Лабораторная работа №5. Численное интегрирование.

Цель работы

Изучение методов численного интегрирования. Получение практических навыков разработки алгоритмов и программной реализации вычисления интеграла с заданной точностью.

Задание

1. Проанализировать поведение подынтегральной функции и её производных, и вычислить оценки шага интегрирования для заданных методов (только для методов 1-5 согласно таблице 3), для каждого из заданных вариантов точности. Расчеты выполнить вручную или с использованием математических программных пакетов типа MathCAD, microsoft mathematics и т.п.

2. Разработать программную реализацию вычисления интеграла заданными методами с контролем точности основанном на правиле Рунге с учётом порядка точности метода (метод Ньютона-Котеса 3-го порядка имеет 4-й порядок точности относительно шага интегрирования, 4-го и 5-го порядков - 6-й порядок точности). Входной информацией для разработанной программы должны быть: пределы интегрирования и требуемая точность. Подынтегральная функция жестко задаётся в программе. Выходная информация: значение интеграла и шаг при котором оно вычислено.

3. Сравнить оценки шага со значениями шага, которые получены в результате работы программ, а значения интеграла полученные программно с более точным результатом полученным в стороннем математическом программном пакете.

Требования к алгоритмам и программной реализации

При разработке алгоритма стараться по возможности минимизировать вычислительные затраты.

Ограничений на среду разработки не накладывается.

Содержание отчёта и особенности выполнения в условиях удаленной работы

Отчет о проделанной работе должен включать:

расчёт оценок шага;

результаты работы программ;

выводы - обсуждение результатов сравнения;

тексты программ.

Рисунки должны иметь номера и названия.

Отчет выполняется индивидуально каждым студентом. Вариант таблицы значений функции выбирается из таблицы 1 в соответствии с номером студента в журнале.

Контроль уникальности программных реализаций будет производиться с учетом деления на «бригады» (одна бригада – одна реализация, или разные, если есть большое желание работать строго индивидуально или нет возможности совместно).

Варианты

Таблица 1

№ вар.	$f(x)$	a	b	Методы	ε
1	8	1.5	2	2; 3; 6	0.01; 0.001
2	1	1	3	1; 3; 8	0.1; 0.01
3	1	2	3	1; 3; 8	0.01; 0.001
4	2	5	15	2;4; 5	0.01; 0.001
5	4	0.5	4.5	2; 3; 5	0.1; 0.001
6	3	2	5	1; 4; 6	0.1; 0.01
7	3	0.5	1	1; 4; 6	0.1; 0.01
8	8	2	4	2; 3; 6	0.01; 0.001
9	8	2	3	2; 3; 6	0.1; 0.001
10	7	2	5	1; 4; 5	1; 0.01
11	1	0.5	2.5	1; 3; 8	0.1; 0.01
12	6	5	10	2; 3; 7	0.1; 0.01
13	5	5	15	1; 3; 6	1; 0.1
14	5	1	2	1; 3; 6	0.1; 0.01
15	5	5	6	1; 3; 6	0.01; 0.001
16	7	1.5	2	1; 4; 5	0.01; 0.001
17	7	5	6	1; 4; 5	0.1; 0.01
18	3	5	20	1; 4; 6	0.01; 0.001
19	4	2	22	2; 3; 5	0.1; 0.01
20	4	0.3	3	2; 3; 5	0.01; 0.001
21	6	1	2	2; 3; 7	0.01; 0.001
22	2	0.5	10	2;4; 5	0.1; 0.001
23	6	2	5	2; 3; 7	0.1; 0.001

Варианты функций и методов приведены в таблицах 2 и 3.

Таблица 2

№	$f(x)$
1	$f(x) := \dfrac{1+x}{(2+3\,x)^2}$
2	$f(x) := \dfrac{1+x}{(2+3\,x)^2 \cdot \sqrt{2+x}}$
3	$f(x) := \dfrac{(1+x)^2}{x^3 \cdot \sqrt{2+x}}$
4	$f(x) := \dfrac{1+\sqrt{x}}{1+4\,x+3\,x^2}$
5	$f(x) := \dfrac{2.5\,x^2 - 0.1}{\ln(x)+1}$
6	$f(x) := \dfrac{\ln(x)}{\sqrt{1.2+0.3\,x}}$
7	$f(x) := \dfrac{(x+1)^2}{\sqrt{\ln(x)}}$
8	$f(x) := \sqrt{x} \cdot e^{\frac{-x}{2}}$

Таблица 3

№	Метод
1	Левых прямоугольников
2	Правых прямоугольников
3	Средних прямоугольников
4	Трапеций
5	Симпсона
6	Ньютона-Котеса 3-го порядка
7	Ньютона-Котеса 4-го порядка
8	Ньютона-Котеса 5-го порядка