Министерство образования и науки РФ

Федеральное агентство по образованию

НГТУ

Кафедра Прочности летательных аппаратов

Пример оформления расчетно-графической работы

(вычисления содержат ошибки☺)

Расчетно-графическая работа

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОПУСКАЕМОЙ НАГРУЗКИ ИЗ УСЛОВИЯ ПРОЧНОСТИ БАЛКИ

Факультет: ФЛА

Группа: С-91

Студент: Вариант:28

Преподаватель:

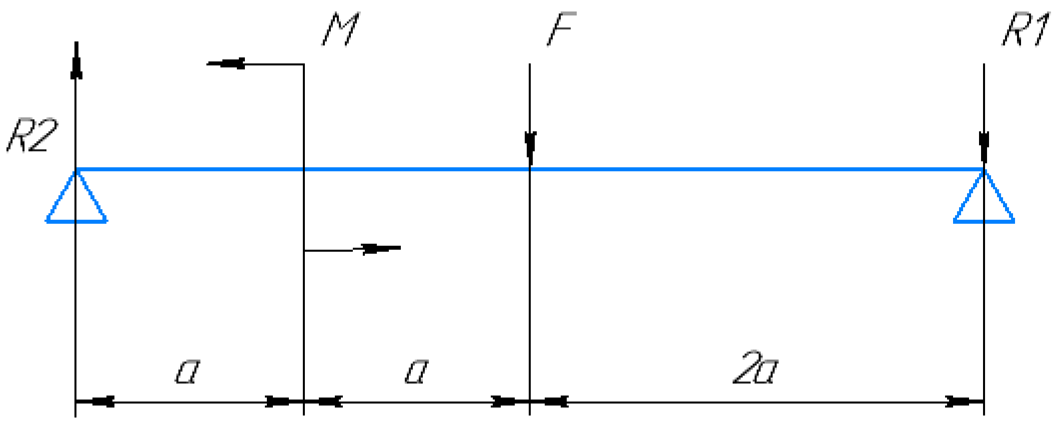
Новосибирск 2021

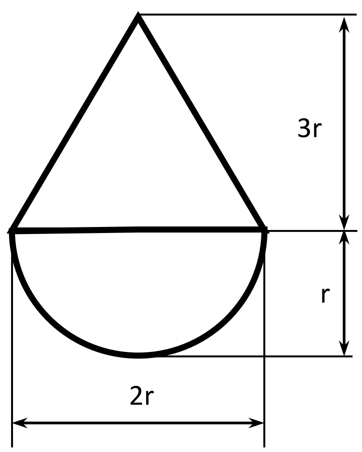
ЗАДАНИЕ

Чугунная балка нагружена в соответствии с расчетной схемой *. Допускаемые напряжения на растяжение [σр] = 300 МПа, на сжатие – [σс] = 1000 МПа. Требуется вычислить геометрические характеристики заданного сечения и определить допускаемую нагрузку [q] из условия прочности при рациональном расположении сечения.

Исходные данные

a метров	1,0
$r*10^{-3}$ метров	20



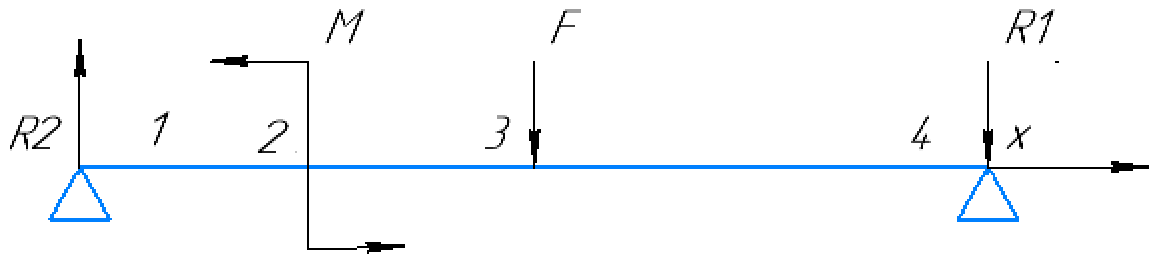


РЕШЕНИЕ

1 Построение эпюр внутренних силовых факторов.

