

- § 3.1. Поляризация диэлектриков
- *Диэлектрики* – в-ва, которые практически не проводят эл. ток. Заряды, входящие в состав молекул диэл-ка, называют **связанными**, т.к. их перемещение ограничено пределами молекулы.

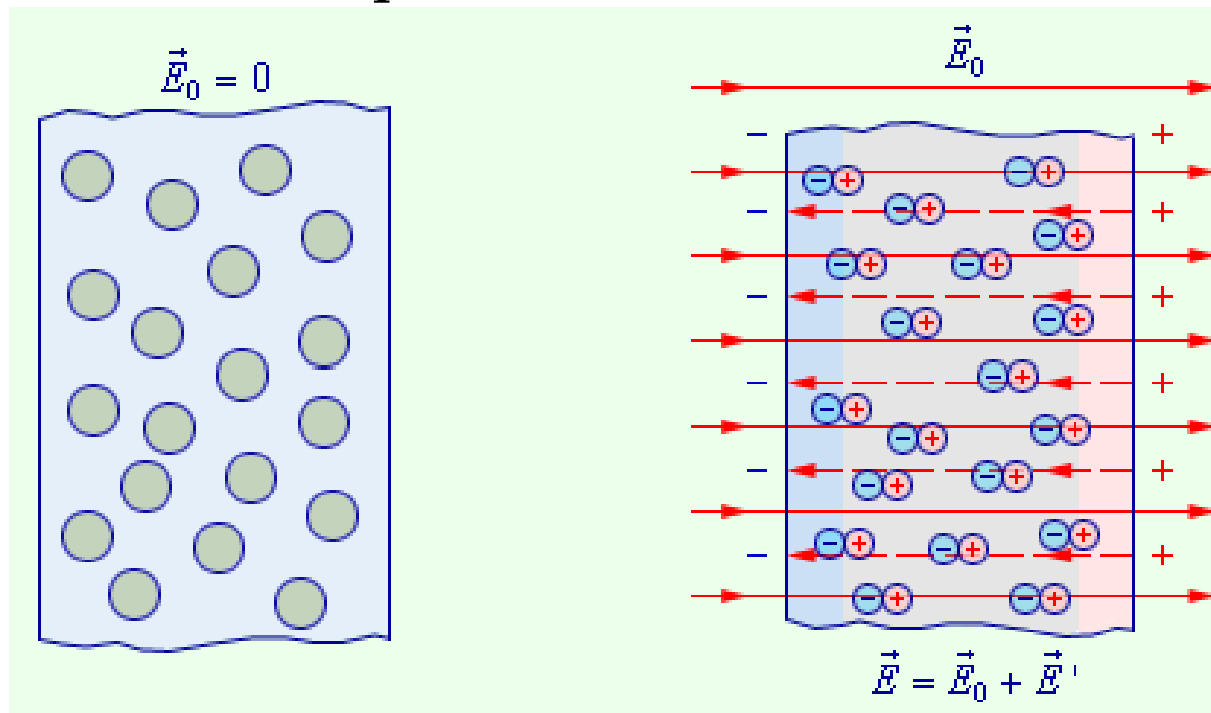
При внесении во внешнее поле происходит **поляризация** диэл-ка. Это означает, что в нем возникает результирующий дипольный момент, а на пов-сти появляются нескомпенсированные **поляризационные** заряды.



II. Механизмы поляризации.

1) У молекул *неполярного диэл-ка* “центры тяжести” $+$ и $-$ зарядов совпадают, а потому дипольные моменты молекул равны нулю. Таковы неполярные молекулы H_2 , N_2 , O_2 , CCl_4 , ...

