

Министерство образования Российской Федерации
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОНИКИ

Сборник задач для студентов III курса ЭМФ

НОВОСИБИРСК
2008

Составители: *А.М. Погорельский,
В.В. Христофоров,
С.И. Вашуков*

Рецензент: *А.В. Баранов, доц.*

Ответственный за оформление и выпуск *В.В. Христофоров*

Работа подготовлена кафедрой
общей физики

© Новосибирский государственный
технический университет, 2008

1. КРИСТАЛЛИЧЕСКАЯ РЕШЕТКА

1.1. Основные формулы

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{M_{am} \cdot n_{am}}{V_{эл.яч.}}$$

Здесь ρ - плотность вещества;

m - масса вещества;

V - объём вещества;

M_{am} - масса атома;

n_{am} - среднее число атомов, приходящееся на каждую элементарную ячейку кристалла;

$V_{эл.яч.}$ - объём элементарной ячейки.

1.2. Пример решения задачи

Плотность кристалла алюминия при температуре $t = 20^\circ \text{C}$ равна $\rho = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Кристалл имеет кубическую гранецентрированную элементарную ячейку. Найдите постоянную кристаллической решетки.

Решение. Выражение для плотности вещества имеет вид

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{M_{am} \cdot n_{am}}{V_{эл.яч.}}$$

Учтем, что для кубической гранецентрированной элементарной ячейки $n_{am} = 4$, а $V_{эл.яч.} = a^3$. Кроме того, определив по таблице Менделеева молярную массу алюминия M_{Al} , выразим через неё массу атома:

$$M_{am} = \frac{M_{Al}}{N_A}, \text{ где } N_A - \text{число Авогадро.}$$

Подставляя всё в формулу для плотности, и выражая из неё постоянную кристаллической решетки, получим

$$a = \sqrt[3]{\frac{M_{Al} \cdot n_{am}}{N_A \cdot \rho}} = \sqrt[3]{\frac{27 \cdot 10^{-3} \cdot 4}{6,02 \cdot 10^{23} \cdot 2,7 \cdot 10^3}} \approx 4,1 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 4,1 \text{ \AA}.$$

1.3. Задачи для самостоятельного решения

1.3.1. Плотность кристалла меди при температуре $t = 20^\circ \text{C}$ равна $\rho = 8,96 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Кристалл имеет кубическую гранецентрированную элементарную ячейку. Найдите постоянную кристаллической решетки.

1.3.2. Используя данные задачи 1.3.1. найдите расстояние между ближайшими атомами меди.

1.3.3. Используя данные задачи 1.3.1. найдите объём одного моля вещества.

1.3.4. Используя данные задачи 1.3.1. найдите число атомов, расположенных наиболее близко к каждому из них (число ближайших соседей каждого атома).

1.3.5. Плотность кристалла молибдена при температуре $t = 20^\circ \text{C}$ равна $\rho = 10,2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Постоянная его кубической решетки $a = 3,14 \text{ \AA}$. Определите, к какому типу относится структура кристаллической решетки молибдена: к примитивным, к объёмноцентрированным или к гранецентрированным.

1.3.6. Используя данные задачи 1.3.5. найдите расстояние между ближайшими атомами кристаллической решетки.

1.3.7. Используя данные задачи 1.3.5. найдите объём одного моля вещества.

1.3.8. Используя данные задачи 1.3.5. найдите число атомов, расположенных наиболее близко к каждому из них (число ближайших соседей каждого атома).

1.3.9. Используя данные задачи 1.3.5. найдите длину ребра кубического образца молибдена массой $m = 1 \text{ кг}$.

2. КОЛЕБАНИЯ В ОДНОМЕРНОЙ ЦЕПОЧКЕ С ОДИНАКОВЫМИ АТОМАМИ И С АТОМАМИ ДВУХ СОРТОВ

2.1. Основные формулы

$$\omega = \pm \sqrt{\frac{4\beta}{M_{am}}} \sin \frac{ka}{2}, \text{ где «+» при } k > 0, \text{ а «-» при } k < 0.$$

$$v_{зв} = \sqrt{\frac{c}{\rho_{лин}}}, \text{ где } \rho_{лин} = \frac{M_{am}}{a}, \quad c = \beta \cdot a.$$

$$v_{\phi} = v_{зв} \frac{\sin \frac{ka}{2}}{\frac{ka}{2}}, \quad v_{гр} = v_{зв} \cos \frac{ka}{2}.$$

$$\varepsilon_{\phi} = \hbar \omega, \quad \vec{p}_{\phi} = \hbar \vec{k}.$$

Здесь ω - циклическая частота акустических колебаний атомов;

β - коэффициент пропорциональности между квазиупругой силой, действующей на атом цепочки со стороны соседнего атома, и смещением атома относительно соседнего атома;

k, \vec{k} - волновое число, волновой вектор;
 a - равновесное расстояние между атомами цепочки;
 $\rho_{лин}$ - линейная плотность цепочки атомов;
 $v_{зв}$ - скорость звука (скорость упругих волн при малых k);
 v_{ϕ}, v_{gp} - фазовая и групповая скорости упругих волн;
 $\varepsilon_{\phi}, \vec{p}_{\phi}$ - энергия и импульс фонона.

2.2. Пример решения задачи

Имеется цепочка атомов алюминия, расположенных на равновесном расстоянии $a = 0,40 \text{ нм}$. Считая, что скорость звука в цепочке $v_{зв} = 3,0 \cdot 10^3 \text{ м/с}$, найдите максимальную частоту колебаний атомов цепочки.