1.1 Назначение внутренних силовых факторов

Выбираем систему координат и разбиваем балку на силовые участки с границами в местах приложения сосредоточенных усилий. На рисунке, это цифры 1,2,..,4.



1.2 Определение опорных реакций

Освобождаемся от опор и определяем реакции R1 и R2. Воспользуемся уравнениями двух моментов.

$$\sum m_1 = M - R_1 \times 4a - F \times 2a = 0$$

$$\sum m_2 = M - R_2 \times 4a + F \times 2a = 0$$

От куда определяются реакции R1 и R2:

$$R_2 = \frac{1}{4a}(F \times 2a + M) = \frac{1}{4a}(qa \times 2a - 3qa^2) = \frac{5qa}{4}$$

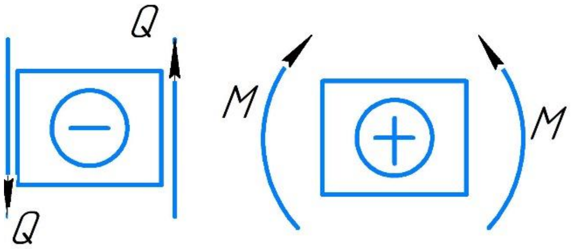
$$R_1 = \frac{1}{4a}(M - F \times 2a) = \frac{1}{4a}(3qa^2 - 2qa * a) = \frac{qa}{4}$$

Проверяем правильность найденных реакций:

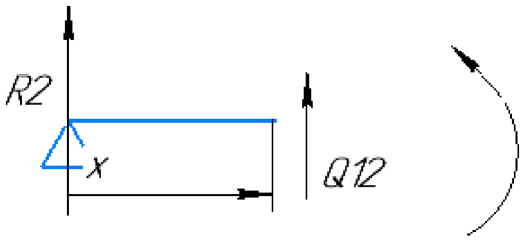
$$\sum Y = -R1 + R2 - F = -\frac{qa}{4} + \frac{5qa}{4} - qa = 0$$

1.3 Определение внутренних силовых факторов.

Рассматриваем последовательно силовые участки и, используя метод сечений, определяем внутренние силовые факторы. Используем правило знаков как показано на рисунке.