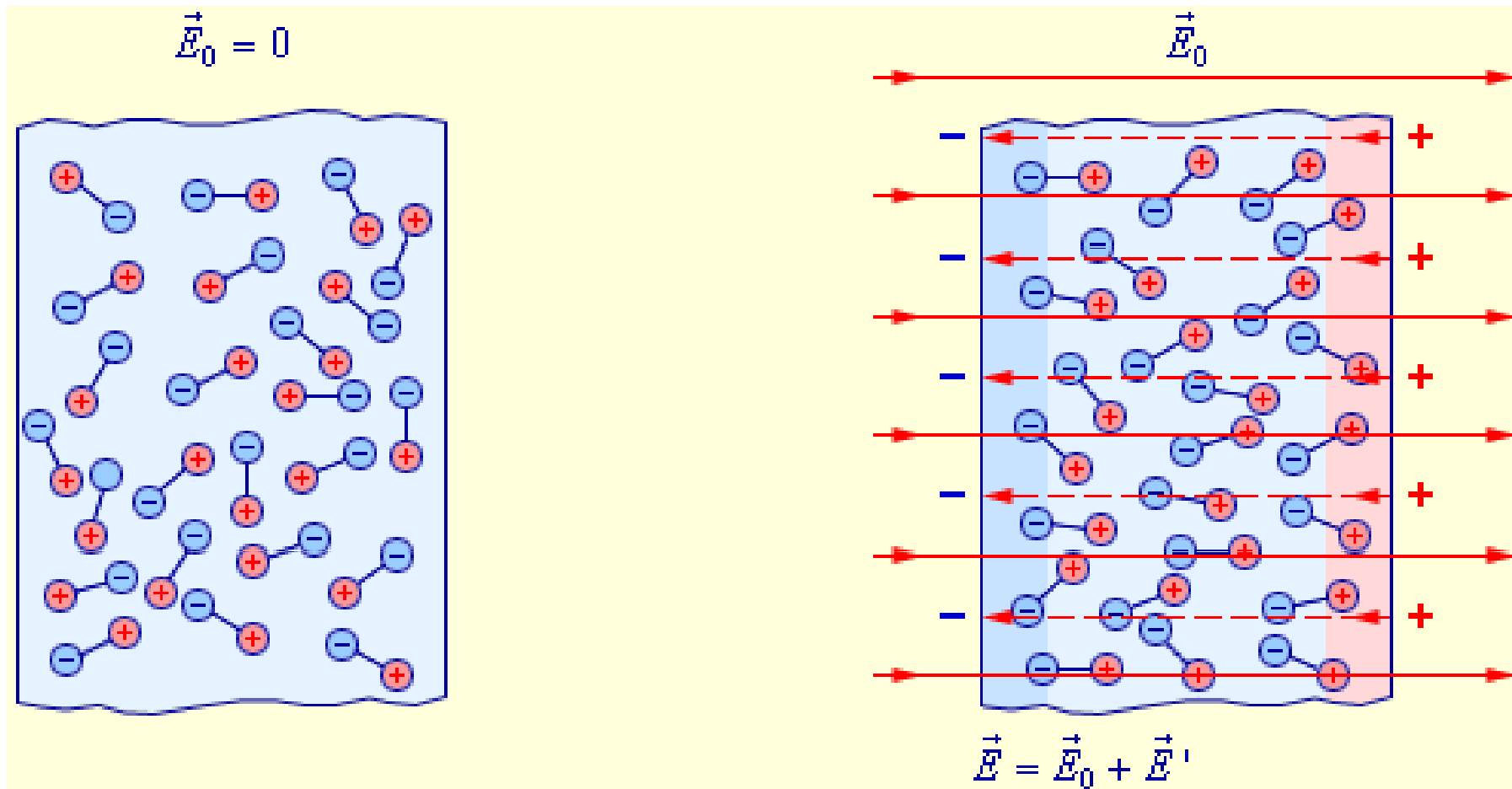
Под действием внешнего поля $\mathbf{E}_0$ молекулы превращаются в диполи, моменты которых $\mathbf{p} = q\mathbf{l}$ ориентированы вдоль $\mathbf{E}_0$, а диэл-к в целом – в макродиполь, заряды которого расположены на противоположных концах диэл-ка.



2) Молекулы *полярных диэл-ков* (CO, H₂O, HCl, ...)

обладают собственным дипольным моментом.

Под действием $\vec{E}_0$ молекулы ориентируются своими дип. моментами вдоль $\vec{E}_0$, в рез-те чего диэл-к поляризуется.



