

Министерство образования и науки Российской Федерации.
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Н.В. ЧИЧЕРИНА, А.А. ШТЫГАШЕВ

ФИЗИКА
ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ
ОПТИКА
ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия

НОВОСИБИРСК
2016

УДК 530(075.8)
Ч-722

Рецензенты:

канд. техн. наук, доцент *В.В. Христофоров*
канд. физ.-мат. наук, доцент *С.А. Стрельцов*

Чичерина Н.В.

Ч-722 Физика. Электромагнетизм. Оптика. Элементы квантовой механики: учеб. пособие / Н.В. Чичерина. А.А. Штыгашев. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. – 98 с.

ISBN 978-5-7782-3061-3

Во вторую часть изучения курса физики на заочном отделении ИДО включены следующие разделы: электромагнетизм, механические и электромагнитные колебания и волны, волновая оптика, квантовая оптика, элементы квантовой механики. Данное учебное пособие содержит методические указания к выполнению контрольной работы № 2 для студентов заочного отделения, обучающихся по специальностям «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств», «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов», «Информатика и вычислительная техника», «Технология продукции и организация общественного питания».

Работа подготовлена на кафедре общей физики

УДК 530(075.8)

ISBN 978-5-7782-3061-3

© Чичерина Н.В., Штыгашев А.А., 2016
© Новосибирский государственный
технический университет, 2016

ВВЕДЕНИЕ

В системе высшего профессионального технического образования курс физики занимает исключительно важное место. В силу специфики заочного (а теперь и дистанционного) обучения большое значение имеет самостоятельная работа студентов, которая в основном заключается в параллельном изучении теоретического материала и решении физических задач. Решение практических задач является неотъемлемой компонентой образовательного процесса.

Для того чтобы научиться решать задачи по физике, необходимо их решать, это логическое противоречие студенту каждый раз приходится преодолевать. С каждой решенной задачей растут мастерство и уверенность в своих силах, что является немаловажным в процессе обучения. Несмотря на появление новомодных групповых активных форм учебной деятельности, решение задач по физике является сугубо индивидуальной деятельностью (только в этом случае оно производит обучающий эффект).

Решение задачи, как правило, не формализуемо, но можно выделить основные этапы данного процесса и представить их в виде алгоритма.

1. Прочитать условие и понять, к какому разделу физики относится эта задача. Выделить заданные физические величины и что надо найти.
2. Сделать постановочный рисунок, попытаться графически представить условие задачи, на рисунке указать физические величины.
3. Выписать уравнения, связывающие физические величины задачи.
4. Сравнить число неизвестных величин с числом выписанных уравнений. Если число уравнений меньше числа неизвестных, перейти к п. 3, если равно или больше, перейти к следующему пункту.
5. Решить полученную систему уравнений.
6. Проанализировать полученное решение на выполнение фундаментальных законов или на соответствие здравому смыслу (этот этап часто пропускается).
7. Выписать ответ (конец алгоритма).

В пособии даны общие указания, регламентирующие работу студентов заочного отделения, перечислены вопросы, выносимые на экзамен, приведены основные формулы и определения по четырем разделам второй части курса: магнитное поле, оптика, квантовая оптика, элементы квантовой механики, даны примеры решения типовых задач и в конце пособия приведены задачи контрольной работы.

Задачи подбирались из апробированных задачников И.В. Савельева, И.Е. Иродова, А.Г. Чертова и А.А. Воробьева, В.С. Волькенштейн и некоторых других авторов, составляющих «золотой фонд» учебной литературы для студентов и преподавателей естественнонаучных дисциплин.

1. ФОРМА РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

1. Систематическая самостоятельная работа с учебными пособиями, конспектами лекций, задачками.
2. Посещение и конспектирование установочных и обзорных лекций.
3. Выполнение лабораторных работ (во время экзаменационной сессии).
4. Выполнение контрольных работ (одна за семестр). Вариант контрольной работы определяется последней цифрой шифра студента, а номера задач – по таблице вариантов.
5. Обязательное посещение консультаций. Расписание консультаций можно найти на сайте кафедры «Общая физика» в разделе «Заочное отделение»: http://ciu.nstu.ru/kaf/of/zaochnoe_otdelenie.

2. ФОРМА КОНТРОЛЯ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

1. Защита контрольной работы (в межсессионный период или во время сессии).
2. Получение зачета за выполнение лабораторных работ.
3. Сдача экзамена.

3. ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ ПО РАЗДЕЛАМ

3.1. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

1. Магнитное поле. Индукция магнитного поля. Силовые линии магнитного поля.
2. Сила Лоренца.
3. Закон Ампера.
4. Закон Био–Савара–Лапласа для элемента тока.

5. Магнитное поле прямолинейного и кругового тока.
6. Магнитное поле соленоида.
7. Магнитный поток. Работа по перемещению контура с током в магнитном поле.
8. Диамагнетики, парамагнетики, ферромагнетики.
9. Явление электромагнитной индукции.
10. Самоиндукция. Индуктивность. Взаимная индукция.
11. Энергия магнитного поля.

3.2. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

1. Гармонические колебания. Основные характеристики колебательного движения. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний.
2. Сложение гармонических колебаний одного направления.
3. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний.
4. Вынужденные механические колебания. Условия резонанса.
5. Электрический колебательный контур.
6. Дифференциальное уравнение затухающих электромагнитных колебаний и его решение.
7. Продольные и поперечные волны. Уравнение плоской волны.
8. Стоячие волны. Координаты узлов и пучностей стоячей волны.
9. Электромагнитные волны. Основные свойства электромагнитных волн.
10. Энергия электромагнитных волн. Вектор Умова–Пойнтинга.

3.3. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

1. Интерференция света. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников.
2. Интерференция света в тонких пленках.
3. Принцип Гюйгенса–Френеля. Метод зон Френеля.
4. Дифракция Фраунгофера на одной щели.
5. Дифракционная решетка. Разрешающая способность решетки.
6. Естественный и поляризованный свет.
7. Поляризация света при отражении. Закон Брюстера.
8. Закон Малюса.

3.4. КВАНТОВАЯ ОПТИКА. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

1. Тепловое излучение. Испускательная и поглощательная способность. Закон Кирхгофа.
2. Абсолютно черное тело. Распределение энергии в спектре испускания абсолютно черного тела.
3. Квантовая гипотеза и формула Планка.
4. Закон Стефана–Больцмана.
5. Закон Вина.
6. Внешний фотоэффект и его законы.
7. Корпускулярно-волновой дуализм. Гипотеза де Бройля.
8. Соотношение неопределенностей Гейзенберга.
9. Волновая функция и ее статистический смысл.
10. Уравнение Шрёдингера.
11. Движение свободной частицы. Решение уравнения Шрёдингера для движения свободной частицы.
12. Частица в одномерной прямоугольной потенциальной «яме».
13. Квантовый гармонический осциллятор.
14. Атом водорода.
15. Главное, орбитальное и магнитное квантовые числа.
16. Опыт Штерна и Герлаха. Спин электрона. Спиновое квантовое число.
17. Принцип Паули. Распределение электронов в атоме по состояниям.
18. Атомное ядро.
19. Заряд, размер и масса атомного ядра. Массовое и зарядовое числа.
20. Естественная радиоактивность. Закон радиоактивного распада.

4. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Трофимова Т.И.* Курс физики. – 20-е изд. – М.: Академия, 2014.
2. *Трофимова Т.И.* Курс физики. Задачи и решения. – 5-е изд. – М.: Академия, 2012.
3. *Савельев И.В.* Курс общей физики. В 5 т. Том 2. Электричество и магнетизм. – 5-е изд.– СПб.: Лань, 2011.
4. *Савельев И.В.* Курс общей физики. В 5 т. Том 4. Волны. Оптика. – 5-е изд.– СПб.: Лань, 2011.

5. Савельев И.В. Курс общей физики. В 5 т. Том 5. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – 5-е изд.– СПб.: Лань, 2011.

6. Детлаф А.В., Яворский Б.М. Курс физики. – М.: Высшая школа, 2002.

7. Иродов И.Е. Электromагнетизм. – М.: Высшая школа, 2002.

8. Иродов И.Е. Волновые процессы. – М.: Высшая школа, 2002.

9. Иродов И.Е. Квантовая физика. – М.: Высшая школа, 2002.

10. Давыдков В.В. Курс общей физики для студентов ИДО. Ч. 2. Электростатика. Магнетизм. Колебания и волны. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2005.

11. Давыдков В.В. Курс общей физики для студентов ИДО. Ч. 3. Волновая оптика. Квантовая механика. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003.

Примечание. Для работы с теоретическим материалом помимо приведенных в списке учебников и учебных пособий могут быть использованы более ранние их издания.

5. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ФОРМУЛЫ

5.1. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Закон Био–Савара–Лапласа

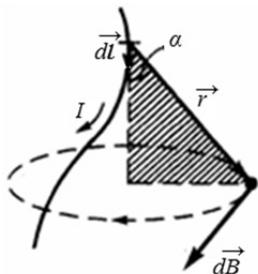


Рис. 1

Индукция магнитного поля, создаваемого элементом проводника dl с током I , равна

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\mathbf{l}, \mathbf{r}]}{r^3},$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная; \mathbf{r} – радиус-вектор, проведенный от элемента проводника в точку, в которой определяется индукция магнитного поля $d\mathbf{B}$.

Вектор $d\mathbf{B}$ перпендикулярен плоскости, в которой лежат векторы dl и \mathbf{r} , направлен таким образом, чтобы из его конца кратчайшее вращение вектора dl до совмещения с вектором \mathbf{r} казалось происходящим против часовой стрелки (правило буравчика или правило правого винта) (рис. 1).

Модуль вектора $d\mathbf{B}$ определяется выражением

$$dB = \frac{\mu_0 \mu I dl \sin \alpha}{4\pi r^2},$$

где α – угол между векторами $d\mathbf{l}$ и \mathbf{r} .

Принцип суперпозиции

Вектор индукции \mathbf{B} магнитного поля, порождаемого несколькими источниками (движущимися зарядами, токами), в любой точке поля равен геометрической (векторной) сумме индукций полей \mathbf{B}_i , создаваемых каждым отдельным источником в данной точке:

$$\mathbf{B} = \sum \mathbf{B}_i, \quad \mathbf{B} = \int d\mathbf{B}_i.$$

Для однородной изотропной среды магнитная индукция \mathbf{B} связана с напряженностью магнитного поля \mathbf{H} соотношением

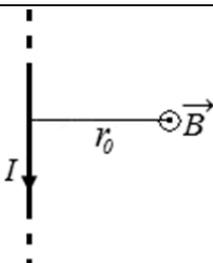
$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H},$$

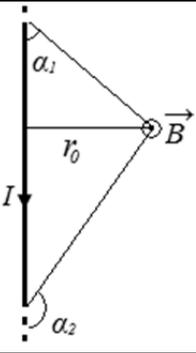
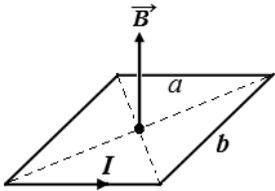
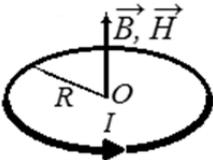
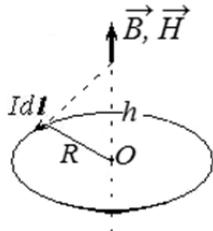
где μ – относительная магнитная проницаемость среды.

Совместное применение закона Био–Савара–Лапласа и принципа суперпозиции позволяет вычислить магнитную индукцию для любых систем токов.

Индукция B и напряженность H магнитного поля

$$[B] = \text{Тл}, \quad [H] = \frac{\text{А}}{\text{м}}.$$

Система	Рисунок	B H
Бесконечный прямолиней- ный проводник с током I		$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi r_0};$ $H = \frac{I}{2\pi r_0}$

Система	Рисунок	B H
<p>Отрезок прямого провода с током I</p>		$B = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi r_0} \times (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2);$ $H = \frac{I}{4\pi r_0} \times (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$
<p>Прямоугольный виток с током I магнитное поле в центре витка</p>		$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{8I \sqrt{a^2 + b^2}}{ab};$ $H = \frac{1}{4\pi} \frac{8I \sqrt{a^2 + b^2}}{ab}$
<p>Круговой виток с током I магнитное поле в центре витка</p>		$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2R};$ $H = \frac{I}{2R}$
<p>Круговой виток с током I магнитное поле на оси витка, на расстоянии h от его центра</p>		$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2 p_m}{(R^2 + h^2)^{3/2}};$ $B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2\pi I R^2}{(R^2 + h^2)^{3/2}};$ $H = \frac{1}{4\pi} \frac{2 p_m}{(R^2 + h^2)^{3/2}};$ $H = \frac{1}{4\pi} \frac{2\pi I R^2}{(R^2 + h^2)^{3/2}}$

Система	Рисунок	B H
<p>Соленоид магнитное поле внутри соленои- да: в точках на его оси, удаленных от концов</p>		<p>Если $l \gg d$, $n = \frac{N}{l}$;</p> $B = \mu_0 \mu n I ;$ $H = n I$
<p>Тороид магнитное поле внутри тороида</p>		$B = \frac{\mu_0 \mu 2 N I}{4 \pi R} ;$ $H = \frac{N I}{2 \pi R}$

Примечание.

Соленоид – цилиндрическая катушка длиной l и диаметром d , состоящая из большого числа витков проволоки, образующих винтовую линию.

Тороид – кольцевая катушка, имеющая форму тора. Магнитное поле целиком локализовано внутри тороида.

Вектор магнитного момента \mathbf{p}_m плоского контура с током I определяется как $\mathbf{p}_m = I \mathbf{S}$, где вектор \mathbf{S} численно равен площади, охватываемой контуром, и направлен по нормали к плоскости контура так, чтобы из конца вектора \mathbf{p}_m ток казался протекающим против часовой стрелки.

Сила Ампера

Сила Ампера – это сила, с которой магнитное поле \mathbf{B} действует на элемент тока $I dl$:

$$d\mathbf{F} = [I dl, \mathbf{B}] .$$

Модуль силы Ампера определяется выражением $dF = IBdl \sin \alpha$, где α – угол между векторами Idl и B .

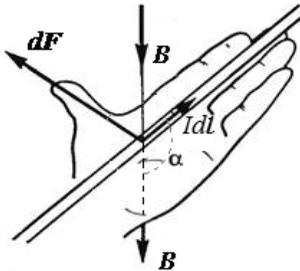


Рис. 2

Направление вектора силы Ампера dF задается векторным произведением векторов Idl и B .

При практическом определении направления силы Ампера может быть также использовано *правило левой руки*. Если левую ладонь расположить так, чтобы перпендикулярная к проводнику составляющая вектора магнитной индукции B входила в ладонь, четыре вытянутых пальца были направлены по направлению тока в проводнике, то отогнутый под прямым углом

большой палец покажет направление силы, действующей на элемент тока Idl (рис. 2).

Закон Ампера для магнитного взаимодействия в однородной изотропной среде двух элементов проводников dl_1 и dl_2 с токами I_1 и I_2 :

$$dF_{12} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{[I_2 dl_2, [I_1 dl_1, r_{12}]]}{r_{12}^3},$$

где dF_{12} – сила, действующая на $I_2 dl_2$ со стороны $I_1 dl_1$.

Сила, действующая на элемент dl прямолинейного с током I_1 проводника со стороны длинного проводника с током I_2 , расположенного параллельно первому на расстоянии d , равна

$$dF = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{d} dl.$$

На участок проводника l_1 с током I_1 со стороны длинного проводника с током I_2 , расположенного параллельно первому на расстоянии d , действует сила, равная

$$F = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{d} l_1.$$

Проводники с токами I_1 и I_2 , текущими в одном направлении, притягиваются, а с токами I_1 и I_2 , текущими в противоположном направлении, – отталкиваются.

Сила Лоренца

На электрический заряд q , движущийся со скоростью v в магнитном поле \mathbf{B} , действует сила Лоренца

$$\mathbf{F} = q[\mathbf{v}, \mathbf{B}].$$

Направление вектора силы Лоренца \mathbf{F} задается векторным произведением векторов \mathbf{v} и \mathbf{B} . При практическом определении направления силы Лоренца также может быть использовано *правило левой руки*. Если левую ладонь расположить так, чтобы линии вектора магнитной индукции \mathbf{B} входили в ладонь, четыре вытянутых пальца были направлены по направлению движения *положительного заряда*, то отогнутый под прямым углом большой палец покажет направление силы Лоренца.

В однородном магнитном поле заряд движется по винтовой линии радиусом r и шагом винта h :

$$r = \frac{m v \sin \alpha}{|q| B}, \quad h = \frac{2\pi m}{B |q|} v \cos \alpha.$$

Здесь α – угол между вектором скорости заряда и вектором индукции магнитного поля (рис. 3).

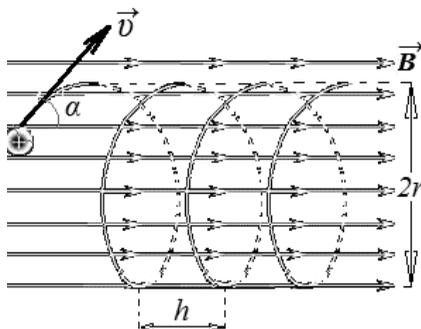


Рис. 3

Если скорость заряда перпендикулярна силовым линиям магнитного поля ($\alpha = \pi/2$), то заряд движется по окружности радиуса

$$r = \frac{m v}{|q| B}.$$

Если заряд q движется со скоростью v в электрическом и магнитном полях, то сила, действующая на заряд, равна

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q[\mathbf{v}, \mathbf{B}].$$

Магнитный поток

Элементарным магнитным потоком $d\Phi$ через площадку dS называется скалярная физическая величина, определяемая выражением

$$d\Phi = \mathbf{B}d\mathbf{S} = B \cos \alpha dS,$$

где α – угол между единичной внешней нормалью \mathbf{n} к площадке dS и вектором индукции магнитного поля \mathbf{B} (рис. 4).

Магнитный поток Φ через поверхность S равен

$$\Phi = \int_S \mathbf{B}d\mathbf{S} = \int_S B \cos \alpha dS.$$

Для однородного магнитного поля $B = \text{const}$ магнитный поток равен

$$\Phi = BS \cos \alpha.$$

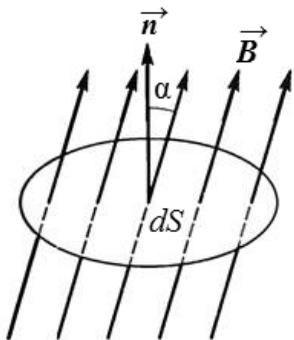


Рис. 4

Закон электромагнитной индукции

Электродвижущая сила (ЭДС) индукции ε_i в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную данным контуром:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Направления обхода контура и внешней нормали \mathbf{n} , принятые при расчете ε_i и Φ , взаимосвязаны: из конца вектора нормали обход контура должен быть виден происходящим против часовой стрелки.

Если замкнутый контур состоит из N витков, то под магнитным потоком понимают полный магнитный поток (потокосцепление) Ψ сквозь поверхности, ограниченные всеми N витками:

$$\Psi = \sum_{i=1}^N \Phi_i .$$

Правило Ленца: индукционный ток в контуре имеет всегда такое направление, что создаваемый им магнитный поток сквозь поверхность, ограниченную данным контуром, уменьшает те изменения магнитного потока, которые вызвали появление индукционного тока.

Возникновение ЭДС индукции в цепи в результате изменения тока называется явлением самоиндукции,

$$\varepsilon_s = -\frac{d\Phi_s}{dt} = -L \frac{dI}{dt} ,$$

где $\Phi_s = LI$, L – индуктивность контура ($[L] = \text{Гн}$).

Индуктивность длинного соленоида ($l \gg d$, см. стр. 11).

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2}{l} S = \mu_0 \mu n^2 l S = \mu_0 \mu n^2 V ,$$

где n – плотность витков ($n = N/l$); S – площадь витка; V – объем соленоида ($V = Sl$).