Решение. Воспользуемся выражением для циклической частоты упругих колебаний атомов цепочки

$$\omega = \pm \sqrt{\frac{4\beta}{M_{ат}}} \sin \frac{ka}{2}.$$

Учтем, что максимум этой функции достигается при $\sin \frac{ka}{2} = 1$. Кроме того, с помощью выражений

$$v_{зв} = \sqrt{\frac{c}{\rho_{лин}}}, \rho_{лин} = \frac{M_{ат}}{a}, c = \beta \cdot a$$

получаем

$$\omega_{макс} = \sqrt{\frac{4\beta}{M_{ат}}} \cdot 1 = \sqrt{\frac{4v_{зв}^2}{a^2}} = \frac{2v_{зв}}{a} = \frac{2 \cdot 3,0 \cdot 10^3}{0,40 \cdot 10^{-9}} = 1,5 \cdot 10^{13} \text{ рад/с}.$$

2.3. Задачи для самостоятельного решения

2.3.1. Имеется цепочка атомов меди, расположенных на равновесном расстоянии $a = 0,36 \text{ нм}$. Число атомов в цепочке равно $N = 10^4$. Считая, что скорость звука в цепочке $v_{зв} = 3 \cdot 10^3 \text{ м/с}$, найдите максимальную частоту колебаний атомов цепочки.

2.3.2. Используя данные задачи 2.3.1., найдите максимальную и минимальную величину фазовой и групповой скорости упругих волн, распространяющихся по цепочке атомов.

2.3.3. Используя данные задачи 2.3.1., найдите максимальную энергию фононов и их максимальный импульс.

2.3.4. Используя данные задачи 2.3.1., найдите плотность разрешенных состояний фононов в k -пространстве.

2.3.5. Используя данные задачи 2.3.1., найдите фазовую и групповую скорости волн, длина волны которых а) в 10 раз больше минимальной; б) в 2 раза больше минимальной длины волны.

2.3.6.* Цепочка состоит из чередующихся атомов двух сортов натрия (Na) и хлора (Cl), расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга, равном $a = 2,82 \text{ \AA}$. Докажите, что зависимость циклической частоты колебаний атомов от волнового числа $\omega(k)$ имеет две ветви – акустическую и оптическую.

2.3.7. Используя данные задачи 2.3.6. определите максимальную частоту акустических и оптических колебаний, приняв скорость звука равной $v_{зв} = 4 \cdot 10^3 \text{ м/с}$.

2.3.8. Используя данные задачи 2.3.6. определите минимальную частоту оптических колебаний атомов цепочки.

2.3.9. Используя данные задачи 2.3.6. определите диапазоны разрешенных и запрещенных энергий колебаний атомов цепочки.

3. ТЕПЛОЁМКОСТЬ КРИСТАЛЛОВ

3.1. Основные формулы

$$\theta_D = \frac{\hbar\omega_D}{k}$$

$$\omega_D = k_D v = v \cdot \sqrt[3]{6n\pi^2}$$

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega_i}{kT}\right) - 1}$$

$$c_{vD} = \frac{12}{5} \pi^4 R \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3$$

$$c_{vD-II} = 3R$$

$$\langle E \rangle = \frac{\hbar\omega}{2} + \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1}$$

$$dN(\omega) = \frac{3\omega^2 V}{2\pi^2 v^3} d\omega$$

Здесь θ_D - температура Дебая;

ω_D - циклическая частота Дебая (максимальная частота колебаний атомов цепочки);

k - постоянная Больцмана;

k_D - волновое число Дебая;
 v - скорость звука в кристалле;
 n - концентрация атомов в кристалле;
 $\langle n_i \rangle$ - среднее число фононов с частотой ω_i при температуре T
 (распределение Планка).

c_{VD} - молярная теплоёмкость кристаллической решетки при постоянном объёме V при температуре $T \ll \theta_D$ по теории Дебая (закон T^3);

c_{VD-P} - молярная теплоёмкость кристаллической решетки при постоянном объёме по теории Дюлонга-Пти;

R - универсальная газовая постоянная;

$\langle E \rangle$ - средняя энергия квантового гармонического осциллятора с учетом энергии нулевых колебаний;

$dN(\omega)$ - число квантовых состояний фонона в диапазоне частот от ω до $\omega + d\omega$ с учётом трёх возможных направлений поляризации.

3.2. Пример решения задачи

Определите температуру Дебая для кристалла с примитивной кубической элементарной ячейкой из одинаковых атомов. Концентрация атомов $n = 10^{24} \text{ см}^{-3}$. Скорости распространения продольных и поперечных волн в кристалле принять одинаковыми и равными $v = 1,3 \text{ км/с}$.

Решение. Выражение для температуры Дебая имеет вид

$$\theta_D = \frac{\hbar \omega_D}{k}.$$

Учтем, что

$$\omega_D = k_D v = v \cdot \sqrt[3]{6n\pi^2}.$$

$$\text{Тогда } \theta_D = \frac{\hbar}{k} v \cdot \sqrt[3]{6n\pi^2} = \frac{1,054 \cdot 10^{-34} \cdot 1,3 \cdot 10^3}{1,38 \cdot 10^{-23}} \sqrt[3]{6 \cdot 1 \cdot 10^{30} \pi^2} = 387 \text{ K}.$$

3.3. Задачи для самостоятельного решения

3.3.1. Определите температуру Дебая для кристалла с примитивной кубической элементарной ячейкой из одинаковых атомов. Концентрация атомов $n = 10^{30} \text{ м}^{-3}$. Скорости распространения продольных и поперечных волн в кристалле принять одинаковыми и равными $v = 2,6 \cdot 10^3 \text{ м/с}$.

3.3.2. Оцените скорость распространения акустических колебаний в алюминии, дебаевская температура которого $\theta_D = 396 \text{ K}$. Плотность кристалла алюминия при температуре $t = 20^\circ \text{ C}$ равна $\rho = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

3.3.3. Оцените максимальное значение энергии и импульса фонона в меди, дебаевская температура которой $\theta_D = 330K$. Плотность кристалла меди при температуре $t = 20^\circ C$ равна $\rho = 8,96 \cdot 10^3 \frac{кг}{м^3}$.

3.3.4. Зависит ли среднее число фононов $\langle n_i \rangle$ определенной частоты ω_i , возбужденных при температуре T в некотором образце кристалла, от числа атомов N этого образца?