3) В ионных кристаллах (NaCl) поле вызывает смещение + и – ионов, расположенных в узлах кристаллической решетки, в противоположные стороны, что и приводит к поляризации кристалла.

Резюме. В рез-те поляризации на противоположных концах диэл-ка возникают поляриз. заряды q' , которые порождают собственное поле E' , направленное против E_0 . Поэтому суммарное поле $E = E_0 + E'$ внутри диэл-ка всегда слабее, чем вне его.

П. Поляризованность. Характеристикой поляризации диэл-ка служит дип. момент единицы объема:

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{\Delta V} \vec{p}_i \quad - \text{поляризованность диэл - ка,}$$

где $\mathbf{p}_i$ – дип. момент одной молекулы.



Установлено, что у изотропных диэл-ков (жидкости, газы, аморфные тв. тела, порошки) $\mathbf{P} = \chi \varepsilon_0 \mathbf{E}$, где χ – **диэлектр. восприимчивость** (χ – безразмерн. величина; $\chi \geq 0$).

◀! В анизотропн. диэл-ках (монокрист-лы) направления $\mathbf{P}$ и $\mathbf{E}$ не совпадают; у них связь между $\mathbf{P}$ и $\mathbf{E}$ – тензорная. ▶

Величина $\mathbf{P}$ связана с плотностью поляризац. зарядов. Например, в случае однородной поляризации:

$$\sigma' = P \cos \alpha = P_n, \quad (\sigma')$$

где α – угол между направлением нормали к пов-сти диэл-ка и вектором $\mathbf{E}$.

В случае неоднородной поляризации в диэл-ке могут возникнуть ещё и объемные поляриз. заряды, плотность которых определяется ф-лой

$$\rho' = -\operatorname{div} \vec{P}. \quad (\rho')$$



§ 3.2. ВЕКТОР ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СМЕЩЕНИЯ $\mathbf{D}$

Эл. поле порождается как сторонними зарядами q , которые не входят в состав молекул диэл-ка, так и связанными q' . Следовательно, т. Гаусса имеет вид:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{(q + q')_{\text{in}}}{\varepsilon_0}. \quad (1')$$

Использование (1') осложняется тем, что распределение зарядов q' заранее неизвестно. Чтобы обойти это затруднение вводят вспомогательный вектор **электрического смещения (эл. индукции)** $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$.

Ур-е для $\mathbf{D}$ получим, используя для определения q' интегральную форму ур-я (ρ'):

$$q' = \int_V \rho' dV = - \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S}. \quad (q')$$



В итоге т. Гаусса для поля в диэл-ках приобретает вид

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = q_{\text{in}}. \quad (1_D)$$

Важно, что (1_D) не содержит заряды q' . Зная $\vec{D}$ и зависимость $\vec{P}(\vec{E})$, можно затем рассчитать искомое $\vec{E}$.

Например, для изотропных диэл-ков $\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}$, а потому

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \chi \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E} \quad (DE)$$

где $\epsilon = 1 + \chi$ – **диэлектрическая проницаемость** в-ва.

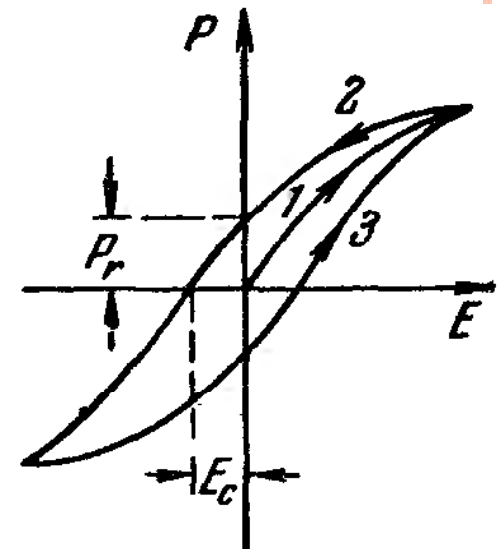
В вакууме $\vec{P} = 0$, поэтому $\epsilon = 1$, $\vec{D}_0 = \epsilon_0 \vec{E}_0$.

