Министерство образования и науки Российской Федерации
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФИЗИКА

Методические указания к выполнению контрольной работы № 1
для студентов заочного отделения, обучающихся
по специальностям «Конструкторско-технологическое
обеспечение машиностроительных производств»,
«Эксплуатация транспортно-технологических машин
и комплексов», «Информатика и вычислительная техника»,
«Технология продукции и организация общественного питания»

НОВОСИБИРСК
2015

УДК 53(07)
Ф 503

Составители:
Н.В. Чичерина, *А.А. Штыгашев*

Рецензент *В.В. Христофоров*

Работа подготовлена на кафедре общей физики

В первую часть изучения курса физики на заочном отделении ИДО включены следующие разделы: механика, молекулярная физика и термодинамика, электростатика и постоянный ток.

1. ФОРМА РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

1. Систематическая самостоятельная работа с учебными пособиями, конспектами лекций, задачниками.
2. Посещение и конспектирование установочных и обзорных лекций.
3. Выполнение контрольных работ (одна за учебный семестр). Вариант контрольной работы определяется последней цифрой шифра (номера зачетной книжки) студента, а номера задач – по таблице вариантов.
4. Выполнение лабораторных работ (во время экзаменационной сессии).
5. Обязательное посещение консультаций. Расписание консультаций можно найти на сайте кафедры «Общая физика» в разделе «Заочное отделение»: http://ciu.nstu.ru/kaf/of/zaochnoe_otdelenie.

2. ФОРМА КОНТРОЛЯ РАБОТЫ СТУДЕНТА

1. Защита контрольной работы (в межсессионный период или во время сессии).
2. Получение зачета за выполнение лабораторных работ.
3. Сдача экзамена.

3. ВОПРОСЫ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЭКЗАМЕН ПО РАЗДЕЛУ «МЕХАНИКА»

1. Система отсчета. Траектория, длина пути и вектор перемещения.
2. Скорость материальной точки.
3. Ускорение материальной точки.
4. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета.

5. Сила. Масса. Импульс.
6. Второй закон Ньютона. Движение центра инерции.
7. Закон сохранения импульса.
8. Преобразования Галилея. Механический принцип относительности.
9. Работа и мощность.
10. Кинетическая энергия.
11. Потенциальная энергия.
12. Закон сохранения механической энергии.
13. Абсолютно упругий и неупругий удары.
14. Момент инерции твердого тела. Теорема Штейнера.
15. Момент силы и момент импульса.
16. Основной закон динамики вращательного движения.
17. Закон сохранения момента импульса.
18. Постулаты специальной теории относительности.
19. Преобразования Лоренца.
20. Следствия преобразований Лоренца.
21. Закон взаимосвязи массы и энергии.

4. ВОПРОСЫ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЭКЗАМЕН ПО РАЗДЕЛУ «МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА»

1. Термодинамические параметры состояния. Равновесные и неравновесные процессы.
2. Количество теплоты. Внутренняя энергия системы. Работа, совершаемая телом при изменении объема.
3. Первое начало термодинамики.
4. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа.
5. Уравнение состояния идеального газа.
6. Температура. Термодинамическая шкала температур.
7. Число степеней свободы. Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы молекулы.
8. Теплоемкость идеального газа.
9. Адиабатический процесс. Уравнение идеального газа.

10. Применение первого начала термодинамики к изохорному, изобарному, изотермическому и адиабатическому процессам.

11. Закон распределения молекул по скоростям (распределение Максвелла).

12. Средние скорости теплового движения молекул газа.

13. Обратимые и необратимые процессы. Круговой процесс. Тепловые двигатели и холодильные машины.

14. Второе начало термодинамики. Энтропия.

15. Цикл Карно. КПД цикла.

5. ВОПРОСЫ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЭКЗАМЕН ПО РАЗДЕЛУ «ЭЛЕКТРОСТАТИКА И ПОСТОЯННЫЙ ТОК»

1. Элементарный заряд. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона.

2. Электрическое поле. Напряженность поля. Принцип суперпозиции полей. Силовые линии.

3. Поток вектора напряженности. Теорема Гаусса.

4. Вычисление напряженности поля бесконечной заряженной плоскости и нити.

5. Работа сил электрического поля при перемещении зарядов.

6. Потенциал. Связь между напряженностью электрического поля и потенциалом.

7. Равновесие зарядов на проводнике.

8. Проводники во внешнем электрическом поле.

9. Электрическая емкость. Конденсаторы. Соединение конденсаторов.

10. Энергия системы зарядов. Энергия заряженного проводника. Энергия заряженного конденсатора. Энергия электрического поля.

11. Поляризация диэлектриков.

12. Сила тока. Плотность тока. Закон Ома для участка цепи.

13. Электродвижущая сила. Напряжение. Закон Ома для полной цепи.

14. Работа и мощность электрического тока. Закон Джоуля–Ленца.

15. Законы Ома и Джоуля–Ленца в дифференциальной форме.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Трофимова Т.И.* Курс физики. 20-е изд. – М.: Академия, 2014.
2. *Трофимова Т.И*. Курс физики. Задачи и решения. 5-е изд. – М.: Академия, 2012.
3. *Савельев И.В.* Курс общей физики. В 5-ти тт. Том 1. Механика. 5-е изд.– СПб.: Лань, 2011.
4. *Савельев И.В.* Курс общей физики. В 5-ти тт. Том 2. Электричество и магнетизм. 5-е изд.– СПб.: Лань, 2011.
5. *Савельев И.В*. Курс общей физики. В 5-ти тт. Том 3. Молекулярная физика и термодинамика. – 5-е изд.– СПб.: Лань, 2011.
6. *Сивухин Д.В*. Общий курс физики. В 5-ти томах. Том 1. Механика. 6-е изд. – М.: Физматлит, 2013.
7. *Сивухин Д.В*. Общий курс физики. В 5-ти томах. Том 2. Термодинамика и молекулярная физика. 6-е изд. – М.: Физматлит, 2013.
8. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. В 5-ти томах. Том 3. Электричество. 5-е изд. – М.: Физматлит, 2009.
9. *Детлаф А.В*., *Яворский Б.М.* Курс физики. – М.: Высшая школа, 2002.
10. *Иродов И.Е*. Основные законы механики. – М.: Высшая школа, 2002.
11. *Иродов И.Е.* Электромагнетизм. – М.: Высшая школа, 2002.
12. *Давыдков В.В*. Курс общей физики для студентов ИДО. Ч. 1. Механика. Молекулярная физика и термодинамика. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2001.
13. *Давыдков В.В.* Курс общей физики для студентов ИДО. Ч. 2. Электростатика. Магнетизм. Колебания и волны. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2005.

Примечание: Для работы с теоретическим материалом помимо приведенных в списке учебников и учебных пособий могут быть использованы и другие более ранние их издания.

6. ПОРЯДОК ОФОРМЛЕНИЯ И РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Контрольная работа выполняется в обычной школьной тетради, на обложке которой приводятся сведения по следующему образцу:

Контрольная работа № 1 по физике
студента I курса ЗО ИДО НГТУ
специальность: №________________
Иванова Петра Ивановича (ФИО – **без сокращений**)
шифр 30675234

Вариант № 4

2. Контрольная работа выполняется перьевой или шариковой ручкой. В работе допускается использование чернил синего, фиолетового или черного цветов. Графики и рисунки аккуратно выполняются остро отточенным карандашом с использованием линейки и циркуля. Для замечаний преподавателя следует оставлять поля не менее 30 мм.

3. При оформлении контрольной работы **условия задач записываются полностью, без сокращений**. Каждая задача оформляется с новой страницы.

4. Решение задачи необходимо начинать с **внимательного чтения условия**. При первом же чтении следует определить, на какую тему, о каком конкретном процессе или состоянии идет речь, каким законам он подчиняется, какими параметрами его можно охарактеризовать.

5. Записывается краткое условие задачи: что «дано», что «найти». Все величины выражаются в единицах **СИ**.

6. Для того чтобы представить взаимодействие тел, их расположение, следует **непременно сделать схематический чертеж** (особенно это касается задач по «Механике»), на котором показать заданные расстояния, векторы скоростей, перемещений, ускорений, действующих сил. Очень важным элементом является выбор системы отсчета: либо это система лабораторная, либо она связана с центром масс системы. Вид уравнений зависит от выбора системы отсчета.

7. Приводятся необходимые уравнения или формулы законов, описывающих процессы и явления, о которых идет речь в задаче. **Составление системы уравнений, полностью отражающих конкретную ситуацию, физический процесс, является основной трудностью при решении задачи.**

• Исходные уравнения записываются в векторной форме (если речь идет о векторных уравнениях), а затем в скалярной форме.

• Если при решении задачи применяется формула, не выражающая собой основной закон (например, законы Ньютона, законы сохранения) или являющаяся хорошо известным следствием этих законов (например, теорема Штейнера, формула для кинетической энергии вращающегося тела и т. д.), то ее необходимо вывести.

• Символическая запись законов, используемых для решения задачи, должна сопровождаться разъяснениями буквенных обозначений, формулировкой законов и условий, гарантирующих выполнение этих законов.

8. Вывод расчетной формулы осуществляется в общем виде. Решить задачу в общем виде – это значит выразить искомую величину через те величины, которые заданы в условии задачи или справочных таблицах.

9. Полученная расчетная формула проверяется по размерности. Получение адекватных единиц измерения искомой величины служит одним из важнейших показателей правильности решения задачи.

10. Вычисление искомой величины осуществляется с учетом правил приближенных вычислений.

11. После получения численного значения оценивается реальность (правдоподобность) полученного результата исходя из соображений здравого смысла (встречаются ли в действительности такие численные значения искомой величины).

12. Записывается результат.

7. О ПРИБЛИЖЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЯХ

Значащими цифрами числа называют все цифры числа, кроме нулей слева. Например, в числе 3,25 три значащие цифры, 0,0325 – три значащие цифры, 0,030025 – пять значащих цифр, 3,00 – три значащих цифры.

Выполняя вычисления, всегда необходимо помнить о той точности, которую нужно или которую можно получить. Недопустимо вести вычисления с большой точностью, если данные задачи не допускают или не требуют этого. В настоящее время в распоряжении студентов имеются различные счетно-вычислительные машины, которые при вычислениях дают результаты с большим числом значащих цифр. Часто студенты в своих работах по неопытности допускают ошибку, добиваясь при вычислениях результатов такой степени точности, которая не оправдывается точностью используемых данных. Для того чтобы не повторить этой ошибки, при решении задач следует придерживаться правил приближенных вычислений.

Правила округления

1. Если первая отбрасываемая цифра больше 5 или 5 с последующими цифрами не равными нулю, то последняя сохраняемая цифра увеличивается на единицу. Например, число 3,56317 при округлении до десятых дает 3,6.

2. Если первая отбрасываемая цифра меньше 5, то последняя сохраняемая цифра не изменяется. Например, число 3,56317 при округлении до сотых дает 3,56.

3. Если первая отбрасываемая цифра 5 и за ней либо нет цифр, либо есть одни нули, то последняя сохраняемая цифра должна быть четной. Например, число 3,5500 при округлении до десятых дает 3,6; число 3,85 округляется до 3,8.

Основные правила приближенных вычислений

1. **При сложении и вычитании** результат округляется так, чтобы он не имел значащих цифр в тех разрядах, которые отсутствуют хотя бы в одной из заданных величин; например, $7{,}852 + 3{,}18 - 4{,}3 = 6{,}732 \approx$ **6,7** (результат округлен до десятых по числу 4,3).