Участок 1-2 $(0 \le x \le a)$

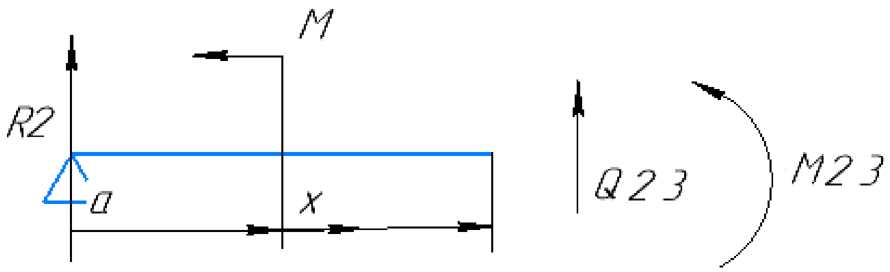


Q_{12}=-R_2=$-\frac{5qa}{4}$

M_{12}=R_2*x=$\frac{5qa}{4}x$

$M_{12|x=0}$=0; $M_{12|x=a}$=$\frac{5qa^2}{4}$

Участок 2-3 $(a \le x \le 2a)$

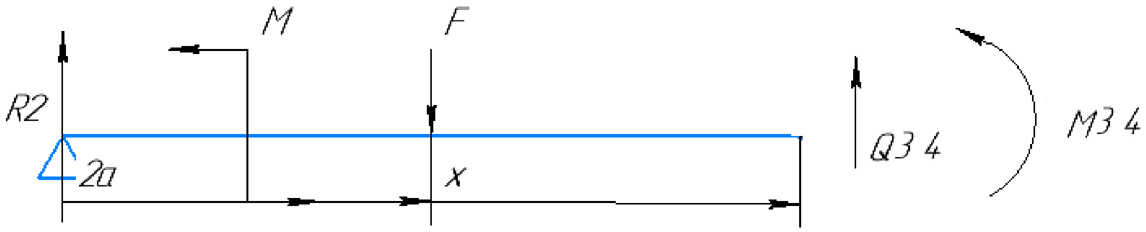


Q_{23}=-R_2=$-\frac{5qa}{4}$

M_{12}=R_2*(x+a)-M=$\frac{5qa^2}{4}+\frac{5qa}{4}x-3qa^2$

$M_{23|x=0}$=$-\frac{7qa^2}{4}$; $M_{23|x=a}$=$-\frac{qa^2}{2}$

Участок 3-4 ($2a \le x \le 4a$)



Q_{34}=F-R_2=$-\frac{qa}{4}$

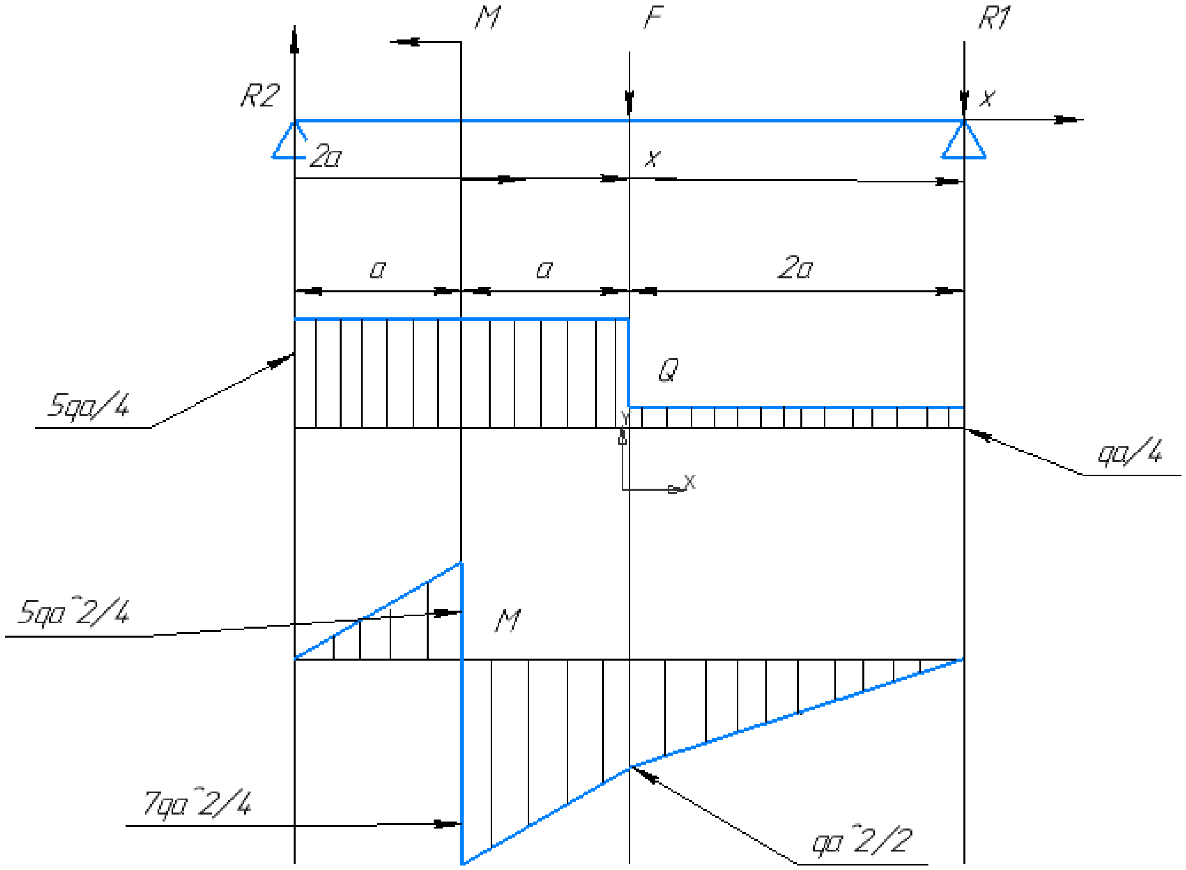
M_{34}=M+R_2*(2a+x)+F*x

$M_{34|x=0}$=$-\frac{qa^2}{2}$; $M_{34|x=a}$=0

Так как в точке приложения дополнительного момента эпюра M будет иметь скачок, максимальное значение будет при x=a:

