

СВОБОДНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Цель работы

Изучить затухающие колебания в контуре. Экспериментально и теоретически установить зависимости периода колебаний T , логарифмического декремента λ , добротности Q от параметров контура (R , L , C).

Методические указания

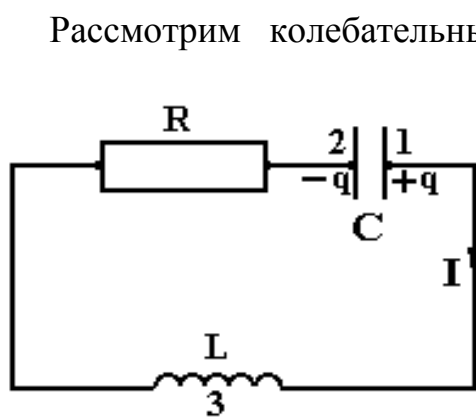


Рис. 1

Рассмотрим колебательный контур (рис.1). Сопротивление всякого реального контура не равно нулю. Вследствие этого энергия, первоначально запасенная в контуре, непрерывно расходуется на выделение джоулева тепла в резисторе R (если он есть), в катушке индуктивности и в конденсаторе, так что амплитуда электромагнитных колебаний постепенно уменьшается и, в конце концов, колебания прекращаются. Таким образом, в реальном контуре свободные колебания являются затухающими [1].

Чтобы найти уравнение колебаний в контуре, используем закон Ома для участка цепи 1 - 3 - 2 [2].

$$IR = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}, \quad (1)$$

где учтена ЭДС самоиндукции $\varepsilon_{12} = \varepsilon_s$.

Выражая в (1) ток I , разность потенциалов $(\varphi_1 - \varphi_2)$ и ЭДС самоиндукции ε_s через заряд конденсатора q и параметры контура, получим дифференциальное уравнение затухающих колебаний в контуре [2], [3].

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0 \quad (2)$$

Вводя коэффициент затухания

$$\delta = \frac{R}{2L} \quad (3)$$

и обозначая

$$\frac{1}{LC} = \omega_o^2, \quad (4)$$

где ω_o — собственная частота контура, т.е. частота свободных незатухающих колебаний без потерь энергии (при $R = 0$), уравнение (2) можно преобразовать к виду:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\delta \frac{dq}{dt} + \omega_o^2 q = 0. \quad (5)$$

Если затухание мало, т.е. $\delta^2 < \omega_o^2$, решение уравнения (5) имеет вид

$$q = q_o e^{-\delta t} \cos(\omega t + \alpha), \quad (6)$$

$$\text{где} \quad \omega = \sqrt{\omega_o^2 - \delta^2} \quad (7)$$

— частота затухающих колебаний в контуре.

Таким образом, при замыкании заряженного конденсатора на цепь из

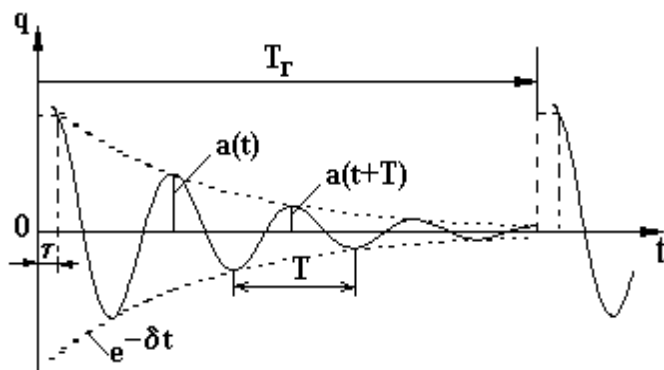


Рис. 2

последовательно соединенных L и R , заряд на обкладках конденсатора изменяется с течением времени согласно выражению (6). Частота затухающих колебаний ω определяется параметрами контура R, L, C , причем $\omega < \omega_o$. Если же активное сопротивление контура $R = 0$, то $\omega = \omega_o$. Затухающие колебания не

являются, строго говоря, периодическим процессом, так как изменяющаяся со временем величина, например, заряд, не принимает одинакового значения через промежуток времени, равный периоду колебаний T . Тем не менее, в рассматриваемом случае, когда затухание мало, можно говорить о затухающих колебаниях, как о периодических, амплитуда которых $a(t) = q_o e^{-\delta t}$ постепенно уменьшается по закону $e^{-\delta t}$ (рис.2).