2. **При умножении** сомножители округляются так, чтобы каждый содержал столько значащих цифр, сколько их имеет сомножитель с наименьшим их числом. Например, вместо $(7{,}852 \times 3{,}18 \times 4{,}3)$ следует вычислять $(7{,}9 \times 3{,}2 \times 4{,}3)$. В окончательном результате при этом следует оставлять такое же число значащих цифр, как и в сомножителях после округления: $7{,}852 \times 3{,}18 \times 4{,}3 \approx 7{,}9 \times 3{,}2 \times 4{,}3 = 108{,}704 \approx 1{,}1 \times 10^2$.

3. **При делении** необходимо соблюдать такое же правило, как и при умножении. Например, $7{,}852:3{,}18 \approx 7{,}85:3{,}18 = 2{,}4685\ldots \approx 2{,}47$.

4. **При возведении числа в степень** результат округляется таким образом, чтобы он имел столько значащих цифр, сколько их имеет основание степени. Например, $3{,}18^3 = 32{,}157432 \approx 32{,}2$.

5. **При извлечении корня** в результате указывается столько значащих цифр, сколько их в подкоренном выражении. Например, $\sqrt{7{,}852} = 2{,}802142.... \approx 2{,}802$.

6. **При вычислении сложных выражений** следует применять вышеуказанные правила в соответствии с видом производимых действий.

8. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ФОРМУЛЫ

8.1. МЕХАНИКА

8.1.1. КИНЕМАТИКА

Материальной точкой называется тело, размерами которого пренебрегают в условиях данной задачи.

Положение материальной точки в пространстве задается ее радиус-вектором $\boldsymbol{r}(t)$:

$$\boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k} .$$

Зависимость $\boldsymbol{r}(t)$ называют законом движения.

Мгновенная скорость или просто скорость определяется как

$$\boldsymbol{\upsilon}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\boldsymbol{r}(t+\Delta t) - \boldsymbol{r}(t)}{\Delta t} \equiv \frac{d\boldsymbol{r}}{dt},$$

$$\boldsymbol{\upsilon}(t) = \frac{dx}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{dy}{dt}\boldsymbol{j} + \frac{dz}{dt}\boldsymbol{k} = \upsilon_x(t)\boldsymbol{i} + \upsilon_y(t)\boldsymbol{j} + \upsilon_z(t)\boldsymbol{k} ,$$

где $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ – единичные вектора декартовой системы координат.

Модуль скорости

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2} .$$

Средняя скорость точки:

$$\langle \upsilon \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \upsilon(t) dt ,$$

где Δs – длина пути, пройденной точкой за $\Delta t = t_2 - t_1$.

Ускорение материальной точки

$$\boldsymbol{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\boldsymbol{\upsilon}(t+\Delta t) - \boldsymbol{\upsilon}(t)}{\Delta t} \equiv \frac{d\boldsymbol{\upsilon}}{dt},$$

$$\boldsymbol{a}(t) = \frac{d\upsilon_x}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{d\upsilon_y}{dt}\boldsymbol{j} + \frac{d\upsilon_z}{dt}\boldsymbol{k} = a_x(t)\boldsymbol{i} + a_y(t)\boldsymbol{j} + a_z(t)\boldsymbol{k} = \boldsymbol{a}_n + \boldsymbol{a}_\tau ,$$

где компонента нормального ускорения имеет вид

$$\boldsymbol{a}_n = \frac{\upsilon^2}{R}\boldsymbol{n},$$

а компонента касательного (тангенциального) ускорения имеет вид

$$\boldsymbol{a}_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}\boldsymbol{\tau}.$$

Здесь R – локальный радиус кривизны траектории тела (при вращательном движении тела R есть радиус окружности); $\boldsymbol{n}$ – единичный вектор, направленный вдоль радиуса кривизны к его центру; $\boldsymbol{\tau}$ – единичный вектор, направленный вдоль вектора скорости.

Модуль ускорения:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

Кинематика одномерного движения

Закон движения материальной точки $x = x(t)$.

Скорость материальной точки

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt}.$$

Ускорение материальной точки

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt}.$$

Средняя скорость

$$\langle \upsilon_x \rangle = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} \upsilon_x(t)dt = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}.$$

Равнопеременное движение материальной точки

$$a_x = \text{const}, \quad \upsilon_x = \upsilon_{x0} + a_x t, \quad x = x_0 + \upsilon_{x0}t + a_x\frac{t^2}{2}.$$

Вращательное движение тела

Угловая скорость

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\varphi(t+\Delta t) - \varphi(t)}{\Delta t} \equiv \frac{d\varphi}{dt}.$$

Угловое ускорение

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\omega(t+\Delta t) - \omega(t)}{\Delta t} \equiv \frac{d\omega}{dt}.$$

Связь линейной и угловой скорости

$$\boldsymbol{\upsilon} = [\omega, \boldsymbol{r}],$$

[…] – означает векторное произведение векторов, где $\boldsymbol{r}$ – радиус–вектор с началом в любой точке оси вращения.

В случае вращения тела для любой точки нормальное ускорение

$$a_n = \omega^2 R.$$

Тангенциальное ускорение

$$a_\tau = \varepsilon R ,$$

где R – расстояние от оси вращения.

8.1.2. ДИНАМИКА

Второй закона Ньютона

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \boldsymbol{F} \quad \text{или} \quad m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F} ,$$

где импульс $\boldsymbol{p}$ равен $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{\upsilon}$; $\boldsymbol{F}$ – равнодействующая всех сил, действующих на тело.

Для системы из N материальных точек импульс системы равен

$$\boldsymbol{p} = \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{p}_i .$$

Поступательное движение системы характеризуется движением ее центра масс:

$$\frac{d}{dt}\boldsymbol{p}_c = \boldsymbol{F}\,.$$

Здесь $\boldsymbol{p}_c = m\boldsymbol{\upsilon}_c$, $m = \sum_{i=1}^{N} m_i$, $\boldsymbol{\upsilon}_c = \frac{d\boldsymbol{r}_c}{dt}$, $\boldsymbol{r}_c = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{N} m_i \boldsymbol{r}_i$, где $\boldsymbol{r}_c$ – радиус-вектор центра масс системы; $\boldsymbol{r}_i$ – радиус-вектор i-й частицы с массой m_i.

Сила гравитационного притяжения между двумя телами массы m_1 и m_2 равна

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где r – расстояние между центрами масс этих тел, $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ м^3/с^{2}кг – постоянная всемирного тяготения.

Сила тяжести (для Земли)

$$F = mg\,,$$

где $g = 9{,}8$ м/с^2 – ускорение свободного падения.

Сила трения скольжения

$$F = \mu N\,,$$

где μ – коэффициент трения скольжения; N – сила нормального давления.

8.1.3. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ, ИМПУЛЬСА, МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

Элементарная работа силы $\boldsymbol{F}$, затраченная на перемещение $d\boldsymbol{l}$,

$$dA = \boldsymbol{F}d\boldsymbol{l} = Fdl\cos\alpha\,,$$

где α – угол между векторами $\boldsymbol{F}$ и $d\boldsymbol{l}$.

Мощность силы

$$P=\frac{dA}{dt}=\boldsymbol{F\upsilon}=F\upsilon\cos\beta,$$

где β – угол между векторами $\boldsymbol{F}$ и $\boldsymbol{\upsilon}$.

Работа сил поля равна убыли потенциальной энергии частицы в данном поле:

$$A_{12}=U_1-U_2.$$

Приращение кинетической энергии равно

$$E_{k2}-E_{k1}=A_{12},$$

где A_{12} – работа всех сил, действующих на тело.

Приращение полной механической энергии E равно

$$E_2-E_1=A',$$

где $E=E_k+U$ – полная механическая энергия; A' – работа внешних сил.

Система называется замкнутой (изолированной), если она не обменивается с внешней средой энергией и веществом.

В замкнутой системе полный импульс системы сохраняется:

$$\boldsymbol{p}=\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{p}_i=\text{const}.$$

Абсолютно упругий центральный удар двух тел

Пусть тела движутся вдоль линии, соединяющей их центры масс, тогда в случае сохранения полной механической энергии в процессе столкновения суммарный импульс сохраняется, и скорости тел после столкновения находятся по формулам

$$\boldsymbol{\upsilon}_1'=\frac{2m_2\boldsymbol{\upsilon}_2+(m_1-m_2)\boldsymbol{\upsilon}_1}{m_1+m_2};\qquad \boldsymbol{\upsilon}_2'=\frac{2m_1\boldsymbol{\upsilon}_1+(m_2-m_1)\boldsymbol{\upsilon}_2}{m_1+m_2},$$

где $\boldsymbol{\upsilon}_1,\boldsymbol{\upsilon}_2$ – скорости тел до столкновения; $\boldsymbol{\upsilon}_1',\boldsymbol{\upsilon}_2'$ – скорости тел после столкновения.

Абсолютно неупругий центральный удар двух тел

В этом случае тела после столкновения имеют одинаковые скорости $\boldsymbol{\upsilon}'$

$$\boldsymbol{\upsilon}' = \frac{m_1\boldsymbol{\upsilon}_1 + m_2\boldsymbol{\upsilon}_2}{m_1 + m_2},$$

где $\boldsymbol{\upsilon}_1, \boldsymbol{\upsilon}_2$ – скорости тел до столкновения; $\boldsymbol{\upsilon}'$ – скорость тел после столкновения.

8.1.4. МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Момент силы $\boldsymbol{M}$ относительно некоторой точки О есть

$$\boldsymbol{M} = [\boldsymbol{r}, \boldsymbol{F}].$$

Момент импульса $\boldsymbol{L}$ относительно некоторой точки О есть

$$\boldsymbol{L} = [\boldsymbol{r}, \boldsymbol{p}],$$

где $\boldsymbol{r}$ – радиус-вектор, проведенный из точки О в точку, где находится частица.

Изменение момента импульса определяется из уравнения

$$\frac{d}{dt}\boldsymbol{L} = \boldsymbol{M},$$

где $\boldsymbol{M}$ – момент всех внешних сил, действующих на частицу.

Для замкнутой системы момент всех внешних сил равен нулю, тогда полный момент импульса сохраняется:

$$\boldsymbol{L} = \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{L}_i = \text{const}.$$

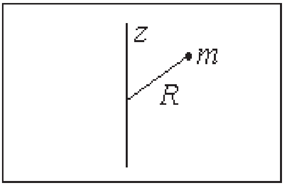
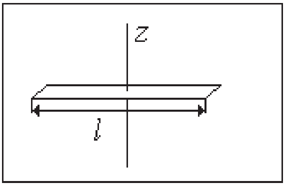
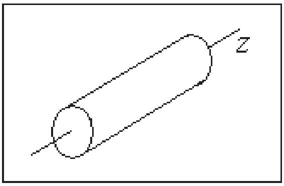
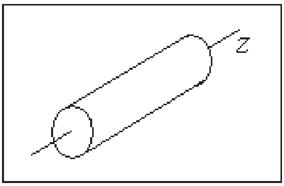
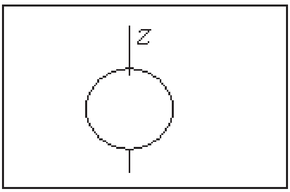
Для тела, вращающегося вокруг неподвижной оси z, уравнение динамики вращательного движения имеет вид

$$\frac{d}{dt}L_z = M_z \quad \text{или} \quad I\varepsilon_z = M_z,$$

где ε_z – проекция углового ускорения на ось z; M_z – проекция суммарного момента внешних сил на ось z; I – момент инерции тела относительно оси z, заметим, что $L_z = I\omega_z$.

