Теория поглощения света свободными носителями зарядов

Лекция 13

2019

Эффект Мосса-Бурштейна

Рассмотрим вырожденные (сильно легированные) полупроводники: электронов и дырок много.

Чтобы носитель заряда совершил переход из валентной зоны в зону проводимости надо сообщить энергию

$$E_g^{eff} = E_g + \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m^*}$$

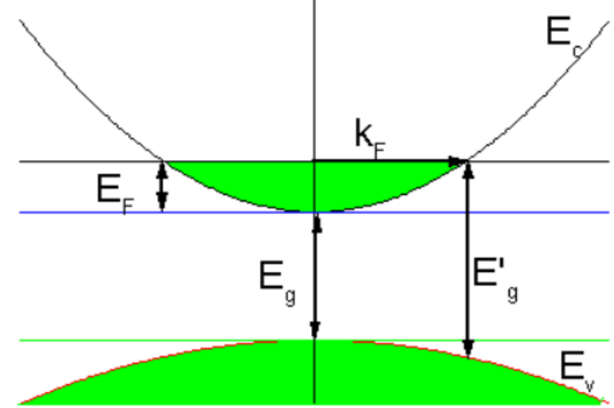
Здесь m^* - эффективная масса электрона и дырки. Обусловленный легированием сдвиг края фундаментальной полосы поглощения называется эффектом Мосса-Бурштейна. Эффект наблюдается экспериментально

и имеет простое теоретическое

обоснование. Следует отметить,

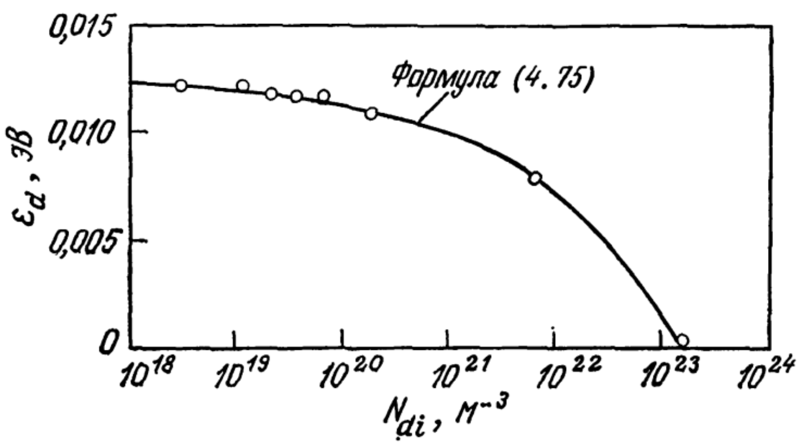
что при легировании уменьшается

ширина запрещенной зоны.