3.3.5. Какое количество фононов $\langle n_m \rangle$ максимальной частоты возбуждается в среднем в кристалле при температуре $T = 400K$, если дебаевская температура кристалла $\theta_D = 200K$?

3.3.6. Найдите максимальную частоту ω_{max} колебаний атомов в кристалле железа, если при температуре $T = 20K$ его удельная теплоемкость $c = 2,7 \frac{мДж}{г \cdot K}$. Дебаевская температура кристалла $\theta_D = 470K$.

3.3.7. При нагревании кристалла меди массой $m = 25г$ от температуры $T_1 = 10K$ до температуры $T_2 = 20K$ ему было сообщено количество тепла $Q = 0,8Дж$. Найдите температуру Дебая θ_D меди, считая, что выполняется неравенство $\theta_D \gg T_1, T_2$.

3.3.8. Определите теплоту Q , необходимую для нагревания кристалла $NaCl$ массой $m = 20г$ от температуры $T_1 = 2K$ до температуры $T_2 = 4K$. Дебаевская температура кристалла $\theta_D = 320K$.

3.3.9. Дебаевская температура кристалла свинца $\theta = 95K$. Найдите при температуре $T = 5K$ отношение теплоемкости свинца к теплоемкости, даваемой законом Дюлонга и Пти.

3.3.10. Аргон при атмосферном давлении затвердевает при температуре $T = 84K$. Температура Дебая для аргона $\theta_D = 92K$. Экспериментально установлено, что при $T_1 = 4K$ молярная теплоемкость аргона равна $c_1 = 0,174 \frac{Дж}{моль \cdot K}$. Определите молярную теплоемкость аргона при температуре $T_2 = 2K$.

3.3.11. Одинаковые массы свинца и кремния охлаждаются от температуры $T_1 = 20K$ до $T_2 = 4,2K$. Оцените отношение масс жидкого гелия, необходимые для охлаждения свинца и кремния, если известны их дебаевские температуры $\theta_{Dpb} = 95K$ и $\theta_{DSi} = 645K$.

3.3.12. Вычислите среднее значение энергии нулевых колебаний, приходящееся на один осциллятор кристалла в модели Дебая, если дебаевская температура кристалла равна θ_D .

3.3.13. Вычислите среднее значение энергии нулевых колебаний одного грамма меди, дебаевская температура которой $\theta_D = 330K$.

3.3.14. Оцените энергию нулевых колебаний одного моля алюминия, постоянная кристаллической решетки которого равна $a = 0,4 \text{ нм}$, а скорость распространения акустических колебаний $v = 4 \frac{\text{км}}{\text{с}}$. Учтите, что элементарная ячейка алюминия кубическая гранецентрированная.

4. ЭЛЕКТРОНЫ В МЕТАЛЛАХ

4.1. Основные формулы

$$N_E = \frac{V}{3\pi^2} \left(\frac{2mE}{\hbar^2} \right)^{3/2}.$$

$$P = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) + 1}.$$

Здесь N_E - число различных квантовых состояний электрона в диапазоне энергий от 0 до E ;

V - объём кристалла;

m - масса электрона.

P - вероятность заполнения электроном состояния с энергией E при температуре кристалла T и значении энергии Ферми электронного газа E_F (распределение Ферми-Дирака).

4.2. Пример решения задачи

Определите долю свободных электронов в металле при температуре $T = 0 \text{ К}$, энергия E которых заключена в диапазоне от $\frac{1}{2} E_{\text{max}}$ до $\frac{3}{4} E_{\text{max}}$.

Решение. Число электронов, энергия которых лежит в диапазоне от $E_1 = \frac{1}{2} E_{\text{max}}$ до $E_2 = \frac{3}{4} E_{\text{max}}$, равно

$$\Delta N_E = \frac{V}{3\pi^2} \left(\frac{2mE_2}{\hbar^2} \right)^{3/2} - \frac{V}{3\pi^2} \left(\frac{2mE_1}{\hbar^2} \right)^{3/2}.$$

Общее число свободных электронов в металле

$$N_E = \frac{V}{3\pi^2} \left(\frac{2mE_{\text{max}}}{\hbar^2} \right)^{3/2}.$$

Следовательно, доля свободных электронов, энергия E которых заключена в диапазоне от $\frac{1}{2} E_{\text{max}}$ до $\frac{3}{4} E_{\text{max}}$, равна

$$\frac{\Delta N_E}{N_E} = \left(\frac{3}{4}\right)^{3/2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{3/2} \approx 0,3.$$

4.3. Задачи для самостоятельного решения

4.3.1. Выразите среднюю кинетическую энергию $\langle E \rangle$ свободных электронов в металле через их максимальную кинетическую энергию E_{\max} при температуре $T = 0K$.

4.3.2. Выразите среднюю скорость $\langle v \rangle$ свободных электронов в металле через их максимальную скорость v_{\max} при температуре $T = 0K$.

4.3.3. Определите долю свободных электронов в металле при температуре $T = 0K$, энергия E которых заключена в диапазоне от $\frac{1}{2}E_{\max}$ до E_{\max} .

4.3.4. Найдите относительное число свободных электронов в металле при температуре $T = 0K$, энергия которых E отличается от энергии Ферми E_F не более чем на $\eta = 2\%$.

4.3.5. Определите энергию Ферми E_F свободных электронов при температуре $T = 0K$, если их концентрация $n = 2,5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$.

4.3.6. Каково значение энергии Ферми E_F у электронов проводимости двухвалентной меди при температуре $T = 0K$. Плотность меди принять равной $\rho = 8,96 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

4.3.7. Найдите число свободных электронов, приходящихся на один атом натрия при температуре $T = 0K$, если значение энергии Ферми $E_F = 3,07 \text{ эВ}$. Плотность натрия принять равной $\rho = 0,97 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

4.3.8. Оцените минимальную дебройлевскую длину волны свободных электронов в металле при температуре $T = 0K$, полагая, что металл содержит по два свободных электрона на атом, а его кристаллическая решетка является примитивной кубической с периодом $a = 4 \text{ \AA}$.