Таблица 1

Момент инерции тела относительно оси *z*

Тело	Рисунок	Момент инерции тела
Материальная точка		$I = mR^2$
Однородный стержень длины l		$I_c = \frac{1}{12} ml^2$
Однородный диск (цилиндр) относительно оси вращения		$I_c = \frac{1}{2} mR^2$
Тонкостенный цилиндр (кольцо) относительно оси вращения		$I_c = mR^2$
Однородный шар		$I_c = \frac{2}{5} mR^2$

Момент инерции I относительно произвольной оси определяется согласно теореме Штейнера:

$$I = I_c + ma^2 ,$$

где I_c – момент инерции тела относительно оси, параллельной данной оси и проходящей через центр масс; a – расстояние между осями.

Работа внешних сил при повороте тела вокруг неподвижной оси на угол $d\varphi$

$$dA = M_z d\varphi.$$

Кинетическая энергия тела, вращающегося относительно неподвижной оси,

$$E_k = I\frac{\omega^2}{2}.$$

Кинетическая энергия тела при плоском движении

$$E_k = m\frac{\upsilon_c^2}{2} + I\frac{\omega^2}{2}.$$

Момент импульса твердого тела относительно неподвижной оси

$$L_z = I_z\omega_z ,$$

где $L_z, I_{z,}\, \omega_z$ – момент импульса, момент инерции, угловая скорость относительно оси z.

Условия равновесия твердого тела

Сумма всех внешних сил

$$\sum \boldsymbol{F}_i = 0.$$

Сумма моментов всех внешних сил

$$\sum \boldsymbol{M}_i = 0 .$$

8.2. ТЕРМОДИНАМИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева–Клапейрона)

$$pV = \frac{m}{\mu} RT ,$$

где p – давление, 1 Па – 133 мм рт ст; V – объем, $1\,\text{м}^3 = 10^3$ л; m – масса газа, измеряется в кг; μ – молярная масса газа, кг/моль; R = = 8,31 Дж/кг · моль – газовая постоянная; T – температура, К, T = = $t + 273$; t – температура, измеренная в градусах Цельсия.

Таблица 2

Молярная масса для газов

Кислород (O_2)	0,032 кг/моль
Азот (N_2)	0,028 кг/моль
Водород (H_2)	0,002 кг/моль
Вода (H_2O)	0,018 кг/моль
Воздух	0,029 кг/моль

$$\frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A} = \nu \text{ – число молей,}$$

$$n = \frac{N}{V} \text{ – концентрация молекул.}$$

Работа, совершаемая газом при изменении объема,

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV .$$

Таблица 3

Работа идеального газа при различных термодинамических процессах

Тип процесса	Уравнение состояния	Работа
Изотермический, $T = \text{const}$	$pV = \text{const}$	$A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_1}{V_2}$

Окончание табл. 3

Тип процесса	Уравнение состояния	Работа
Изохорический, $V = \text{const}$	$\dfrac{p}{T} = \text{const}$	$A = 0$
Изобарический, $p = \text{const}$	$\dfrac{V}{T} = \text{const}$	$A = p(V_2 - V_1)$
Адиабатический, $Q = 0$	$pV^{\gamma} = \text{const}$	$A = \dfrac{m}{\mu}\dfrac{RT}{\gamma - 1}\left(1 - \left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}\right)$

Здесь Q – количество теплоты; γ – показатель адиабаты,

$$\gamma = \frac{i+2}{i},$$

где i – число степеней свободы молекулы: $i = 3$ для одноатомного газа, $i = 5$ для двухатомного газа, $i = 6$ для многоатомных газов.

Первое начало термодинамики

$$Q = \Delta U + A,$$

где Q – количество теплоты, переданной газу; A – работа газа при изменении объема; ΔU – приращение внутренней (тепловой) энергии газа,

$$\Delta U = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}R\left(T_2 - T_1\right).$$

Энтропия S определяется из уравнения (для обратимых процессов)

$$dS = \frac{dQ}{T}, \ \Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}.$$

8.3. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

8.3.1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Точечный заряд – это заряженное тело, размером которого можно пренебречь по сравнению с расстояниями от этого тела до других заряженных тел.

Закон Кулона

$$\boldsymbol{F} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\boldsymbol{e}_r,$$

где q_1, q_2 – электрические заряды, Кл; $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot 10^9$ м/Ф, $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м; r – расстояние между зарядами; $\boldsymbol{e}_r = \boldsymbol{r}/r$ – единичный вектор, направленный вдоль радиус-вектора.

Принцип суперпозиции

Если на точечный заряд действуют два и более зарядов, то результирующая сила равна

$$\boldsymbol{F} = \sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{F}_i .$$

Напряженность электрического поля

$$\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{F}}{q},$$

где q – положительный пробный электрический заряд.

Напряженность электрического поля системы зарядов равна векторной сумме напряженности полей, которые создавал бы каждый заряд системы в отдельности:

$$\boldsymbol{E} = \sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{E}_i .$$

Работа электрического поля по перемещению электрического заряда q равна

$$A_{12} = \int_1^2 \boldsymbol{F} d\boldsymbol{l} = q\int_1^2 \boldsymbol{E} d\boldsymbol{l} = U(\boldsymbol{r}_1) - U(\boldsymbol{r}_2),$$

где $U(\boldsymbol{r})$ – потенциальная энергия заряда q,

$$U(\boldsymbol{r}) = q\varphi(\boldsymbol{r}),$$

а функция $\varphi(\boldsymbol{r})$ называется потенциалом поля (измеряется в вольтах – В),

$$\varphi(\boldsymbol{r}) = \frac{U(\boldsymbol{r})}{q}.$$

Потенциал электрического поля, создаваемый системой зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов полей, создаваемых каждым из зарядов системы в отдельности,

$$\varphi(\boldsymbol{r}) = \sum_{i=1}^{N} \varphi(\boldsymbol{r}_i).$$

Таблица 4

Напряженность и потенциал поля системы зарядов

Система зарядов	Напряженность поля	Потенциал поля
Точечный заряд q	$\boldsymbol{E} = k\dfrac{q}{r^2}\boldsymbol{e}_r$	$\varphi = k\dfrac{q}{r}$
Бесконечный заряженный прямолинейный проводник, λ – линейная плотность заряда (Кл/м), R – расстояние от проводника до точки поля, $\boldsymbol{e}_R = \boldsymbol{R}/R$	$\boldsymbol{E} = k\dfrac{2\lambda}{R}\boldsymbol{e}_R$	$\varphi = -k2\lambda \ln R$
Бесконечная заряженная плоскость, σ – поверхностная плотность заряда (Кл/м^2), x – расстояние от плоскости до точки поля	$\boldsymbol{E} = k\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}\boldsymbol{n}$	$\varphi = -k\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}x$

Полная механическая энергия заряда движущегося со скоростью υ ($\upsilon \ll c$, $c = 3\cdot 10^8$ м/с) равна

$$E = E_k + U(\boldsymbol{r}) = m\frac{\upsilon^2}{2} + q\varphi(\boldsymbol{r}).$$

Емкость плоского конденсатора *C* равна

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{S}{d},$$

где S – площадь пластины конденсатора; d – расстояние между пластинами; ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды между пластинами конденсатора.

Энергия электрического поля, запасенная конденсатором, равна

$$W = \frac{1}{2} C U^2 .$$

Здесь U – разность потенциалов между пластинами конденсатора.

Емкость *C* параллельно соединенных конденсаторов равна

$$C = C_1 + C_2 .$$

Емкость *C* последовательно соединенных конденсаторов равна

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} .$$

8.3.2. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Закон Ома для однородного (нет источников тока) участка цепи в дифференциальной форме

$$\boldsymbol{j} = \sigma \boldsymbol{E} ,$$

где $\boldsymbol{j}$ – плотность тока; $\boldsymbol{E}$ – напряженность электрического поля между концами проводника; σ – удельная проводимость проводника.

Сила тока I определяется как

$$I = \int_S \boldsymbol{j} d\boldsymbol{S} = \int_S j_n dS = j_n S = \frac{dq}{dt} .$$

Разность потенциалов на концах однородного проводника определяется как

$$U = \int_1^2 \boldsymbol{E} d\boldsymbol{l} = \varphi_1 - \varphi_2 .$$

Электрическое сопротивление проводника

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где l – длина проводника; S – площадь поперечного сечения проводника; ρ – удельное сопротивление проводника, $\rho = 1/\sigma$.

Закон Ома для однородного участка цепи в интегральной форме

$$I = \frac{U}{R}.$$

Закон Ома для замкнутой цепи в интегральной форме

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}.$$

Здесь ε – ЭДС (электродвижущая сила) источника тока; r – внутреннее сопротивление источника тока; R – внешнее сопротивление цепи.

Сопротивление R последовательно соединенных сопротивлений (резисторов) равно

$$R = R_1 + R_2.$$

Сопротивление R параллельно соединенных сопротивлений (резисторов) равно

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, \quad \left(\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

Закон Джоуля–Ленца в интегральной форме

Количество теплоты, выделяющееся во всей замкнутой цепи, равно

$$Q_\varepsilon = \varepsilon I t.$$

Количество теплоты, выделяющееся на участке цепи, равно

$$Q = UIt = \frac{U^2}{R} t.$$

Коэффициент полезного действия η равен

$$\eta = \frac{Q}{Q_\varepsilon} = \frac{U}{\varepsilon}.$$

9. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения имеет вид $x = -2 + 3t - 0,5t^2$ м. Найти уравнения зависимости скорости и ускорения точки от времени. Определить момент времени, в который скорость точки обращается в ноль.

Дано:
$x = -2 + 3t - 0,5t^2$ м,
$\upsilon(t_1) = 0$

$\upsilon = f(t)$,
$a = f(t)$,
$t_1 - ?$

Решение

Для решения поставленной задачи учтем, что при одномерном движении скорость материальной точки

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt};$$

ускорение

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt}.$$

Следовательно, для нашего случая:

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d(-2 + 3t - 0,5t^2)}{dt}; \qquad \upsilon_x = 3 - t \text{ м/с}; \qquad (1)$$

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt} = \frac{d(3-t)}{dt}; \qquad a_x = -1 \text{ м/с}^2. \qquad (2)$$

Для нахождения момента времени t_1, в который скорость обращается в ноль, воспользуемся полученным уравнением (1) и условием $\upsilon(t_1) = 0$. Получим $\upsilon(t_1) = 3 - t_1 = 0$, следовательно, $t_1 = 3$ с.

Ответ: $\upsilon_x = 3 - t$ м/с; $a_x = -1$ м/с^2; $t_1 = 3$ с.

Пример 2. Материальная точка движется по окружности радиусом 5,0 м. Зависимость пути от времени задана уравнением $s = Ct^3$, где $C = 0,10$ м/с^3. Найти ускорение материальной точки, его тангенциальную и нормальную составляющую в момент времени, когда скорость точки равна $\upsilon_1 = 2,7$ м/с.