Плотность энергии магнитного поля равна

$$\omega = \frac{BH}{2} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} .$$

Энергия магнитного поля в общем случае определяется выражением

$$W = \int_V \omega dV .$$

В случае однородного поля энергия магнитного поля:

$$W = \omega V .$$

Энергия магнитного поля в соленоиде равна

$$W = \frac{1}{2} LI^2 .$$

5.2. ОПТИКА

Интерференция света

Две волны называются *когерентными*, если разность их фаз не зависит от времени.

Явление пространственного перераспределения световой энергии при наложении когерентных волн называется интерференцией света. При наложении двух когерентных волн интенсивность I результирующей волны связана с интенсивностями когерентных волн I_1 и I_2 соотношением

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi ,$$

где $\Delta\varphi$ – разность фаз между когерентными волнами.

Оптической длиной пути s называют произведение геометрической длины пути световой волны в данной оптически однородной среде l на абсолютный показатель преломления n среды,

$$s = \int_l n dl = nl ,$$

где n – абсолютный показатель преломления среды, равный

$$n = \frac{c}{v} ,$$

где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света в вакууме; v – скорость света в данной среде.

Разность фаз двух когерентных волн есть

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta s ,$$

где оптическая разность хода между лучами 1 и 2 есть

$$\Delta s = \left(\int_2 n dl - \int_1 n dl \right).$$

Двухлучевая интерференция

S – точечный источник света, d – расстояния между двумя малыми отверстиями, которые пропускают когерентные расходящиеся пучки света, на экране наблюдается чередование светлых (максимумы) и темных (минимумы) полос (рис. 5).

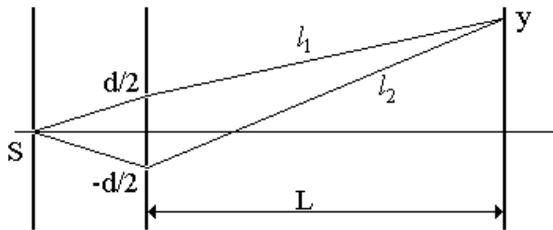


Рис. 5. Схема опыта Юнга

Координата m -го максимума на экране равна

$$y_m = \frac{L}{d} m \lambda,$$

где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Координата m -го минимума на экране равна

$$y_m = \frac{L}{d} \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda,$$

где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Ширина интерференционной полосы определяется расстоянием между соседними максимумами (минимумами) интенсивности света и равна

$$\Delta y = y_{m+1} - y_m = \frac{L}{d} \lambda,$$

где λ – длина волны света.

Интерференция в тонких пленках

В отраженном свете интерферируют лучи 2 и 2'.

В проходящем свете интерферируют лучи 3 и 3'.

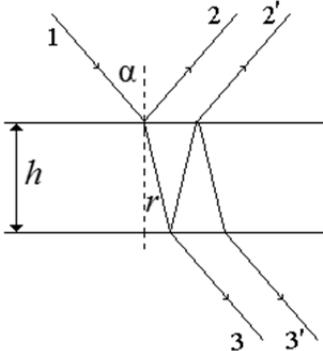


Рис. 6:

α – угол падения; h – толщина пленки

Оптическая разность Δl хода лучей при интерференции в тонкой пленке (рис. 6):

а) в отраженном свете

$$\begin{aligned} \Delta l &= 2h\sqrt{n^2 - (\sin \alpha)^2} + \frac{\lambda}{2} = \\ &= 2hn \cos r + \frac{\lambda}{2}; \end{aligned}$$

б) в проходящем свете

$$\Delta l = 2h\sqrt{n^2 - (\sin \alpha)^2} = 2hn \cos r .$$

Условие максимума интенсивности света:

$$\Delta l = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Условие минимума интенсивности света:

$$\Delta l = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Дифракция света

Дифракцией света называется явление, возникающее при распространении света в среде с резко выраженными неоднородностями, проявляющееся в огибании лучами света границы непрозрачных тел и проникновении света в область геометрической тени.

Для упрощения решения задач о дифракции света используется метод зон Френеля. *Зоны Френеля* – участки, на которые разбивается волновая поверхность. Разбиение осуществляется таким образом, чтобы расстояние от соседних зон до точки наблюдения отличалось на $\lambda/2$. При этом волны приходящие в точку наблюдения от двух смежных зон, взаимно ослабляют друг друга, так как приходят в противофазе.

Если отверстие в препятствии открывает для точки наблюдения нечетное число зон Френеля, то в точке наблюдения будет наблюдаться максимум интенсивности (светлое пятно).

Если отверстие в препятствии открывает для точки наблюдения четное число зон Френеля, то в точке наблюдения будет наблюдаться минимум интенсивности (темное пятно).

К методу зон Френеля

S – источник света;

P – точка наблюдения (рис. 7).

Радиус m -й зоны Френеля для сферической волны равен

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda}.$$

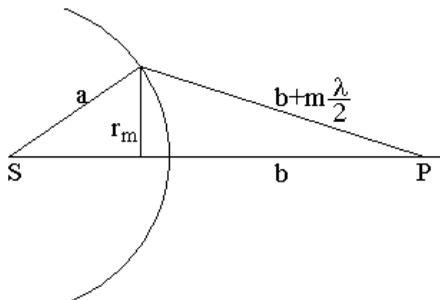


Рис. 7

Дифракция Фраунгофера на одной щели

На рис. 8, a изображены схема установки и распределение интенсивности света на экране; b – пространственное распределение монохроматического света при дифракции света на одной щели.

Интенсивность света при дифракции на одной щели:

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \Phi}{\Phi} \right)^2, \quad \Phi = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi,$$

где b – ширина щели; φ – угол дифракции света; λ – длина волны света.

Против центра щели располагается яркий максимум. По мере удаления от центра экрана (т. е. при увеличении φ) интенсивность света

уменьшается, наблюдаются (слева и справа от центрального максимума) минимумы первого порядка. По мере удаления от минимумов яркость света опять начинает возрастать, наблюдаются максимумы и т. д.

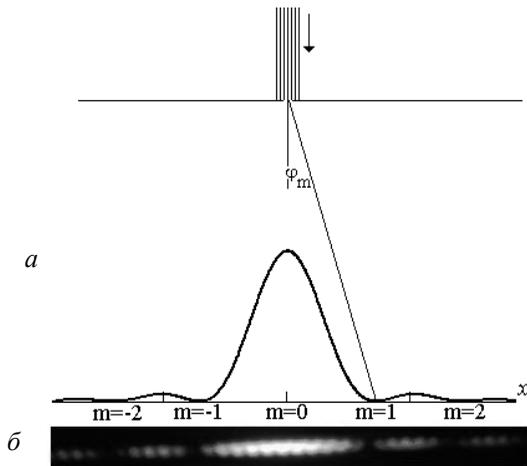


Рис. 8

Условие минимумов интенсивности света:

$$b \sin \varphi_{\min} = m\lambda, \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

Условие максимумов интенсивности света:

$$b \sin \varphi_{\max} \approx (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

Дифракционная решетка – оптический элемент, представляющий собой совокупность большого числа регулярно расположенных штрихов (канавок, щелей, выступов), нанесенных тем или иным способом на плоскую или вогнутую поверхность. Простейшая дифракционная решетка состоит из прозрачных участков (щелей), разделенных непрозрачными промежутками.

Условие главных максимумов интенсивности света при дифракции света на дифракционной решетке определяется так:

$$d \sin \varphi_m = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

где d – период (постоянная) дифракционной решетки,

$$d = a + b;$$

a – расстояние между щелями; b – ширина одной щели решетки. Значение величины m , соответствующее тому или иному максимуму, называется порядком дифракционного максимума.

Поляризация света

Поляризация световых волн является следствием их поперечности. В электромагнитной волне колебания вектора напряженности электрического поля \mathbf{E} и индукции магнитного поля \mathbf{B} перпендикулярны друг другу и лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны. Во всех процессах взаимодействия света с веществом основную роль играет вектор напряженности электрического поля \mathbf{E} , его называют световым вектором.

В естественном свете ориентация вектора \mathbf{E} имеет всевозможные направления. Такой свет, в котором в равной мере представлены электромагнитные волны со всевозможными направлениями колебаний векторов \mathbf{E} , называется неполяризованным светом. Свет, в котором плоскость колебаний вектора \mathbf{E} каким-либо образом упорядочена, называется *поляризованным*. Если колебания вектора \mathbf{E} происходят в одной плоскости, то такой свет называется *линейно-поляризованным* или *плоскополяризованным*.

Устройства, служащие для преобразования естественного света в поляризованный, называются поляризаторами.

Поляризация света при отражении и преломлении

Когда световая волна падает на границу раздела двух диэлектриков, она испытывает отражение и преломление. При этом отраженный и преломленный лучи оказываются частично поляризованными. В отраженном луче преобладают колебания, перпендикулярные плоскости падения, в преломленном луче – колебания, параллельные плоскости падения. Степень поляризации того и другого луча зависит от угла падения луча. Максимальная степень поляризации достигается при угле падения, называемом углом Брюстера.

Закон Брюстера

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21}, \quad n_{21} = n_2 / n_1.$$

При угле падения, равном углу Брюстера i_B (рис. 9):

- отраженный от границы раздела двух диэлектриков луч будет полностью поляризован в плоскости, перпендикулярной плоскости падения;
- преломленный луч будет преимущественно поляризован в плоскости падения, при этом степень его поляризации достигнет максимального значения, меньшего единицы;
- угол между отраженным и преломленным лучами будет равен 90° ;
- тангенс угла Брюстера равен относительному показателю преломления второй среды относительно первой n_{21} .

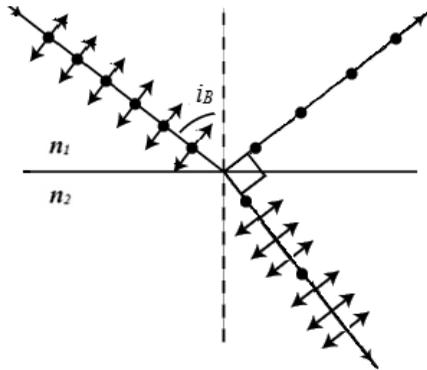


Рис. 9

Закон Малюса

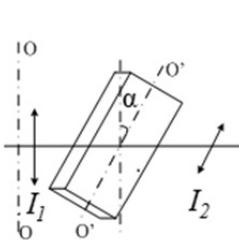


Рис. 10

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha,$$

где I_2 – интенсивность плоскополяризованного света; прошедшего поляризатор; I_1 – интенсивность плоскополяризованного света, падающего на поляризатор, α – угол между направлениями (ОО) плоскости колебаний светового вектора волны, падающей на поляризатор, и плоскостью пропускания этого поляризатора (О'О')

Интенсивность естественного света I_0 при прохождении через поляризатор уменьшается в два раза (в отсутствие потерь) (рис. 11).

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0.$$

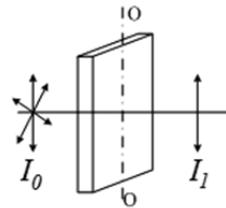


Рис. 11

При переходе из оптически более плотной среды в среду оптически менее плотную ($n_1 > n_2$) может возникнуть явление полного внутреннего отражения, когда при углах падения, больших некоторого предельного угла свет полностью отражается от границы раздела двух сред. Предельный угол падения определяется из условия

$$\sin i' = n_{21}.$$

Вращение плоскости поляризации

При прохождении плоскополяризованного света через оптически активные вещества плоскость поляризации света поворачивается на некоторый угол φ . Угол поворота плоскости поляризации определяется *законом Био*:

$$\varphi = \alpha l,$$

где α – постоянная вращения, зависящая от природы оптически активного вещества и длины волны света; l – расстояние, пройденное светом в веществе; для растворов $\alpha = C\alpha'$, где C – концентрация вещества; α' – удельная постоянная вращения.

5.3. КВАНТОВАЯ ОПТИКА

Тепловое излучение

Тепловым излучением называется электромагнитное излучение, испускаемое веществом за счет его внутренней энергии. Так как температура любых тел всегда выше абсолютного нуля, то тепловое излучение испускается абсолютно всеми телами.

Характеристики теплового излучения

Поток энергии (мощность излучения), испускаемый единицей поверхности излучающего тела по всем направлениям, называют **энергетической светимостью тела** R_e .

Энергетическая светимость тела R_e определяется через **спектральную плотность энергетической светимости** (испускающая способность) $r_{\omega,T}$ ($r_{\lambda,T}$) как

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\omega,T} d\omega = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} d\lambda.$$

Поглощательной способностью $a_{\omega,T}$ поверхности тела для излучения той же частоты, направления распространения и поляризации называется безразмерная величина, показывающая, какая доля энергии падающего излучения поглощается рассматриваемой поверхностью тела.

Закон Кирхгофа

Отношение испускающей способности тела к его поглощательной способности одинаково для всех тел и является универсальной функцией только частоты и температуры:

$$\frac{r_{\omega,T}}{a_{\omega,T}} = f(\omega, T).$$

Закон Стефана–Больцмана для абсолютно черного тела

Энергетическая светимость абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры:

$$R_e = \sigma T^4,$$

где $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$ – постоянная Стефана–Больцмана.

Законы Вина

Первый закон Вина (закон смещения)

Максимум функции спектральной плотности энергетической светимости $r_{\lambda,T}$ при изменении температуры смещается в соответствии с законом (рис. 12)

$$\lambda_{\max} T = b ,$$

где $b = 2,9 \cdot 10^{-3}$ м · К.

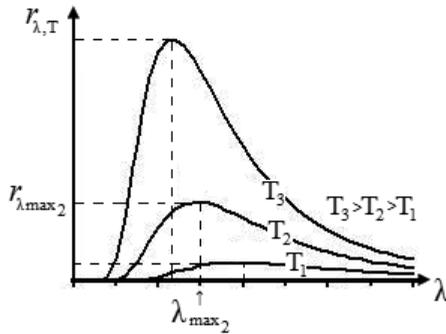


Рис. 12

Закон смещения Вина позволяет определить, на какой длине волны будет испускаться максимальное количество энергии, и показывает, что по мере роста температуры максимум излучения смещается в сторону более коротких длин волн.

Второй закон Вина

Максимальная спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела возрастает пропорционально пятой степени термодинамической температуры:

$$r_{\lambda_{\max}} = c T^5 ,$$

где $c = 1,29 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}^5}$.

Формула Планка

Для теоретического объяснения характера зависимости функции спектральной плотности энергетической светимости Макс Планк выдвинул революционную гипотезу, согласно которой тепловое излучение испускается в виде отдельных неделимых порций энергии – **квантов**. Величина этой порции прямо пропорциональна частоте излучения:

$$\varepsilon = h\nu = \frac{h}{2\pi} \omega = \hbar\omega,$$

где $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка; $\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – приведенная постоянная Планка.

Эта гипотеза позволила ему вывести выражение

$$f(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2c^2} \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1},$$
$$f(\lambda, T) = \frac{4\hbar\pi^2c^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{2\pi\hbar c}{kT\lambda}\right) - 1},$$

которое точно согласовалось с экспериментальными данными. Это выражение носит название формулы Планка.

Фотоэлектрический эффект

Внешним фотоэффектом называется явление вырывания электронов из вещества под действием падающего на него излучения.

Для объяснения закономерностей внешнего фотоэффекта А. Эйнштейн развил идею М. Планка, предположив, что свет не только излучается, но и поглощается неделимыми порциями – квантами энергии. Согласно этому предположению в явлении фотоэффекта электрон может получить квант энергии электромагнитного излучения только целиком (переносчиком энергии кванта излучения является частица фотон). Предложенный подход позволил Эйнштейну записать уравнение, объясняющее все особенности фотоэффекта.

Формула Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

Энергия поглощенного фотона ($\varepsilon = h\nu$) расходуется электроном на совершение работы выхода (A) и приобретение им максимальной кинетической энергии ($E_{k\max}$).

$$h\nu = A + E_{k\max},$$

где $h\nu = \hbar\omega = \varepsilon$ – энергия фотона с частотой $\nu = c/\lambda$, $h = 2\pi\hbar = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка.

Значения работы выхода A электронов для различных металлов приводятся в приложении.

Максимальная кинетическая энергия, приобретаемая электронами в фотоэффекте, может быть найдена экспериментально по величине задерживающего (тормозящего) напряжения U_3 :

$$E_{k\max} = eU_3,$$

где $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл – абсолютное значение заряда электрона (элементарный заряд).

Красная граница фотоэффекта

$$\nu_0 = \frac{A}{h}, \quad \lambda_0 = \frac{hc}{A},$$

где λ_0 – максимальная длина волны излучения, при которой еще возможен фотоэффект; ν_0 – минимальная частота волны излучения, при которой еще возможен фотоэффект.

5.4. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

Волновые свойства вещества

Изучение природы света показало, что свет обладает как волновыми (интерференция, дифракция), так и корпускулярными свойствами (тепловое излучение, фотоэффект). Луи де Бройль высказал гипотезу о том, что **дуализм является универсальным свойством природы**. Это значит, что любая материальная частица обладает не только корпускулярными, но и волновыми свойствами. В дальнейшем его гипотеза получила экспериментальное подтверждение.

В соответствии с гипотезой де Бройля длина волны (длина волны де Бройля), свойственная частице массой m , движущейся со скоростью v , равна

$$\lambda = \frac{h}{p},$$

где h – постоянная Планка, p – импульс частицы.

Если скорость частицы гораздо меньше скорости света в вакууме ($v \ll c$), то $p = m v$, или через кинетическую энергию $p = \sqrt{2mE_k}$.

Если скорость частицы нельзя считать малой по сравнению со скоростью света в вакууме, то для нахождения импульса необходимо использовать формулы релятивистской механики: $p = \gamma m v$, где $\gamma = (1 - v^2 / c^2)^{1/2}$, или через кинетическую энергию

$$p = \sqrt{2mE_k + E_k^2 / c^2}.$$

Принцип неопределенности Гейзенберга

Соотношение неопределенности Гейзенберга показывает, что между точностью измерения положения частицы и точностью одновременного измерения ее импульса существует предельное соотношение

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar / 2; \Delta y \Delta p_y \geq \hbar / 2; \Delta z \Delta p_z \geq \hbar / 2,$$

где $\Delta p_x, \Delta p_y, \Delta p_z$ – неопределенности проекции импульса частицы на оси x, y, z , а $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ – неопределенности ее координат.

Из соотношения неопределенности следует, что чем точнее мы определяем координату частицы, тем более неопределенной становится проекция импульса частицы на эту координатную ось, и наоборот.

Соотношение неопределенности также связывает Δt – время пребывания частицы в некотором квантовом состоянии и ΔE – неопределенность энергии этого состояния частицы:

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar / 2.$$

6. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. По двум бесконечно длинным прямым проводам, находящимся на расстоянии $d = 5$ см друг от друга в воздухе, текут токи силой $I = 10$ А каждый. Определить индукцию B поля, создаваемого токами в точке O , лежащей посередине между проводами, для случаев: а) провода параллельны, токи текут в одном направлении; б) провода параллельны, токи текут в противоположных направлениях; в) провода перпендикулярны и лежат в параллельных плоскостях; направление токов указано на рис. 13.

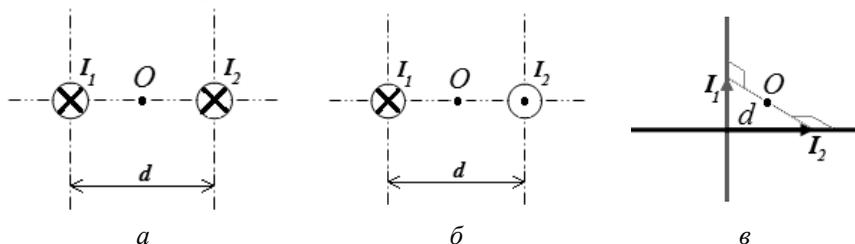


Рис. 13

Дано:

$$I_1 = I_2 = 10 \text{ А}$$

$$d = 5 \text{ см} = 0,05 \text{ м}$$

$$\mu = 1 \text{ (воздух)}$$

$$B = ?$$

Решение

Для решения поставленной задачи применим принцип суперпозиции магнитных полей:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2, \quad (6.1)$$

где \mathbf{B}_1 – индукция магнитного поля, создаваемого током I_1 ; \mathbf{B}_2 – индукция магнитного поля, создаваемого током I_2 .

Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечным прямым проводником с током I , на расстоянии r от оси проводника вычисляется по формуле

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi r_0}.$$

В данной задаче во всех трех случаях абсолютные значения индукций B_1 и B_2 одинаковы (точки выбраны на равных расстояниях от проводников, по которым текут равные токи), так как

$$r_0 = \frac{d}{2}, \text{ то } B_i = \frac{\mu_0 \mu I}{\pi d}. \quad (6.2)$$

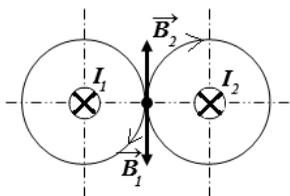


Рис. 14

1. На рис. 14 показаны силовые линии магнитного поля токов I_1 и I_2 (окружности, проходящие через точку O). Направление силовых линий задается правилом правого винта. Векторы магнитной индукции направлены по касательной к силовым линиям.

В данном случае векторы B_1 и B_2 противоположно направлены, следовательно,

$$B_a = B_1 + B_2 = 0.$$

2. Векторы B_1 и B_2 сонаправлены (рис. 15), следовательно,

$$B_b = B_1 + B_2 = 2B_1, \quad B_b = 2B_1 = \frac{2\mu_0\mu I}{\pi d}.$$

Проверим полученную формулу по размерности:

$$[B_b] = \frac{\text{Гн} \cdot \text{А}}{\text{м} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Вб} \cdot \text{А}}{\text{А} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Вб}}{\text{м}^2} = \text{Тл}.$$

Проведем вычисления:

$$B_b = \frac{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 10}{\pi \cdot 0,05} = 0,16 \cdot 10^{-3} \text{Тл}.$$

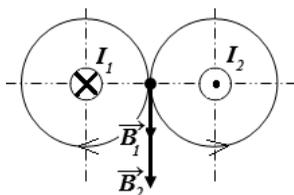


Рис. 15

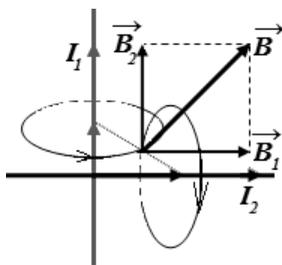


Рис. 16

3. Векторы индукций магнитных полей B_1 и B_2 , создаваемых токами в точке, лежащей на середине общего перпендикуляра, взаимно перпендикулярны (рис. 16), следовательно, модуль результирующей индукции магнитного поля можно найти по теореме Пифагора:

$$B_c = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = B_1 \sqrt{2} = \frac{\mu_0\mu I \sqrt{2}}{\pi d};$$

$$B_c = \frac{\mu_0\mu I \sqrt{2}}{\pi d}.$$

Проверка по размерности аналогична случаю 2.
 Проведем вычисления:

$$B_c = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 10 \cdot 1,41}{\pi \cdot 0,05} = \frac{56,4 \cdot 10^{-7}}{0,05} = 0,113 \cdot 10^{-3} \text{ Тл.}$$

Ответ: $B_a = 0$; $B_b = 0,16 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$; $B_c = 0,113 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$.

Пример 2. По двум параллельным бесконечно длинным проводникам текут одинаковые токи в противоположных направлениях $I = 50 \text{ А}$. Проводники находятся на расстоянии $a = 9 \text{ см}$ друг от друга. Определить индукцию магнитного поля в точке, отстоящей от одного проводника на расстояние $r_1 = 4 \text{ см}$, и от другого – на расстояние $r_2 = 12 \text{ см}$ (рис. 17).

Дано:

$$I = 50 \text{ А}$$

$$a = 9 \text{ см} = 9 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$r_1 = 4 \text{ см} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$r_2 = 12 \text{ см} = 12 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$B = ?$$

Решение

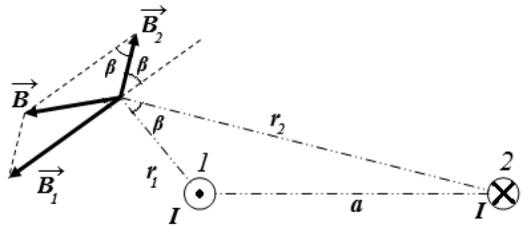


Рис. 17

Для решения поставленной задачи применим принцип суперпозиции магнитных полей:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2.$$

Модуль результирующего вектора магнитной индукции B может быть найден с использованием теоремы косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 - 2B_1B_2 \cos \beta}. \quad (6.3)$$

Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечным прямым проводником с током I на расстоянии r_0 от оси проводника, вычисляется по формуле

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi r_0}.$$

Для нашего случая $\mu = 1$, следовательно,

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1}, \quad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}. \quad (6.4)$$

Так как $a^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos \beta$, следовательно,

$$\cos \beta = \frac{r_1^2 + r_2^2 - a^2}{2r_1 r_2}. \quad (6.5)$$

Подставляя выражения (6.5) и (6.4) в (6.3), получим:

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{\frac{\mu_0^2 I^2}{4\pi^2 r_1^2} + \frac{\mu_0^2 I^2}{4\pi^2 r_2^2} - 2 \frac{\mu_0^2 I^2}{4\pi^2 r_1 r_2} \frac{(r_1^2 + r_2^2 - a^2)}{2r_1 r_2}}; \\ B &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} - 2 \frac{1}{r_1 r_2} \frac{(r_1^2 + r_2^2 - a^2)}{2r_1 r_2}} = \\ &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{r_2^2 + r_1^2 - (r_1^2 + r_2^2 - a^2)}{r_1^2 r_2^2}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{a^2}{r_1^2 r_2^2}} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi r_1 r_2}. \\ B &= \frac{\mu_0 I a}{2\pi r_1 r_2}. \end{aligned}$$

Проверка по размерности:

$$[B] = \frac{\text{Гн} \cdot \text{А} \cdot \text{м}}{\text{м} \cdot \text{м} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Гн} \cdot \text{А}}{\text{м}^2} = \frac{\text{Вб} \cdot \text{А}}{\text{А} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Вб}}{\text{м}^2} = \text{Тл}.$$

Проведем вычисления:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50 \cdot 9 \cdot 10^{-2}}{2\pi \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 12 \cdot 10^{-2}} = \frac{10^{-7} \cdot 50 \cdot 3}{2 \cdot 10^{-2} \cdot 4} = 18,75 \cdot 10^{-5} = 0,19 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}.$$

Ответ: $B = 0,19 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}.$

Пример 3. Проводник, изображенный на рис. 18, состоит из четырех участков: два из них полубесконечные прямые (1 и 4), участок прямого провода (2) длиной $R = 10$ см и проводник в виде полуокружности (3) радиусом $R = 10$ см. По проводнику течет ток $I = 1$ А. Определить напряженность магнитного поля в центре полуокружности.

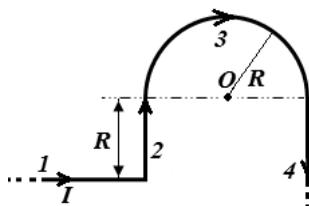


Рис. 18

Дано:

$$I = 1 \text{ А}$$

$$R = 0,1 \text{ м}$$

$$H - ?$$

Решение

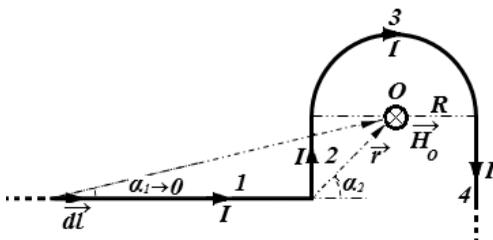


Рис. 19

Для решения поставленной задачи применим принцип суперпозиции магнитных полей (рис. 19):

$$\mathbf{H}_0 = \mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2 + \mathbf{H}_3 + \mathbf{H}_4.$$

В соответствии с правилом правого винта вектор \mathbf{H}_1 направлен перпендикулярно плоскости чертежа «к нам», векторы \mathbf{H}_2 , \mathbf{H}_3 и \mathbf{H}_4 – перпендикулярно плоскости чертежа «от нас». Следовательно, модуль

$$\mathbf{H}_0 = \mathbf{H}_2 + \mathbf{H}_3 + \mathbf{H}_4 - \mathbf{H}_1. \quad (*)$$

Напряженность магнитного поля, созданного отрезком прямого провода, определяется выражением

$$\mathbf{H} = \frac{I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

С учетом геометрических соотношений задачи получим:

$$H_1 = \frac{I}{4\pi r_0} \left(\cos 0 - \cos \frac{\pi}{4} \right) = \frac{I}{4\pi R} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right); \quad (6.6)$$

$$H_2 = \frac{I}{4\pi r_0} \left(\cos \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{2} \right) = \frac{I}{4\pi R} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right); \quad (6.7)$$

$$H_4 = \frac{I}{4\pi r_0} \left(\cos \frac{\pi}{2} - \cos \pi \right) = \frac{I}{4\pi R}. \quad (6.8)$$

Третий участок проводника представляет собой половину кругового витка, следовательно,

$$H_3 = \frac{1}{2} \frac{I}{2R} = \frac{I}{4R}. \quad (6.9)$$

Подставляя выражения (6.6), (6.7), (6.8), (6.9) в (*), получим:

$$H_0 = \frac{I}{4\pi R} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) + \frac{I}{4R} + \frac{I}{4\pi R} - \frac{I}{4\pi R} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right);$$

$$H_0 = \frac{I}{4\pi R} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \pi + 1 - \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \right) = \frac{I}{4\pi R} (\sqrt{2} + \pi);$$

$$H_0 = \frac{I}{4\pi R} (\sqrt{2} + \pi).$$

Проверка по размерности очевидна: $[H_0] = \text{А/м}$.

Проведем вычисления:

$$H_0 = \frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot 0,1} (\sqrt{2} + \pi) = 3,625 = 3,7 \text{ А/м}.$$

Ответ: $H_0 = 3,7 \text{ А/м}$.

Пример 4. Протон, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 3000$ В, попадает в однородное магнитное поле, силовые линии которого перпендикулярны скорости его движения, и начинает вращаться с частотой $\nu = 10^9$ Гц. Определить значение силы Лоренца, действующей на протон.

Дано:

$$U = 3 \cdot 10^3 \text{ В}$$

$$v \perp B$$

$$B = \text{const}$$

$$\nu = 10^9 \text{ Гц}$$

$$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$F_L - ?$$

Решение

По условию задачи протон, прежде чем попасть в магнитное поле, проходит ускоряющую разность потенциалов. Для нахождения скорости протона воспользуемся законом сохранения энергии. Работа электрического поля равна изменению кинетической энергии протона:

$$A = \Delta E_k; q_p U = \frac{m_p v^2}{2} - 0,$$

следовательно,

$$v = \sqrt{\frac{2q_p U}{m_p}}. \quad (6.10)$$

В магнитном поле на движущийся протон действует сила Лоренца. Величина силы Лоренца определяется выражением

$$F_L = qvB \sin \alpha.$$

В нашем случае $v \perp B$, $q = q_p$, следовательно,

$$F_L = q_p v B. \quad (6.11)$$

Чтобы найти величину индукции магнитного поля, воспользуемся выражением для силы Лоренца

$$F_L = q_p v B,$$

вторым законом Ньютона

$$F_L = m_p a$$

и выражением для центростремительного ускорения, с которым протон движется по окружности:

$$a = \frac{v^2}{R} = \omega v = 2\pi\nu v .$$

Решая совместно эти уравнения, получим: $q_p v B = m_p 2\pi\nu v$, следовательно,

$$B = \frac{2\pi\nu m_p}{q_p} . \quad (6.12)$$

Подставляя (6.10) и (6.12) в (6.11), получим выражение для силы Лоренца, действующей на протон:

$$F_L = q_p \sqrt{\frac{2q_p U}{m_p}} \frac{2\pi\nu m_p}{q_p} = 2\pi\nu \sqrt{2q_p m_p U} ;$$

$$F_L = 2\pi\nu \sqrt{2q_p m_p U} .$$

Проведем проверку по размерности:

$$\begin{aligned} [F_L] &= \Gamma_{\text{Ц}} \sqrt{\text{Кл} \cdot \text{кг} \cdot \text{В}} = \frac{1}{\text{с}} \sqrt{\text{Кл} \cdot \text{кг} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}} = \frac{1}{\text{с}} \sqrt{\text{кг} \cdot \text{Дж}} = \\ &= \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}} = \sqrt{\text{Н}^2} = \text{Н} . \end{aligned}$$

Выполним вычисления:

$$\begin{aligned} F_L &= 6,28 \cdot 10^9 \sqrt{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} 3 \cdot 10^3} = \\ &= 79,52 \cdot 10^{-13} = 7,95 \cdot 10^{-12} \text{ Н} . \end{aligned}$$

Ответ: $F_L = 7,95 \cdot 10^{-12} \text{ Н}$.

Пример 5. Циклотрон предназначен для ускорения протонов до энергии $E = 8 \cdot 10^{-13}$ Дж. Определить наибольший радиус орбиты, по которой движется протон, если индукция магнитного поля равна 1 Тл.

Дано:

$$E_{k \max} = 8 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$$

$$B = 1 \text{ Тл}$$

$$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$R_{\max} - ?$$

Решение

Циклотрон состоит из ускорительной камеры, помещенной в магнитное поле.

В центре камеры помещается источник заряженных частиц.

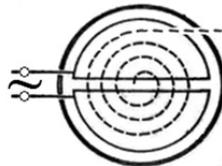


Рис. 20

Ускорительная камера разделена на две половинки (дуанты) (рис. 20). Дуанты присоединены к источнику переменного напряжения. Частота напряжения подбирается таким образом, чтобы за время движения заряженных частиц по дуге окружности (за счет действия магнитного поля) направление электрического поля сменилось на противоположное. Тогда, проходя зазор между дуантами, частица каждый раз ускоряется. Процесс повторяется до тех пор, пока частица не наберет нужную скорость (энергию). Затем она выводится на мишень.

Таким образом, движение частицы в циклотроне можно рассматривать как чередование этапов разгона (в зазоре между дуантами) и движения по дуге окружности в магнитном поле с постоянной скоростью. Каждый следующий этап соответствует большей скорости (энергии) и соответственно большему радиусу орбиты.

Максимальная кинетическая энергия связана с максимальной скоростью соотношением

$$E_{k \max} = \frac{mv_{\max}^2}{2}.$$

Тогда скорость протона, соответствующая этой энергии,

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2E_{k \max}}{m}}, \quad (6.13)$$

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8 \cdot 10^{-13}}{1,67 \cdot 10^{-27}}} = \sqrt{9,58 \cdot 10^{14}} \approx 3,1 \cdot 10^7 \text{ м/с}.$$

Так как v_{\max} на порядок меньше скорости света, релятивистскими эффектами пренебрегаем. Для вычисления наибольшего радиуса орбиты протона, движущегося в магнитном поле, воспользуемся формулой

$$r = \frac{m v}{|q| B},$$

полученной с использованием второго закона Ньютона и выражения для силы Лоренца. Тогда в нашем случае

$$r_{\max} = \frac{m v_{\max}}{|q| B}. \quad (6.14)$$

Подставляя (6.13) в (6.14), получим выражение для наибольшего радиуса орбиты протона в циклотроне:

$$r_{\max} = \frac{m \sqrt{2E_{k \max}}}{|q| B \sqrt{m}} = \sqrt{\frac{2E_{k \max} m}{B^2 |q|^2}}.$$

Проверим полученную формулу по размерности:

$$\begin{aligned} [r_{\max}] &= \sqrt{\frac{\text{Дж} \cdot \text{кг}}{\text{Тл}^2 \cdot \text{Кл}^2}} = \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{кг}}{\left(\frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{Кл} \cdot \text{м}}\right)^2 \cdot \text{Кл}^2}} = \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{Н}^2 \cdot \text{с}^2}} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{\text{Н}} \cdot \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м}^2} = \sqrt{\frac{1}{\text{Н}} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}^2} = \text{м}. \end{aligned}$$

Выполним вычисления:

$$r_{\max} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8 \cdot 10^{-13} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}}{1^2 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2}} = \sqrt{\frac{16 \cdot 1,67 \cdot 10^{-40}}{2,56 \cdot 10^{-38}}} \approx 0,32 \text{ м}.$$

Ответ: $r_{\max} \approx 0,32 \text{ м}$.

Пример 6. Найти модуль и направление вектора силы, действующей на единицу длины тонкого проводника с током $I = 10$ А в точке O , если проводник изогнут, как показано на рис. 21. Расстояние между длинными параллельными друг другу участками проводника $l = 35$ см.

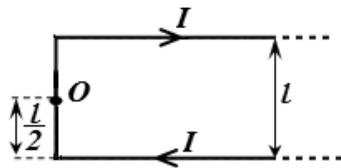


Рис. 21

Дано:
 $I = 10$ А
 $l = 0,35$ м

Решение:

Сила, действующая на бесконечно малый элемент проводника dl с током I , в магнитном поле с индукцией \mathbf{B} определяется выражением

$$d\mathbf{F} = I[dl, \mathbf{B}].$$

$$\frac{dF_0}{dl} \text{ -?}$$

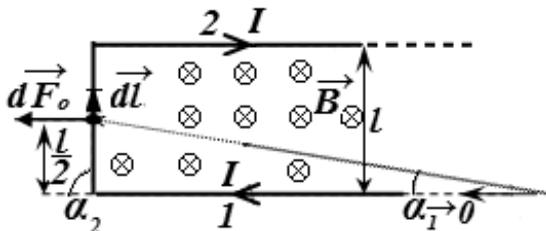


Рис. 22

Для нашего случая

$$d\mathbf{F}_0 = I[dl, \mathbf{B}], \quad (6.15)$$

где \mathbf{B} – вектор индукции результирующего поля, созданного в точке O полубесконечными проводниками (1) и (2) с током.

Модуль силы dF_0 определяется выражением

$$dF_0 = IdlB \sin \alpha, \quad (6.16)$$

где α – угол между векторами dl и \mathbf{B} .

Величину и направление вектора \mathbf{B} можно найти с использованием принципа суперпозиции:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2.$$

Векторы B_1 и B_2 в точке O направлены перпендикулярно плоскости рисунка «от нас» – \otimes . Следовательно, и вектор результирующего поля имеет такое же направление (\otimes). С учетом этого угол между векторами dl и B прямой, $\alpha = 90^\circ$, следовательно,

$$\sin \alpha = 1, \quad (6.17)$$

$$B = B_1 + B_2, \text{ так как } B_1 = B_2, \text{ то } B = 2B_1.$$

Для нахождения B_1 используем формулу для расчета индукции магнитного поля для отрезка прямого проводника с током:

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

В нашем случае $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 90^\circ$, $r_0 = \frac{l}{2}$, следовательно,

$$B = 2B_1 = 2 \frac{\mu_0 \mu I^2}{4\pi l} (1 - 0) = \frac{\mu_0 \mu I^2}{\pi l}. \quad (6.18)$$

Подставляя выражения (6.17) и (6.18) в (6.16), получим

$$dF_0 = Idl \frac{\mu_0 \mu I}{\pi l} = \frac{\mu_0 \mu I^2}{\pi l} dl.$$

Тогда сила, приходящаяся на единицу длины проводника:

$$\frac{dF_0}{dl} = \frac{\mu_0 \mu I^2}{\pi l}.$$

Осуществим проверку по размерности:

$$\begin{aligned} \left[\frac{dF_0}{dl} \right] &= \frac{\frac{\Gamma_{\text{Н}}}{\text{М}} \cdot \text{А}^2}{\text{М}} = \frac{\frac{\text{Вб}}{\text{А}} \cdot \text{А}^2}{\text{М} \cdot \text{М}} = \frac{\text{Вб} \cdot \text{А}}{\text{М} \cdot \text{М}} = \\ &= \frac{\text{Тл} \cdot \text{М}^2 \cdot \text{А}}{\text{М}^2} = \text{Тл} \cdot \frac{\text{Кл}}{\text{с}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{Кл} \cdot \text{М}} \cdot \frac{\text{Кл}}{\text{с}} = \frac{\text{Н}}{\text{М}}. \end{aligned}$$

Проведем вычисления:

$$\frac{dF_0}{dl} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 10^2}{\pi \cdot 0,35} = \frac{4 \cdot 10^{-5}}{0,35} = 11,43 \cdot 10^{-5} = 0,11 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

Ответ: $\frac{dF_0}{dl} = 0,11 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$

Пример 7. Три прямых проводника с токами расположены параллельно друг другу, как изображено на рис. 23. Проводники с токами $I_1 = 10 \text{ А}$ и $I_2 = 30 \text{ А}$ бесконечно длинные, а проводник с током $I_3 = 40 \text{ А}$ имеет длину $l = 2 \text{ м}$. Расстояние между проводниками $a_1 = 30 \text{ см}$ и $a_2 = 40 \text{ см}$. Определить силу, действующую на проводник с током I_3 .