4.3.9. Найдите зависимость ширины интервала ΔE между соседними уровнями энергии свободных электронов в металле от энергии E . Что произойдет с интервалом ΔE при увеличении объема металла V в 3 раза?

4.3.10. Вычислите интервал ΔE между соседними уровнями энергии свободных электронов в металле при температуре $T = 0K$ вблизи уровня Ферми, если концентрация свободных электронов $n = 2 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$ и объем металла $V = 10^{-6} \text{ м}^3$.

4.3.11. Определите число электронных состояний ΔG в единице объёма металла, энергия которых лежит в интервале от $E_1 = 0,3 \text{ эВ}$ до $E_2 = 0,4 \text{ эВ}$.

4.3.12. Чему равна вероятность того, что в состоянии с энергией, равной энергии Ферми $E_F(0)$, будет находиться свободный электрон?

4.3.13. Какова вероятность того, что при комнатной температуре ($kT = 0,025 \text{ эВ}$) электрон в металле займёт состояние, лежащее на $\Delta E_1 = 0,1 \text{ эВ}$ выше и на $\Delta E_2 = 0,1 \text{ эВ}$ ниже уровня энергии Ферми $E_F = 5,0 \text{ эВ}$?

4.3.14. Вычислите теплоёмкость электронов проводимости единицы объёма меди при температуре $T = 10 \text{ К}$ считая, что концентрация электронов равна числу атомов единицы объёма и энергия Ферми $E_F = 7,0 \text{ эВ}$.

4.3.15. Найдите для серебра, дебаевская температура которого $\theta_D = 210 \text{ К}$ и энергия Ферми $E_F = 5,5 \text{ эВ}$, отношение теплоёмкости электронного газа к теплоёмкости кристаллической решетки при температуре $T = 300 \text{ К}$.

5. ЭЛЕКТРОНЫ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

5.1. Основные формулы

$$\frac{n_2}{n_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{3/2} \exp \left[\frac{E_g}{2k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \right].$$
$$E_F = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{3}{4} kT \ln \frac{m_p^*}{m_n^*}.$$

Здесь n_1, n_2 - концентрация электронов в зоне проводимости при температурах полупроводника T_1, T_2 соответственно;

E_g - ширина запрещенной зоны полупроводника;

E_V, E_C - энергия электрона, находящегося на потолке валентной зоны и на дне зоны проводимости соответственно;

E_F - энергия, соответствующая уровню Ферми;

m_p^*, m_n^* - эффективные массы дырки и электрона соответственно.

5.2. Пример решения задачи

Определите значение энергии уровня Ферми собственного полупроводника при температуре $T = 300 \text{ К}$, если ширина запрещенной зоны для него $E_g = 0,7 \text{ эВ}$, а отношение эффективных масс дырок и электронов равно 20.

Решение. Энергия уровня Ферми для собственного полупроводника равна

$$E_F = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{3}{4} kT \ln \frac{m_p^*}{m_n^*}$$

Первое слагаемое этого выражения равно полуширине запрещенной зоны $\frac{1}{2} E_g$. Тогда

$$\begin{aligned} E_F &= \frac{1}{2} E_g + \frac{3}{4} kT \ln \frac{m_p^*}{m_n^*} = \\ &= \frac{1}{2} 0,7 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} + \frac{3}{4} 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \cdot \ln 20 = 6,53 \cdot 10^{-20} \text{ Дж} = 0,408 \text{ эВ} \end{aligned}$$

5.3. Задачи для самостоятельного решения

5.3.1. Во сколько раз изменится концентрация электронов в зоне проводимости беспримесного полупроводника, ширина запрещенной зоны которого равна $E_g = 0,3 \text{ эВ}$, при повышении температуры от $T_1 = 300 \text{ К}$ до $T_2 = 310 \text{ К}$? Отношение эффективных масс дырок и электронов считать равным 10.

5.3.2. Найдите минимальную энергию образования пары электрон-дырка в беспримесном полупроводнике, для которого концентрация электронов в зоне проводимости возрастает в $\eta = 5$ раз при увеличении температуры от $T_1 = 300 \text{ К}$ до $T_2 = 400 \text{ К}$.

5.3.3. Определите значение энергии Ферми E_F для $InSb$ при температуре $T = 300 \text{ К}$, если ширина запрещенной зоны для него $E_g = 0,2 \text{ эВ}$, а отношение эффективных масс дырок и электронов равно 20.

6. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПОЛУПРОВОДНИКОВ, ИХ СВЯЗЬ С ШИРИНОЙ ЗАПРЕЩЕННОЙ ЗОНЫ И ЭНЕРГИЕЙ АКТИВАЦИИ ПРИМЕСИ

6.1. Основные формулы

$$\sigma_{соб} = \sigma_0 \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right).$$

$$\sigma_{прим} = \sigma_0 \exp\left(-\frac{\Delta E_a}{2kT}\right)$$

Здесь $\sigma_{соб}, \sigma_{прим}$ - удельные электропроводности полупроводника в области собственной и примесной проводимости при температуре T ;

ΔE_a - энергия активации примесных атомов полупроводника.

6.2. Пример решения задачи

Определите, во сколько раз возрастает электропроводность кристалла кремния при его нагревании от температуры $T_1 = 273K$ до $T_2 = 283K$, если ширина запрещенной зоны кремния равна $E_g = 1,1эВ$.