Дано:	*Решение*
$R = 5{,}0$ м, $s = Ct^3$, $C = 0{,}10$ м/с^3, $\upsilon_1 = 2{,}7$ м/с	Для решения поставленной задачи учтем, что зависимость скорости от времени определяется выражением
$a_{\tau 1}$ – ? a_{n1} – ? a_1 – ?	

$$\upsilon = \frac{ds}{dt}.$$

Для нашего случая имеем

$$\upsilon = \frac{ds}{dt} = \frac{d(Ct^3)}{dt}; \quad \upsilon = 3Ct^2 \text{ м/с}. \quad (1)$$

Полученное выражение (1) позволит найти момент времени t_1, когда скорость равна υ_1.

$$\upsilon_1 = 3Ct_1^{\,2},$$

следовательно,

$$t_1 = \sqrt{\frac{\upsilon_1}{3C}}. \quad (2)$$

Тангенциальная составляющая ускорения направлена по касательной к траектории движения. Она (тангенциальная составляющая) характеризует быстроту изменения скорости по величине и определяется выражением

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}.$$

С учетом (1) получим уравнение зависимости тангенциальной составляющей ускорения от времени:

$$a_\tau = \frac{d(3Ct^2)}{dt} \Rightarrow a_\tau = 6Ct. \quad (3)$$

Подставляя (2) в (3), получим тангенциальное ускорение в момент времени t_1:

$$a_{\tau 1} = 6C\sqrt{\frac{\upsilon_1}{3C}} = \sqrt{\frac{36C\upsilon_1}{3C}}; \quad a_{\tau 1} = \sqrt{12C\upsilon_1}. \quad (4)$$

Проведем вычисления $a_{\tau 1}$.

$$a_{\tau 1} = \sqrt{12 \cdot 0{,}1 \cdot 2{,}7} = 1{,}8 \text{ м/с}^2.$$

Нормальная составляющая ускорения в данной точке траектории направлена по нормали к траектории к центру кривизны. Она характеризует быстроту изменения скорости по направлению и определяется выражением

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R}.$$

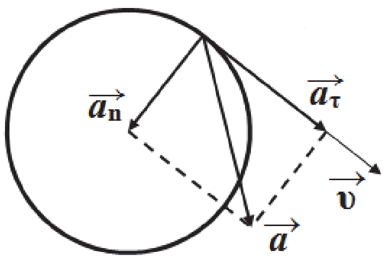
Для момента времени t_1 получим

$$a_{n1} = \frac{\upsilon_1^{\,2}}{R}. \qquad (5)$$

Проведем вычисления a_{n1}.

$$a_{n1} = \frac{2{,}7^2}{5} = 1{,}458 \approx 1{,}5 \text{ м/с}^2.$$

Тангенциальная и нормальная составляющая ускорения в данной точке траектории взаимно перпендикулярны друг другу.



Получим, с учетом теоремы Пифагора и выражений (4) и (5), выражение для полного ускорения в момент времени t_1:

$$a_1 = \sqrt{a_{\tau 1}^{\,2} + a_{n1}^{\,2}} = \sqrt{12C\upsilon_1 + \frac{\upsilon_1^{\,4}}{R^2}}.$$

Проведем вычисления $a_1 = \sqrt{12 \cdot 0{,}1 \cdot 2{,}7 + \dfrac{2{,}7^4}{5^2}} \approx 2{,}3$ м/с^2.

Ответ: $a_{\tau 1} = 1{,}8$ м/с^2; $a_{n1} \approx 1{,}5$ м/с^2; $a_1 \approx 2{,}3$ м/с^2.

Пример 3. Вентилятор вращается с частотой 900 об/мин. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки 75 оборотов. Сколько времени прошло с момента выключения вентилятора до его полной остановки?

Дано:	*СИ*
$n_0 = 900$ об/мин,	$n_0 = 15\ \dfrac{1}{c}$
$N_к = 75$ об.,	
$\omega_к = 0$	
$t_д - ?$	

Решение

В случае равнопеременного движения кинематические уравнения для угловой скорости $\vec{\omega}$ и углового перемещения $\vec{\varphi}$ в векторной форме имеют вид:

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \vec{\varepsilon} t, \quad \vec{\varphi} = \vec{\omega}_0 t + \frac{\vec{\varepsilon} t^2}{2}.$$

В соответствии с условиями задачи для нашего случая (вентилятор движется равнозамедленно) данные уравнения в скалярном виде примут вид:

$$\omega = \omega_0 - \varepsilon t, \tag{1}$$

$$\varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}. \tag{2}$$

Угловая скорость ω_0 связана с частотой вращения n_0 соотношением

$$\omega_0 = 2\pi n_0. \tag{3}$$

Угол поворота φ определяется числом оборотов N:

$$\varphi = 2\pi N. \tag{4}$$

Подставляя (3) и (4) в уравнения (1) и (2), получим:

$$\omega = 2\pi n_0 - \varepsilon t, \tag{5}$$

$$2\pi N = 2\pi n_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}. \tag{6}$$

По условию за время $t_д$ вентилятор останавливается, $\omega_к = 0$. Тогда уравнения (5) и (6) примут вид:

$$0 = 2\pi n_0 - \varepsilon t_д, \tag{7}$$

$$2\pi N_к = 2\pi n_0 t_д - \frac{\varepsilon t_д^2}{2}. \tag{8}$$

Для нахождения $t_д$ в системе уравнений (7), (8) избавимся от ε.

Для этого выразим ε из уравнения (7) $\varepsilon = \frac{2\pi n_0}{t_д}$, подставим полученное выражение в уравнение (8) и преобразуем его:

$$2\pi N_к = 2\pi n_0 t_д - \frac{2\pi n_0 t_д^2}{2 t_д},$$

$$2\pi N_к = \pi n_0 t_д,$$

$$2 N_к = n_0 t_д. \tag{9}$$

Из уравнения (9) найдем время движения $t_д$:

$$t_д = \frac{2 N_к}{n_0}.$$

Проведем вычисления: $t_д = \frac{2 \cdot 75}{15} = 10$ с.

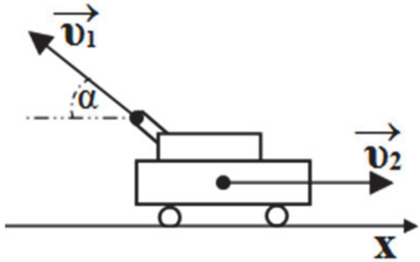
Ответ: $t_д = 10$ с.

Пример 4. На рельсах стоит платформа, на которой закреплено орудие без противооткатного устройства так, что ствол его расположен под углом 45° к горизонту. Из орудия производят выстрел вдоль железнодорожного пути. Масса снаряда $m_1 = 100$ кг и его скорость $\upsilon_1 = 800$ м/с, масса платформы с орудием $m_2 = 50$ тонн. На какое расстояние откатится платформа после выстрела, если коэффициент трения равен $\mu = 0{,}002$?

Дано:	*СИ*
$m_1 = 100$ кг,	$m_2 = 5 \cdot 10^4$ кг
$\upsilon_1 = 800$ м/с,	
$\alpha = 45°$,	
$m_2 = 50$ т,	
$\mu = 0{,}002$	
$l - ?$	

Решение

Рассмотрим систему «снаряд–орудие» в момент выстрела.



Так как сумма проекций на горизонтальную ось OX всех сил, действующих на систему, равна нулю, то можно говорить о сохранении горизонтальной составляющей импульса:

$$0 = m_1\upsilon_{1x} + m_2\upsilon_{2x}. \qquad (1)$$

Здесь $\upsilon_{1x} = \upsilon_1 \cos\alpha$ – проекция скорости снаряда на горизонтальное направление; $\upsilon_{2x} = \upsilon_2$ – проекция скорости платформы с орудием на горизонтальное направление. Подставив υ_{1x} и υ_{2x} в (1), получим

$$0 = m_1\upsilon_1 \cos\alpha + m_2\upsilon_2.$$

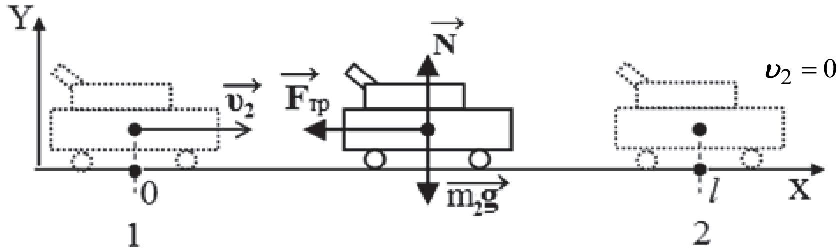
Полученное выражение позволяет найти скорость платформы с орудием сразу после выстрела:

$$\upsilon_2 = \frac{m_1\upsilon_1 \cos\alpha}{m_2}. \qquad (2)$$

Рассмотрим движение платформы с орудием после выстрела. Будем сравнивать состояние 1 – сразу после выстрела из орудия и состояние 2, когда платформа останавливается (см. рисунок).

Изменение кинетической энергии $E_{к2} - E_{к1}$ при переходе из состояния 1 в состояние 2 происходит за счет работы сил A_{12}, действующих на тело:

$$E_{к2} - E_{к1} = A_{12} . \qquad (3)$$



При движении на платформу действуют сила тяжести $m\mathbf{g}$, сила нормальной реакции опоры $\mathbf{N}$ и сила трения $\mathbf{F}_{тр}$. В данном примере только сила трения $\mathbf{F}_{тр}$ вызывает изменение скорости платформы с орудием.

Найдем работу силы трения при переходе из состояния 1 в состояние 2:

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F}_{тр} d\vec{l} = F_{тр} l \cos\beta = -F_{тр} l , \qquad (5)$$

в нашем случае $\beta = \pi$.

В соответствии с законом Амонтона–Кулона модуль силы трения пропорционален модулю силы нормальной реакции опоры:

$$F_{тр} = \mu N , \qquad (6)$$

где μ – коэффициент трения, а N – модуль силы нормальной реакции опоры.

В данном примере величина силы нормальной реакции опоры равна модулю силы тяжести (в проекции на ось OY эти силы взаимно компенсируют друг друга):

$$N = m_2 g . \qquad (7)$$

Подставляя (7) в (6), а затем в (5), для работы силы трения в нашем случае получим

$$A_{12} = -\mu m_2 g l \,. \tag{9}$$

Подставляя (9) в (3) и учитывая, что пройдя расстояние l, платформа останавливается $(E_{к2} = 0)$, имеем:

$$0 - E_{к1} = -\mu m_2 g l \,,$$

$$-E_{к1} = -\mu m_2 g l \,,$$

$$E_{к1} = \mu m_2 g l \,. \tag{10}$$

Кинетическая энергия платформы в состоянии 1 равна

$$E_{к1} = \frac{m_2 \upsilon_2{}^2}{2} \,.$$

С учетом выражения (2) для скорости платформы с орудием сразу после выстрела получим:

$$E_{к1} = \frac{m_2 (m_1 \upsilon_1 \cos\alpha)^2}{2 m_2{}^2} = \frac{m_1{}^2 \upsilon_1{}^2 \cos^2\alpha}{2 m_2} \,. \tag{11}$$

Приравнивая (11) к (10) и преобразуя полученное выражение, найдем искомую величину l.

$$\mu m_2 g l = \frac{m_1{}^2 \upsilon_1{}^2 \cos^2\alpha}{2 m_2} \,;$$

$$l = \frac{m_1{}^2 \upsilon_1{}^2 \cos^2\alpha}{2 m_2{}^2 g \mu} \,.$$

Проверим полученную формулу по размерности:

$$[l] = \frac{кг^2 \cdot м^2 \cdot с^2}{кг^2 \cdot м \cdot с^2} = м.$$

Проведем вычисления:

$$l=\frac{100^2\cdot 800^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{2(5\cdot 10^4)^2\cdot 9{,}8\cdot 0{,}002}=\frac{10^4\cdot 64\cdot 10^4\cdot 2}{2\cdot 4\cdot 25\cdot 10^8\cdot 9{,}8\cdot 0{,}002}\approx 32{,}7 \text{ м}.$$

Ответ: $l\approx 32{,}7$ м.

