

Лабораторная работа №4. Интерполяция сплайнами и численное дифференцирование

Цель работы

1. Изучение сплайн интерполяции функций. Получение практических навыков разработки алгоритмов и программной реализации построения сплайнов.
2. Знакомство с формулами численного дифференцирования, получение практических навыков их применения.

Задание

1. Построить СЛАУ для определения коэффициентов кубических сплайнов дефекта 1 для функции заданной таблицей значений. СЛАУ должна быть построена с учетом следующего выражения для сплайнов: $\varphi_i(x) = a_i x^3 + b_i x^2 + c_i x + d_i$ и включать все коэффициенты (без приведения к трехдиагональному виду). Расчеты выполнить с использованием математических программных пакетов типа MathCAD, microsoft mathematics и т.п.

2. Разработать программную реализацию построения кубического сплайна дефекта 1, основанную на приведении СЛАУ к трехдиагональному виду. Входной информацией для разработанной программы должна быть произвольная таблица значений функции. Выходная информация – графики функций. Кроме того, программа должна позволять отобразить график произвольного многочлена заданного набором коэффициентов и пределами построения (от и до). Стили отображения линий (штриховка, цвет, толщина и т.п.) должны позволить увидеть совпадающие графики.

3. Проверить совпадение графиков сплайнов рассчитанных вручную с построенными программно (отдельно для каждого промежутка (для каждого сплайна)).

4. Добавить в программу возможность построения графиков первой и второй производных сплайн интерполяции, рассчитанных по формулам численного дифференцирования. Шаг – входной параметр.

Требования к алгоритмам и программной реализации

При разработке алгоритма стараться по возможности минимизировать вычислительные затраты.

Для решения СЛАУ относительно коэффициентов «с» в программе должен быть отдельный функциональный модуль, реализующий метод прогонки.

Ограничений на среду разработки не накладывается, однако рекомендуется использовать современные высокоуровневые возможности, позволяющие не тратить

время на программирование построения графиков (компонент Chart в C# Windows Forms, библиотека QCustomPlot в Qt/C++, компонент Tchart в Embarcadero C++ Builder и т.п.).

Способ ввода должен быть удобным и позволять корректировку отдельных элементов данных (поля ввода в окне, чтение файла и т.п.; только не последовательный ввод в консоли).

Содержание отчёта и особенности выполнения в условиях удаленной работы

Отчет о проделанной работе должен включать:

исходные данные (таблицу значений функции);

результаты вычислений (коэффициенты сплайнов в форме $\varphi_i(x) = a_i x^3 + b_i x^2 + c_i x + d_i$ и использованные в расчетах промежуточные данные, как минимум СЛАУ);

результаты работы программы: графики, с выделением табличных точек, результаты сравнений (наложения графиков рассчитанных вручную и построенных программно), графики производных;

выводы;

тексты программ.

Рисунки должны иметь номера и названия.

Отчет выполняется индивидуально каждым студентом. Вариант таблицы значений функции выбирается из [таблицы 1](#) (совпадает с работой №3) в соответствии с номером студента в [журнале](#).

Приветствуется самостоятельное написание раздела «выводы» каждым студентом. В этом разделе фиксируют мысли возникшие в процессе реализации и проведения экспериментов с изучающимися в рамках работы методами. Ценность написанного не столько в правильности и соответствии теории, сколько в самостоятельной оценке изучаемого метода.

Контроль уникальности программных реализаций будет производиться с учетом деления на «бригады» (одна бригада – одна программа, или разные, если есть большое желание работать строго индивидуально или нет возможности совместно).

Варианты

Таблица 1

| № вар. | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | $f(x_1)$ | $f(x_2)$ | $f(x_3)$ | $f(x_4)$ | $f(x_5)$ |
| 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| | 6 | 6 | 1 | -1 | 11 |
| 2 | -1 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| | -5 | -3 | 18 | 6 | -2 |
| 3 | -2 | 0 | 1 | 3 | 5 |
| | 7 | 6 | 10 | 9 | 10 |
| 4 | -2 | 0 | 2 | 3 | 4 |
| | 18 | 12 | 7 | -1 | 0 |
| 5 | 5 | 7 | 9 | 11 | 12 |
| | 3 | -2 | -2 | 4 | 15 |
| 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 |
| | 4 | 9 | 5 | 1 | 16 |
| 7 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| | -2 | -2 | -7 | 1 | 14 |
| 8 | -1 | 0 | 2 | 3 | 4 |
| | 10 | 14 | 0 | -5 | 5 |
| 9 | 7 | 9 | 10 | 12 | 14 |
| | 8 | 11 | 7 | 2 | -5 |
| 10 | 2 | 3 | 4 | 6 | 7 |
| | -1 | -6 | 7 | 8 | 2 |
| 11 | -1 | 0 | 2 | 3 | 5 |
| | -6 | 2 | -6 | 5 | -6 |
| 12 | 0 | 2 | 3 | 5 | 7 |
| | 11 | -2 | -5 | 8 | 8 |
| 13 | 7 | 8 | 10 | 11 | 13 |
| | 9 | 9 | 12 | -5 | 0 |
| 14 | 2 | 4 | 6 | 8 | 9 |
| | 7 | 4 | 15 | 17 | -7 |
| 15 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 |
| | 7 | -1 | 16 | -2 | 3 |
| 16 | 0 | 1 | 3 | 5 | 6 |
| | 8 | 9 | 19 | -2 | 5 |
| 17 | 4 | 5 | 7 | 8 | 10 |
| | -1 | 17 | -3 | -2 | -1 |
| 18 | 1 | 2 | 4 | 6 | 8 |
| | 8 | 12 | 8 | 17 | -4 |
| 19 | -4 | -2 | -1 | 0 | 2 |
| | -11 | -5 | 3 | 2 | -2 |
| 20 | -3 | -1 | 1 | 3 | 5 |
| | 10 | 3 | 6 | 15 | 1 |
| 21 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 |
| | 19 | 2 | 9 | -3 | 12 |
| 22 | -3 | -1 | 1 | 3 | 5 |
| | 1 | 0 | 11 | 6 | 7 |
| 23 | 2 | 4 | 5 | 7 | 8 |
| | 11 | 11 | 5 | 5 | 4 |
| 24 | -4 | -2 | 0 | 1 | 2 |
| | -11 | 5 | 4 | -1 | -12 |
| 25 | 8 | 9 | 10 | 12 | 14 |
| | -7 | -1 | 2 | 8 | -4 |