Переход сильно легированный полупроводник – примесный металл

$$E_d = E_{d0}\left[1-\left(n_{di}/n_{cr}\right)^{1/3}\right] \quad (4.75)$$

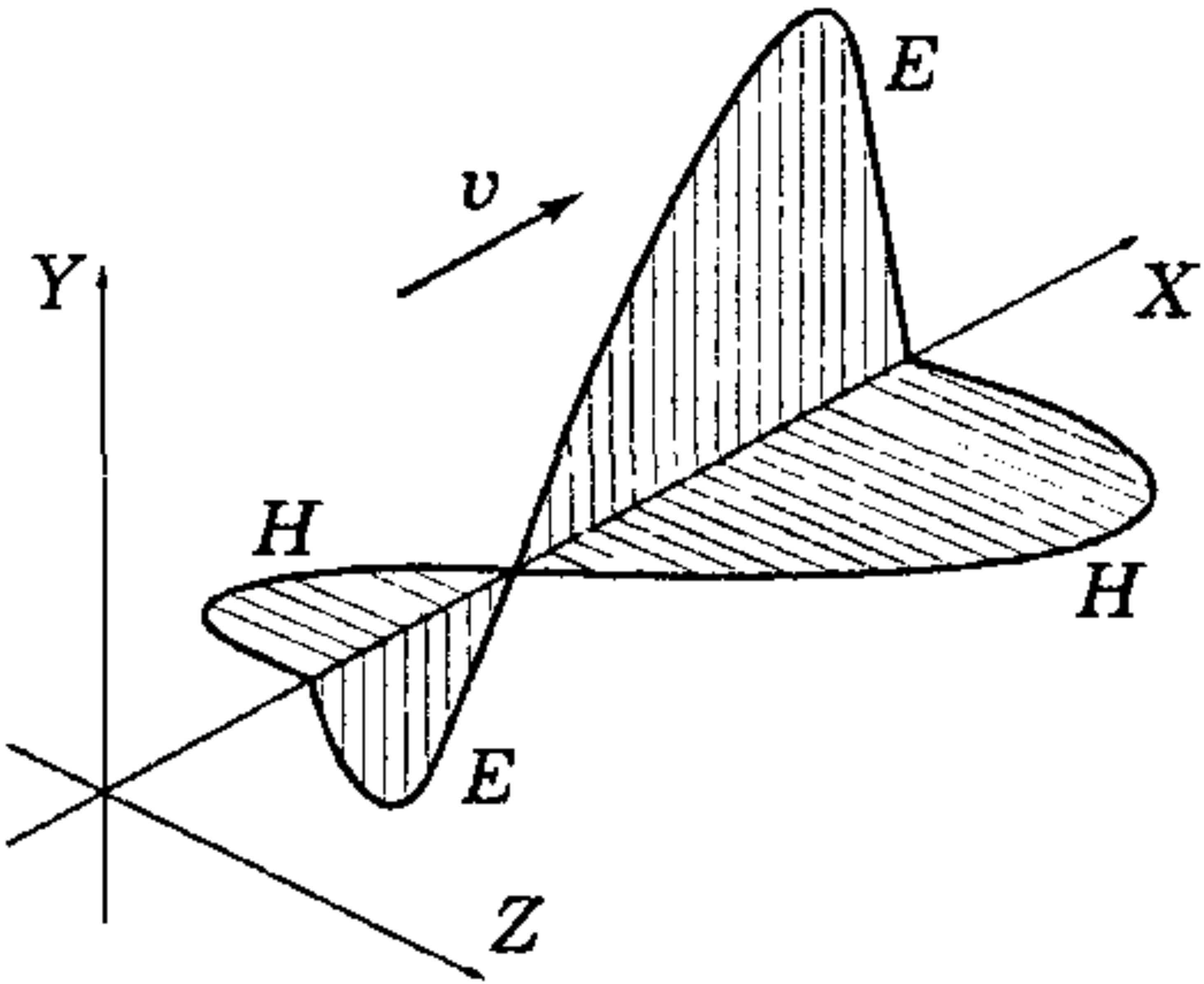


. Энергия ионизации донорных центров мышьяка в германии.

Стр. 42

Здесь n_{di} – концентрация ионизированных примесных центров, n_{cr} – критическое значение концентрации.

При концентрации центров, превосходящей n_{cr}, электроны, связанные с примесными центрами, уже не требуют термической активации и полупроводник становится примесным металлом.


E
v
Y
X
H
H
E
Z

Для простоты примем, что $E_z = H_y = 0$.

- Дифференцируя по x, легко получить волновые уравнения:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}$$

- Решения имеют вид:

-
$$E_y = E_m \cos\left(\omega t - kx + \alpha_1\right)$$
$$H_z = H_m \cos\left(\omega t - kx + \alpha_2\right)$$
(2)

Диэлектрическая проницаемость

- Сто лет назад (в 1900 году) Друде создал простую и наглядную модель, позволяющую весьма точно описывать поведение в электрическом и магнитном поле проводников. Он предложил описывать среднюю скорость электронов в металле с помощью второго закона Ньютона, содержащего кроме внешнего электрического и магнитного полей, силу вязкого трения, ответственную за электрическое сопротивление.

$$\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = -\frac{e}{m^*}\left(\vec{E} + \vec{\upsilon} \times \vec{B}\right) - \frac{\vec{\upsilon}}{\tau}$$

- Отдельный электрон непрерывно соударяется с дефектами, другими электронами и движется хаотически. Лишь усреднение по всему макроскопически большому ансамблю электронов позволяет ввести вязкое трение для средней скорости электронов.