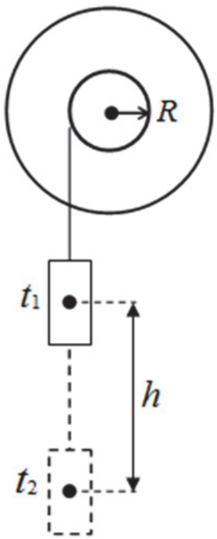
Пример 5. К ободу шкива, насаженного на общую ось с маховым колесом, намотана нить, к концу которой подвешен груз массой $m=1{,}0$ кг. На какое расстояние h должен опуститься груз, чтобы колесо со шкивом приобрело частоту вращения $n=60$ об/мин? Момент инерции колеса со шкивом $J=0{,}42$ кг·м^2, радиус шкива $R=10$ см.

Дано:	*СИ*
$m=1{,}0$ кг, $n=60$ об/мин, $J=0{,}42$ кг·м^2, $R=10$ см	$n=1$ об/с, $R=0{,}1$ м
$h-?$	

Решение

Для решения поставленной задачи воспользуемся законом сохранения энергии:

$$mgh=\frac{m\upsilon^2}{2}+\frac{J\omega^2}{2}, \qquad (1)$$



Здесь mgh – потенциальная энергия груза в верхнем положении (момент времени t_1), $\frac{m\upsilon^2}{2}$ – кинетическая энергия поступательного движения груза в нижнем положении (момент времени t_2), $\frac{J\omega^2}{2}$ – кинетическая энергия вращательного движения махового колеса в момент времени, когда груз m достигнет нижнего положения.

Угловая скорость ω маховика в момент времени t_2 связана с приобретенной частотой вращения n соотношением

$$\omega=2\pi n. \qquad (2)$$

Линейная скорость υ опускающегося груза в момент времени t_2 связана угловой скоростью вращения маховика соотношением

$$\upsilon = \omega R\,. \tag{3}$$

Подставляя выражения (2) и (3) в (1) и преобразуя полученное выражение, найдем искомую величину h:

$$mgh = \frac{m(2\pi nR)^2}{2} + \frac{J(2\pi n)^2}{2};$$

$$mgh = \frac{m4\pi^2 n^2 R^2}{2} + \frac{J4\pi^2 n^2}{2};$$

$$mgh = 2\pi^2 n^2 (mR^2 + J);$$

$$h = \frac{2\pi^2 n^2 (mR^2 + J)}{mg}.$$

Проверим полученную формулу по размерности:

$$[h] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{м}} = \text{м}.$$

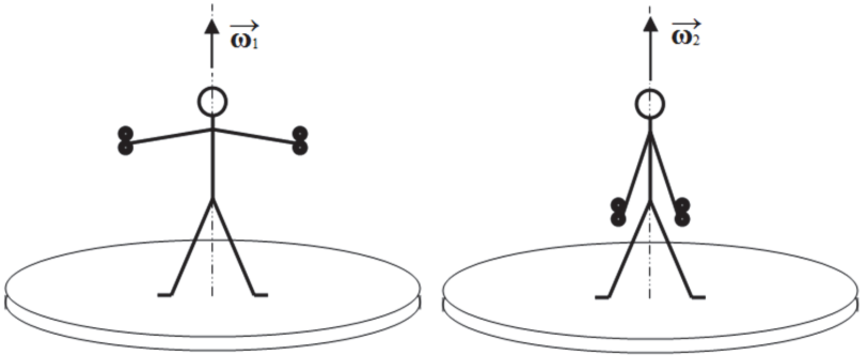
Проведем вычисления:

$$h = \frac{2 \cdot 3{,}14^2 \cdot 1^2 (0{,}1^2 + 0{,}42)}{9{,}8} \approx 0{,}87 \text{ м}.$$

Ответ: $h \approx 0{,}87$ м.

Пример 6. Горизонтальная платформа массой $m = 80$ кг и радиусом $R = 1{,}0$ м вращается с частотой $n_1 = 20$ об/мин. В центре платформы стоит человек и держит в расставленных руках гири. С какой частотой n_2 будет вращаться платформа, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от $J_{\text{ч}1} = 2{,}94\,\text{кг} \cdot \text{м}^2$ до $J_{\text{ч}2} = 0{,}98$ $\text{кг} \cdot \text{м}^2$? Считать платформу однородным диском.

Дано:	*СИ*	*Решение*
$m = 80$ кг, $R = 1{,}0$ м, $n_1 = 20$ об/мин, $J_{ч1} = 2{,}94\ кг \cdot м^2$, $J_{ч2} = 0{,}98\ кг \cdot м^2$	$n_1 = \frac{1}{3}$ об/с	На рассматриваемую систему «платформа + человек + гири» действуют внешние силы – силы тяжести и сила реакции опоры (трением пренебрегаем). Указанные силы направлены вдоль оси вращения и не создают вращающих моментов. Поэтому для данной системы можно применить закон сохранения момента импульса
n_2 – ?		$$J_1\omega_1 = J_2\omega_2. \quad (1)$$



Здесь J_1 – момент инерции системы «платформа + человек + гири» в первом положении; J_2 – момент инерции системы во втором положении; ω_1 и ω_2 – угловые скорости вращения системы в соответствующих положениях.

Момент инерции – величина аддитивная, следовательно, момент инерции системы складывается из моментов инерции элементов ее составляющих, т. е. в начальном положении:

$$J_1 = J_{пл} + J_{ч1}; \quad (2)$$

и в положении, когда человек опустил руки:

$$J_2 = J_{пл} + J_{ч2}. \quad (3)$$

По условию задачи платформу можно считать однородным диском, следовательно,

$$J_{\text{пл}} = \frac{mR^2}{2}. \tag{4}$$

Угловая скорость ω и частота вращения n связаны соотношением

$$\omega = 2\pi n. \tag{5}$$

Подставляя выражения (2), (3), (4), (5) в (1) и преобразуя полученное выражение, найдем искомую величину n_2:

$$\left(\frac{mR^2}{2} + J_{\text{ч1}}\right)2\pi n_1 = \left(\frac{mR^2}{2} + J_{\text{ч2}}\right)2\pi n_2;$$

$$\left(mR^2 + 2J_{\text{ч1}}\right)n_1 = \left(mR^2 + 2J_{\text{ч2}}\right)n_2;$$

$$n_2 = n_1 \frac{mR^2 + 2J_{\text{ч1}}}{mR^2 + 2J_{\text{ч2}}}.$$

Легко убедиться, что размерность левой и правой части совпадают. Проведем вычисления:

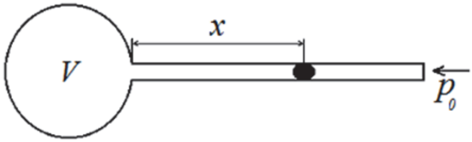
$$n_2 = \frac{1}{3}\frac{80 \cdot 1^2 + 2 \cdot 2,94}{80 \cdot 1^2 + 2 \cdot 0,98} = \frac{85,88}{245,88} \approx 0,35 \text{ об/с.}$$

Ответ: $n_2 \approx 0,35$ об/с.

Пример 7. Газовый термометр состоит из шара с припаянной к нему горизонтальной стеклянной трубкой. Капелька ртути, помещенная в трубку, отделяет объем шара с газом от атмосферы. Площадь поперечного сечения трубки $S = 0,10$ см^2. При $T_1 = 273$ K капелька ртути находилась на расстоянии $x_1 = 30$ см от поверхности шара, при $T_2 = 278$ K – на расстоянии $x_2 = 50$ см. Найдите объем шара V. Давление считайте постоянным.

Дано:	*СИ*
$S = 0{,}10\ \text{см}^2$, $T_1 = 273$ К, $x_1 = 30$ см, $T_2 = 278$ К, $x_2 = 50$ см	$S = 10^{-5}\ \text{м}^2$, $x_1 = 0{,}30$ м, $x_2 = 0{,}50$ м
$V - ?$	

Решение



Во время измерения считается, что внешнее давление не изменяется и поскольку система находится в состоянии термодинамического равновесия, то давление внутри термометра равно внешнему давлению p_0, следовательно, процесс изменения температуры можно считать изобарическим.

Запишем для этого процесса закон Шарля, связывающий начальное и конечное состояния:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}, \tag{1}$$

где

$$V_1 = V + Sx_1, \tag{2}$$

$$V_2 = V + Sx_2. \tag{3}$$

Подставляя выражения (2), (3) в (1) и преобразуя полученное выражение, найдем искомую величину V:

$$\frac{V + S\,x_1}{T_1} = \frac{V + S\,x_2}{T_2};$$

$$T_2\left(V + S\,x_1\right) = T_1\left(V + S\,x_2\right);$$

$$T_2V + T_2S\,x_1 = T_1V + T_1S\,x_2;$$

$$V = \frac{S\left(T_1x_2 - T_2x_1\right)}{T_2 - T_1}. \tag{4}$$

Проверим полученную формулу по размерности:

$$[V] = \frac{\text{м}^2(\text{К}\cdot\text{м})}{\text{К}} = \text{м}^3 .$$

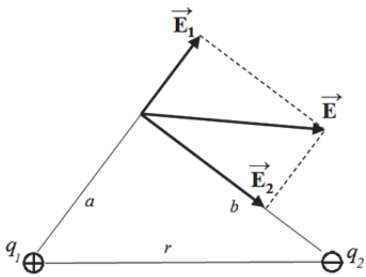
Подставляем численные значения физических величин в (4) и получаем

$$V = \frac{10^{-5}\left(273\cdot 0{,}5 - 278\cdot 0{,}3\right)}{278-273} = \frac{10^{-5}\left(136{,}5 - 83{,}4\right)}{5} =$$

$$= 10{,}62\cdot 10^{-5} \approx 0{,}11\cdot 10^{-3}\ \text{м}^3 .$$

Ответ: $V \approx 0{,}11\cdot 10^{-3}$ м^3 .

Пример 8. Два точечных заряда $q_1 = 7{,}5$ нКл и $q_2 = -14{,}7$ нКл расположены на расстоянии $r = 5{,}0$ см. Найти напряженность E электрического поля в точке, находящейся на расстоянии $a = 3{,}0$ см от положительного заряда и $b = 4{,}0$ см – от отрицательного заряда.

Дано:	*СИ*	*Решение*
$q_1 = 7{,}5$ нКл, $q_2 = -14{,}7$ нКл, $r = 5{,}0$ см, $a = 3{,}0$ см, $b = 4{,}0$ см	$q_1 = 7{,}5\cdot 10^{-9}$ Кл, $q_2 = -14{,}7\cdot 10^{-9}$ Кл, $r = 5{,}0\cdot 10^{-2}$ м, $a = 3{,}0\cdot 10^{-2}$ м, $b = 4{,}0\cdot 10^{-2}$ м	
$E - ?$		

Для решения поставленной задачи применим принцип суперпозиции: напряженность электрического поля, созданного системой зарядов, равна векторной сумме напряженностей полей, созданных каждым зарядом по отдельности,

$$\vec{E} = \sum \vec{E}i .$$

В данной задаче источниками поля являются два точечных заряда, следовательно,

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2,$$

где $\vec{E}_1$ – напряженность поля, созданного зарядом q_1 в рассматриваемой точке; $\vec{E}_2$ – напряженность поля, созданного зарядом q_2 в рассматриваемой точке.

Из условия задачи можно видеть, что угол между векторами $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ прямой $(r^2 = a^2 + b^2)$, поэтому для нахождения модуля E результирующей напряженности может быть использована теорема Пифагора

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}\,. \tag{1}$$

Учитывая, что заряды q_1 и q_2 точечные, для E_1 и E_2 имеем:

$$E_1 = k\frac{q_1}{a^2}, \qquad E_2 = k\frac{q_2}{b^2}, \tag{2}$$

где $k = 9 \cdot 10^9$ Н·м^2 / Кл^2.