П. Сегнетоэлектрики – кристаллич.

в-ва, которые могут обладать спонтанной поляризованностью в отсутствие $\vec{E}_0$.

Особенностями сегнетоэл-ков являются их большая ϵ (до 10^4) и

явление гистерезиса.



§ 3.3. РАСЧЕТ ПОЛЯ В ДИЭЛЕКТРИКАХ

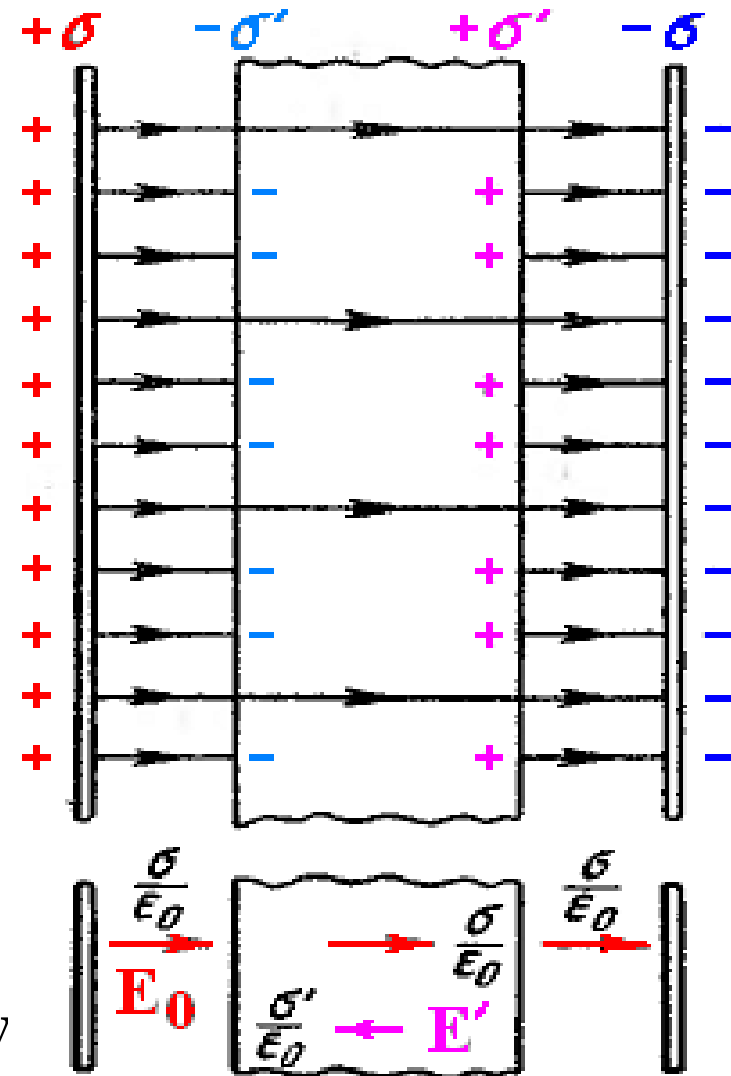
В общем случае расчет сложен. Исключением явл-ся случай, когда всё пр-во, где имеется поле E_0 , заполнено однородным изотроп. диэл-ком.

В качестве примера рассмотрим расчет поля в плоском конденсаторе, между обкладками которого помещена пластина из диэл-ка.

1 способ. Воспользуемся пр-пом суперпозиции: $E = E_0 + E'$.

Напряженность поля E_0 , создаваемого обкладками равна $E_0 = \sigma / \epsilon_0$.

Напряж. поля E' , созданного поляризационными зарядами, равна $E' = \sigma' / \epsilon_0$ внутри пластины и $E' = 0$ – вне диэл-ка. Оба поля направлены навстречу друг другу



Поэтому внутри диэл-ка: $E = E_0 - E' = E_0 - \sigma'/\varepsilon_0$;

вне диэл-ка: $E = E_0 = \sigma/\varepsilon_0$.