Период затухающих колебаний T определится по формуле

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_o^2 - \delta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{1}{LC}\right) - \left(\frac{R^2}{4L^2}\right)}}. \quad (8)$$

При малом затухании период затухающих колебаний можно приближенно считать равным периоду незатухающих

$$T \approx \frac{2\pi}{\omega_o} \approx 2\pi\sqrt{LC} \quad (\text{Формула Томсона}). \quad (9)$$

Напряжение на конденсаторе U_c , сила тока в контуре I , напряжение на катушке индуктивности U_L так же, как и заряд совершают затухающие колебания, поскольку они связаны с зарядом:

$$U_c = \frac{q}{C} = \frac{q_o}{C} \cdot e^{-\delta t} \cos(\omega t + \alpha) = U_{c_o} e^{-\delta t} \cos(\omega t + \alpha),$$

$$I = \frac{dq}{dt} = I_o e^{-\delta t} \cos(\omega t + \alpha + \psi),$$

где $\frac{\pi}{2} < \psi < \pi$.

Для количественной характеристики затухания вводят логарифмический декремент

$$\lambda = \ln \frac{a(t)}{a(t+T)}. \quad (10)$$

Под $a(t)$, $a(t+T)$ (см. рис.2) понимают соседние амплитуды либо заряда, либо тока, либо напряжения в моменты времени t и $(t + T)$. Из (10) можно получить выражение, связывающее λ , δ и T .

$$\lambda = \ln \frac{a(t)}{a(t+T)} = \ln \frac{a_0 e^{-\delta t}}{a_0 e^{-\delta(t+T)}} = \delta T.$$

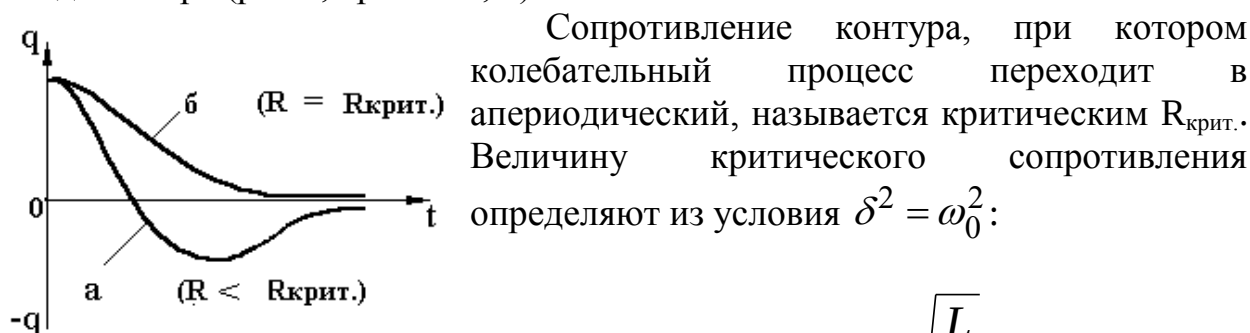
Заменив в последнем выражении δ и T формулами (3) и (8), имеем

$$\lambda = \pi \frac{R}{\omega L}. \quad (11)$$

При малом затухании $\omega \approx \omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ и

$$\lambda \approx \pi R \sqrt{\frac{C}{L}}. \quad (12)$$

С увеличением сопротивления контура коэффициент затухания растет, частота ω уменьшается (7), а период затухающих колебаний увеличивается. При некотором сопротивлении контура период становится равным бесконечности, а частота колебаний обращается в нуль ($T = \infty$, $\omega = 0$). В этом случае в контуре вместо колебаний происходит аperiодический разряд конденсатора (рис.3, кривые а, б).



$$R_{крит} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (13)$$

Рис. 3

Для определения качества контура как колебательной системы часто используется, особенно в радиотехнике, особый параметр - добротность контура

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\omega L}{R}. \quad (14)$$

Описание установки и метода измерений

Свободные электромагнитные колебания можно получить в цепи, собранной по схеме рис.4. Измерительная установка состоит из следующих основных узлов: генератора импульсов 1, контура 2 и осциллографа 3.

Генератор импульсов формирует импульсы напряжения, которые поступают на конденсатор C контура. При разряде конденсатора в контуре возникают свободные затухающие колебания. Регистрируется этот колебательный процесс с помощью осциллографа: на его экране получим картину затухающих колебаний, показанную на рис.2.