Подставляя выражения (2) в (1) и преобразуя его, найдем искомую величину E:

$$E = \sqrt{\left(k\frac{q_1}{a^2}\right)^2 + \left(k\frac{q_2}{b^2}\right)^2}\,;$$

$$E = k\sqrt{\left(\frac{q_1}{a^2}\right)^2 + \left(\frac{q_2}{b^2}\right)^2}\,. \tag{3}$$

Проверим полученную формулу по размерности:

$$[E] = \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2}\sqrt{\frac{\text{Кл}^2}{\text{м}^4}} = \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2\cdot\text{Кл}}{\text{Кл}^2\cdot\text{м}^2} = \text{Н/Кл}.$$

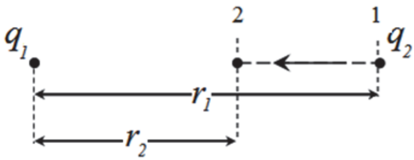
Проведем вычисления:

$$E = 9 \cdot 10^9 \sqrt{\left(\frac{7{,}5 \cdot 10^{-9}}{\left(3 \cdot 10^{-2}\right)^2}\right)^2 + \left(\frac{14{,}7 \cdot 10^{-9}}{\left(4 \cdot 10^{-2}\right)^2}\right)^2} \approx$$

$$\approx \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-9}}{10^{-4}} \sqrt{0{,}694 + 0{,}844} \approx 110 \text{ кН/Кл.}$$

Ответ: $E \approx 110$ кН/Кл.

Пример 9. Два шарика малых размеров с зарядами $q_1 = 6{,}7$ нКл и $q_2 = 13{,}3$ нКл расположены на расстоянии $r_1 = 40$ см. Какую работу необходимо совершить, чтобы сблизить их до расстояния $r_2 = 25$ см?

Дано:	*СИ*	*Решение*
$q_1 = 6{,}7$ нКл, $q_2 = 13{,}3$ нКл, $r_1 = 40$ см, $r_2 = 25$ см	$q_1 = 6{,}7 \cdot 10^{-9}$ Кл, $q_2 = 13{,}3 \cdot 10^{-9}$ Кл, $r_1 = 0{,}40$ м, $r_2 = 0{,}25$ м	
$A_{12} - ?$		

Для удобства решения задачи будем полагать, что первый шарик является неподвижным, а второй перемещается под действием внешних сил из положения 1 в положение 2 (см. рисунок). Тогда заряд q_1 будет источником электрического поля, в котором перемещается заряд q_2.

Работа внешних сил A_{12} и работа сил поля $A_{\text{поля}}$, в соответствии с третьим законом Ньютона, связаны соотношением

$$A_{12} = -A_{\text{поля}}. \tag{1}$$

Работа сил поля $A_{\text{поля}}$ по перемещению заряда q_2 в поле заряда q_1 определяется выражением

$$A_{\text{поля}} = q_2(\varphi_1 - \varphi_2), \tag{2}$$

где φ_1 и φ_2 – потенциалы начальной и конечной точек.

По условию заряд q_1 можно считать точечным, следовательно,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = kq_1\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right), \tag{3}$$

где $k = 9 \cdot 10^9$ Н $\cdot$ м^2 / Кл^2.

Решая совместно уравнения (3), (2) и (1), получим выражения для искомой величины A_{12}:

$$A_{12} = -q_2 k q_1\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right);$$

$$A_{12} = kq_1q_2\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right);$$

$$A_{12} = k\frac{q_1q_2\left(r_1 - r_2\right)}{r_1r_2}.$$

Проверим полученную формулу по размерности:

$$\left[A_{12}\right] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}\frac{\text{Кл} \cdot \text{Кл} \cdot \text{м}}{\text{м} \cdot \text{м}} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}.$$

Проведем вычисления:

$$A_{12} = 9 \cdot 10^9\,\frac{6,7 \cdot 10^{-9} \cdot 13,3 \cdot 10^{-9}(0,4 - 0,25)}{0,4 \cdot 0,25} \approx 1,2 \cdot 10^{-6}\ \text{Дж}.$$

Ответ: $A_{12} \approx 1,2$ Дж .

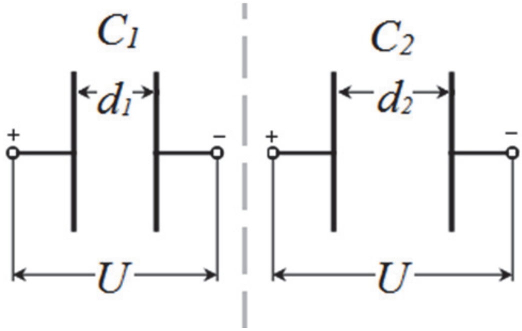
Пример 10. Расстояние между пластинами плоского воздушного конденсатора, присоединенного к источнику постоянного напряжения $U = 200$ В, равно $d_1 = 5,0$ мм. Площадь пластин конденсатора $S = 200$ см^2. Найти работу по раздвижению пластин до расстояния $d_2 = 10$ мм в двух случаях: а) конденсатор в процессе раздвижения пластин все время соединен с источником; б) конденсатор перед раздвижением пластин отключили от источника.

Дано:	*СИ*
$U = 200$ В, $d_1 = 5{,}0$ мм, $d_2 = 10$ мм, $S = 200$ см^2, а) $U = \text{const}$, б) $q = \text{const}$	$d_1 = 5{,}0 \cdot 10^{-3}$ м, $d_2 = 10 \cdot 10^{-3}$ м, $S = 2 \cdot 10^{-2}$ м^2
$A_а$ – ? $A_б$ – ?	

Решение

а) конденсатор в процессе раздвижения пластин все время соединен с источником, это означает, что напряжение на обкладках конденсатора не меняется:

$$U = \text{const}.$$



Для решения задачи будем использовать энергетический подход. Работа, совершаемая при раздвижении пластин, идет на изменение энергии конденсатора, т. е.

$$A_а = W_2 - W_1, \tag{1}$$

где W_1 – энергия конденсатора до раздвижения пластин; W_2 – энергия конденсатора после раздвижения пластин.

В данном случае $(U = \text{const})$ для энергии конденсатора удобно использовать выражения:

$$W_1 = \frac{C_1 U^2}{2}, W_2 = \frac{C_2 U^2}{2}, \tag{2}$$

где C_1 – емкость конденсатора до раздвижения пластин, C_2 – емкость конденсатора после раздвижения пластин.

Емкость плоского конденсатора определяется выражением

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}, \tag{3}$$

где ε_0 – электрическая постоянная, $\varepsilon_0 \approx 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м; ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей пространство между обкладками конденсатора, в нашем случае конденсатор воздушный, следовательно, $\varepsilon = 1$; S – площадь пластины конденсатора; d – расстояние между пластинами.

Подставив выражения (3) и (2) в (1), получим выражения для искомой величины $A_{\text{а}}$:

$$A_{\text{а}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2d_1} - \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2d_2};$$

$$A_{\text{а}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2 (d_2 - d_1)}{2d_1 d_2}.$$

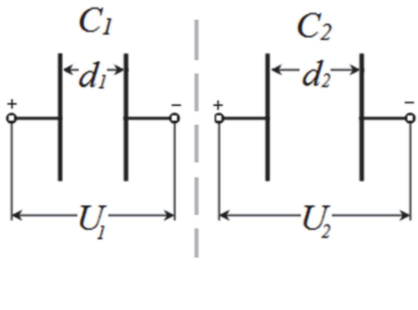
Проверим полученную формулу по размерности:

$$[A_{\text{а}}] = \frac{\mathit{Ф} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{В}^2 \cdot \text{м}}{\text{м} \cdot \text{м} \cdot \text{м}} = \text{Ф} \cdot \text{В}^2 = \frac{\text{Кл}}{\text{В}} \cdot \text{В}^2 = \text{Кл} \cdot \text{В} = \text{Дж}.$$

Выполним вычисления:

$$A_{\text{а}} = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 200^2 \cdot (10-5) \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3}} \approx 350 \cdot 10^{-9} \text{ Дж}.$$

б) конденсатор перед раздвижением пластин отключили от источника, это означает, что напряжение на обкладках конденсатора меняется $(U \neq \text{const})$, а заряд остается постоянным $(q = \text{const})$.



Для решения этой задачи также будем использовать энергетический подход. Работа, совершаемая при раздвижении пластин, идет на изменение энергии конденсатора, т. е.

$$A_б = W_2 - W_1, \tag{4}$$

где W_1 – энергия конденсатора до раздвижения пластин; W_2 – энергия конденсатора после раздвижения пластин.

В данном случае $(q = \text{const})$ и для энергии конденсатора удобно использовать выражения:

$$W_1 = \frac{q^2}{2C_1}, \qquad W_2 = \frac{q^2}{2C_2}, \tag{5}$$

где C_1 – емкость конденсатора до раздвижения пластин; C_2 – емкость конденсатора после раздвижения пластин.

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d_1}; \quad C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d_2}. \tag{6}$$

В данной ситуации заряд, сообщенный обкладкам конденсатора до отключения от источника, сохраняется, и его величина определяется выражением

$$q = C_1 U. \tag{7}$$

Из уравнений (4), (5), (6) и (7) найдем искомую величину $A_б$.

$$A_б = \frac{(C_1 U)^2}{2}\left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1}\right);$$

$$A_б = \frac{(\varepsilon_0 \varepsilon S)^2 U^2}{2 d_1^2}\left(\frac{d_2 - d_1}{\varepsilon_0 \varepsilon S}\right);$$

$$A_б = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2 (d_2 - d_1)}{2 d_1^2}.$$

Проверка по размерности аналогична случаю а).

Выполним вычисления:

$$A_б=\frac{8{,}85\cdot10^{-12}\cdot1\cdot2\cdot10^{-2}\cdot200^2\cdot\left(10-5\right)\cdot10^{-3}}{2\cdot25\cdot10^{-6}}\approx710\cdot10^{-9}\text{ Дж}.$$

Ответ: $A_а\approx350\cdot10^{-9}$ Дж; $A_б\approx710\cdot10^{-9}$ Дж.

Пример 11. Обмотка электрического кипятильника имеет две секции. Если включена только первая секция, то вода закипает через 15 мин, если только вторая, то через 30 мин. Через сколько мин закипит вода, если обе секции включить последовательно? параллельно?

Дано:	*СИ*
$t_1=15$ мин, $t_2=30$ мин	$t_1=900$ с, $t_2=1800$ с
$t_3-?$ $t_4-?$	

Решение

Так для всех четырех случаев, рассматриваемых в данной задаче, сетевое напряжение не изменяется, то удобно применять закон Джоуля–Ленца в форме

$$Q=\frac{U^2}{R}t,$$

где $Q-$ энергия, выделяющаяся на электрическом устройстве (кипятильнике), в нашем случае она идет на нагревание одинакового количества воды; $U-$сетевое напряжение; $R-$электрическое сопротивление кипятильника; $t-$время, за которое выделяется количество теплоты Q.