Решение. Электропроводность собственного полупроводника равна

$$\sigma_{соб} = \sigma_0 \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right).$$

Тогда отношение электропроводностей для температур T_2 и T_1

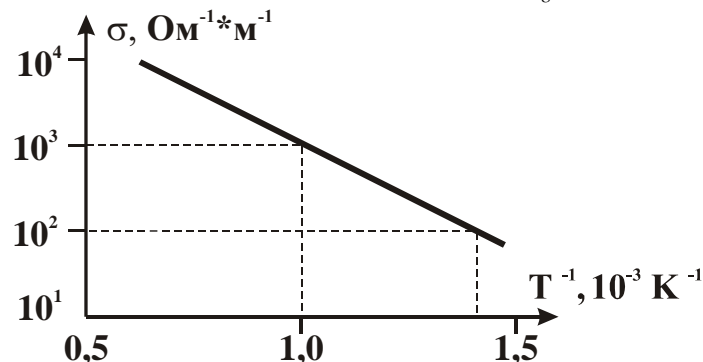
$$\begin{aligned} \frac{\sigma_2}{\sigma_1} &= \exp\left[\frac{E_g}{2k}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\right] = \\ &= \exp\left[\frac{1,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}}\left(\frac{1}{273} - \frac{1}{283}\right)\right] \approx 2,3 \end{aligned}$$

6.3. Задачи для самостоятельного решения

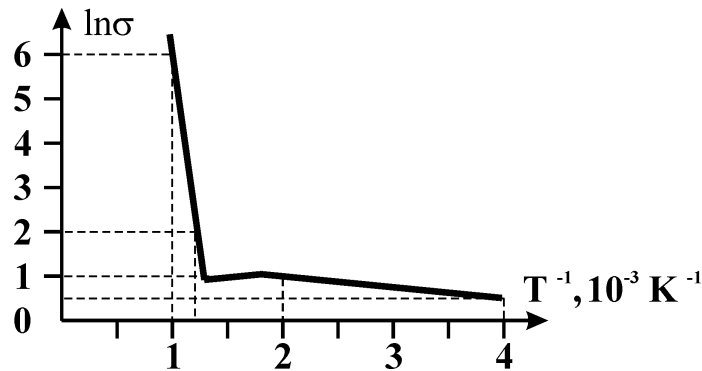
6.3.1. При нагревании кристалла кремния от температуры $T_1 = 273K$ до $T_2 = 283K$ удельная электропроводность возрастает в $\eta = 2,28$ раза. Определите ширину запрещенной зоны кремния.

6.3.2. Сопротивление R_1 кристалла PbS при температуре $T_1 = 293K$ равно $10^4 Ом$. Определите его сопротивление R_2 при температуре $T_2 = 343K$, если ширина запрещенной зоны $E_g = 0,6эВ$.

6.3.3. На рисунке изображена экспериментальная зависимость электропроводности σ кремния от обратной температуры T^{-1} . Определите по данной зависимости ширину запрещенной зоны E_g кремния.



6.3.4. На рисунке показан график зависимости логарифма электропроводности $\ln \sigma$ от обратной температуры T^{-1} для некоторого полупроводника n -типа. Найдите с помощью данного графика ширину запрещенной зоны E_g полупроводника и энергию активации донорных уровней ΔE_d .



7. ПОДВИЖНОСТЬ, ДРЕЙФОВАЯ СКОРОСТЬ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА

7.1. Основные формулы

$$|\vec{j}| = \frac{I}{S} = \sigma |\vec{E}|.$$

$$\sigma = en\mu_n + ep\mu_p.$$

$$\vec{v}_{др} = \mu \vec{E}.$$

Здесь \vec{j} - вектор плотности электрического тока;
 I - сила тока;
 S - площадь поперечного сечения проводника;
 σ - удельная электропроводность;
 \vec{E} - напряженность электрического поля;
 n, p - концентрации электронов и дырок соответственно;
 μ_n, μ_p - подвижности электронов и дырок;
 $v_{др}$ - дрейфовая скорость носителей заряда.

7.2. Пример решения задачи

По проводнику, изготовленному из трехвалентного алюминия, с площадью поперечного сечения $S = 0,2 \text{ см}^2$ идет ток $I = 1 \text{ А}$. Оцените среднюю дрейфовую скорость электронов в проводнике, если плотность металла равна $\rho = 2,7 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Решение. Выражение для плотности электрического тока имеет вид:

$$|\vec{j}| = \frac{I}{S} = \sigma |\vec{E}|.$$

Считая, что в алюминии носителями заряда являются только электроны, для электропроводности запишем

$$\sigma = en\mu_n.$$

Учитывая, что $\vec{v}_{др} = \mu \vec{E}$, получаем

$$\frac{I}{S} = en|\vec{v}_{dp}|,$$

где n - концентрация свободных электронов в металле.

По заданной плотности алюминия найдем концентрацию его атомов:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{M_{am} \cdot N}{V} = \frac{M_{Al} \cdot n_{am}}{N_A} \Rightarrow n_{am} = \frac{\rho \cdot N_A}{M_{Al}}.$$

Здесь M_{Al} - молярная масса алюминия;

N_A - число Авогадро.

Учитывая валентность алюминия, для концентрации свободных электронов получим

$$n = 3n_{am}.$$

В результате получим выражение для дрейфовой скорости в виде:

$$|\vec{v}_{dp}| = \frac{I \cdot M_{Al}}{S \cdot e \cdot 3 \cdot \rho \cdot N_A}.$$

Подставляя численные значения, находим

$$|\vec{v}_{dp}| = \frac{1 \cdot 27 \cdot 10^{-3}}{0,2 \cdot 10^{-4} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 2,7 \cdot 10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}} = 1,7 \cdot 10^{-6} \text{ м/с}.$$

7.3. Задачи для самостоятельного решения

7.3.1. По медному проводнику с площадью поперечного сечения $S = 0,2 \text{ см}^2$ идет ток $I = 1 \text{ А}$. Какова средняя дрейфовая скорость v_{dp} электронов в проводнике?

7.3.2. Отношение электропроводности серебра и меди при комнатной температуре $\eta = 1,0625$. Вычислите отношение подвижностей $\frac{\mu_{Ag}}{\mu_{Cu}}$ для этих металлов, считая, что на каждый атом приходится по одному свободному электрону.