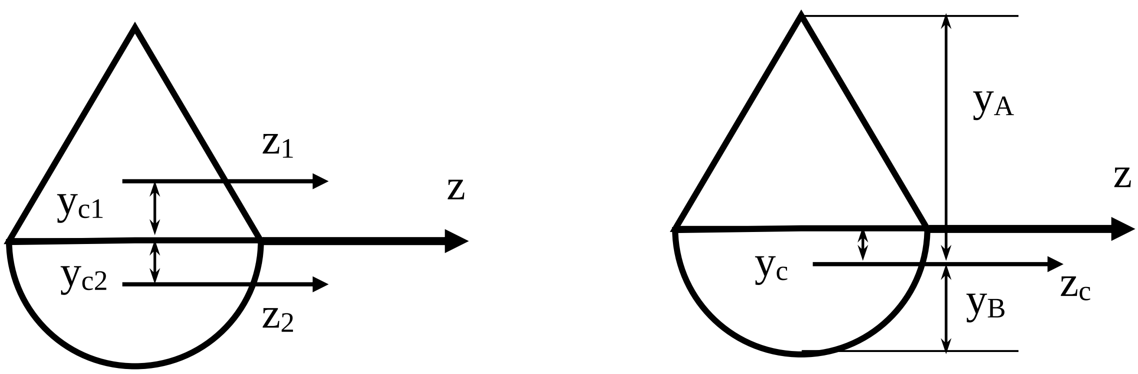
$M^{экстр}$=$-\frac{7qa^2}{4}$;

Полученные значения наносим на график:



2 Вычисление геометрических характеристик заданного поперечного сечения.

Разбиваем сечение на простейшие фигуры, для которых известно положение центра тяжести, в нашем случае это прямоугольник и треугольник. Вспомогательную ось z располагаем у основания треугольника:



Координата центра тяжести сечения вычисляется по формуле:

$$Y_c = \frac{S_z^1 + S_z^2}{A_1 + A_2}$$

Площади и статические моменты:

Полагаем, что внешний прямоугольник имеет положительную площадь, а внутренний квадрат – отрицательную.

$A_1 = -r * r = -r^2$

$A_2 = 2r * 3r = 6r^2$

$A = A_1 + A_2$

Тогда

$S_z^1 = 0.5r * A_1$

$S_z^2 = 0 * A_2$

$S_z = S_z^1 + S_z^2$

Координата центра тяжести:

$$Y_c = \frac{S_z}{A} == \frac{0.5r * (-r^2) + 0}{6r^2 - r^2} = -0.002(\text{м})$$

Координаты, наиболее удаленных от оси Zc точек будут:

$Y_A = 1.5r - Y_c = 0.032(\text{м})$

$Y_B = 1.5 + Y_c = 0.028(\text{м})$

Момент инерции всего сечения относительно оси Zc:

$J_{zc} = J_{zc}^1 + J_{zc}^2$

$$J_{zc}^1 = (0.1r)^2 * 6r^2 + \frac{2r * (3r)^3}{12} = 7.926 * 10^{-7}(\text{м}^4)$$

$$J_{zc}^2 = (0.1r)^2 * 6r^2 + \frac{2r * (3r)^3}{12} = 7.926 * 10^{-7}(\text{м}^4)$$

Где 0,1r и 0,6r это расстояние от оси z_c до центра треугольника и полуокружности соответственно.