Осциллирующее электрическое поле

- Примем, что внешнее магнитное поле равным нулю и будем считать, что электрическое поле осциллирует на частоте ω. Тогда $\vec{E}(t)=\vec{E}_0\cos(\omega t)=\mathrm{Re}\left\{E_0 e^{-i\omega t}\right\}$
- Отсюда имеем, что

$$m^*\left(\frac{d}{dt}+\frac{1}{\tau}\right)\vec{\upsilon}(t)=-e\vec{E}_0\cos(\omega t) \qquad \mathrm{Re}\left\{m^*\left(\frac{d}{dt}+\frac{1}{\tau}\right)\vec{\upsilon}(t)\right\}=-e\,\mathrm{Re}\left\{\vec{E}_0 e^{-i\omega t}\right\}$$

- Ищем решение в виде $\vec{\upsilon}(t)=\vec{\upsilon}_0 e^{-i\omega t}$
- Тогда $m^*\left(-i\omega+\frac{1}{\tau}\right)\vec{\upsilon}_0=-e\vec{E}_0$

$$\vec{\upsilon}_0(\omega)=-\frac{e\vec{E}_0\tau}{m^*(1-i\omega\tau)}=-\frac{e\vec{E}_0\tau(1+i\omega\tau)}{m^*\left(1+\omega^2\tau^2\right)}$$

Плотность тока

- По определению плотность тока равна $\vec{j} = \sigma \vec{E} = en\vec{\upsilon}$
- Здесь σ – удельная электрическая проводимость, *n* – концентрация носителей заряда (тока). Подставляя формулу для скорости, получим

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m^*}\frac{1+i\omega\tau}{1+(\omega\tau)^2} = \sigma_0\frac{1+i\omega\tau}{1+(\omega\tau)^2} \qquad \sigma_0 = \frac{ne^2\tau}{m^*}$$

- Как действительная часть проводимости убывает с увеличением частоты?

Теория

- Изотропная диэлектрическая среда

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 \left(1 + \chi\right) \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$$

- Электронная поляризуемость:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \beta x = eE_{loc} = eE_{am} \exp\left(i\omega t\right)$$

- Это уравнение гармонического осциллятора с собственной угловой частотой

$$\omega_0 = \left(\frac{\beta}{m}\right)^{1/2}$$

Электронная поляризуемость

- Уравнение движения имеет вид: $$\frac{d^2x}{dt^2}+\omega_0^2x=\frac{eE_{loc}}{m}$$
- Обычное решение для амплитуды вынужденного колебательного движения с угловой частотой ω имеет вид

$$x_{am}=\frac{eE_{am}}{m\left(\omega_0^2-\omega^2\right)}$$

- что соответствует дипольному моменту с амплитудой $p=ex_{am}$ или электронной поляризуемости

$$\alpha_e=\frac{p}{E_{loc}}=\frac{e^2}{m\left(\omega_0^2-\omega^2\right)}$$

Вклад этого процесса в диэлектрическую проницаемость одинаков для всех частот, много меньших, чем $\omega_0/2\pi$. В видимой (оптической) области индуцированная электронная поляризация является единственным механизмом, благодаря которому диэлектрическая постоянная к и показатель преломления $n = \sqrt{\varepsilon}$ отличаются от единицы. Уравнение движения электрона должно включать в себя некоторый диссипативный вязкостный член, который содержит постоянную диссипации γ. Можно сделать так, что величина у будет иметь размерность частоты. Тогда полное уравнение движения электрона запишется в виде

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + m\gamma\frac{dx}{dt} + m\omega_0^2 x = eE_{loc}$$

Это уравнение также имеет решение для x, изменяющегося синусоидально в соответствии с изменением локального поля, но теперь решение имеет вид

$$x = \frac{eE_{loc}}{m\left(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega\right)}$$

Таким образом, электронная поляризуемость является комплексной величиной:

$$\alpha_e = \frac{ex}{E_{loc}} = \frac{e^2}{m\left(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega\right)}$$

$$\vec{P} = \varepsilon_0\left(\varepsilon - 1\right)\vec{E}$$

$$\vec{p} = \alpha_j \vec{E}_{loc}$$

$$\vec{P} = \vec{E}_{loc}\sum_j N_j \alpha_j$$

$$\vec{E}_{loc} = \left(\frac{\varepsilon + 2}{3}\right)\vec{E}$$

$$\vec{P} = \left(\frac{\varepsilon + 2}{3}\right)\vec{E}\sum_j N_j \alpha_j$$

$$\varepsilon_0\left(\varepsilon - 1\right)\vec{E} = \left(\frac{\varepsilon + 2}{3}\right)\vec{E}\sum_j N_j \alpha_j$$

$$\sum_j N_j \alpha_j = 3\varepsilon_0\left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}\right)$$

Это выражение известно как соотношение Клаузиуса — Мосотти