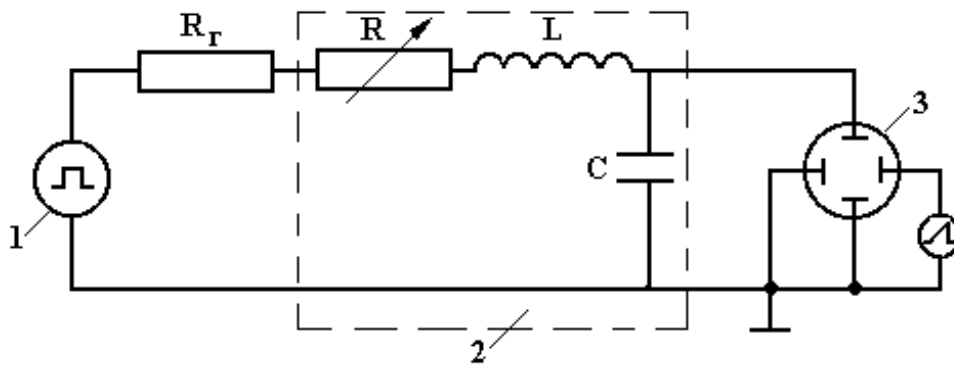


Рис. 4

Длительность импульсов τ генератора 1 много меньше периода T_r их повторения, так что в интервале $(T_r - \tau)$ колебания между импульсами в контуре успевают затухать до поступления на конденсатор следующего импульса.

В работе требуется измерить период свободных колебаний контура T , определить логарифмический декремент λ , критическое сопротивление контура $R_{\text{крит.}}$ и добротность контура Q . Логарифмический декремент λ можно определить непосредственно по осциллограмме затухающих колебаний (рис.2), используя формулу (10). Если увеличивать активное сопротивление контура $R_{\text{акт}}$, то при $R_{\text{акт}} = R_{\text{крит.}}$ на экране осциллографа получится картина апериодической разрядки конденсатора (рис.3, кривая а). При определении $R_{\text{крит.}}$ нужно учесть, что активное сопротивление контура определяется не только активным сопротивлением переменного резистора R , включенного в цепь, но и активными сопротивлениями катушки и генератора:

$$R_{акт} = (R_L + R_{Г}) + R, \quad (15)$$

где R_L - активное сопротивление катушки индуктивности; $R_{Г}$ - сопротивление генератора импульсов; R - сопротивление переменного резистора, включенного в контур.

Задание

1. Ознакомьтесь с инструкцией по работе с осциллографом.
2. Рассчитайте период затухающих колебаний контура для трех значений емкости C по приближенной форме $T \approx 2\pi\sqrt{LC}$. В координатах T от $\sqrt{C}$ постройте график зависимости периода колебаний от емкости по вычисленным значениям T .
3. Получите на экране осциллографа картину свободных затухающих колебаний в контуре. Определите период колебаний T для трех значений емкости C при нулевом сопротивлении R . Измеренные значения периода нанесите на теоретический график зависимости T от $\sqrt{C}$.
4. Для контура с одним из значений емкости, например C_1 , по картине затухающих колебаний, полученной на экране осциллографа, измерьте логарифмический декремент λ при различных сопротивлениях R (см. рисунок 2 и формулу (10)).
5. В координатах λ, R постройте график зависимости логарифмического декремента от сопротивления, включенного в контур. Экстраполируя график до пересечения с осью R , определите активное суммарное сопротивление генератора импульсов и катушки индуктивности $(R_L + R_{Г})$.
6. Измерьте сопротивление переменного резистора R при критическом активном сопротивлении контура (см. рис.3). Если сопротивления переменного резистора для этого окажется недостаточно, то добавьте к нему дополнительный резистор с известным сопротивлением. Найдите $R_{крит.}$, учитывая, согласно (15), также и значение $(R_L + R_{Г})$, определенное в п.5.
7. Рассчитать $R_{крит.}$ по формуле (13).
8. Оцените добротность контура Q по формуле (14) при разных сопротивлениях контура.

Контрольные вопросы

1. Какие колебания называются свободными?
2. Как получить дифференциальное уравнение затухающих электромагнитных колебаний? Какой вид имеет его решение?
3. Что такое период свободных затухающих колебаний? От чего он зависит?
4. Что понимают под амплитудой затухающих колебаний?
5. Чем определяется частота затухающих колебаний?

6. Какие характеристики служат количественной мерой затухания? Как они связаны с параметрами контура и между собой?
7. Как измерить логарифмический декремент? От каких параметров контура он зависит?
8. Как измерить и рассчитать критическое сопротивление контура? Можно ли определить его без построения графика зависимости λ от R ?
9. Каково назначение генератора импульсов в цепи контура?
10. При каком условии допустимо применять формулу Томсона для расчета периода затухающих колебаний?

Список литературы

1. Калашников С.Г. Электричество. - М.: Наука, 1964
2. Савельев И.В. Курс общей физики. - М.: Наука, 1978. - Т.2 и другие издания этого курса.
3. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Курс физики. - М.: Наука, 1964. - Т.2