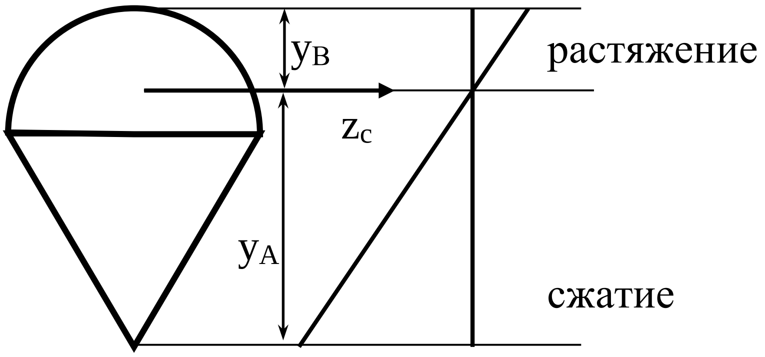
Тогда:

$J_{zc} = 7.926 * 10^{-7} - 7.093 * 10^{-8} = 6.587 * 10^{-7}(\text{м}^4)$

Момент инерции J_{zc} является главным центральным моментом инерции поперечного сечения балки.

3 Определение допускаемой нагрузки из условия прочности

Наибольший изгибающий момент равен $\frac{7qa^2}{4}$. Так как значение момента отрицательно, то нижние волокна сечения сжаты, а верхние растянуты. В связи с тем, что материал балки лучше работает на сжатие ([σс]>[σр]), то рациональным расположением сечения будет такое при котором наиболее удаленные от нейтральной оси волокна (точка А) оказываются в сжатой зоне.



В растянутой зоне

$$\sigma_b = \frac{MY_B}{J_{zc}} = \frac{7qa^2Y_B}{4J_{zc}} \leq [\sigma_{\text{р}}];$$

В сжатой зоне

$$\sigma_a = \frac{MY_A}{J_{zc}} = \frac{7qa^2Y_A}{4J_{zc}} \leq [\sigma_{\text{с}}];$$

Подставляя числовые значения определим допускаемую нагрузку.

В растянутой зоне:

$$q \leq \frac{300*10^6*4*6.587*10^{-7}}{7*0.028} = 4.03(\text{кН/м})$$

В сжатой зоне:

$$q \leq \frac{1000*10^6*4*6.587*10^{-7}}{7*0.032} = 11.18(\text{кН/м})$$

За расчетную принимаем наименьшее значение нагрузки q=4,03 (кН/м), которая была получена из расчета на растяжение.

Ответ: q=4,03 (кН/м)

Приложение

Полный текст Mathcad-программы

$q := 1$

$a := 1$

$F := q \cdot a \qquad M := 3 \cdot q \cdot a^2$

$M - R1 \cdot 4 \cdot a - F \cdot 2 \cdot a$

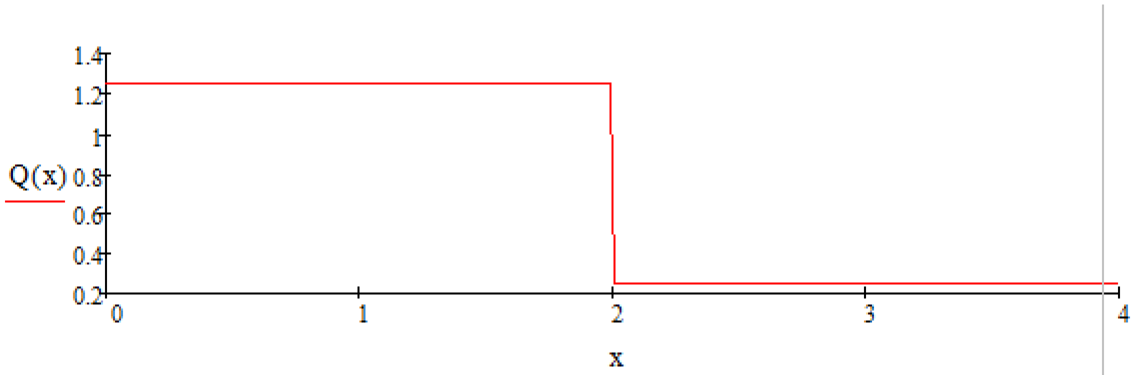
$$R1 := \frac{M - 2 \cdot F \cdot a}{4 \cdot a} = 0.25$$