7.3.3. Вычислите дрейфовую скорость электронов v_n и дырок v_p в германии Ge при комнатной температуре, если напряженность электрического поля $E = 1000 \text{ В/м}$, подвижность электронов $\mu_n = 0,38 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ и подвижность дырок $\mu_p = 0,18 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$.

8. ЭФФЕКТ ХОЛЛА

8.1. Основные формулы

$$R_{H1} = \frac{A}{en}.$$

$$R_{H2} = A \frac{n\mu_n^2 - p\mu_p^2}{e(n\mu_n + p\mu_p)^2}.$$

Здесь R_{H1} - постоянная Холла для кристаллов, в которых носителями заряда являются только электроны;

A - постоянная, значение которой определяется видом рассеяния свободных носителей заряда;

R_{H2} - постоянная Холла для кристаллов, в которых носителями заряда являются как электроны, так и дырки.

8.2. Пример решения задачи

Вычислите постоянную Холла для трехвалентного алюминия. Молярная масса алюминия $M = 27 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$, а плотность $\rho = 2,7 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

Решение. Поскольку в алюминии носителями заряда являются только электроны, постоянная Холла

$$R_{H1} = \frac{A}{en}.$$

Концентрация электронов в этом выражении равна

$$n = 3n_{am}.$$

Здесь концентрацию атомов можно найти с помощью формулы

$$n_{am} = \frac{\rho \cdot N_A}{M_{Al}}.$$

Подставляя, получим (считаем $A \approx 1$):

$$R_{H1} = \frac{A \cdot M_{Al}}{e \cdot 3 \cdot \rho \cdot N_A} = \frac{1 \cdot 27 \cdot 10^{-3}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 2,7 \cdot 10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}} = 3,5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^3}{\text{Кл}}.$$

8.3. Задачи для самостоятельного решения

8.3.1. Вычислите постоянную Холла для одновалентной меди. Молярная масса меди $64 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$, а плотность $8,96 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

8.3.2. При комнатной температуре удельное сопротивление полупроводника p - типа $\rho = 9 \cdot 10^{-4} \text{ Ом} \cdot \text{м}$. Определите постоянную Холла для данного полупроводника, если подвижность дырок $\mu_p = 0,04 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$.

8.3.3. Удельная электропроводность арсенида индия при комнатной температуре $\sigma = 400 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$, а постоянная Холла $R_H = 100 \frac{\text{м}^3}{\text{Кл}}$. Считая, что проводимость обеспечивается зарядами одного знака, определите их концентрацию и подвижность.

8.3.4. В образце германия с подвижностью электронов $\mu_n = 0,38 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ и подвижностью дырок $\mu_p = 0,16 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ эффект Холла не наблюдается. Определите для данного образца отношение тока электронов к току дырок.

8.3.5. При наблюдении эффекта Холла в магнитном поле с индукцией $B = 0,5 \text{ Тл}$ поперечная напряженность электрического поля в беспримесном германии оказалась в $\eta = 10$ раз меньше продольной напряженности электрического поля. Найдите разность подвижностей электронов и дырок в данном полупроводнике.

9. КОНТАКТНАЯ РАЗНОСТЬ ПОТЕНЦИАЛОВ

9.1. Основные формулы

$$\Delta\varphi_{\text{конт}} = \frac{E_{F2} - E_{F1}}{e}.$$

$$n_{n0} p_{n0} = p_{p0} n_{p0} = n_i^2.$$

Здесь $\Delta\varphi_{\text{конт}}$ - внутренняя контактная разность потенциалов, возникающая при контакте кристаллов с различными уровнями энергии Ферми E_F ;

n_{n0}, p_{n0} - концентрация электронов и дырок в донорном полупроводнике;

p_{p0}, n_{p0} - концентрация дырок и электронов в акцепторном полупроводнике;

n_i - концентрация носителей заряда собственного полупроводника.

9.2. Пример решения задачи

Имеются два металла с концентрациями свободных электронов $n_1 = 10^{22} \text{ см}^{-3}$ и $n_2 = 10^{23} \text{ см}^{-3}$. Определите внутреннюю контактную разность потенциалов $\Delta\varphi_{\text{конт}}$, возникающую в результате приведения этих металлов в соприкосновение при температуре $T = 0 \text{ К}$. Какой из металлов будет иметь более высокий потенциал?

Решение. Воспользуемся формулой

$$\Delta\varphi_{\text{конт}} = \frac{E_{F2} - E_{F1}}{e}.$$

Здесь энергии Ферми равны

$$E_{F1}(0) = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n_1)^{2/3},$$

$$E_{F2}(0) = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n_2)^{2/3}.$$

Подставляя, получим

$$\Delta\varphi_{\text{конт}} = \frac{\hbar^2}{2m \cdot e} (3\pi^2)^{2/3} \left[n_2^{2/3} - n_1^{2/3} \right].$$

Вычисляем

$$\Delta\varphi_{\text{конт}} = \frac{(1.054 \cdot 10^{-34})^2}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} (3\pi^2)^{2/3} \left[(1 \cdot 10^{29})^{2/3} - (1 \cdot 10^{28})^{2/3} \right] \approx 6,2 \text{ В}$$

Поскольку $E_{F2}(0) > E_{F1}(0)$, то более высокий потенциал будет иметь второй металл.

9.3. Задачи для самостоятельного решения

9.3.1. Имеются два металла с концентрациями свободных электронов $n_1 = 10^{28} \text{ м}^{-3}$ и $n_2 = 10^{29} \text{ м}^{-3}$. Определите внутреннюю контактную разность потенциалов $\Delta\varphi_{\text{конт}}$, возникающую при приведении этих металлов в соприкосновение при температуре $T = 0 \text{ К}$. Какой из металлов будет иметь более высокий потенциал?

9.3.2. Металлы литий и цинк приводятся в соприкосновение при $T = 0 \text{ К}$. Определите возникающую внутреннюю контактную разность потенциалов $\Delta\varphi_{\text{конт}}$. Какой из металлов будет иметь более высокий потенциал?