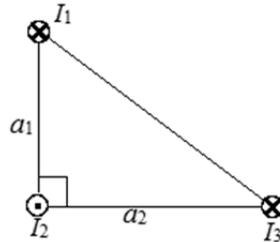


Рис. 23

Дано:

$$I_1 = 10 \text{ А}$$

$$I_2 = 30 \text{ А}$$

$$I_3 = 40 \text{ А}$$

$$l = 2 \text{ м}$$

$$a_1 = 0,3 \text{ м}$$

$$a_2 = 0,4 \text{ м}$$

$$F_3 - ?$$

Решение

Для решения поставленной задачи применим принцип суперпозиции сил:

$$F_3 = F_{31} + F_{32},$$

где F_{31} – сила Ампера, действующая на проводник с током I_3 со стороны тока I_1 ; F_{32} – сила Ампера, действующая на проводник с током I_3 со стороны тока I_2 (рис. 24).

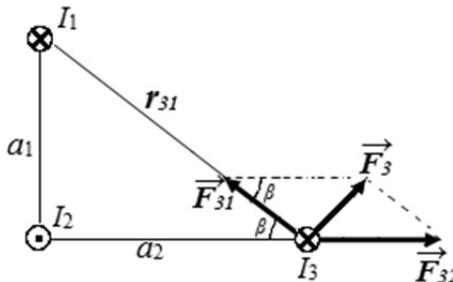


Рис. 24

Модуль силы F_3 может быть найден с использованием теоремы косинусов:

$$F_3 = \sqrt{F_{31}^2 + F_{32}^2 - 2F_{31}F_{32} \cos \beta}. \quad (6.19)$$

Сила, действующая на участок проводника длиной l с током I со стороны длинного проводника с током I^* , расположенного параллельно первому на расстоянии d от него, определяется выражением

$$F = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I^*I}{d} l.$$

Следовательно, для модулей сил F_{31} и F_{32} имеем:

$$F_{31} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_3 I_1}{r_{31}} l, \quad F_{32} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_3 I_2}{a_2} l, \quad (6.20)$$

где
$$r_{31} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}. \quad (6.21)$$

$\cos \beta$ можно найти из пространственного треугольника токов:

$$\cos \beta = \frac{a_2}{r_{31}} = \frac{a_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}}. \quad (6.22)$$

Подставляя выражения (6.20), (6.21) и (6.22) в (6.19), получим:

$$F_3 = \sqrt{\left(\frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_3 I_1}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}} l \right)^2 + \left(\frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_3 I_2}{a_2} l \right)^2 - 2 \left(\frac{\mu_0 \mu}{4\pi} 2I_3 l \right)^2 \frac{I_1}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}} \frac{I_2}{a_2} \frac{a_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}}} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\mu_0 \mu_3 l}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{I_1}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}}\right)^2 + \left(\frac{I_2}{a_2}\right)^2} - 2 \frac{I_1 I_2}{(a_1^2 + a_2^2)} l = \\
&= \frac{\mu_0 \mu_3 l}{2\pi a_2} \sqrt{\frac{(I_2 a_2 - I_1 a_2)^2 + (I_2 a_1)^2}{a_1^2 + a_2^2}}.
\end{aligned}$$

Выполним проверку по размерности:

$$\begin{aligned}
[F_3] &= \frac{\frac{\Gamma_{\text{Н}}}{\text{м}} \cdot \text{А} \cdot \text{м}}{\text{м}} \cdot \sqrt{\frac{\text{А}^2 \cdot \text{м}^2}{\text{м}^2}} = \frac{\Gamma_{\text{Н}} \cdot \text{А}^2}{\text{м}} = \\
&= \frac{\frac{\text{Вб}}{\text{А}} \cdot \text{А}^2}{\text{м}} = \frac{\text{Вб} \cdot \text{А}}{\text{м}} = \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{А}}{\text{м}} = \text{Тл} \cdot \text{м} \cdot \text{А} = \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{Кл} \cdot \text{м}} \cdot \text{м} \cdot \frac{\text{Кл}}{\text{с}} = \text{Н}.
\end{aligned}$$

Проведем вычисления:

$$\begin{aligned}
F_3 &= \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 40 \cdot 2}{2\pi \cdot 0,4} \cdot \sqrt{\frac{(30 \cdot 0,4 - 10 \cdot 0,4)^2 + (30 \cdot 0,3)^2}{0,09 + 0,16}} = \\
&= 9633,3 \cdot 10^{-7} = 0,96 \cdot 10^{-3} \text{ Н}.
\end{aligned}$$

Ответ: $F_3 = 0,96 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$.

Пример 8. В магнитное поле, меняющееся по закону

$$B = B_0 \cos \omega t,$$

где $B_0 = 0,1 \text{ Тл}$, $\omega = 4 \text{ рад/с}$, помещена квадратная рамка со стороной $a = 50 \text{ см}$, причем нормаль к рамке образует с направлением поля угол 45° . Определить ЭДС индукции, возникающую в рамке через 5 с .

Дано:

$$B = B_0 \cos \omega t$$

$$B_0 = 0,1 \text{ Тл}$$

$$\omega = 4 \text{ рад/с}$$

$$a = 0,50 \text{ м}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$t_1 = 5 \text{ с}$$

$$\varepsilon_1 - ?$$

Решение

В замкнутом неподвижном контуре возникает электродвижущая сила при изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур (рис. 25). Значение ЭДС определяется законом Фарадея:

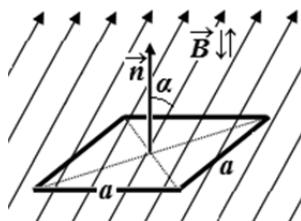


Рис. 25

$$\varepsilon_i(t) = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (6.23)$$

Магнитный поток, пронизывающий рамку, определяется выражением

$$\Phi = BS \cos \alpha.$$

В нашем случае $S = a^2$, $\alpha = 45^\circ$, $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $B = B_0 \cos \omega t$.

Следовательно, зависимость магнитного потока от времени будет задаваться выражением

$$\Phi(t) = (B_0 \cos \omega t) a^2 \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{a^2 B_0}{\sqrt{2}} \cos \omega t. \quad (6.24)$$

Подставляя (6.24) в (6.23), получим

$$\varepsilon_i(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{a^2 B_0 \omega \sqrt{2}}{2} \sin \omega t.$$

Тогда для момента времени t_1 имеем

$$\varepsilon_1 = \frac{a^2 B_0 \omega \sqrt{2}}{2} \sin \omega t_1.$$

Выполним проверку по размерности:

$$[\varepsilon_1] = \frac{\text{м}^2 \cdot \text{Тл}}{\text{с}} = \frac{\text{м}^2}{\text{с}} \cdot \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{м}^2} = \text{В}.$$

Проведем вычисления:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{0,25 \cdot 0,1 \cdot 4 \cdot 1,414}{2} \sin(4 \cdot 5) = 0,0707 \cdot \sin(20 \text{ рад}) = 0,0707 \cdot 0,913 = \\ &= 0,0645 = 65,4 \cdot 10^{-3} \text{ В}.\end{aligned}$$

Ответ: $\varepsilon_1 = 65,4 \cdot 10^{-3} \text{ В}$.

Пример 9. На соленоид длиной $l = 20 \text{ см}$ и площадью поперечного сечения $S = 30 \text{ см}^2$ надета катушка с числом витков $N_{\text{к}} = 10$. Соленоид имеет $N_{\text{с}} = 320$ витков, и по нему течет ток $I_1 = 3 \text{ А}$. Какая средняя ЭДС индуцируется в надетой на соленоид катушке при изменении тока в соленоиде до $I_2 = 1 \text{ А}$ за время $\Delta t = 1 \text{ мс}$?

Дано:

$$l = 0,2 \text{ м}$$

$$S = 30 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$N_{\text{к}} = 10$$

$$N_{\text{с}} = 320$$

$$I_1 = 3 \text{ А}$$

$$I_2 = 1 \text{ А}$$

$$\Delta t = 1 \cdot 10^{-3} \text{ с}$$

$$\langle \varepsilon_i \rangle - ?$$

Решение

Индукция магнитного поля, создаваемого соленоидом на его оси:

$$B = \mu_0 \mu \frac{N_{\text{с}}}{l} I. \quad (6.25)$$

Это магнитное поле пронизывает катушку, надетую на соленоид, создавая магнитный поток через ее поперечное сечение:

$$\Phi_{\text{к}} = N_{\text{к}} B S. \quad (6.26)$$

Согласно закону электромагнитной индукции в катушке возникает ЭДС индукции:

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi_{\text{к}}}{dt}. \quad (6.27)$$

Среднее значение ЭДС индукции за время Δt определяется выражением

$$\langle \varepsilon_i \rangle = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} |\varepsilon_i| dt. \quad (6.28)$$

С учетом (6.25), (6.26) и (6.27) получим:

$$\langle \varepsilon_i \rangle = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \left| \frac{d\Phi_K}{dt} \right| dt;$$

$$\langle \varepsilon_i \rangle = \frac{1}{\Delta t} \left| \int_{B_1}^{B_2} d(N_K BS) \right| = \frac{N_K S}{\Delta t} \left| \int_{B_1}^{B_2} dB \right| = \frac{N_K S}{\Delta t} \frac{\mu_0 \mu N_c}{l} \left| \int_{I_1}^{I_2} dI \right|;$$

$$\langle \varepsilon_i \rangle = \frac{N_K S}{\Delta t} \frac{\mu_0 \mu N_c}{l} |I_2 - I_1|; \quad \langle \varepsilon_i \rangle = \frac{\mu_0 \mu N_c N_K S}{l \Delta t} |I_2 - I_1|.$$

Выполним проверку по размерности:

$$\left[\langle \varepsilon_i \rangle \right] = \frac{\frac{\Gamma_H \cdot \text{м}^2}{\text{м} \cdot \text{с}} \cdot \text{А}}{\text{с}} = \frac{\Gamma_H \cdot \text{А}}{\text{с}} = \frac{\text{В} \cdot \text{с} \cdot \text{А}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \text{В}.$$

Проведем вычисления:

$$\langle \varepsilon_i \rangle = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 320 \cdot 10 \cdot 30 \cdot 10^{-4}}{0,2 \cdot 10^{-3}} |1 - 3| = 12057,6 \cdot 10^{-5} = 120,6 \cdot 10^{-3} \text{ В}.$$

Ответ: $\langle \varepsilon_i \rangle = 120,6 \cdot 10^{-3} \text{ В}.$

Пример 10. Плоский виток провода расположен перпендикулярно однородному магнитному полю. Когда виток повернулся на угол 180° , по нему прошел заряд $7,2 \text{ мкКл}$. На какой угол повернется виток, если по нему пройдет заряд $1,8 \text{ мкКл}$?

Дано:

$$\alpha_1 = 180^\circ$$

$$Q_1 = 7,2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$$

$$Q_2 = 1,8 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$$

$$\alpha_2 = ?$$

Решение

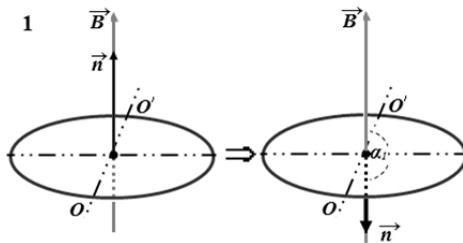


Рис. 26

1. В начальный момент виток неподвижен (рис. 26), поток вектора \vec{B} через плоскость витка $\Phi_0 = BS$.

Затем виток повернули на угол $\alpha_1 = 180^\circ$.

$$\Phi_1 = -BS. \quad \Delta\Phi_1 = \Phi_1 - \Phi_0 = -2BS.$$

В соответствии с законом электромагнитной индукции получим

$$|\varepsilon_1| = \frac{\Delta\Phi_1}{\Delta t} = \frac{2BS}{\Delta t}. \quad (6.29)$$

Согласно закону Ома по витку пройдет индукционный ток I_1 :

$$I_1 = \frac{|\varepsilon_1|}{R}. \quad (6.30)$$

По определению электрического тока

$$I_1 = \frac{Q_1}{\Delta t}, \quad (6.31)$$

где Q_1 – заряд, прошедший по витку за время Δt .

Решая совместно систему уравнений (6.29), (6.30), (6.31), получим

$$\frac{2BS}{\Delta t} = \frac{Q_1 R}{\Delta t} \Rightarrow 2BS = Q_1 R. \quad (6.31)$$

2. Из начального положения виток повернули на угол α_2 (рис. 27).

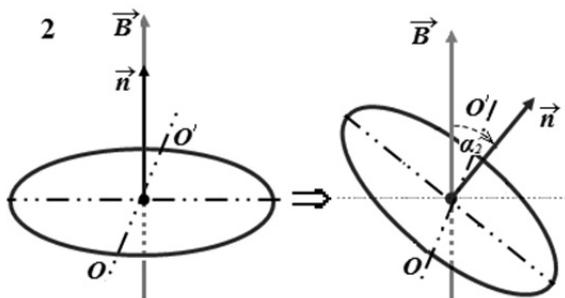


Рис. 27

$$\Phi_2 = BS \cos \alpha_2.$$

Следовательно, магнитный поток изменится на величину

$$\Delta\Phi_2 = \Phi_2 - \Phi_0 = BS \cos \alpha_2 - BS = BS(\cos \alpha_2 - 1).$$

Аналогично (6.32) получим

$$BS(1 - \cos \alpha_2) = Q_2 R. \quad (6.33)$$

Решая совместно систему уравнений (6.32) и (6.33), получим

$$1 - \cos \alpha_2 = 2 \cdot \frac{Q_2 R}{Q_1 R} \Rightarrow 1 - \cos \alpha_2 = 2 \cdot \frac{Q_2}{Q_1} \Rightarrow \cos \alpha_2 = \frac{Q_1 - 2Q_2}{Q_1}.$$

$$\alpha_2 = \arccos\left(\frac{Q_1 - 2Q_2}{Q_1}\right).$$

Проверка по размерности очевидна. Проведем вычисления:

$$\alpha_2 = \arccos\left(\frac{7,2 - 2 \cdot 1,8}{7,2}\right) = \arccos\left(\frac{1}{2}\right) = 60^\circ.$$

Ответ: $\alpha_2 = 60^\circ$.

Пример 11. Медный провод диаметром $d = 1$ мм и длиной $l = 16$ см согнут в виде квадрата, концы его замкнуты. Эта рамка помещена в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,2$ Тл, так что ее плоскость перпендикулярна линиям магнитной индукции. Определить заряд Q , который пройдет по проволочной рамке при изменении ее формы из квадратной на прямоугольную. Соотношение сторон прямоугольника $1 : 3$. Удельное сопротивление меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом \cdot м.

Дано:

$$d = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$l = 0,16 \text{ м}$$

$$l = 4a$$

$$B = 0,2 \text{ Тл}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{1}{3}$$

$$\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

$$Q_i - ?$$

Решение

По условию задачи проводник сначала согнут в виде квадрата, а затем – в виде прямоугольника. Оценим площадь, ограниченную рамкой, в обоих случаях. Ее периметр не изменился:

$$4a = l = 2b + 2c \quad \text{или} \quad \frac{l}{2} = 2a = b + c.$$

По условию

$$\frac{b}{c} = \frac{1}{3}, \text{ или } b = \frac{c}{3}.$$

Следовательно, $b = \frac{l}{8}$; $c = \frac{3l}{8}$; $a = \frac{l}{4}$.

Тогда для площади квадрата имеем

$$S_1 = a^2 = \frac{l^2}{16}.$$

Для площади прямоугольника

$$S_2 = bc = \frac{l}{8} \frac{3l}{8} = \frac{3l^2}{64}.$$

Согласно закону электромагнитной индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{\Delta\Phi_i}{\Delta t}, \quad (6.34)$$

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1, \quad (6.35)$$

где Φ_1 , Φ_2 – магнитные потоки через площадь контура в первом и втором случаях.

По условию задачи угол α между \mathbf{n} и \mathbf{B} равен нулю, следовательно,

$$\Phi_1 = BS_1 \cos \alpha = BS_1 = B \frac{l^2}{16}, \quad (6.36)$$

$$\Phi_2 = BS_2 = B \frac{3l^2}{64}. \quad (6.37)$$

Решая систему уравнений (6.34), (6.35), (6.36) и (6.37), получим

$$|\varepsilon_i| = \left| \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Delta t} \right| = \left| \frac{B}{\Delta t} \left(\frac{3l^2}{64} - \frac{l^2}{16} \right) \right| = \left| \frac{Bl^2}{64\Delta t} (3 - 4) \right| = \frac{Bl^2}{64\Delta t}. \quad (6.38)$$

Согласно закону Ома

$$|\varepsilon_i| = I_i R, \quad (6.39)$$

где I_i – индукционный ток в рамке; R – сопротивление провода рамки.

Сопротивление однородного проводника может быть найдено по формуле

$$R = \rho \frac{l}{S}. \quad (6.40)$$

Площадь поперечного сечения провода:

$$S = \frac{\pi d^2}{4}. \quad (6.41)$$

По определению электрического тока

$$I_i = \frac{Q_i}{\Delta t}, \quad (6.42)$$

где Q_i – заряд, прошедший по рамке за время Δt .

Подставляя (6.40), (6.41), (6.42) в (6.39), получим

$$|\varepsilon_i| = \frac{4l\rho Q_i}{\pi d^2 \Delta t}. \quad (6.43)$$

Приравнявая выражение (6.43) к (6.38), выразим Q_i :

$$\frac{Bl^2}{64\Delta t} = \frac{4l\rho Q_i}{\pi d^2 \Delta t}, \quad \frac{Bl}{64} = \frac{4\rho Q_i}{\pi d^2},$$
$$Q_i = \frac{\pi d^2 Bl}{256\rho}.$$

Выполним проверку по размерности:

$$[Q_i] = \frac{\text{м}^2 \cdot \text{Тл} \cdot \text{м}}{\text{Ом} \cdot \text{м}} = \frac{\text{м}^2 \cdot \text{Тл}}{\text{Ом}} = \frac{\text{м}^2 \cdot \text{В} \cdot \text{с}}{\text{Ом} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{Ом}} = \frac{\text{В} \cdot \text{с} \cdot \text{А}}{\text{В}} = \text{с} \cdot \text{А} = \text{Кл}.$$

Проведем вычисления:

$$Q_i = \frac{3,14 \cdot 10^{-6} \cdot 0,2 \cdot 0,16}{256 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8}} = 0,023 = 23 \cdot 10^{-3} \text{ Кл.}$$

Ответ: $Q_i = 23 \cdot 10^{-3}$ Кл.