$R2 \cdot 4 \cdot a - M - F \cdot 2a$

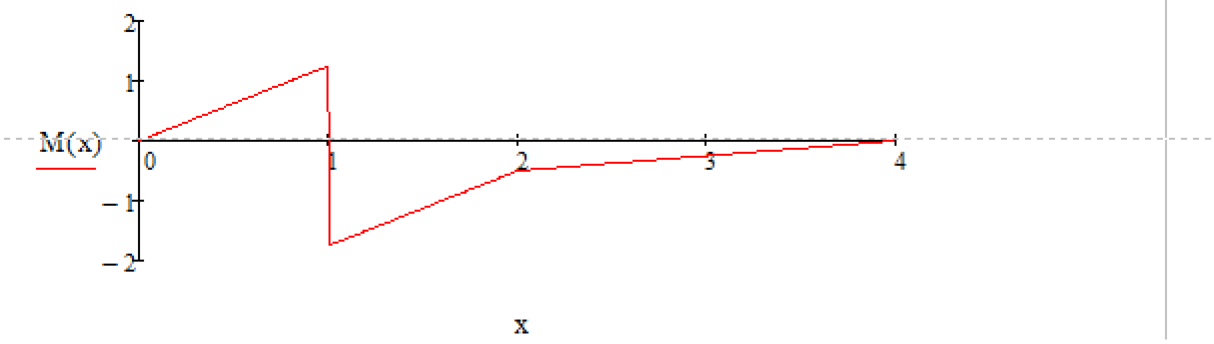
$$R2 := \frac{M + 2 \cdot F \cdot a}{4 \cdot a} = 1.25$$

$x := 0, 0.01 .. 4 \cdot a$

$Q(x) := R2 - F \cdot \Phi(x - 2a)$



$M(x) := R2 \cdot x - M \cdot \Phi(x - a) - F \cdot (x - 2a) \cdot \Phi(x - 2a)$



$$M(1.01) = -1.738$$

$$Mmax := M(1.01)$$

$$r := 20\cdot 10^{-3}$$

$$Zc := 0$$

$$A1 := -r\cdot r = -4\times 10^{-4}$$

$$A2 := 3r\cdot 2r = 2.4\times 10^{-3}$$

$$Sz2 := A2\cdot 0 = 0$$

$$Sz1 := 0.5r\cdot A1 = -4\times 10^{-6}$$

$$Sz := Sz1 + Sz2 = -4\times 10^{-6}$$

$$A := A1 + A2 = 2\times 10^{-3}$$

$$Yc := \frac{Sz}{A} = -2\times 10^{-3}$$

$$Zc := 0$$

$$Yb := 1.5r + Yc = 0.028$$

$$Ya := 1.5\cdot r - Yc = 0.032$$

$$Jz1 := (0.1r)^2\cdot 6r^2 + 2r\cdot\frac{(3r)^3}{12} = 7.296\times 10^{-7}$$

$$Jz2 := -(0.6r)^2\cdot r^2 + \frac{-r\cdot r^3}{12} = -7.093\times 10^{-8}$$

$$Jz := Jz1 + Jz2 = 6.587\times 10^{-7}$$

$$\sigma p := 300\cdot 10^{6}$$

$$\sigma c := 1000\cdot 10^{6}$$

$$\sigma b := \frac{Mmax\cdot Yb}{Jz} = -7.386\times 10^{4}$$

$$\sigma a := \frac{Mmax\cdot Ya}{Jz} = -8.441\times 10^{4}$$

$$q := \frac{\sigma p\cdot Jz\cdot 4}{7\cdot Yb\cdot a^2} = 4.033\times 10^{3} \qquad q := \frac{\sigma c\cdot Jz\cdot 4}{7\cdot Ya\cdot a^2} = 1.176\times 10^{4}$$