9.3.3. Резкий p - n -переход на основе кремния имеет в дырочной области удельное сопротивление $\rho_p = 0,013 \text{ Ом} \cdot \text{см}$, а в электронной области $\rho_n = 44,5 \text{ Ом} \cdot \text{см}$. Чему равна контактная разность потенциалов такого p - n -перехода при температуре $T = 300 \text{ К}$? Подвижности электронов и дырок в кремнии равны $\mu_n = 1400 \text{ см}^2 / \text{В} \cdot \text{с}$, $\mu_p = 480 \text{ см}^2 / \text{В} \cdot \text{с}$, а концентрация собственных носителей заряда составляет $n_i = 1,6 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$.

9.3.4. Индий вплавляется в кристалл германия, содержащий $10^{15} \frac{\text{атомов}}{\text{см}^3}$ мышьяка. После охлаждения образца сплав содержит $10^{17} \frac{\text{атомов}}{\text{см}^3}$ индия. Вычислите контактную разность потенциалов на p - n -переходе, образованном указанным выше способом, если образец находится при температуре $T = 300 \text{ К}$. Можно считать, что все примеси ионизованы. Квадрат концентрации собственных носителей заряда в германии при данной температуре равен $n_i^2 = 5,8 \cdot 10^{26} \text{ см}^{-6}$.

10. ПРЯМОЕ И ОБРАТНОЕ СМЕЩЕНИЕ p - n -ПЕРЕХОДА

10.1. Основные формулы

$$I = I_0 \left[\exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right].$$

$$C = \frac{K}{\sqrt{V + \Delta\varphi_{\text{конт}}}}.$$

Здесь I - сила тока, протекающего через p - n -переход при температуре T и напряжении V ;

I_0 - сила тока насыщения;

C - электрическая ёмкость p - n -перехода;

K - постоянный коэффициент.

10.2. Пример решения задачи

При температуре $T_1 = 273K$ прямое напряжение, приложенное к p - n -переходу, $V = 1B$. Во сколько раз изменится сила тока через переход при возрастании температуры до $T_2 = 300K$.

Решение. Сила тока через p - n -переход равна

$$I = I_0 \left[\exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right].$$

Следовательно,

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\exp\left(\frac{eV}{kT_2}\right) - 1}{\exp\left(\frac{eV}{kT_1}\right) - 1} = \frac{\exp\left(\frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273}\right) - 1}{\exp\left(\frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}\right) - 1} \approx 45,6$$

10.3. Задачи для самостоятельного решения

10.3.1. При температуре $T_1 = 300K$ прямое напряжение, приложенное к p - n -переходу, $V = 2B$. Во сколько раз возрастёт сила тока через переход, если понизить температуру до $T_2 = 273K$?

10.3.2. При температуре $T = 300K$ сопротивление p - n -перехода, находящегося под прямым напряжением $V = 1B$, равно $R_1 = 10\text{Ом}$. Определите сопротивление R_2 перехода при обратном напряжении.

10.3.3. Обнаружено, что если к резкому p - n -переходу приложить переменное напряжение с амплитудой $0,5B$, то максимальная электрическая ёмкость перехода равна $2n\Phi$. Определите контактную разность потенциалов и минимальное значение ёмкости перехода, если ёмкость при нулевом смещении равна $1n\Phi$.

Список литературы

1. Задачи по квантовой механике, термодинамике, статистике и твердому телу: методическое пособие / С.И.Вашуков, А.М.Погорельский. – Новосибирск: Изд-во НГТУ,1995. – 42с.
2. Линч П., Николайдес А. Задачи по физической электронике. М.: Изд-во «Мир»,1975. – 264с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Плотность некоторых элементов при температуре 20° С

Элемент	Плотность <i>г/см³</i>
Алюминий	2,70
Барий	3,5
Ванадий	6,0
Вольфрам	19,3
Железо(α)	7,87
Золото	19,32
Калий	0,86
Кальций	1,55
Лантан	6,15
Литий	0,53
Медь	8,96
Молибден	10,2
Натрий	0,97
Никель	8,90
Ниобий	8,57
Палладий	12,0
Платина	21,45
Рубидий	1,53
Свинец	11,34
Серебро	10,49
Стронций	2,6
Тантал	16,6
Хром	7,19
Цезий	1,9
Церий	6,9
Цирконий	6,5

ОТВЕТЫ

Кристаллическая решетка

- 1.3.1. $a = 0,36 \text{ нм}$. 1.3.2. $d = 2,56 \overset{\circ}{\text{Å}}$. 1.3.3. $V_{\text{моля}} = 7,14 \text{ см}^3$. 1.3.4. $n_{\text{сос}} = 12$.
1.3.5. ОЦК. 1.3.6. $d = 2,72 \overset{\circ}{\text{Å}}$. 1.3.7. $V_{\text{моля}} = 9,32 \text{ см}^3$. 1.3.8. $n_{\text{сос}} = 8$.
1.3.9. $L = 4,6 \text{ см}$.

Колебания в одномерной цепочке с одинаковыми атомами и с атомами двух сортов

- 2.3.1. $\omega = 1,67 \cdot 10^{13} \frac{\text{рад}}{\text{с}}$. 2.3.2. $v_{\phi \text{ мин}} = 1,9 \cdot 10^3 \frac{\text{М}}{\text{с}}$, $v_{\text{ГР мин}} = 0$,
 $v_{\text{макс}} = 3 \cdot 10^3 \frac{\text{М}}{\text{с}}$. 2.3.3. $\varepsilon_{\text{макс}} = 1,8 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$, $p_{\text{макс}} = 9,2 \cdot 10^{-25} \frac{\text{кг} \cdot \text{М}}{\text{с}}$.
2.3.4. $P = 5,7 \cdot 10^{-7} \frac{\text{М}}{\text{рад}}$. 2.3.5. $v_{\phi 1} = 2,99 \cdot 10^3 \frac{\text{М}}{\text{с}}$, $v_{\text{ГР1}} = 2,96 \cdot 10^3 \frac{\text{М}}{\text{с}}$,
 $v_{\phi 2} = 2,7 \cdot 10^3 \frac{\text{М}}{\text{с}}$, $v_{\text{ГР2}} = 2,1 \cdot 10^3 \frac{\text{М}}{\text{с}}$. 2.3.7. $\omega_{\text{акуст}} = 1,8 \cdot 10^{13} \frac{\text{рад}}{\text{с}}$,
 $\omega_{\text{опт.ч}} = 2,9 \cdot 10^{13} \frac{\text{рад}}{\text{с}}$. 2.3.8. $\omega_{\text{опт.мин.}} = 2,25 \cdot 10^{13} \frac{\text{рад}}{\text{с}}$. 2.4.9.
 $\varepsilon_{\text{разр.}} = (0 \div 1,9) \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$; $(2,31 \div 3,06) \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$.
 $\varepsilon_{\text{зонр.}} = (1,9 \div 2,31) \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$.