Для первого случая (включена первая секция кипятильника) имеем

$$Q=\frac{U^2}{R_1}t_1. \qquad (1)$$

Для второго случая (включена вторая секция кипятильника)

$$Q=\frac{U^2}{R_2}t_2. \qquad (2)$$

Последовательное соединение секций кипятильника:

$$Q=\frac{U^2}{R_3}t_3, \qquad (3)$$

где $$R_3 = R_1 + R_2 . \tag{4}$$

Параллельное соединение секций кипятильника

$$Q = \frac{U^2}{R_4} t_4 , \tag{5}$$

где $$\frac{1}{R_4} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} . \tag{6}$$

Для нахождения t_3 выразим из уравнений (1) и (2) R_1 и R_2, подставим в (4), а затем в (3).

$$R_1 = \frac{U^2 t_1}{Q}; \qquad R_2 = \frac{U^2 t_2}{Q}; \qquad R_3 = \frac{U^2}{Q}(t_1 + t_2); \qquad Q = \frac{U^2 t_3 Q}{U^2 (t_1 + t_2)};$$

$$t_3 = t_1 + t_2 . \tag{7}$$

Для нахождения t_4 выразим из (5) R_4. Затем полученные выражения для R_1, R_2 и R_4 подставим в (6).

$$R_4 = \frac{U^2 t_4}{Q}, \qquad R_1 = \frac{U^2 t_1}{Q}, \qquad R_2 = \frac{U^2 t_2}{Q} .$$

$$\frac{Q}{U t_4} = \frac{Q}{U t_1} + \frac{Q}{U t_2}; \qquad \frac{1}{t_4} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2};$$

$$t_4 = \frac{t_1 \cdot t_2}{t_1 + t_2} . \tag{8}$$

Выполним вычисления:

$$t_3 = 900 + 1800 = 2700 \text{ с};$$

$$t_4 = \frac{900 \cdot 1800}{900 + 1800} = 600 \text{ с}.$$

Ответ: $t_3 =$ 2700 с = 45 мин; $t_4 = 600$ с = 10 мин.

10. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ № 1

Содержание		Номера задач
1	Кинематика поступательного и вращательного движения материальной точки	101–110
2	Импульс и энергия материальной точки. Закон сохранения импульса и энергии. Работа	111–120
3	Вращательное движение твердого тела. Закон сохранения момента импульса	121–130
4	Молекулярная физика и термодинамика	131–140
5	Закон Кулона. Напряженность. Суперпозиция полей	141–150
6	Потенциал, разность потенциалов. Работа перемещения зарядов в электростатическом поле	151–160
7	Электрическая емкость. Конденсаторы	161–170
8	Постоянный ток	171–180

11. ТАБЛИЦА ВАРИАНТОВ ЗАДАЧ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 1

Вариант	Номера задач							
0	110	120	130	140	150	160	170	180
1	101	111	121	131	141	151	161	171
2	102	112	122	132	142	152	162	172
3	103	113	123	133	143	153	163	173
4	104	114	124	134	144	154	164	174
5	105	115	125	135	145	155	165	175
6	106	116	126	136	146	156	166	176
7	107	117	127	137	147	157	167	177
8	108	118	128	138	148	158	168	178
9	109	119	129	139	149	159	169	179

12. ЗАДАЧИ

101. Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения имеет вид $x = At + Bt^3$, где $A = 3{,}0$ м/с, $B = 6{,}0$ см/с^3. Найти скорость и ускорение точки в момент времени $t_1 = 0$ и $t_2 = 3{,}0$ с. Каково среднее значение скорости за первые 3,0 с движения?

102. Уравнение движения материальной точки вдоль оси OX имеет вид $x = A + Bt + Ct^3$, где $A = 2{,}0$ м, $B = 1{,}0$ м/с, $C = -0{,}50$ м/с^3. Найти координату x, скорость υ_x и ускорение a_x в момент времени $t = 2{,}0$ с.

103. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = A + Bt + Ct^2$, где $A = 10$ рад, $B = -20$ рад/с, $C = -20$ рад/с^2. Найти полное ускорение точки, находящейся на расстоянии $R = 0{,}10$ м от оси вращения в момент времени $t = 4{,}0$ с.

104. По прямой линии движутся две материальные точки согласно уравнениям: $x_1 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$ и $x_2 = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$, где $A_1 = 10$ м, $B_1 = 1{,}0$ м/с, $C_1 = -2{,}0$ м/с^2, $A_2 = 3{,}0$ м, $B_2 = 2{,}0$ м/с, $C_2 = 0{,}20$ м/с^2. В какой момент времени скорости этих точек будут одинаковы? Найти ускорения a_1 и a_2 этих точек в момент времени $t = 3{,}0$ с.

105. Определить полное ускорение a в момент времени $t = 3{,}0$ с точки, находящейся на ободе колеса радиусом $R = 0{,}50$ м, вращающегося согласно уравнению $\varphi = At + Bt^3$, где $A = 2{,}0$ рад/с, $B = 0{,}20$ рад/с^3.

106. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = At - Bt^2$, где $A = 10$ рад/с, $B = 2{,}0$ рад/с^2. Через какое время тело остановится и сколько оборотов сделает до остановки?

107. Сколько оборотов сделало тело за время, в течение которого частота увеличилась от $5{,}0$ с$^{-1}$ до 20 с$^{-1}$? Угловое ускорение равно $2{,}0$ с$^{-2}$.

108. Тело вращается равноускоренно с начальной угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с и угловым ускорением $\varepsilon = 2{,}0$ рад/с^2. Сколько оборотов сделает тело за время $\Delta t = 10$ с от начала движения?

109. Диск радиусом $R = 10$ см, находившийся в состоянии покоя, начал вращаться с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 0{,}50$ рад/с^2. Каковы были тангенциальное a_τ, нормальное a_n и полное a ускорение точек, лежащих на ободе диска, в конце второй секунды после начала вращения?

110. Движение материальной точки описывается уравнением $x = At^3 + Bt^2$, где $A = 2{,}0$ м/с^3, $B = 3{,}0$ м/с^2. Найти скорость и ускорение точки в момент времени $t = 2{,}0$ с и среднюю скорость за первые две секунды движения.

111. Шарик массой $m = 100$ г, летевший со скоростью $\upsilon_x = 5{,}0$ см/с под углом 60° к плоскости стенки, упруго ударился о нее и отскочил с той же (по модулю) скоростью. Определить импульс силы, полученный стенкой.

112. Масса железнодорожной платформы вместе с жестко закрепленным на ней орудием $M = 2{,}0 \cdot 10^4$ кг. Снаряд вылетает из орудия под углом 60° к линии горизонта в направлении пути. Какую скорость υ' приобретет платформа вследствие отдачи, если масса снаряда $m = 50$ кг и его начальная скорость $\upsilon_0 = 500$ м/с?

113. Снаряд, летевший горизонтально со скоростью $\upsilon_0 = 500$ м/с, разорвался на два осколка. Меньший осколок, масса которого составляет 20 % от общей массы снаряда, полетел в противоположном направлении со скоростью $\upsilon_1 = 200$ м/с. Определить скорость большего осколка υ_2.

114. Человек массой $m_1 = 60$ кг, бегущий со скоростью $\upsilon_1 = 8{,}0$ км/ч, догоняет тележку массой $m_2 = 80$ кг, движущуюся со скоростью $\upsilon_2 = 2{,}9$ км/ч, и вскакивает на нее. С какой скоростью υ_2' станет двигаться тележка? С какой скоростью будет двигаться тележка, если человек бежал ей навстречу?

115. Стальной шарик массой $m = 20$ г, падая с высоты $h_1 = 1{,}00$ м на стальную плиту, отскакивает от нее на высоту $h_2 = 0{,}81$ м. Найти количество тепла, выделившегося при ударе, и долю от первоначальной энергии потерянную шариком.

116. Шар массой $m_1 = 3,0$ кг движется со скоростью $\upsilon_1 = 2,0$ м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой $m_2 = 5,0$ кг. Какая работа будет совершена при деформации шаров? Удар считать абсолютно неупругим, прямым, центральным.

117. Шар массой $m_1 = 4,0$ кг движется со скоростью $\upsilon_1 = 5,0$ м/с и сталкивается с шаром массой $m_2 = 6,0$ кг, который движется ему навстречу со скоростью $\upsilon_2 = 2,0$ м/с. Определить скорости υ_1' и υ_2' шаров после удара. Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.

118. Конькобежец массой $m_1 = 70$ кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой $m_2 = 3,0$ кг со скоростью $\upsilon_2 = 8,0$ м/с. Найти, на какое расстояние откатится при этом конькобежец, если коэффициент трения коньков о лед $\mu = 0,020$.

119. Вагон массой $m = 1,6 \cdot 10^4$ кг, двигавшийся со скоростью $\upsilon = 0,60$ м/с, налетев на пружинный буфер, остановился, сжав пружины на $\Delta L = 8,0$ см. Найти общую жесткость k пружин буфера.

120. Шар массой $m_1 = 0,20$ кг, движущийся со скоростью $\upsilon_1 = 10$ м/с, ударяет неподвижный шар массой $m_2 = 0,80$ кг. Удар прямой, абсолютно упругий. Каковы будут скорости шаров после удара?

121. На вал диаметром $D = 20$ см намотан шнур, к которому привязан груз массой $m = 0,20$ кг. Опускаясь равноускоренно, груз прошел путь $S = 1,60$ м за 4,0 с. Определить момент инерции маховика.

122. Маховик в виде сплошного диска равномерно вращается вокруг оси, проходящей через его центр перпендикулярно поверхности диска. Под действием тормозящего момента $M = 0,60$ Н · м маховик останавливается, сделав $N = 10$ оборотов. С какой частотой вращался диск, если его масса $m = 1,50$ кг, а радиус $R = 0,10$ м?

123. Тонкостенный цилиндр, масса которого $m = 12$ кг, а диаметр $D = 30$ см, вращается согласно уравнению $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где

$A = 4,0$ рад, $B = -2,0$ рад/с, $C = 0,20$ рад/с^3. Определить действующий на цилиндр момент сил в момент времени $t = 3,0$ с.

124. Определить момент силы, который необходимо приложить к блоку, вращающемуся с частотой $n = 12$ с$^{-1}$, чтобы он остановился в течение времени $\Delta t = 8,0$ с. Диаметр блока $D = 30$ см. Массу блока $m = 6,0$ кг считать равномерно распределенной по ободу.

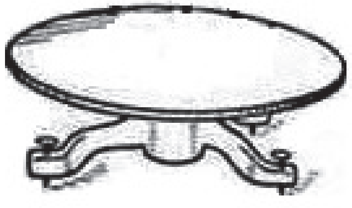
125. Маховик, момент инерции которого $J = 40$ кг · м^2, начал вращаться равноускоренно из состояния покоя под действием момента сил $M = 20$ Н · м. Равноускоренное движение продолжалось в течение $t = 10$ с. Определить кинетическую энергию, приобретенную маховиком.

126. Стержень вращается вокруг оси, проходящей через его середину согласно уравнению $\varphi = At + Bt^3$, где $A = 2,0$ рад/с, $B = 0,2$ рад/с^3. Определить вращающий момент, действующий на стержень через $t = 2,0$ с после начала вращения, если момент инерции стержня $J = 0,048$ кг · м^2.

127. На обод маховика диаметром $D = 60$ см намотан шнур, к которому привязан груз массой $m = 2,0$ кг. Определить момент инерции маховика, если он, вращаясь равноускоренно под действием груза, за время $t = 3,0$ с приобрел угловую скорость $\omega = 9,0$ рад/с.

128. Платформа в виде однородного диска радиусом $R = 1,0$ м и массой $m = 240$ кг вращается по инерции с частотой $n = 60$ об/мин. На краю платформы стоит человек, масса которого $m = 80$ кг. С какой частотой будет вращаться платформа, если человек перейдет в ее центр? Какую работу совершит при этом человек? Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

129. На краю неподвижной скамьи Жуковского (см. рисунок ниже) диаметром $D = 0,80$ м и массой $m_1 = 6,0$ кг стоит человек массой $m_2 = 60$ кг. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться скамья, если человек поймает летящий на него мяч массой $m = 0,50$ кг. Траектория мяча горизонтальна и проходит на расстоянии $r = 0,40$ м от оси скамьи. Скорость мяча $\upsilon = 5,0$ м/с.