Выразим σ' через поляризованность P :

$$P = \frac{1}{\Delta V} \left| \sum \vec{p}_i \right| = \frac{1}{S \cdot d} \cdot q' \cdot d = \frac{q'}{S} = \sigma', \quad \text{! сравни } (\sigma')$$

где $q' \cdot d$ – дипольный момент пластины диэл-ка.

Поэтому, для поля внутри диэл-ка:

$$E = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0} = \{P = \chi \varepsilon_0 E\} = E_0 - \chi E.$$

Отсюда следует, что $\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{1 + \chi} = \{1 + \chi = \varepsilon\} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon},$

т.е. поле E в диэл-ке ослабляется в ε раз.

Отметим также, что

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E}_0 = \vec{D}_0,$$

т.е. поле вектора D не меняется.



- **2 способ.** Применим (1_D) к гауссовой пов-сти S , одна из сторон которой расположена в обкладке, другая в диэл-ке:

$$DS = \sigma S \rightarrow D = \sigma \rightarrow E = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{E_0}{\varepsilon}.$$

Замечание. Наличие диэл-ка внутри конд-ра приводит к уменьшению $U=E \cdot d$ и увеличению $C=q/U$ в ε раз.

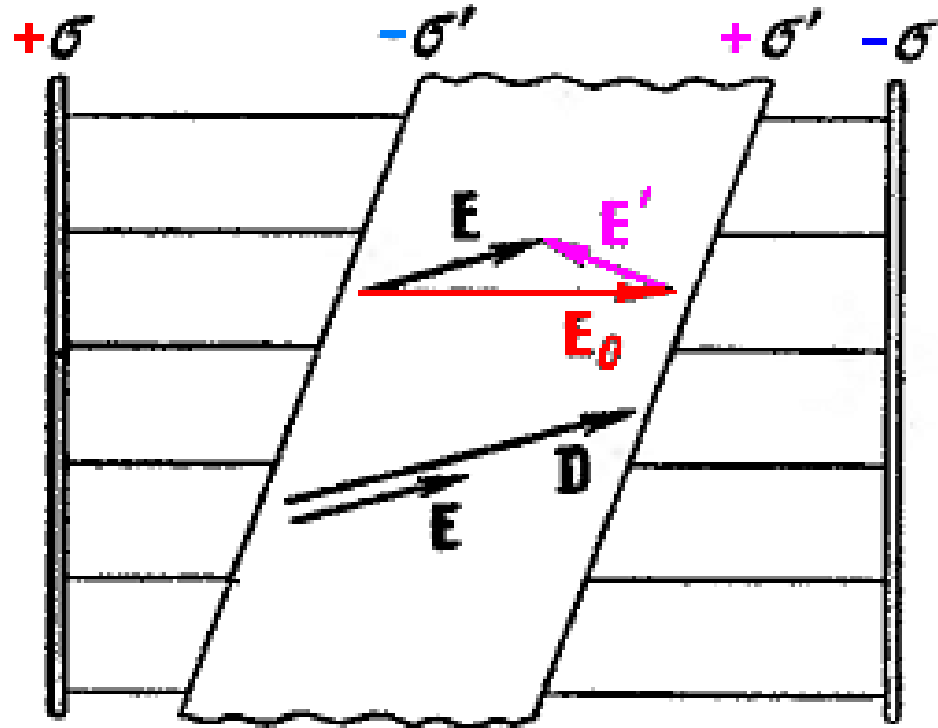
Можно показать, что аналогичным образом происходит ослабление поля сферы и точечного заряда, погруженных в однородный изотропный диэл-к:

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}.$$

Эти рез-ты иллюстрируют **общее правило:**

если однородный и изотроп. диэл-к полностью заполняет объем, ограниченный эквипотенциальными пов-стями поля сторонних зарядов, то напряженность поля внутри диэл-ка в ε раз меньше, чем напряженность поля сторонних зарядов: $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0/\varepsilon$, $\mathbf{D} = \varepsilon_0\varepsilon\mathbf{E} = \varepsilon_0\mathbf{E}_0 = \mathbf{D}_0$.