Пример 12. Железнодорожные рельсы изолированы друг от друга и от земли и соединены через вольтметр. Каково показание прибора, если по рельсам проходит поезд со скоростью $v = 20$ м/с? Вертикальную составляющую магнитного поля Земли принять равной $B_{\text{вз}} = 50$ мкТл, а расстояние между рельсами равно $l = 1,54$ м. Самоиндукцией пренебречь.

Дано:

$$v = 20 \text{ м/с}$$

$$B_{\text{вз}} = 50 \cdot 10^{-6} \text{ Тл}$$

$$l = 1,54 \text{ м}$$

$$\varepsilon_i - ?$$

Решение

Рассмотрим контур, образованный парой рельс, участком цепи с вольтметром и колесной парой (рис. 28).

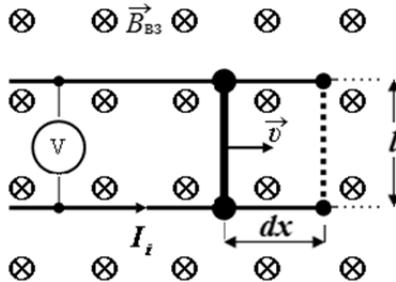


Рис. 28

При движении проводника (колесной пары) по рельсам в магнитном поле Земли магнитный поток, пронизывающий данный контур, изменяется. В соответствии с законом электромагнитной индукции Фарадея в данном контуре возникнет ЭДС индукции, которую покажет включенный в цепь вольтметр:

$$|\varepsilon_i| = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right|. \quad (6.44)$$

Магнитный поток, пронизывающий данный контур, изменяется за счет увеличения площади контура dS :

$$dS = l dx , \quad (6.45)$$

где dx – расстояние, пройденное движущимся поездом за время dt :

$$dx = v dt . \quad (6.46)$$

Тогда

$$d\Phi = B_{B3} dS . \quad (6.47)$$

Решая совместно систему уравнений (6.44), (6.45), (6.46), (6.47), получим

$$\varepsilon_i = \frac{B_{B3} l v dt}{dt} = B_{B3} l v .$$

Проверка по размерности:

$$[\varepsilon_i] = \text{Тл} \cdot \text{м} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{м}^2} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{с}} = \text{В} .$$

Вычисления:

$$\varepsilon_i = 50 \cdot 10^{-6} \cdot 1,54 \cdot 20 = 1540 \cdot 10^{-6} = 1,54 \cdot 10^{-3} \text{ В} .$$

Ответ: $\varepsilon_i = 1,54 \cdot 10^{-3} \text{ В} .$

Пример 13. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,5 \text{ Тл}$ движется прямой проводник длиной $l = 40 \text{ см}$. Найти разность потенциалов, возникающую на концах проводника в двух случаях: а) проводник движется с постоянной скоростью $v = 5 \text{ м/с}$ перпендикулярно линиям поля и оси проводника; б) проводник вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 5 \text{ рад/с}$, ось вращения проходит через один из его концов и совпадает с направлением магнитного поля.

Дано:

$$B = 0,5 \text{ Тл}$$

$$l = 0,4 \text{ м}$$

$$v = 5 \text{ м/с}$$

$$\omega = 5 \text{ рад/с}$$

$$\text{а) } (\varphi_1 - \varphi_2) - ?$$

$$\text{б) } (\varphi_1 - \varphi_2) - ?$$

Решение

а) проводник движется с постоянной скоростью v перпендикулярно линиям поля и оси проводника (рис. 29).

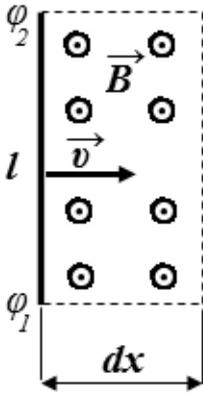


Рис. 29

На электрические заряды, перемещающиеся вместе с проводником в магнитном поле, действует сила Лоренца. Она приводит к перераспределению свободных носителей вдоль проводника. Сила Лоренца в данном случае является сторонней силой, и в проводнике возникает ЭДС индукции. Разность потенциалов, возникающая на концах проводника, будет равна:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \varepsilon_i. \quad (6.48)$$

Для нахождения ЭДС индукции применим закон Фарадея:

$$|\varepsilon_i| = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right|. \quad (6.49)$$

Проводник, двигаясь в магнитном поле, пересекает магнитный поток:

$$d\Phi = B dS, \quad (6.50)$$

где dS – площадь, пересекаемая движущимся проводником,

$$dS = l dx, \quad (6.51)$$

dx – расстояние, пройденное движущимся проводником за время dt ,

$$dx = v dt. \quad (6.52)$$

Решая совместно систему уравнений (6.48), (6.49), (6.50), (6.51) и (6.52), получим

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{Blv dt}{dt} = Blv.$$

Выполним проверку по размерности:

$$[\varphi_1 - \varphi_2] = \text{Тл} \cdot \text{м} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{м}^2} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{с}} = \text{В}.$$

Проведем вычисления:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 0,5 \cdot 0,4 \cdot 5 = 1 \text{ В}.$$

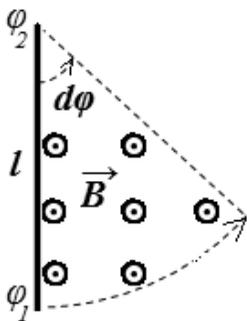


Рис. 30

б) проводник вращается с постоянной угловой скоростью ω , ось вращения проходит через один из его концов и совпадает с направлением магнитного поля.

Для решения задачи проведем аналогичные рассуждения:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = |\varepsilon_i| = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right|. \quad (6.53)$$

Проводник, двигаясь в магнитном поле, пересекает магнитный поток:

$$d\Phi = BdS. \quad (6.54)$$

dS – площадь, пересекаемая движущимся проводником,

$$dS = \frac{\pi l^2}{2\pi} d\varphi = \frac{l^2}{2} d\varphi; \quad (6.55)$$

$d\varphi$ – угол, выраженный в радианах, на который повернулся проводник за время dt ,

$$d\varphi = \omega dt. \quad (6.56)$$

Решая совместно систему уравнений (6.53), (6.54), (6.55) и (6.56) для разности потенциалов, получим:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{Bl^2\omega dt}{2dt}; \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{Bl^2\omega}{2}.$$

Осуществим проверку по размерности:

$$[\varphi_1 - \varphi_2] = \text{Тл} \cdot \text{м}^2 \cdot \frac{1}{\text{с}} = \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{м}^2} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{с}} = \text{В}.$$

Выполним вычисления:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{0,5 \cdot 0,16 \cdot 5}{2} = 0,2 \text{ В}.$$

Ответ: а) $\varphi_1 - \varphi_2 = 1 \text{ В}$; б) $\varphi_1 - \varphi_2 = 0,2 \text{ В}$.

Пример 14. Соленоид с сердечником из немагнитного материала содержит $N = 2000$ витков провода, плотно прилегающих друг к другу. При силе тока $I = 5$ А магнитный поток $\Phi = 6$ мкВб. Определить индуктивность L соленоида и энергию W магнитного поля соленоида.

Дано: $N = 2000$ $I = 5$ А $\Phi = 6 \cdot 10^{-6}$ Вб <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/> $L - ?$ $W - ?$	<i>Решение</i> По определению индуктивность L является коэффициентом пропорциональности между током в контуре и потоком сцеплением ψ : $L = \frac{\psi}{I}. \quad (6.57)$
---	---

С другой стороны, потокосцепление ψ может быть найдено через магнитный поток и число витков:

$$\psi = \Phi N \quad (6.58)$$

Из (6.57) и (6.58) получим следующее выражение для индуктивности соленоида:

$$L = \frac{\Phi N}{I}. \quad (6.59)$$

Проверка по размерности очевидна:

$$[L] = \frac{\text{Вб}}{\text{А}} = \text{Гн}.$$

Подставив численные значения, для индуктивности получим

$$L = \frac{6 \cdot 10^{-6} \cdot 2000}{5} = 2400 \cdot 10^{-6} = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}.$$

Для нахождения энергии магнитного поля соленоида воспользуемся выражением

$$W = \frac{LI^2}{2}. \quad (6.60)$$

Используя полученное выражение для индуктивности (6.59), для энергии магнитного поля в соленоиде получим

$$W = \frac{\Phi NI}{2}.$$

Проведем проверку по размерности:

$$[W] = \text{Вб} \cdot \text{А} = \text{Гн} \cdot \text{А} \cdot \text{А} = \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А}} \cdot \text{А}^2 = \text{В} \cdot \text{с} \cdot \text{А} = \text{В} \cdot \text{Кл} = \text{Дж}.$$

Выполним вычисления:

$$W = \frac{6 \cdot 10^{-6} \cdot 2000 \cdot 5}{2} = 30 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}.$$

Ответ: $L = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$; $W = 30 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}$.

Пример 15. В опыте Юнга использовались два когерентных источника света с длиной волны $\lambda = 589 \text{ нм}$. Найти расстояние между третьим и шестым минимумами на экране, если расстояние между когерентными источниками равно $d = 0,2 \text{ мм}$, а расстояние между источниками и экраном равно $L = 2 \text{ м}$.

Дано:

$$\lambda = 589 \cdot 10^{-9} \text{ м}$$

$$d = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$L = 2 \text{ м}$$

$$y_{6 \text{ min}} - y_{3 \text{ min}} = ?$$

Решение

Рассмотрим схему опыта Юнга (рис. 31).

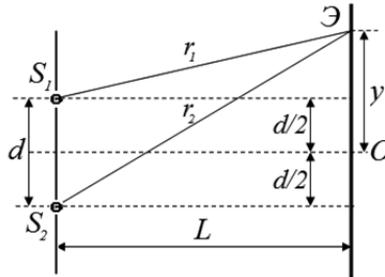


Рис. 31

S_1 и S_2 – два когерентных источника света; Э – экран, на котором наблюдается интерференционная картина. Положения интерференционных минимумов на экране будем характеризовать координатой y , отсчитываемой от центра (O) интерференционной картины.

Из геометрических соображений понятно, что

$$r_1^2 = L^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2 = L^2 + y^2 + \frac{d^2}{4} - yd,$$

$$r_2^2 = L^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2 = L^2 + y^2 + \frac{d^2}{4} + yd ,$$

откуда

$$r_2^2 - r_1^2 = (r_2 - r_1)(r_2 + r_1) = 2yd . \quad (6.61)$$

Так как d и y много меньше L , то можно считать, что

$$(r_2 + r_1) = 2L , \quad (6.62)$$

$$(r_2 - r_1) = \Delta r , \quad (6.63)$$

где Δr – геометрическая разность хода лучей.

В данном случае геометрическая разность хода лучей Δr будет равна оптической разности хода Δs , так как в условии задачи ничего не сказано о среде (будем полагать, что распространение лучей происходит в воздухе, $n_{\text{воз}} \approx 1$).

$$\Delta r = \Delta s . \quad (6.64)$$

С учетом (6.61), (6.62), (6.63) и (6.64) для оптической разности хода лучей получим

$$\Delta s = \frac{yd}{L} . \quad (6.65)$$

Если оптическая разность хода лучей Δs в точке с координатой y равна нечетному числу длин полуволин:

$$\Delta s = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \quad (6.66)$$

то в этой точке будет наблюдаться интерференционный минимум.

Из (6.65) и (6.66) найдем координаты минимумов интенсивности света:

$$y_{\min} = (2m + 1) \frac{L \lambda}{d 2}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Тогда

$$y_{6\min} = (2 \cdot 6 + 1) \frac{L \lambda}{d} = \frac{13L\lambda}{2d};$$

$$y_{3\min} = (2 \cdot 3 + 1) \frac{L \lambda}{d} = \frac{7L\lambda}{2d};$$

$$y_{6\min} - y_{3\min} = \frac{13L\lambda}{2d} - \frac{7L\lambda}{2d} = \frac{6L\lambda}{2d} = \frac{3L\lambda}{d}.$$

Проверка по размерности очевидна: $[y_{6\min} - y_{3\min}] = \text{м}$.

Проведем вычисления:

$$y_{6\min} - y_{3\min} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 589 \cdot 10^{-9}}{0,2 \cdot 10^{-3}} \approx 17,7 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Ответ: расстояние между третьим и шестым минимумами на экране равно

$$y_{6\min} - y_{3\min} \approx 17,7 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Пример 16. На пути луча, идущего в воздухе, поставили стеклянную пластинку толщиной $d = 1 \text{ см}$ (показатель преломления стекла $n = 1,5$). Насколько изменится оптическая длина пути луча, если луч падает на пластину: а) нормально (рис. 32); б) под углом 30° (рис. 33)?

Дано:

$$d = 10^{-2} \text{ м}$$

$$n = 1,5$$

$$\text{а) } \alpha = 0$$

$$\text{б) } \alpha = 30^\circ$$

$$\text{а) } \Delta s_1 - ?$$

$$\text{б) } \Delta s_2 - ?$$

Решение: а) $\alpha = 0$.

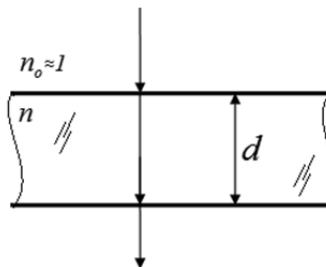


Рис. 32

Оптическая длина пути луча s определяется выражением

$$s = ln,$$

где l – геометрическая длина пути луча; n – показатель преломления среды.

При нормальном падении света на пластинку оптическая длина пути в стеклянной пластинке

$$s_2 = dn.$$

Когда на пути луча не было пластинки, оптическая длина пути луча была равна

$$s_1 = dn_0 = d(n_0 \approx 1, \text{воздух}).$$

Следовательно, изменение оптической длины пути луча в данном случае

$$\Delta s = s_2 - s_1 = dn - d = d(n - 1).$$

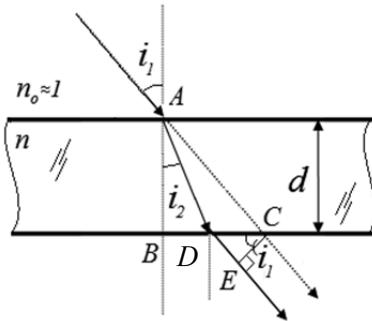


Рис. 33

Проверка по размерности очевидна: $[\Delta s] = \text{м}$.

Проведем вычисления:

$$\Delta s = 10^{-2} \cdot (1,5 - 1) = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

б) $\alpha = 30^\circ$.

В данном случае изменение оптической длины пути луча будет определяться выражением

$$\begin{aligned} \Delta s = s_2 - s_1 &= \\ &= |AD| \cdot n + |DE| - |AC|. \end{aligned} \quad (6.67)$$

Учтем, что преломление луча на границе «воздух–стекло» происходит в соответствии с законом:

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n. \quad (6.68)$$

$|AD|$ найдем из треугольника ABD .

$$|AD| = \frac{|AB|}{\cos i_2} = \frac{d}{\cos i_2} = \frac{d}{\sqrt{1 - \sin^2 i_2}}.$$

С учетом (6.67) для $|AD|$ получим

$$|AD| = \frac{d}{\sqrt{1 - \sin^2 i_2}} = \frac{dn}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}}. \quad (6.69)$$

$|DE|$ найдем из треугольника DEC :

$$|DE| = |DC| \sin i_1 = (|BC| - |BD|) \sin i_1. \quad (6.70)$$

Для нахождения $|BC|$ и $|BD|$ рассмотрим треугольники ABC и ABD соответственно:

$$|BC| = |AB| \operatorname{tg} i_1 = |AB| \frac{\sin i_1}{\cos i_1} = |AB| \frac{\sin i_1}{\sqrt{1 - \sin^2 i_1}} = d \frac{\sin i_1}{\sqrt{1 - \sin^2 i_1}}; \quad (6.71)$$

$$|BD| = |AB| \operatorname{tg} i_2 = |AB| \frac{\sin i_2}{\cos i_2} = |AB| \frac{\sin i_2}{\sqrt{1 - \sin^2 i_2}} = d \frac{\sin i_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}}. \quad (6.72)$$

Подставляя (6.71) и (6.72) в (6.73), получим

$$|DE| = \frac{d \sin^2 i_1}{\sqrt{1 - \sin^2 i_1}} - \frac{d \sin^2 i_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}}. \quad (6.73)$$

$|AC|$ найдем из треугольника ABC :

$$|AC| = \frac{|AB|}{\cos i_1} = \frac{d}{\cos i_1} = \frac{d}{\sqrt{1 - \sin^2 i_1}}. \quad (6.74)$$

Подставляя (6.69), (6.73) и (6.74) в (6.67) и проведя математические преобразования, для изменения оптической длины пути луча получим:

$$\Delta s = \frac{dn^2}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}} + \frac{d \sin^2 i_1}{\sqrt{1 - \sin^2 i_1}} - \frac{d \sin^2 i_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}} - \frac{d}{\sqrt{1 - \sin^2 i_1}};$$

$$\Delta s = d \left(\left(\frac{n^2}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}} - \frac{\sin^2 i_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}} \right) - \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 i_1}} - \frac{\sin^2 i_1}{\sqrt{1 - \sin^2 i_1}} \right) \right);$$

$$\Delta s = d \left(\left(\frac{n^2 - \sin^2 i_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}} \right) - \left(\frac{1 - \sin^2 i_1}{\sqrt{1 - \sin^2 i_1}} \right) \right);$$

$$\Delta s = d \left(\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \sqrt{1 - \sin^2 i_1} \right).$$

Проверка по размерности очевидна: $[\Delta s] = \text{м}$.

Вычисления:

$$\Delta s = 10^{-2} \left(\sqrt{1,5^2 - 0,5^2} - \sqrt{1 - 0,5^2} \right);$$

$$\Delta s = 10^{-2} \left(\sqrt{2} - \sqrt{0,75} \right) = 10^{-2} (1,41 - 0,87) = 5,44 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Ответ: а) $\Delta s = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; б) $\Delta s = 5,44 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

Пример 17. Монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$ падает на мыльную пленку ($n = 1,3$) толщиной $d = 0,1 \text{ мкм}$, находящуюся в воздухе. При каком наименьшем угле падения пленка кажется темной в проходящем свете?

Дано:

$$\lambda = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$n = 1,3 \quad d = 10^{-7} \text{ м}$$

$$i_{\min} = ?$$

Решение

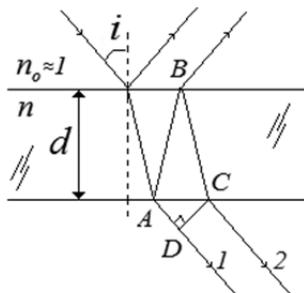


Рис. 34

При интерференции на тонкой пленке в проходящем свете интерферируют лучи 1 и 2 (рис. 34). В данном случае оптическая разность хода лучей Δs_{12} определяется выражением

$$\Delta s_{12} = (|AB| + |BC|)n - AD.$$

С учетом закона преломления света и геометрических соотношений, для оптической разности хода лучей 1 и 2 получим (преобразования проделывать самостоятельно)

$$\Delta s_{12} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i}, \quad (6.75)$$

где n – показатель преломления пленки; d – толщина пленки; i – угол падения луча на пленку.

По условию задачи «пленка кажется темной», т. е. речь идет об ослаблении света (минимум интенсивности).

Условие минимумов интерференции:

$$\Delta s_{12} = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}. \quad (6.76)$$

Приравнивая выражения (6.75) и (6.76), получим

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}.$$

Наименьший угол i_{\min} соответствует $m = 0$:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_{\min}} = \frac{\lambda}{2}; \quad \sin^2 i_{\min} = n^2 - \frac{\lambda^2}{16 \cdot d^2};$$

$$\sin i_{\min} = \sqrt{\frac{16d^2 n^2 - \lambda^2}{16d^2}} = \frac{\sqrt{16d^2 n^2 - \lambda^2}}{4d};$$

$$i_{\min} = \arcsin \left(\frac{\sqrt{16d^2 n^2 - \lambda^2}}{4d} \right).$$

Проведем вычисления:

$$i_{\min} = \arcsin \left(\frac{\sqrt{16 \cdot 10^{-14} \cdot 1,69 - 0,25 \cdot 10^{-12}}}{4 \cdot 10^{-7}} \right) = \arcsin(0,357) \approx 21^\circ.$$

Ответ: $i_{\min} \approx 21^\circ$.

