, включая адиабатный процесс, а также понятие о степенях свободы молекул, вопросы теплоемкости идеальных газов, первое начало термодинамики.

2. Изучить метод Клемана и Дезорма, применяемый для измерения показателя адиабаты.

3. Подготовить протокол.

3. Провести 10–15-кратное измерение показателя адиабаты с помощью формулы (6.6), определяя приращения давления ΔP_1 и ΔP_2 и вычисляя γ .

4. Вычислить среднее значение показателя адиабаты и при доверительной вероятности $P = 90\%$ – случайную погрешность измерений, считая их прямыми (см. введение).

5. Найти теоретическое значение показателя адиабаты для двухатомного газа и сравнить его с экспериментально полученным значением.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определение термодинамически изолированной системы.

2. Какие состояния системы называют равновесными?

3. Что такое процесс релаксации системы, время релаксации системы?

4. Какие процессы называют равновесными и квазиравновесными?

5. Дайте определение всех изопроцессов и адиабатного процесса, напишите уравнения этих процессов, приведите их графическое изображение на диаграмме состояний.

6. Охарактеризуйте изопроцессы и адиабатный процесс с точки зрения их равновесности.

7. Что называют степенями свободы молекул и чему равно их число для одно-, двух- и трехатомных молекул?

8. Дайте определения теплоемкости, удельной и молярной теплоемкостей системы. Чему равны молярные теплоемкости идеального газа при изобарическом и изохорическом процессах? Как эти теплоемкости связаны друг с другом?

9. Изложите сущность метода Клемана и Дезорма для измерения показателя адиабаты.

10. Что называется показателем адиабаты, чем он определяется и как связан с теплоемкостями идеального газа при изобарическом и изохорическом процессах?

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ЧЛЕНОВ БРИГАДЫ, ВЫПОЛНЯЮЩИХ ЛАБОРАТОРНУЮ РАБОТУ НА ОДНОЙ УСТАНОВКЕ

Номер члена бригады	Индивидуальное задание
1	Считая молекулы идеального газа одноатомными, вычислить молярные теплоемкости при постоянном объеме C_V и при постоянном давлении C_P , а также показатель адиабаты γ такого газа. Сравнить полученное теоретическое значение γ со значением, полученным в эксперименте
2	Считая молекулы идеального газа двухатомными, вычислить молярные теплоемкости при постоянном объеме C_V и при постоянном давлении C_P , а также показатель адиабаты γ такого газа. Сравнить полученное теоретическое значение γ со значением, полученным в эксперименте
3	Считая молекулы идеального газа трехатомными, вычислить молярные теплоемкости при постоянном объеме C_V и при постоянном давлении C_P , а также показатель адиабаты γ такого газа. Сравнить полученное теоретическое значение γ со значением, полученным в эксперименте

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Механика и термодинамика. Методические указания к вводному занятию и к лабораторным работам № 0–6 по физике для студентов I курса всех факультетов / сост.: А.В. Баранов, А.М. Погорельский, В.В. Христофоров, Б.Л. Паклин, Д.Д. Березиков. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2012.

2. *Савельев И.В.* Курс общей физики. [В 4 т.]. Т. 1. Механика. Молекулярная физика и термодинамика: учебное пособие / под общ. ред. И.В. Савельева. – 2-е изд., стер. – М.: КНОРУС, 2012. – 528 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Лабораторная работа № 0. Определение объема тела цилиндрической формы	25
Лабораторная работа № 1. Измерение скорости пули с помощью баллистического маятника	30
Лабораторная работа № 3. Определение углового ускорения и момента инерции маятника Обербека	37
Лабораторная работа № 6. Определение показателя адиабаты методом Клемана и Дезорма	46

МЕХАНИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Методическое пособие

Выпускающий редактор *И.П. Брованова*

Корректор *Л.Н. Кинит*

Компьютерная верстка *Л.А. Веселовская*

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции

Издание соответствует коду 95 3000 ОК 005-93 (ОКП)

Подписано в печать 20.01.2020. Формат 60 × 84 1/16. Бумага офсетная. Тираж 100 экз.

Уч.-изд. л. 3,48. Печ. л. 3,75. Изд. № 310/19. Заказ № 307. Цена договорная

Отпечатано в типографии

Новосибирского государственного технического университета

630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20