- Замечание. Если эти условия не выполняются, то $\mathbf{D} \neq \epsilon_0 \mathbf{E}_0$. Например, в пластине диэл-ка, перекошенной относительно обкладок со сторонними зарядами σ , вектор $\mathbf{E} \nparallel \mathbf{E}_0$, так что $\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E} \neq \epsilon_0 \mathbf{E}_0$.



Резюме. В общем случае поле $\mathbf{D}$, как и $\mathbf{E}$, зависит не только от сторонних зарядов q , но (косвенно) и от поляризац-х q' . Об этом свидетельствует ф-ла $\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E}$. Удобство $\mathbf{D}$ в том, что его поток $\oint \vec{D} \cdot d\vec{S}$ зависит только от q , т.е. источниками $\mathbf{D}$ явл-ся только сторонние заряды.

§ 3.4. УСЛОВИЯ НА ГРАНИЦЕ ДИЭЛЕКТРИКОВ

Связь между $\mathbf{E}_1$ и $\mathbf{E}_2$ по разные стороны границы, разделяющей два диэлектрика, устанавливают с помощью теоремы о циркуляции ($2_{\text{ст}}$), применив её к узкому $h \ll l$ прямоугольнику на границе раздела: $E_{1\tau} = E_{2\tau}$.

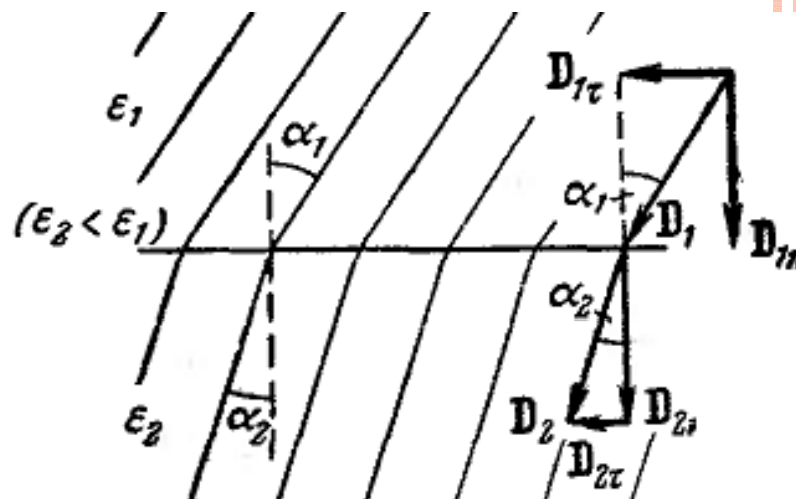
Связь между $\mathbf{D}_1$ и $\mathbf{D}_2$ находят, используя теорему Гаусса (1_D) для малого цилиндра. При отсутствии сторонних зарядов на границе получим: $D_{1n} = D_{2n}$.

Из полученных соотношений следует, что линии $\mathbf{D}$ преломляются на границе раздела. Действительно, из $E_{1\tau} = E_{2\tau}$ и $\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n}$ следует,

что

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}.$$

Закон преломл. силовых линий в изотропных диэлектриках, очевидно, такой же (т.к. $\mathbf{E} \uparrow \uparrow \mathbf{D}$).