Пример 18. На поверхность стеклянного объектива ($n_1 = 1,5$) нанесена тонкая пленка, показатель преломления которой ($n_2 = 1,2$) («просветляющая пленка»). При какой наименьшей толщине этой пленки d_{\min} произойдет максимальное ослабление отраженного света в средней части видимого спектра?

Дано:

$$n_1 = 1,5$$

$$n_2 = 1,2$$

$$d_{\min} - ?$$

Решение

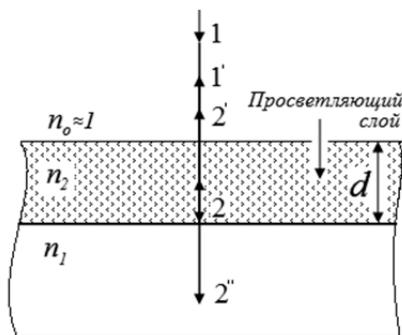


Рис. 35

Рассмотрим ход световых лучей в данной ситуации (рис. 35). Пусть на «просветляющую пленку» по нормали к поверхности падает луч 1. На границе раздела «воздух–пленка» он частично отражается (1') и частично проходит в просветляющий слой (2). На границе раздела «пленка–стекло» с падающим лучом 2 наблюдается аналогичная ситуация: он частично отражается (2'), а частично проходит в стекло (2''). Лучи 1' и 2', отраженные от внешней и внутренней границы просветляющего слоя, являются когерентными и могут интерферировать. Из чертежа следует, что оптическая разность хода лучей 1' и 2' равна

$$\Delta s = 2dn_2. \quad (*)$$

Так как по условию задачи $n_0 < n_2 < n_1$, то потеря полуволны происходит на каждой из границ раздела («воздух–пленка» и «пленка–стекло»). В итоге между лучами 1' и 2' дополнительной разности фаз не возникает.

Чтобы уменьшить отражение света и добиться максимума интенсивности в проходящем свете, лучи 1' и 2' должны складываться в противофазе. Это означает, что для разности хода этих лучей должно реализоваться условие минимумов:

$$\Delta s = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (**)$$

где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Приравняв выражения (*) и (**), получим

$$2dn_2 = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Наименьшая толщина пленки d_{\min} соответствует $m = 0$, следовательно,

$$2d_{\min}n_2 = \frac{\lambda}{2}; \quad d_{\min} = \frac{\lambda}{4n_2}.$$

Толщина просветляющего слоя определяется длиной волны. По условию задачу необходимо решить для «средней части видимого спектра». Длины волн видимого спектра лежат в пределах $(3,8 \cdot 10^{-7} \dots 7,4 \cdot 10^{-7})$ м. На центральную часть спектра приходится длина волны $\lambda = 5,5 \cdot 10^{-7}$ м (зеленый свет).

Для краев видимого спектра условие минимумов реализовываться не будет. В отраженном свете пленка будет иметь пурпурный цвет (смесь красного и фиолетового).

Проверка по размерности очевидна: $[d_{\min}] = \text{м}$.

$$\text{Вычисления: } d_{\min} = \frac{5,5 \cdot 10^{-7}}{4 \cdot 1,2} \approx 1,15 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Ответ: $d_{\min} \approx 1,15 \cdot 10^{-7}$ м.

Пример 19. Мыльная пленка, расположенная вертикально, вследствие стекания жидкости образует клин. Пленка освещается источником белого света через красный светофильтр (длина волны $\lambda = 650$ нм). Свет падает нормально к поверхности пленки. Расстояние между соседними темными полосами на поверхности пленки равно $l = 3,5$ мм. Определите угол между гранями клина. Показатель преломления мыльной пленки $n = 1,33$.

Дано:

$$\lambda = 6,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$l = 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$n = 1,33$$

$$\beta - ?$$

Решение

Параллельный монохроматический пучок света, падая нормально на поверхность мыльной пленки, отражается от передней и задней поверхности. Эти пучки света когерентны, следовательно, интерферируют. Интерференционная картина на поверхности пленки представляет светлые и темные полосы (полосы равной толщины) (рис. 36).

Пусть две соседние темные полосы наблюдаются на расстоянии l друг от друга (в точках A и B). Толщина пленки на этих участках соответственно $|AC| = d_1$ и $|BD| = d_2$.

Оптическая разность хода лучей, интерферирующих в точке A (с учетом потери полуволны при отражении от границы раздела среды оптически менее плотной и среды оптически более плотной («воздух–пленка»)):

$$\Delta_A = 2d_1n - \frac{\lambda}{2}. \quad (6.77)$$

По аналогии запишем выражение для оптической разности хода лучей, интерферирующих в точке B :

$$\Delta_B = 2d_2n - \frac{\lambda}{2}. \quad (6.78)$$

Темные полосы видны на тех участках пленки, для которых разность хода кратна нечетному числу длин полуволн, тогда можно для соседних темных полос записать следующие соотношения:

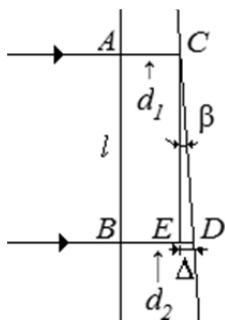


Рис. 36

$$\Delta_A = (2m+1)\frac{\lambda}{2}; \quad (6.79)$$

$$\Delta_B = (2m+3)\frac{\lambda}{2}. \quad (6.80)$$

Приравнивая (6.77) к (6.79) и (6.78) к (6.80) соответственно, получим:

$$2d_1n - \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2}; \quad (6.81)$$

$$2d_2n - \frac{\lambda}{2} = (2m+3)\frac{\lambda}{2}. \quad (6.82)$$

После почленного вычитания уравнения (6.81) из уравнения (6.82) имеем:

$$\begin{aligned} 2(d_2 - d_1)n &= \lambda; \\ 2\Delta n &= \lambda. \end{aligned} \quad (6.83)$$

Связь между разностью толщин пленки, образующей клин ($d_2 - d_1 = \Delta$), и углом между гранями клина β найдем из треугольника ECD :

$$\operatorname{tg}(\beta) = \frac{\Delta}{l}. \quad (6.84)$$

Решая совместно уравнения (6.84) и (6.83), получим:

$$\operatorname{tg}(\beta) = \frac{\lambda}{2nl}.$$

Для малых углов $\operatorname{tg}(\beta) \approx \beta$, следовательно,

$$\beta = \frac{\lambda}{2nl}.$$

Вычисления: $\beta = \frac{6,5 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 1,33 \cdot 3,5 \cdot 10^{-3}} \approx 7 \cdot 10^{-5}$ рад .

Ответ: угол клина $\beta \approx 7 \cdot 10^{-5}$ рад .

Пример 20. Между источником света и экраном поместили ирисовую диафрагму с круглым отверстием, радиус которого можно менять в процессе опыта. Расстояние от диафрагмы до источника и экрана равны соответственно 100 и 125 см. Определите длину волны света, если максимум освещенности в центре дифракционной картины наблюдается при радиусе отверстия 1 мм, а следующий максимум – при 1,29 мм.

Дано:

$$a = 1,00 \text{ м}$$

$$b = 1,25 \text{ м}$$

max

$$r_m = 10^{-3} \text{ м}$$

$$r_{m+2} = 1,29 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\lambda = ?$$

Решение



Рис. 37

По условию задачи сказано, что в центре дифракционной картины наблюдается максимум. Это означает, что для точки наблюдения P ирисовая диафрагма открывает нечетное число зон Френеля (рис. 37). В условии задачи речь идет о двух таких ситуациях, следовательно, число зон Френеля, укладывающихся в отверстие, будет (m) и $(m + 2)$ соответственно.

Для решения задачи применим формулу m -й и $m + 2$ -й зон Френеля для сферического волнового фронта.

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda}, \quad r_{m+2} = \sqrt{\frac{ab}{a+b} (m+2) \lambda}.$$

Тогда, проводя очевидные преобразования формул, получим выражения для длины волны:

$$r_m^2 = \frac{ab}{a+b} m \lambda, \quad r_{m+2}^2 = \frac{ab}{a+b} (m+2) \lambda; \quad \lambda = \frac{a+b}{2ab} (r_{m+2}^2 - r_m^2).$$

Проверка по размерности очевидна: $[\lambda] = \text{м}$.

Вычисления:

$$\lambda = \frac{1,25 + 1,00}{2 \cdot 1,25} \left((1,29 \cdot 10^{-3})^2 - (1,00 \cdot 10^{-3})^2 \right) \approx 5,98 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Ответ: $\lambda \approx 5,98 \cdot 10^{-7} \text{ м}$.

Пример 21. На круглое отверстие диаметром $d = 4 \text{ мм}$ падает нормально пучок параллельных лучей ($\lambda = 0,5 \text{ мкм}$). Точка наблюдения находится на оси отверстия на расстоянии $L = 1 \text{ м}$ от него. Сколько зон Френеля укладывается в отверстии? Темное или светлое пятно получится в центре дифракционной картины, если в месте наблюдения поместить экран?

Дано:

$$d = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$L = 1 \text{ м}$$

$m - ?$

Решение

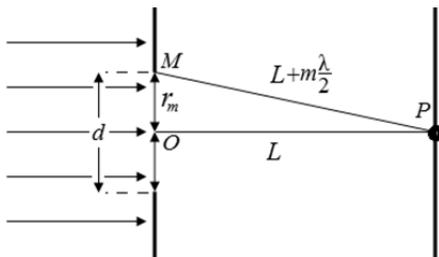


Рис. 38

Выведем формулу для расчета числа зон Френеля, укладывающихся в круглом отверстии диафрагмы при падении на нее плоского волнового фронта (рис. 38). Пусть диафрагма открывает для точки наблюдения P m зон Френеля. Тогда расстояние от точки P до края диафрагмы будет равно

$$|PM| = L + m \frac{\lambda}{2}.$$

Применяя теорему Пифагора для треугольника MOP , получим:

$$(r_m)^2 = \left(L + m \frac{\lambda}{2} \right)^2 - L^2; \quad (r_m)^2 = L^2 + \frac{m^2 \lambda^2}{4} + m \lambda L - L^2;$$

$$(r_m)^2 = \frac{m^2 \lambda^2}{4} + m \lambda L.$$

Так как $\lambda \ll L$, то слагаемым, содержащим λ^2 , можно пренебречь, следовательно,

$$(r_m)^2 = m \lambda L.$$

Учитывая, что $r_m = \frac{d}{2}$, для числа зон Френеля, укладываемых в круглом отверстии диафрагмы при падении на нее плоского волнового фронта, получим:

$$\left(\frac{d}{2}\right)^2 = m\lambda L; \quad m = \frac{d^2}{4L\lambda}.$$

Проведем вычисления:

$$m = \frac{(4 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 1.5 \cdot 10^{-7}} = 8.$$

Так как отверстие в диафрагме открывает для точки наблюдения P четное число зон Френеля ($m = 8$), то в центре дифракционной картины будет наблюдаться минимум интенсивности, темное пятно.

Ответ: $m = 8, \text{ min}$.

Пример 22. Монохроматический свет падает нормально на щель ширины $b = 11 \text{ мкм}$. За щелью находится тонкая линза с фокусным расстоянием $f = 200 \text{ мм}$, в фокальной плоскости которой расположен экран. Найти длину волны света, если расстояние между симметрично расположенными минимумами второго порядка на экране равно $x = 40 \text{ мм}$.

Дано:

$$b = 11 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$f = 0,2 \text{ м}$$

$$x = 40 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\lambda - ?$$

Решение

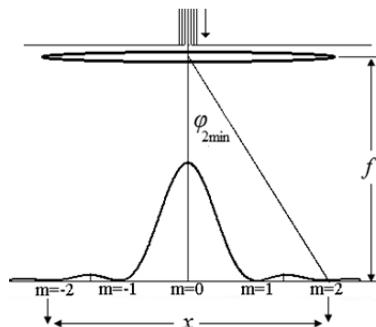


Рис. 39

Минимумы интенсивности дифракции на одной щели наблюдаются под углами φ_{\min} (рис. 39), определяемыми условием:

$$b \sin \varphi_{\min} = m\lambda, \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

В нашем случае $m = 2$, следовательно,

$$b \sin \varphi_{2\min} = 2\lambda. \quad (6.85)$$

Расстояние между минимумами на экране можно найти из чертежа:

$$x = 2f \operatorname{tg} \varphi_{2\min}. \quad (6.86)$$

С учетом того, что для малых углов $\operatorname{tg} \varphi \approx \sin \varphi$, уравнение (6.86) принимает вид

$$x = 2f \sin \varphi_{2\min}. \quad (6.87)$$

Решая совместно уравнения (6.85) и (6.87) для длины волны света, получим:

$$\lambda = \frac{b \sin \varphi_{2\min}}{2} = \frac{bx}{4f};$$

$$\lambda = \frac{bx}{4f}.$$

Проверка по размерности очевидна: $[\lambda] = \text{м}$.

Проведем вычисления:

$$\lambda = \frac{11 \cdot 10^{-6} \cdot 40 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 0,2} = 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Ответ: $\lambda = 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$.

Пример 23. На дифракционную решетку, содержащую 500 штрихов на миллиметр, нормально падает свет от натриевого пламени (длина волны $\lambda = 589 \text{ нм}$). Дифракционный спектр проецируется на экран линзой с фокусным расстоянием $f = 0,75 \text{ м}$. На каком расстоянии от центральной полосы наблюдается крайний максимум? Сколько максимумов может наблюдаться на экране?

Дано:

$$d = \frac{10^{-3}}{500} = 2 \cdot 10^{-6}$$

$$\lambda = 5,89 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$f = 0,75 \text{ м}$$

$$y_{\max} - ?$$

$$N_{\max} - ?$$

Решение

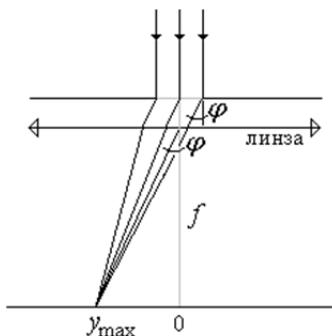


Рис. 40

Условие главных максимумов интенсивности света при дифракции света на решетке (рис. 40):

$$d \sin \varphi_m = m\lambda. \quad (6.88)$$

Крайний максимум будем искать из условия $\sin \varphi_m \leq 1$, при условии, что m есть целое число.

$$m_{\max} = \frac{d \sin \varphi_m}{\lambda} \leq \frac{2 \cdot 10^{-6}}{5,89 \cdot 10^{-7}} \leq 3,4.$$

Таким образом, максимальный порядок наблюдаемого максимума в данных условиях равен $m_{\max} = 3$.

Так как по обе стороны от центрального максимума будет наблюдаться по одинаковому числу максимумов, то общее число наблюдаемых максимумов интенсивности света равно удвоенному числу полос с каждой стороны пространственного спектра плюс центральный максимум, т. е.

$$N_{\max} = 2m_{\max} + 1 = 2 \cdot 3 + 1 = 7.$$

Расстояние, на которое удален крайний максимум от центральной полосы, найдем из чертежа.

$$y_{\max} = f \operatorname{tg} \varphi_{\max} = f \operatorname{tg} \varphi_3 = f \frac{\sin \varphi_3}{\cos \varphi_3} = f \frac{\sin \varphi_3}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi_3}}, \quad (6.89)$$

$\sin \varphi_3$ найдем из уравнения (6.88):

$$\sin \varphi_3 = \frac{3\lambda}{d}. \quad (6.90)$$

Подставляя (6.90) в (6.89), для расстояния, на которое удален крайний максимум от центральной полосы, получим

$$y_{\max} = f \frac{3\lambda}{\sqrt{d^2 - 9\lambda^2}}.$$

Проверка по размерности очевидна: $[\lambda] = \text{м}$.

Вычисления:

$$\begin{aligned} y_{\max} &= 0,75 \frac{3 \cdot 5,89 \cdot 10^{-7}}{\sqrt{4 \cdot 10^{-12} - 9 \cdot 5,89^2 \cdot 10^{-14}}} = \\ &= 0,75 \frac{3 \cdot 5,89 \cdot 10^{-7}}{10^{-6} \sqrt{4 - 3,12}} \approx 1,41 \text{ м}. \end{aligned}$$

Ответ: $y_{\max} \approx 1,41 \text{ м}$, на экране наблюдается 7 максимумов.

Пример 24. Естественный свет падает на поверхность алмаза ($n = 2,42$) под углом полной поляризации. Найти угол преломления луча.

Дано:

$$n_0 \approx 1$$

$$n = 2,42$$

$$\alpha = i_B$$

$$\beta = ?$$

Решение

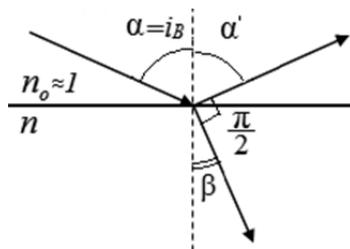


Рис. 41

В соответствии с законом отражения света угол падения света равен углу отражения:

$$\alpha = \alpha'.$$

По условию задачи естественный свет падает на поверхность под углом полной поляризации (углом Брюстера i_B) (рис. 41), следовательно,

$$\alpha = i_B \text{ и } \alpha' = i_B. \quad (6.91)$$

В соответствии с законом Брюстера:

$$- \operatorname{tg} i_B = n; \quad (6.92)$$

– угол между отраженным и преломленным лучом прямой (90°).

Тогда из геометрических соображений понятно, что

$$\beta = 90 - \alpha'. \quad (6.93)$$

Преобразуя выражение (6.93) с учетом (6.91) и (6.92), для угла преломления луча получим

$$\beta = 90 - \operatorname{arctg}(n).$$

Вычисления:

$$\beta = 90 - \operatorname{arctg}(2,42) \approx 90 - 67,55 \approx 22,45^\circ \approx 22^\circ 27'.$$

Ответ: $\beta \approx 22^\circ 27'$.

Пример 25. Естественный свет проходит через два поляризатора, угол между главными плоскостями которых 30° . Во сколько раз изменится интенсивность света, прошедшего эту систему, если угол между плоскостями поляризаторов увеличить в два раза?

Дано:

$$\alpha_1 = 30^\circ$$

$$\alpha_2 = 2\alpha_1$$

$$\frac{I_2'}{I_2''} - ?$$

Решение

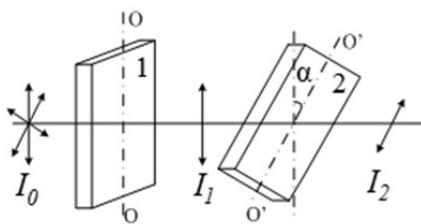


Рис. 42

Согласно закону Малюса

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha, \quad (6.94)$$

где I_1 – интенсивность плоскополяризованного света, падающего на поляризатор; I_2 – интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего поляризатор, α – угол между направлениями колебаний светового вектора волны \mathbf{E}_0 , падающего на поляризатор и плоскостью пропускания поляризатора (рис. 42).

Интенсивность естественного света при прохождении через поляризатор уменьшается в два раза (в отсутствие потерь), т. е.

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0. \quad (6.95)$$

Подставляя (6.95) в (6.94), для интенсивности света, прошедшего систему двух поляризаторов, получим

$$I_2 = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \alpha. \quad (6.96)$$

В задаче рассматриваются два случая для разных углов между главными плоскостями поляризаторов, следовательно,

$$I_2' = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \alpha_1; \quad (6.97)$$

$$I_2'' = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \alpha_2 = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 2\alpha_1. \quad (6.98)$$

С учетом (6.97) и (6.98) отношение интенсивностей света равно

$$\frac{I_2'}{I_2''} = \frac{\cos^2 \alpha_1}{\cos^2 2\alpha_1}.$$

Вычисления:

$$\frac{I_2'}{I_2''} = \frac{\cos^2 30}{\cos^2 60} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 : \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3 \cdot 4}{4 \cdot 1} = 3.$$

Ответ: $\frac{I_2'}{I_2''} = 3$, интенсивность света уменьшается в три раза.