Теплоёмкость кристаллов

- 3.3.1. $\theta_{\text{Д}} = 774 \text{ К}$. 3.3.2. $v = 3,4 \cdot 10^3 \frac{\text{М}}{\text{с}}$. 3.3.3. $\varepsilon_{\text{макс}} = 4,5 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$;
 $p_{\text{макс}} = 1,8 \cdot 10^{-24} \frac{\text{кг} \cdot \text{М}}{\text{с}}$. 3.3.5. $\langle n \rangle = 1,54$. 3.3.6. $\omega_{\text{макс}} = 6,1 \cdot 10^{13} \frac{\text{рад}}{\text{с}}$. 3.3.7.
 $\theta_{\text{Д}} = 329 \text{ К}$. 3.3.8. $Q = 1,23 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}$. 3.3.9. $\frac{c_{\text{Деб}}}{c_{\text{Д-П}}} \approx 0,01$. 3.3.10.
 $c \approx 2 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$. 3.3.11. $\frac{m_{\text{для Pb}}}{m_{\text{для Si}}} = 42$. 3.3.12. $\langle U \rangle = \frac{9}{8} \theta_{\text{Д}} k$. 3.3.13.
 $\varepsilon = 48,2 \text{ Дж}$. 3.3.14. $\langle U_{\text{о моля}} \rangle = 4,3 \cdot 10^3 \text{ Дж}$.

Электроны в металлах

4.3.1. $\langle E \rangle = \frac{3}{5} E_F$. 4.3.2. $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{3}{5}} v_{\max}$. 4.3.3. $\frac{\Delta N}{N} = 0,65$. 4.3.4. $\frac{\Delta N}{N} = 0,03$.
4.3.5. $E_F \approx 3,1 \text{ эВ}$. 4.3.6. $E_F \approx 11,1 \text{ эВ}$ 4.3.7. $\frac{n_{\text{эл}}}{n_{\text{ат}}} \approx 0,96$. 4.3.8.
 $\lambda_{\text{мин}} \approx 6,4 \cdot 10^{-10} \text{ м}$. 4.3.9. уменьшится в 3 раза. 4.3.10. $\Delta E = 1,8 \cdot 10^{-22} \text{ эВ}$. 4.3.11.
 $\Delta G \approx 4 \cdot 10^{26} \text{ м}^{-3}$. 4.3.12. $P = \frac{1}{2}$. 4.3.13. $P_1 \approx 0,02$; $P_2 \approx 0,98$. 4.3.14.
 $c = 1,5 \cdot 10^2 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}}$. 4.3.15. $\frac{c_{\text{эл.газа}}}{c_{\text{реш.}}} = 4,7 \cdot 10^{-3}$.

Электроны в полупроводниках

5.3.1. $\frac{n_2}{n_1} = 1,27$. 5.3.2. $E_g = 0,31 \text{ эВ}$. 5.3.3. $E_F \approx 0,16 \text{ эВ}$.

Электрические свойства полупроводников, их связь с шириной запрещенной зоны и энергией активации примеси

6.3.1. $E_g \approx 1,1 \text{ эВ}$. 6.3.2. $R = 1,77 \text{ Ом}$. 6.3.3. $E_g \approx 1 \text{ эВ}$. 6.3.4. $E_g \approx 1 \text{ эВ}$,
 $\Delta E_d \approx 0,06 \text{ эВ}$.

Подвижность, дрейфовая скорость носителей заряда

7.3.1. $v_{\text{др}} = 3,7 \cdot 10^{-6} \text{ м/с}$. 7.3.2. $\frac{\mu_{\text{Ag}}}{\mu_{\text{Cu}}} = 1,53$. 7.3.3. $v_n = 380 \text{ м/с}$, $v_p = 180 \text{ м/с}$

Эффект Холла

8.1.1. $R_H = 7,4 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 / \text{ Кл}$. 8.1.2. $R_H = 3,6 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 / \text{ Кл}$. 8.1.3.
 $n = 6,25 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$, $\mu_n = 4 \cdot 10^4 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$. 8.1.4. $\frac{I_n}{I_p} = 0,42$. 8.1.5. $\mu_n - \mu_p = 0,2 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$

Контактная разность потенциалов

9.3.1. $\Delta \varphi_{\text{конт}} \approx 6,2 \text{ В}$. 9.3.2. $\Delta \varphi_{\text{конт}} \approx 4,4 \text{ В}$. 9.3.3. $\Delta \varphi_{\text{конт}} \approx 0,69 \text{ В}$. 9.3.4.
 $\Delta \varphi_{\text{конт}} \approx 0,31 \text{ В}$.

Прямое и обратное смещение p - n -перехода

$$10.3.1. \frac{I_2}{I_1} = 2,1 \cdot 10^3. \quad 10.3.2. R_2 \approx 6,1 \cdot 10^{17} \text{ Ом}. \quad 10.3.3. \Delta\varphi_{\text{конт}} \approx 0,67 \text{ В},$$
$$C_{\text{мин}} \approx 0,76 \text{ нФ}.$$