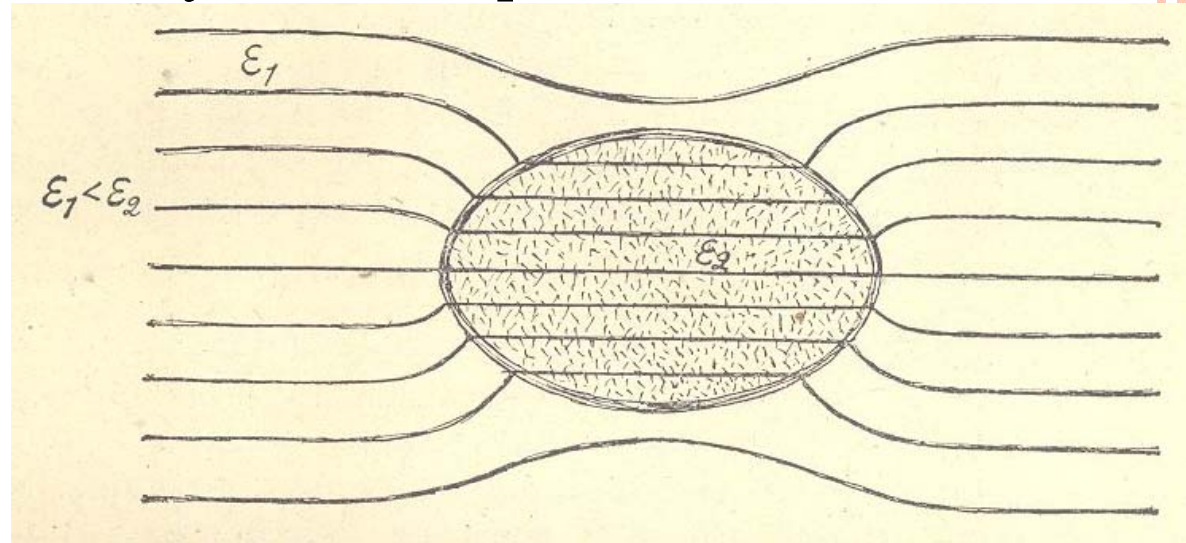


Пример: эллипсоидные тела. Можно показать, что эллипсоиды “сохраняют” однородность поля. Преломление линий **D** приводит к следующим картинам:

$$\epsilon_1 < \epsilon_2$$

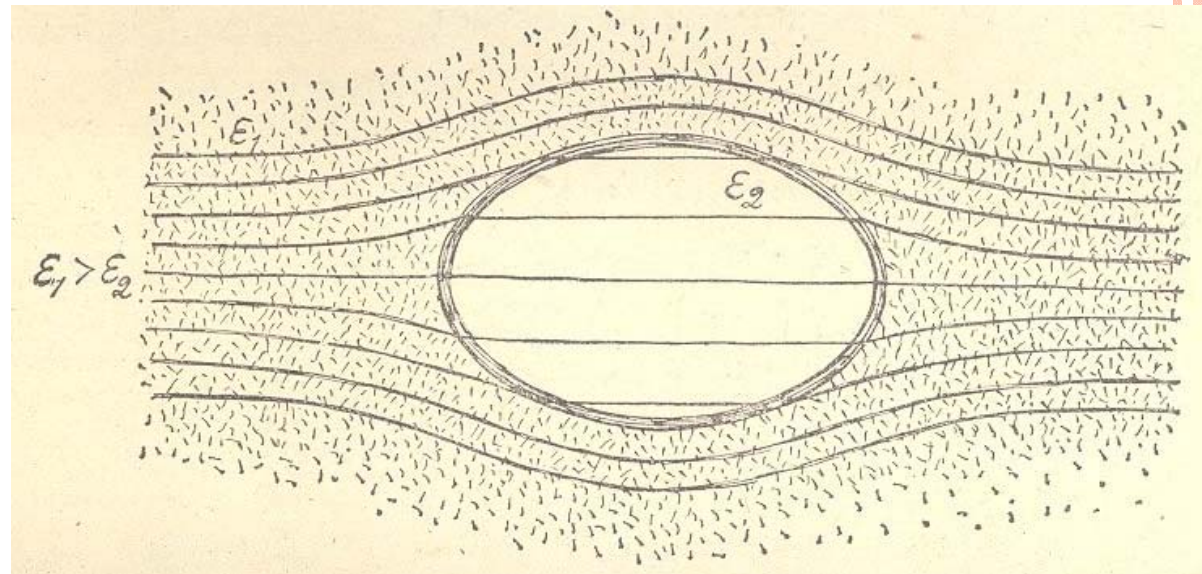
(стекло в воздухе)

Число линий **D** не
меняется, но из-за
их преломления
величина **D** внутри
диэл-ка возрастает.



$$\epsilon_1 > \epsilon_2$$

(воздух в стекле)



Задача: С. 3.108.