Пример 26. При какой наименьшей толщине кварцевой пластинки d_{\min} , помещенной между скрещенными поляроидами, поле зрения будет максимально просветлено? Постоянная вращения для кварца

$$\alpha = 27 \frac{\text{град}}{\text{мм}}.$$

Дано:
 $\varphi = 90^\circ$

$$\alpha = 27 \cdot 10^3 \frac{\text{град}}{\text{м}}$$

$d_{\min} - ?$

Решение

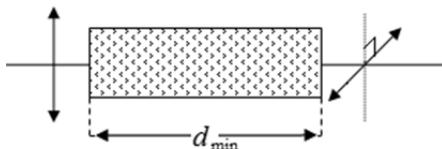


Рис. 43

Через скрещенные поляроиды, угол между плоскостями пропускания которых составляет 90° , свет не проходит. Когда между ними помещается оптически активное вещество (в нашем случае – кристалл кварца), поле зрения максимально просветляется. Это означает, что при прохождении в кристалле плоскополяризованным светом расстояния d_{\min} плоскость поляризации поворачивается на угол $\varphi = 90^\circ$ (рис. 43).

Угол поворота плоскости поляризации определяется *законом Био*:

$$\varphi = \alpha d ,$$

где α – постоянная вращения, зависящая от природы оптически активного вещества и длины волны света; d – расстояние, пройденное светом в веществе.

Тогда, для нашего случая имеем

$$d_{\min} = \frac{90^\circ}{\alpha} .$$

Проверка по размерности:

$$[d_{\min}] = \frac{\text{град}}{\text{град/м}} = \text{м} .$$

Вычисления:

$$d_{\min} = \frac{90}{27 \cdot 10^3} \approx 3,33 \cdot 10^{-3} \text{ м} .$$

Ответ: $d_{\min} \approx 3,33 \cdot 10^{-3} \text{ м} .$

Пример 27. Вычислить температуру поверхности Земли, считая ее постоянной, в предположении, что Земля как черное тело излучает столько энергии, сколько ее получает от Солнца. Интенсивность солнечного излучения вблизи Земли принять равным $1,37 \text{ кВт/м}^2$.

Дано:	<i>Решение</i>
$H_C = 1,37 \cdot 10^3 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$	Для решения поставленной задачи применим закон Стефана–Больцмана для абсолютно черного тела (в нашем случае Земли):
$T_3 - ?$	$R_e = \sigma T^4, \quad (*)$

где $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$; R_e – энергетическая светимость абсолютно черного тела. Энергетическая светимость представляет энергию, излучаемую в единицу времени с единицы площади поверхности. По условию задачи Земля как черное тело излучает столько энергии, сколько ее получает от Солнца. Следовательно,

$$R_e = H_C. \quad (**)$$

Тогда, применяя совместно уравнения (*) и (**), для температуры поверхности Земли получим:

$$T = \left(\frac{H_C}{\sigma} \right)^{\frac{1}{4}}.$$

Проверка по размерности очевидна: $[T] = \text{К}$.

Вычисления:

$$T = \left(\frac{1370}{5,67 \cdot 10^{-8}} \right)^{\frac{1}{4}} = 394 \text{ К}.$$

В градусах Цельсия эта температура равна $394 - 273 = 121 \text{ }^\circ\text{C}$, почему же вся вода на поверхности Земли при такой температуре не испарилась? Очевидно, что предположение о том, что Земля есть абсолютно черное тело, неправильное. Практически вся падающая на Землю солнечная энергия поглощается и перерабатывается биосферой,

причем полное количество тепловой энергии излучается поверхностью Земли в инфракрасном диапазоне, в точности равном полному количеству солнечной энергии, падающему на поверхность Земли.

Ответ: $T = 394 \text{ К}$.

Пример 28. Как изменилась температура абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения сместился от красной границы видимого спектра к его фиолетовой границе? Во сколько раз увеличилась при этом мощность излучения? Длины волн видимого спектра лежат в пределах $(3,8 \cdot 10^{-7} \dots 7,6 \cdot 10^{-7}) \text{ м}$.

Дано:

$$\lambda_1 = \lambda_{\text{к}} = 7,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$\lambda_2 = \lambda_{\text{ф}} = 3,8 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$T_1 - ? \quad T_2 - ?$$

$$\frac{T_2}{T_1} - ? \quad \frac{P_2}{P_1} - ?$$

Решение

Длина волны, на которую приходится максимум излучения абсолютно черного тела, определяется законом смещения Вина:

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{b}{T}, \quad (6.99)$$

где $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$.

Из (6.99) найдем температуры, при которых максимум излучения приходится на красную и на фиолетовую границы видимого спектра:

$$T_1 = \frac{b}{\lambda_1}; \quad T_2 = \frac{b}{\lambda_2}. \quad (6.100)$$

Проведем вычисления:

$$T_1 = \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{7,6 \cdot 10^{-7}} \approx 3817 \text{ К}; \quad T_2 = \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{3,8 \cdot 10^{-7}} \approx 7632 \text{ К};$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{b}{\lambda_2} : \frac{b}{\lambda_1}, \text{ следовательно, } \frac{T_2}{T_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}. \quad (6.101)$$

Проведем вычисления:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{7,6 \cdot 10^{-7}}{3,8 \cdot 10^{-7}} = 2,$$

температура увеличилась в два раза.

Мощность излучения определяется выражением

$$P = R_e S, \quad (6.102)$$

где R_e – энергетическая светимость абсолютно черного тела; S – площадь его поверхности.

В соответствии с законом Стефана–Больцмана

$$R_e = \sigma T^4. \quad (6.103)$$

Тогда с учетом (6.101), (6.102) и (6.103) для отношения мощностей излучения получим

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{R_{e2}}{R_{e1}} = \frac{T_2^4}{T_1^4} = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^4.$$

Проведем вычисления:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{7,6 \cdot 10^{-7}}{3,8 \cdot 10^{-7}} \right)^4 = 2^4 = 16.$$

Ответ: $T_1 \approx 3817$ К; $T_2 \approx 7632$ К; $\frac{T_2}{T_1} = 2$; $\frac{P_2}{P_1} = 16$.

Пример 29. Найдите работу выхода с поверхности некоторого металла, если при поочередном освещении его электромагнитным излучением с длинами волн 0,33 мкм и 0,54 мкм максимальные скорости фотоэлектронов различаются в два раза.

Дано:

$$\lambda_1 = 0,33 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$\lambda_2 = 0,54 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = 2$$

$$A - ?$$

Решение

Используя формулу Эйнштейна для фотоэффекта, для двух длин волн подающего света запишем систему уравнений:

$$\frac{hc}{\lambda_1} = A + \frac{mv_1^2}{2}; \quad \frac{hc}{\lambda_2} = A + \frac{mv_2^2}{2}.$$

Преобразуя эту систему уравнений, получим выражение для работы выхода A .

$$v_1^2 = \left(\frac{hc}{\lambda_1} - A \right) \frac{2}{m}; \quad v_2^2 = \left(\frac{hc}{\lambda_2} - A \right) \frac{2}{m}; \quad \frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{\frac{hc}{\lambda_1} - A}{\frac{hc}{\lambda_2} - A};$$

$$\frac{v_1^2}{v_2^2} \left(\frac{hc}{\lambda_2} - A \right) = \frac{hc}{\lambda_1} - A; \quad A \left(\frac{v_1^2}{v_2^2} - 1 \right) = \frac{v_1^2}{v_2^2} \frac{hc}{\lambda_2} - \frac{hc}{\lambda_1}; \quad A = \frac{\frac{v_1^2}{v_2^2} \frac{hc}{\lambda_2} - \frac{hc}{\lambda_1}}{\frac{v_1^2}{v_2^2} - 1}.$$

Проверка по размерности очевидна: $[A] = \text{Дж}$.

Вычисления:

$$A = \frac{4 \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,54 \cdot 10^{-6}} - \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,33 \cdot 10^{-6}}}{4 - 1} =$$

$$= 6,62 \cdot 10^{-20} \left(\frac{4}{0,54} - \frac{1}{0,33} \right) = 2,9 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

1 эВ = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж, следовательно, $A = 1,8 \text{ эВ}$.

Ответ: $A = 2,9 \cdot 10^{-19}$ Дж; $A = 1,8 \text{ эВ}$.

Пример 30. Красная граница фотоэффекта для никеля $\lambda_K = 0,257 \text{ мкм}$. Найти длину волны света, падающего на никелевый электрод, если фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов $U_3 = 1,5 \text{ В}$.

Дано:

$$\lambda_K = 0,257 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$U_3 = 1,5 \text{ В}$$

$$\lambda = ?$$

Решение

Для решения задачи воспользуемся уравнением Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:

$$\frac{hc}{\lambda} = A + E_{k \max}. \quad (6.104)$$

Красная граница фотоэффекта определяется работой выхода электронов из металла:

$$A = \frac{hc}{\lambda_K}. \quad (6.105)$$

Максимальная кинетическая энергия вырываемых светом электронов (фотоэлектронов) может быть определена через задерживающую разность потенциалов:

$$E_{k \max} = eU_3. \quad (6.106)$$

Решая совместно уравнения (6.104)–(6.106), для длины волны падающего излучения получим:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_K} + eU_3; \quad \lambda = \frac{hc}{\frac{hc}{\lambda_K} + eU_3};$$

$$\lambda = \left(\frac{1}{\lambda_K} + \frac{eU_3}{hc} \right)^{-1}.$$

Проверка по размерности:

$$[\lambda] = \left(\frac{1}{\text{м}} + \frac{\text{Кл} \cdot \text{В}}{\text{Дж} \cdot \text{с} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{\text{м}} + \frac{\text{Кл} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}}{\text{Дж} \cdot \text{м}} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{\text{м}} + \frac{1}{\text{м}} \right)^{-1} = \text{м}.$$

Вычисления:

$$\lambda = \left(\frac{1}{0,257 \cdot 10^{-6}} + \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,5}{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} \right)^{-1} \approx 1,96 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Ответ: $\lambda \approx 1,96 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$

Пример 31. Какую ускоряющую разность потенциалов U_{12} должен пройти электрон, чтобы его дебройлевская длина волны была равна 1 нм?

Дано:
 $\lambda = 10^{-9}$ м

 $U_{12} = ?$

Решение
 Длина волны де Бройля определяется выражением

$$\lambda = \frac{h}{p}. \quad (6.107)$$

Импульс частицы связан с ее кинетической энергией:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m^2 v^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}. \quad (6.108)$$

С другой стороны, кинетическая энергия приобретает электрон за счет работы ускоряющего электрического поля:

$$E_k = eU_{12}. \quad (6.109)$$

Из (6.107)– (6.109) получим для ускоряющей разности потенциалов:

$$eU_{12} = \frac{\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2}{2m} = \frac{h^2}{2\lambda^2 m}; \quad U_{12} = \frac{h^2}{2\lambda^2 m e}.$$

Проверка по размерности:

$$[U_{12}] = \frac{\text{Дж}^2 \cdot \text{с}^2}{\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{Кл}} = \frac{\text{Дж}^2}{\text{м} \cdot \text{Н} \cdot \text{Кл}} = \frac{\text{Дж}^2}{\text{Дж} \cdot \text{Кл}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}.$$

Вычисления:

$$U_{12} = \frac{6,62^2 \cdot 10^{-68}}{2 \cdot 10^{-18} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 1,5 \text{ В}.$$

Ответ: $U_{12} \approx 1,5 \text{ В}$.

Пример 32. В атоме электрон находится в возбужденном состоянии в течение 10 нс. Оцените естественную ширину спектральной линии.

Дано: $\Delta t = 10^{-8} \text{ с}$	<i>Решение</i> Согласно соотношению неопределенности Гейзенберга
$\Delta \omega - ?$	$\Delta E \Delta t \geq \hbar / 2 ,$

где Δt – неопределенность времени пребывания частицы в данном квантовом состоянии; ΔE – неопределенность энергии состояния частицы.

В нашем случае $\Delta E = \hbar \Delta \omega$. ΔE определяет естественную ширину спектральной линии $\Delta \omega$. Таким образом,

$$\Delta \omega = \frac{\Delta E}{\hbar} = \frac{1}{\hbar} \cdot \frac{\hbar}{2\Delta t} = \frac{1}{2\Delta t}; \quad \Delta \omega = \frac{1}{2\Delta t}.$$

Проверка по размерности:

$$[\Delta \omega] = \frac{1}{\text{с}} = \text{с}^{-1}.$$

Вычисления:

$$\Delta \omega = \frac{1}{2 \cdot 10^{-8}} = 5 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}.$$

Ответ: $\Delta \omega = 5 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$.

7. ПОРЯДОК ОФОРМЛЕНИЯ И РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Напоминаем *основные* требования, предъявляемые к оформлению контрольных работ:

- оформление каждой задачи необходимо начинать с новой страницы;
- условие задачи следует переписывать полностью, без сокращений; затем необходимо сделать краткую запись условия в общепринятых буквенных обозначениях, используя систему единиц СИ;
- решение задачи необходимо проводить в общем виде (для формул, являющихся частыми случаями, следует обязательно приводить вывод);

- полученную формулу необходимо проверить по размерности и только после этого приступать к вычислениям; при вычислениях необходимо соблюдать правила приближенных вычислений.

Примечание: Порядок оформления и решения задач был представлен в

методическом пособии $\left[\begin{array}{l} \text{№ } 4485 \\ 53 \\ \text{Ф } 503 \end{array} \right]$ «Физика. Методические указания к вы-

полнению контрольной работы № 1», составители Н.В. Чичерина, А.А. Штыгашев, стр. 7–9.

8. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ № 2

Содержание		Номера задач
1	Магнитное поле. Магнитная индукция. Закон Био–Савара–Лапласа. Принцип суперпозиции	201–210
2	Сила Лоренца. Сила Ампера.	211–220
3	Магнитный поток. Закон электромагнитной индукции. ЭДС самоиндукции.	221–230
4	Интерференция света от двух когерентных источников. Интерференция в тонких пластинках и пленках, в клиновидных пластинках	231–240
5	Дифракция света на одной щели. Зоны Френеля. Дифракционная решетка	241–250
6	Поляризация света	251–260
7	Тепловое излучение. Внешний фотоэффект	261–270
8	Волны де Бройля. Принцип неопределенности	271–280

9. ТАБЛИЦА ВАРИАНТОВ ЗАДАЧ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 2

Вариант	Номера задач							
0	210	220	230	240	250	260	270	280
1	201	211	221	231	241	251	261	271
2	202	212	222	232	242	252	262	272
3	203	213	223	233	243	253	263	273
0	210	220	230	240	250	260	270	280
4	204	214	224	234	244	254	264	274
5	205	215	225	235	245	255	265	275
6	206	216	226	236	246	256	266	276
7	207	217	227	237	247	257	267	277
8	208	218	228	238	248	258	268	278
9	209	219	229	239	249	259	269	279

10. ЗАДАЧИ

201. Два круговых витка расположены в двух взаимно перпендикулярных плоскостях так, что центры этих витков совпадают. Радиус каждого витка $R = 2,0$ см, а токи в витках $I_1 = I_2 = 5,0$ А. Найдите напряженность магнитного поля в центре этих витков.

202. По квадратной рамке со стороной $a = 5,0$ см течет ток $I = 10,0$ А. Какова магнитная индукция в точке пересечения диагоналей квадрата?

203. Два круговых витка расположены в двух взаимно перпендикулярных плоскостях так, что центры этих витков совпадают. Радиус каждого витка $R_1 = 2,5$ см, $R_2 = 4,0$ см, а токи в витках $I_1 = 3,0$ А и $I_2 = 5,0$ А. Найдите индукцию магнитного поля в центре этих витков.

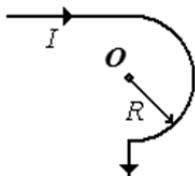
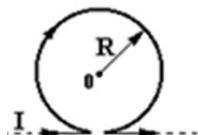
204. По проводнику, изогнутому в виде окружности, течет ток. Напряженность магнитного поля в центре окружности $H_1 = 50$ А/м. Не изменяя силы тока в проводнике, ему придали форму квадрата. Определите напряженность магнитного поля в центре этого квадрата.

205. Два бесконечно длинных прямых проводника с токами $I_1 = 30 \text{ А}$ и $I_2 = 40 \text{ А}$ располагаются под прямым углом в параллельных плоскостях, расстояние между которыми $d = 20 \text{ см}$. Найдите напряженность магнитного поля в точке, лежащей на середине общего перпендикуляра к проводникам.

206. Бесконечно длинный прямой провод согнут под прямым углом. По проводу течет ток $I = 100 \text{ А}$. Вычислите напряженность магнитного поля в точке, лежащей на биссектрисе угла и удаленной от вершины угла на расстояние $d = 100 \text{ см}$.

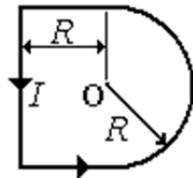
207. По двум бесконечно длинным параллельным проводам текут токи $I_1 = 50 \text{ А}$ и $I_2 = 100 \text{ А}$ в противоположных направлениях. Расстояние между проводами $d = 50 \text{ см}$. Определите магнитную индукцию B в точке, удаленной на расстояние $r_1 = 30 \text{ см}$ от первого и $r_2 = 40 \text{ см}$ от второго провода.

208. Бесконечно длинный тонкий проводник с током $I = 100 \text{ А}$ имеет изгиб (плоскую петлю) радиусом $R = 20,0 \text{ см}$. Определите магнитную индукцию поля, создаваемого этим током в точке O .



209. Проводник с током $I = 40 \text{ А}$ лежит в плоскости и имеет форму, показанную на рисунке. Радиус изогнутой части проводника $R = 20 \text{ см}$. Определите магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током в точке O .

210. Проводник с током $I = 20 \text{ А}$ лежит в плоскости и имеет форму, показанную на рисунке. Радиус изогнутой части проводника $R = 40 \text{ см}$. Определите напряженность магнитного поля, создаваемого этим током в точке O .



211. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,8 \text{ Тл}$ на проводник с током $I = 20 \text{ А}$, длина активной части которого $L = 30 \text{ см}$,

действует сила $F = 2,4 \text{ Н}$. Под каким углом к вектору индукции магнитного поля расположен проводник?

212. Прямоугольная проволочная рамка со сторонами $l_1 = 10,0 \text{ см}$ и $l_2 = 5,0 \text{ см}$ расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что ее ближайшая сторона l_1 , параллельная проводу, находится на расстоянии $d = 2,0 \text{ см}$ от него. Определите силу, действующую на рамку, если токи, текущие по проводу и рамке, соответственно равны $I_1 = 100 \text{ А}$, $I_2 = 1,0 \text{ А}$.

213. Квадратная рамка со стороной $a = 15 \text{ см}$, по которой течет ток $I = 50 \text{ А}$, расположена в магнитном поле с индукцией $B = 0,10 \text{ Тл}$ так, что силовые линии поля перпендикулярны плоскости рамки. Найдите силу, действующую на одну сторону рамки.

214. Квадратная проволочная рамка со стороной $a = 20 \text{ см}$ расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две ее стороны параллельны проводу. По рамке и проводу текут одинаковые токи $I = 200 \text{ А}$. Определите силу F , действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится на расстоянии, равном длине ее стороны.

215. Шины генератора представляют собой две параллельные медные полосы длиной $L = 2,0 \text{ м}$ каждая, отстоящие друг от друга на $d = 10 \text{ см}$. Определите силу взаимного отталкивания шин в случае короткого замыкания, когда по ним течет ток $I = 10 \text{ кА}$.

216. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов $U = 600 \text{ В}$, влетел в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,30 \text{ Тл}$ и начал двигаться по окружности. Вычислите ее радиус.

217. Ион, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 645 \text{ В}$, влетел в скрещенные под прямым углом однородные магнитное $B = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ кТл}$ и электрическое $E = 200 \text{ В/м}$ поля перпендикулярно к ним. Определите отношение заряда иона к его массе, если ион в этих полях движется прямолинейно.

218. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 300$ В, движется параллельно прямолинейному длинному проводу на расстоянии $d = 4,0$ мм от него. Какая по величине сила подействует на электрон, если по проводнику пустить ток $I = 5,0$ А ?

219. Протон и α -частица, ускоренные одинаковой разностью потенциалов, влетают в однородное магнитное поле перпендикулярно силовым линиям. Во сколько раз радиус кривизны R_1 траектории α -частицы больше радиуса кривизны R_2 траектории протона?

220. Перпендикулярно магнитному полю с индукцией $B = 0,10$ Тл возбуждено электрическое поле напряженностью $E = 100$ кВ/м. Заряженная частица движется перпендикулярно обоим полям, не отклоняясь от прямолинейной траектории. Определите скорость частицы.

221. Квадратная проволочная рамка со стороной $a = 5,0$ см и сопротивлением $R = 10$ мОм находится в однородном магнитном поле $B = 40$ Тл. Нормаль к плоскости рамки составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с линиями магнитной индукции. Определите заряд Q , который пройдет по рамке, если магнитное поле выключить.

222. Медный провод диаметром $d = 1,0$ мм согнут в виде квадрата со стороной $a = 4,0$ см, и концы его замкнуты. Эта рамка помещена в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,20$ Тл так, что ее плоскость перпендикулярна линиям магнитной индукции. Определите заряд, который потечет по проводнику, если квадрат, потянув за противоположные вершины, вытянуть в линию. Удельное сопротивление меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом \cdot м.

223. Прямой провод длиной $l = 40$ см движется в однородном магнитном поле со скоростью $v = 5,0$ м/с перпендикулярно линиям поля и оси провода. Появившаяся при этом разность потенциалов на концах провода равна $U = 0,60$ В. Определите индукцию магнитного поля.

224. В магнитное поле с индукцией $B = 0,01$ Тл помещен круговой виток из медной проволоки. Площадь витка $S = 16$ см², а полное сопротивление проволоки $R = 250$ Ом. Магнитное поле направлено пер-

пендикулярно плоскости витка. Какой заряд Q пройдет по витку при исчезновении магнитного поля?

225. На соленоид длиной $L = 20$ см и площадью поперечного сечения $S = 30$ см² надет проволочный виток того же сечения. Соленоид имеет $N = 320$ витков, и по нему идет ток $I = 3,0$ А. Какая средняя ЭДС индуцируется в надетом на соленоид витке при уменьшении тока в соленоиде в течение $\Delta t = 1,0$ мс?

226. Катушка, состоящая из $N = 400$ витков проволоки, помещена в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,02$ Тл. Ось катушки параллельна силовым линиям магнитного поля. Какой заряд пройдет по катушке при исчезновении магнитного поля? Сопротивление катушки $R = 15$ Ом, диаметр витка $d = 5,0$ см.

227. Соленоид содержит $N = 800$ витков. Сечение сердечника (из немагнитного материала) $S = 10$ см². По обмотке течет ток, создающий поле с индукцией $B = 8,0$ Тл. Определите среднее значение ЭДС самоиндукции, которая возникает на зажимах соленоида, если сила тока уменьшается практически до нуля за время $\Delta t = 0,8$ мс.

228. Короткая катушка, содержащая $N = 10$ витков диаметром $d = 4,0$ см, помещена в однородное магнитное поле, индукция которого $B = 0,020$ Тл. Ось катушки параллельна линиям поля. Сопротивление катушки $R = 10,0$ Ом. Какой заряд пройдет по катушке при повороте ее на $\delta = 90^\circ$?

229. По обмотке тороида течет ток $I = 0,60$ А, создающий в стальном сердечнике магнитную индукцию $B = 1,22$ Тл. Витки провода диаметром $d = 0,40$ мм плотно прилегают друг к другу. Найдите энергию W магнитного поля тороида, если площадь сечения его $S = 4,0$ см², диаметр средней линии $D = 30$ см.

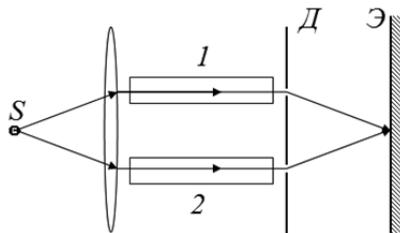
230. В соленоиде сечением $S = 5,0$ см² создан магнитный поток $\Phi = 20$ мкВб. Определите объемную плотность ω энергии магнитного поля соленоида. Сердечник отсутствует.

231. Два когерентных источника, расстояние между которыми $d = 0,2$ мм, расположены от экрана на расстоянии $L = 1,5$ м. Найдите длину световой волны, если третий интерференционный минимум расположен на расстоянии $y = 12,6$ мм от центра картины.

232. На пути одного из интерферирующих лучей в опыте Юнга помещается стеклянная пластинка толщиной $d = 12$ мкм. Определите, на сколько полос сместится интерференционная картина, если показатель преломления стекла $n_{\text{ст}} = 1,5$, длина волны света $\lambda = 0,75$ мкм и свет падает на пластинку нормально.

233. В опыте Юнга на пути одного из интерферирующих лучей помещалась тонкая стеклянная пластинка, вследствие чего центральная светлая полоса смещалась в положение, первоначально занятое пятой светлой полоской (не считая центральной). Луч падает на пластинку перпендикулярно. Показатель преломления пластинки $n = 1,5$. Толщина пластинки $d = 6,0$ мкм. Какова длина волны?

234. На рисунке показана схема интерферометра, служащего для измерения показателей преломления прозрачных веществ. Здесь S – узкая щель, освещаемая монохроматическим светом $\lambda = 589$ нм, 1 и 2 – две одинаковые трубки с воздухом, длина каждой из которых $l = 10,0$ см,



D – диафрагма с двумя щелями. Когда воздух в трубке 1 заменили аммиаком, то интерференционная картина на экране (\mathcal{E}) сместилась на $N = 17$ полос. Показатель преломления воздуха $n = 1,000277$. Определите показатель преломления аммиака.

235. Пучок параллельных лучей ($\lambda = 0,60$ мкм) падает под углом $\alpha = 30^\circ$ на мыльную пленку ($n = 1,3$). При какой наименьшей толщине пленки отраженные лучи будут максимально усилены интерференцией? Максимально ослаблены?

236. На мыльную пленку ($n = 1,3$), находящуюся в воздухе, падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,52$ мкм под углом

$\alpha = 30^\circ$. При какой наименьшей толщине пленки она будет казаться темной в проходящем свете?

237. Интенсивность света, попадающего на пленку в фотоаппарате, уменьшается из-за потерь при отражении света от объектива. Эти потери уменьшают нанесением на объектив «просветляющей» пленки (лучи, отраженные от ее поверхности, интерферируют в противофазе). Рассчитайте показатель преломления пленки $n_{\text{пл}}$, если толщина ее $d = 0,10$ мкм, показатель преломления воздуха $n_0 \approx 1,0$, а стекла объектива $n_{\text{ст}} = 1,48$. Пленка предназначена для фотографирования в синем свете, $\lambda = 5,4 \cdot 10^{-7}$ м.

238. На тонкий стеклянный клин ($n = 1,52$) с углом $1'$ падает нормально к поверхности клина пучок монохроматического света длиной волны $\lambda = 0,590$ мкм. Сколько темных полос приходится на 1 см клина?

239. Мыльная пленка, расположенная вертикально, образует клин. Интерференция наблюдается в отраженном свете через красное стекло ($\lambda_{\text{к}} = 6,31 \cdot 10^{-5}$ см). Расстояние между соседними красными полосами при этом равно $\Delta x = 3,0$ мм. Затем эта же пленка наблюдается через синее стекло ($\lambda_{\text{с}} = 4,0 \cdot 10^{-5}$ см). Найдите расстояние между соседними синими полосами, если в обоих случаях свет падает нормально к поверхности пленки.

240. Воздушный клин образован двумя стеклянными пластинками, скрепленными под углом α . На клин нормально падает свет длиной волны $\lambda = 0,533$ мкм. В отраженном свете на поверхности клина видны интерференционные полосы. Ширина полосы $\Delta x = 2,0$ мм. Как изменится интерференционная картина, если пространство между пластинками заполнить водой? Чему будет равна ширина полосы? Показатели преломления воздуха, воды и стекла соответственно равны: $n_0 = 1,0$, $n_{\text{в}} = 1,33$, $n_{\text{ст}} = 1,87$.

241. На круглое отверстие радиусом $R = 1,0$ мм в непрозрачном экране падает нормально параллельный пучок света с длиной волны $\lambda = 0,50$ мкм. На пути лучей, прошедших через отверстие, помещают

экран. Определите максимальное расстояние от отверстия до экрана, при котором в центре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно.

242. Монохроматический свет ($\lambda = 0,50$ мкм) падает нормально на круглое отверстие диаметром $d = 1,0$ см. На каком расстоянии от отверстия должна находиться точка наблюдения, чтобы в отверстии помещалась одна зона Френеля, две зоны Френеля?

243. На щель шириной $b = 0,10$ мм нормально падает параллельный пучок света от монохроматического источника ($\lambda = 0,60$ мкм). Определите ширину центрального максимума в дифракционной картине, проектируемой при помощи линзы, находящейся непосредственно за щелью, на экран, отстоящий от линзы на расстояние $L = 1,00$ м.

244. Какой должна быть ширина щели, чтобы первый дифракционный максимум наблюдался под углом $\varphi = 90^\circ$ при освещении: красным светом ($\lambda_1 = 0,760$ мкм), синим светом ($\lambda_1 = 0,440$ мкм). Под каким углом наблюдается минимум для λ_1 и для λ_2 ?

245. На щель шириной $b = 0,10$ мм падает нормально параллельный пучок белого света ($0,40 \dots 0,80$ мкм). Найдите ширину третьего максимума на экране, отстоящем от щели на расстояние $L = 2,00$ м.

246. На щель падает нормально параллельный пучок монохроматического света. Длина волны укладывается в щели 4 раза. Под каким углом будет наблюдаться второй дифракционный минимум интенсивности света?

247. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной гелием. На какую линию в спектре третьего порядка накладывается красная линия гелия ($\lambda = 6,7 \cdot 10^{-5}$ см) спектра второго порядка?

248. На дифракционную решетку нормально падает пучок света. Красная линия ($\lambda = 6,3 \cdot 10^{-7}$ м) видна в спектре третьего порядка под углом $\varphi = 60^\circ$. Какая спектральная линия видна под этим же углом в спектре четвертого порядка? Чему равна постоянная дифракционной решетки?

249. Определите наибольший порядок дифракционного спектра для спектральной линии с длиной волны $\lambda = 0,405$ мкм при наблюдении с помощью решетки, имеющей 500 штрихов на 1 мм.

250. На дифракционную решетку, содержащую 400 штрихов на 1 мм, падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,600$ мкм. Найдите общее число главных дифракционных максимумов на экране, которые дает эта решетка.

251. Угол максимальной поляризации при отражении света от кристалла каменной соли равен $\varphi = 57^\circ$. Определите скорость распространения света в этом кристалле.

252. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отраженные от поверхности озера, были максимально поляризованы? Показатель преломления воды $n = 1,33$.

253. Угол максимальной поляризации при отражении света от некоторого кристалла равен $\varphi = 60^\circ$. Определите угол полного внутреннего отражения для этого вещества.

254. Чему равен показатель преломления стекла, если отраженный от него луч будет полностью поляризован при угле преломления $\beta = 30^\circ$?

255. Один поляроид пропускает 30 % света, если на него падает естественный свет. После прохождения света через два таких поляроида его интенсивность падает до 9 %. Найдите угол φ между осями поляроидов.

256. Чему равен угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность естественного света, прошедшего через них, уменьшилась в 4 раза. Поглощением света пренебречь.

257. Частично поляризованный свет рассматривается через поляризатор. При повороте анализатора на угол $\alpha = 45^\circ$ по отношению к положению, обеспечивающему максимальную яркость выходящего пучка, яркость света уменьшилась в 1,5 раза. Определите отношение естественной и поляризованной составляющей в падающем световом потоке.

258. Чему равен угол между главными плоскостями поляризаторов, если световой поток, выходящий из анализатора, составляет 25% от светового потока, прошедшего через поляризатор? Поглощением света пренебречь.

259. Между двумя скрещенными поляризаторами поместили третий, плоскость главного сечения которого составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с первым поляризатором. Какая часть естественного света проходит через такую систему? Потери, связанные с поглощением света, отсутствуют.

260. Раствор сахара с концентрацией $0,25 \text{ г/см}^3$ находится в кювете длиной 18 см и поворачивает плоскость поляризации монохроматического света на угол 30° . Другой раствор сахара в кювете длиной 16 см поворачивает плоскость поляризации этого же света на угол 24° . Определите концентрацию второго раствора.

261. Вычислить энергию, излучаемую с поверхности Солнца, площадью 1 м^2 за одну секунду, приняв температуру его поверхности 5800 К. Считать, что Солнце излучает как абсолютно черное тело.

262. Длина волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения черного тела, равна 580 нм. Определите энергетическую светимость (излучательность) поверхности тела.

263. Найдите длины волн, соответствующие максимуму спектральной плотности излучения, и диапазон электромагнитного спектра, к которому они относятся, для следующих случаев: 1) $T = 3 \text{ К}$ (приближенное значение температуры реликтового излучения, заполняющего Вселенную); 2) $T = 5800 \text{ К}$ (температура поверхности Солнца); 3) $T = 310 \text{ К}$ (температура человеческого тела). Сравните максимальные излучательные способности в этих случаях.

264. Температура поверхности звезды 12 000 К, Можно ли определить эту температуру по закону смещения Вина, если не пользоваться спектральными приборами космических спутников? Земная атмосфера поглощает все лучи с длиной волны короче 290 нм.

265. Температура абсолютно черного тела изменилась при нагревании от 1300 К до 1700 К. Насколько изменилась при этом длина волны, на которую приходится максимум излучательной способности, и во сколько раз увеличилась максимальная излучательная способность?

266. Определите постоянную Планка h , если известно, что фотоэлектроны, вырывающиеся с поверхности металла светом с частотой $\nu_1 = 2,2 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$, полностью задерживаются потенциалом $U_1 = 6,6 \text{ В}$, а вырывающиеся светом с частотой $\nu_1 = 4,4 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ – потенциалом $U_1 = 16,5 \text{ В}$.

267. При освещении катода светом с длинами волн сначала $\lambda_1 = 440 \text{ нм}$, а затем $\lambda_2 = 680 \text{ нм}$ обнаружили, что запирающее напряжение уменьшилось в 3,3 раза. Определите работу выхода электронов.

268. Определите максимальные длины световых волн, при которых еще возможен фотоэффект из платины и цезия, если работы выхода электронов из этих металлов соответственно равны $A_1 = 6,3 \text{ эВ}$, $A_2 = 1,88 \text{ эВ}$.

269. На поверхность металла падает свет с длиной волны $\lambda = 0,10 \text{ мкм}$. Красная граница фотоэффекта $\lambda_0 = 0,30 \text{ мкм}$. Какая доля энергии падающего фотона расходуется на сообщение электрону кинетической энергии?

270. На поверхность лития падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 3,100 \cdot 10^{-7} \text{ м}$. Чтобы прекратить эмиссию электронов, нужно приложить задерживающую разность потенциалов $U_3 = 1,7 \text{ В}$. Определите работу выхода электронов из лития.

271. Чему равна относительная неопределенность импульса частицы, если неопределенность ее координаты равна дебройлевской длине волны этой частицы?

272. Скорость тепловых нейтронов, средняя кинетическая энергия которых близка к средней энергии атомов при комнатной температуре, равна $2,5 \text{ км/с}$. Найдите длину волны де Бройля для таких тепловых нейтронов.

273. Найдите длину волны де Бройля λ для атома водорода, движущегося при температуре 293 К с наиболее вероятной скоростью.

274. Электрон движется по окружности радиусом $0,5 \text{ см}$ в однородном магнитном поле с индукцией 8 мТл . Определите длину волны де Бройля электрона.

275. Определите длину волны де Бройля для протона, кинетическая энергия которого равна энергии покоя электрона.

276. Электрон с кинетической энергией 5 эВ находится в металлической пылинке диаметром 1 мкм. Оцените относительную неточность Δv , с которой можно определить скорость электрона.

277. Наименьшая неточность, с которой можно найти координату электрона в атоме водорода, порядка 0,1 нм. Найдите неопределенность средней кинетической энергии электрона в невозбужденном атоме водорода.

278. Электрон с кинетической энергией 4 эВ локализован в области размером в один микрон. Оцените с помощью соотношения неопределенностей относительную неопределенность его скорости.

279. Длительность возбужденного состояния электрона в атоме водорода порядка 0,1 пкс. Какова неопределенность энергии электрона в этом состоянии?

280. Оцените относительную ширину спектральной линии $\Delta\omega/\omega$, если время жизни атома в возбужденном состоянии $\tau \approx 10^{-8}$ с, а длина волны излучаемого фотона $\lambda = 600$ нм.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблицы некоторых физических величин

Таблица 1

Работа выхода электронов из металла

Металл	$A_{\text{вых}}, \text{эВ}$
Калий	2,2
Литий	2,4
Натрий	2,5
Цезий	1,9
Цинк	4,0
Рубидий	1,5
Платина	6,3

Примечание. $1 \text{эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \cdot \text{с}$.

Таблица 2

Заряд, масса и энергия покоя некоторых элементарных частиц и легких ядер

Частица	$m_0, \text{кг}$	$E_0, \text{МэВ}$	$q, \text{Кл}$
Электрон	$9,11 \cdot 10^{-31}$	0,511	$1,6 \cdot 10^{-19}$
Протон	$1,67 \cdot 10^{-27}$	938	$1,6 \cdot 10^{-19}$
Нейтрон	$1,68 \cdot 10^{-27}$	939	0
α -частица	$6,64 \cdot 10^{-27}$	3733	$3,2 \cdot 10^{-19}$

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
1. Форма работы студентов.....	5
2. Форма контроля работы студентов	5
3. Экзаменационные вопросы по разделам.....	5
3.1. Электромагнетизм.....	5
3.2. Механические колебания. Электромагнитные колебания и волны.....	6
3.3. Волновая оптика	6
3.4. Квантовая оптика. Элементы квантовой механики	7
4. Список рекомендуемой литературы.....	7
5. Основные определения и формулы.....	8
5.1. Магнитное поле.....	8
5.2. Оптика.....	16
5.3. Квантовая оптика	23
5.4. Элементы квантовой механики	27
6. Примеры решения задач.....	29
7. Порядок оформления и решения задач.....	82
8. Содержание контрольной работы № 2.....	83
9. Таблица вариантов задач к контрольной работе № 2	84
10. Задачи.....	84
Приложение.....	96

**Чичерина Наталья Витальевна
Штыгашев Александр Анатольевич**

ФИЗИКА

**ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ
ОПТИКА
ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ**

Учебное пособие

Редактор *М.О. Мокшанова*
Выпускающий редактор *И.П. Брованова*
Корректор *И.Е. Семенова*
Дизайн обложки *А.В. Ладыжская*
Компьютерная верстка *Л.А. Веселовская*

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции
Издание соответствует коду 95 3000 ОК 005-93 (ОКП)

Подписано в печать 17.11.2016. Формат 60 × 84 1/16. Бумага офсетная. Тираж 200 экз.
Уч.-изд. л. 5,81. Печ. л. 6,25. Изд. № 327/15. Заказ № 24. Цена договорная

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20