130. На скамье Жуковского (см. рисунок к задаче 129) стоит человек и держит в руках стержень вертикально по оси вращения скамьи. Скамья с человеком вращается с угловой скоростью $\omega_1 = 4,0$ рад/с. С какой угловой скоростью ω_2 будет вращаться скамья с человеком, если человек повернет стержень так, чтобы тот занял горизонтальное положение? Какую работу при этом совершает человек? Суммарный момент инерции человека и скамьи $J = 5,0$ кг $\cdot$ м^2. Длина стержня $L = 1,8$ м, масса $m = 6,0$ кг. Считать, что центр масс стержня с человеком находится на оси платформы.

131. Определить концентрацию молекул n кислорода, находящегося в сосуде вместимостью $V = 2,0$ л. Количество вещества кислорода составляет $\nu = 0,20$ моль.

132. Сколько молекул содержит 1,0 г водяного пара?

133. В сосуде вместимостью $V = 40$ л находится кислород при температуре $T = 300$ К. Когда часть газа израсходовали, давление в баллоне понизилось на $\Delta p = 100$ кПа. Определить массу израсходованного кислорода. Процесс считать изотермическим.

134. В сосуде емкостью $V = 50$ л находится азот при температуре $t = 17°$ С. Вследствие утечки газа давление уменьшилось на 80 кПа. Определить массу газа, вышедшего из баллона. Температуру считать неизменной.

135. Определить массу газа в баллоне емкостью 90 л при температуре 295 К и давлении $5,0 \cdot 10^5$ Па, если его плотность при нормальных условиях 1,3 кг/м^3.

136. Объем водорода при изотермическом расширении ($T = 300$ К) увеличился в $n = 3$ раза. Определить работу, совершенную газом, и теплоту, полученную им при этом. Масса водорода равна $m = 200$ г.

137. 2,0 кг азота охлаждают при постоянном давлении от 400 К до 300 К. Определить изменение внутренней энергии, работу и количество выделенной теплоты.

138. Кислород массой $m = 250$ г, имевший температуру $T_1 = 200$ К, был адиабатически сжат. При этом была совершена работа $A = 25$ кДж. Определить конечную температуру газа.

139. При изотермическом сжатии давление азота массой $m = 2{,}0$ кг было увеличено от $P_1 = 50$ кПа до $P_2 = 0{,}50$ МПа. Определить изменение энтропии газа.

140. Азот массой $m = 0{,}10$ кг был изобарически нагрет от $T_1 = 200$ К до $T_2 = 400$ К. Определить работу, совершенную газом, полученную им при этом теплоту и изменение внутренней энергии газа.

141. Два одинаковых положительных заряда $q = 1{,}0 \cdot 10^{-7}$ Кл находятся в воздухе на расстоянии $L = 8{,}0$ см друг от друга. Определить напряженность электростатического поля: а) в точке О, находящейся на середине отрезка, соединяющего заряды; б) в точке А, расположенной на расстоянии $r = 5{,}0$ см от каждого заряда.

142. Два положительных точечных заряда q и $9q$ закреплены на расстоянии $L = 100$ см. Где между ними, какой по величине и знаку заряд надо поместить, чтобы он находился в устойчивом равновесии?

143. Отрицательный заряд $q_1 = -5q$ и положительный $q_2 = +2q$ закреплены на расстоянии r друг от друга. Где на линии, соединяющей заряды, следует поместить заряд Q, чтобы он находился в равновесии?

144. Два отрицательно заряженных шарика, расположенных на расстоянии $L = 4{,}8$ мкм, взаимодействуют с силой $F = 3{,}6 \cdot 10^{-10}$ Н. Найти число «избыточных» электронов на каждом шарике. Шарики принять за материальные точки.

145. Два равных по величине положительных заряда $q_1 = q_2 = 3{,}0 \cdot 10^{-9}$ Кл расположены в вершинах острых углов равнобедренного прямоугольного треугольника на расстоянии $L = 2{,}0$ см. Опре-

делить, с какой силой оба заряда действуют на третий заряд $q_3 = 1{,}0 \cdot 10^{-9}$ Кл, находящийся в вершине прямого угла треугольника. Ответ поясните рисунком.

146. Три одинаковых заряда $q_1 = q_2 = q_3 = 2{,}0$ нКл находятся в вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 10{,}0$ см. Определить силу $\boldsymbol{F}$, действующую на один из этих зарядов.

147. В вершинах квадрата со стороной a находятся одинаковые положительные заряды $+q$. Какой заряд Q необходимо поместить в центр квадрата, чтобы вся система зарядов находилась в равновесии?

148. Определить напряженность электростатического поля в центре шестиугольника со стороной a, в вершинах которого расположены: а) равные заряды одного знака; б) заряды, равные по модулю, но чередующиеся по знаку.

149. В вершинах шестиугольника расположены точечные заряды q, $2q$, $3q$, $4q$, $5q$, $6q$ ($q = 0{,}10$ мкКл). Найти силу, действующую на точечный заряд q, находящийся в центре шестиугольника. Ответ поясните рисунком.

150. Два шарика массой $m = 1{,}0$ г каждый подвешены на нитях, верхние концы которых соединены вместе. Длина каждой нити $L = 10$ см. Какие одинаковые заряды необходимо сообщить шарикам, чтобы нити разошлись на угол $\alpha = 60°$?

151. Тонкий стержень согнут в кольцо радиусом $R = 10$ см. Он заряжен с линейной плотностью заряда $\tau = 300$ нКл/м. Какую работу необходимо совершить, чтобы перенести заряд $q = 5{,}0$ нКл из центра кольца в точку А, расположенную на оси кольца на расстоянии $L = 20$ см от его центра?

152. Положительные заряды $q_1 = 3{,}0$ мкКл и $q_2 = 20$ нКл находятся в вакууме на расстоянии $L_1 = 1{,}5$ м друг от друга. Определить работу, которую необходимо совершить, чтобы сблизить заряды до расстояния $L_2 = 1{,}0$ м.

153. Поле образовано бесконечной равномерно заряженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 10$ нКл/м^2. Определить

разность потенциалов двух точек поля, отстоящих от плоскости на расстояния $r_1 = 5,0$ см и $r_2 = 10,0$ см.

154. Тонкий стержень согнут в кольцо радиусом $R = 10$ см. Он заряжен с линейной плотностью заряда $\tau = 800$ нКл/м. Определить потенциал φ в точке, расположенной на оси кольца на расстоянии $h = 10$ см от его центра.

155. На расстоянии $r_1 = 4,0$ см от бесконечно длинной заряженной нити находится точечный заряд $q = 0,66$ нКл. Под действием поля заряд приближается к нити до расстояния $r_2 = 2,0$ см. При этом совершается работа $A = 50 \cdot 10^{-7}$ Дж. Найти линейную плотность заряда τ на нити.

156. Тонкий стержень согнут в полукольцо. Стержень заряжен с линейной плотностью заряда $\tau = 133$ нКл/м. Какую работу необходимо совершить, чтобы перенести заряд $q = 6,7$ нКл из центра кольца в бесконечность?

157. Равномерно заряженная бесконечно протяженная плоскость с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 4,0 \cdot 10^{-5}$ Кл/м^2 и точечный заряд $q = 1,0 \cdot 10^{-8}$ Кл находятся на расстоянии $L_1 = 50$ см. Какую работу необходимо совершить, чтобы сблизить их до расстояния $L_2 = 20$ см?

158. На тонком кольце радиусом $R = 10$ см равномерно распределен заряд $q = 2,0$ мкКл. Какую наименьшую скорость необходимо сообщить находящемуся в центре кольца маленькому шарику массой $m = 10$ мг с зарядом $q_0 = -3,0$ нКл, чтобы он мог удалиться из центра кольца на бесконечность?

159. В однородное электрическое поле напряженностью $E = 200$ В/м влетает (вдоль силовой линии) электрон со скоростью $\upsilon_0 = 2,0 \times$ $\times 10^6$ м/с. Определить расстояние L, которое пройдет электрон до точки, где его скорость будет равна половине начальной.

160. Шарик массой $m = 0,20$ г и зарядом $q = +10$ нКл перемещается из одной точки поля с потенциалом $\varphi_1 = 5,0 \cdot 10^3$ В в другую

с потенциалом $\varphi_2 = 0$. Найти скорость шарика в первой точке, если во второй точке она стала равной $\upsilon_2 = 1{,}0$ м/с.

161. Найти работу, которую нужно затратить, чтобы вынуть диэлектрик из плоского конденсатора, если напряжение на обкладках поддерживается постоянным и равным $U = 500$ В. Площадь каждой пластины $S = 50$ см^2, расстояние между пластинами $d = 5{,}0$ мм, а диэлектрическая проницаемость диэлектрика $\varepsilon = 2{,}0$.

162. Найти работу, которую нужно затратить, чтобы вынуть диэлектрик из плоского конденсатора, если заряд на обкладках поддерживается постоянным и равным $q = 6{,}0$ мкКл. Площадь каждой пластины $S = 100$ см^2, расстояние между пластинами $d = 3{,}0$ мм, а диэлектрическая проницаемость диэлектрика $\varepsilon = 2{,}0$.

163. Найти работу, которую нужно затратить, чтобы увеличить расстояние между пластинами плоского воздушного конденсатора, заряженного разноименными зарядами $|q| = 0{,}20$ мкКл, на величину $\Delta x = 0{,}20$ мм. Площадь каждой пластины конденсатора $S = 400$ см^2.

164. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить расстояние между пластинами плоского вакуумного конденсатора с площадью пластин $S = 100$ см^2 каждая от расстояния $x_1 = 0{,}010$ м до расстояния $x_2 = 0{,}020$ м? Напряжение между пластинами поддерживается постоянным и равным $U = 220$ В.

165. Площадь каждой пластины плоского воздушного конденсатора $S = 0{,}10$ м^2, расстояние между ними $d = 5{,}0$ мм. Какое напряжение было приложено к пластинам, если известно, что при разряде конденсатора выделилось $Q = 4{,}19$ мДж тепла?

166. Плоский конденсатор, заполненный жидким диэлектриком с проницаемостью $\varepsilon = 3{,}0$, зарядили, затратив при этом энергию $W_1 = 10$ мкДж. Затем конденсатор отсоединили от источника, слили диэлектрик и разрядили. Определить энергию W_2, которая выделилась при разрядке.

167. Плоский конденсатор заполнен диэлектриком и на его пластины подано некоторое напряжение. Его энергия при этом $W = 70$ мкДж.

После того как конденсатор отключили от источника напряжения, диэлектрик вынули из конденсатора. Найти диэлектрическую проницаемость диэлектрика, если работа, которая была совершена против сил электрического поля, $A = 20$ мкДж.

168. Обкладки конденсатора с неизвестной емкостью C_1, заряженного до напряжения $U_1 = 80$ В, соединяют с обкладками конденсатора емкостью $C_2 = 60$ мкФ, заряженного до напряжения $U_2 = 16$ В. Определите емкость C_1, если напряжение на конденсаторах после их соединения $U' = 20$ В. Конденсаторы соединяются обкладками, имеющими одноименные заряды.

169. Обкладки конденсатора с неизвестной емкостью C_1, заряженного до напряжения $U_1 = 80$ В, соединяют с обкладками конденсатора емкостью $C_2 = 60$ мкФ, заряженного до напряжения $U_2 = 16$ В. Определите емкость C_1, если напряжение на конденсаторах после их соединения $U' = 20$ В. Конденсаторы соединяются обкладками, имеющими разноименные заряды.

170. Конденсатор емкостью $C_1 = 10$ мкФ заряжен до напряжения $U_1 = 10$ В. Определить заряд на обкладках этого конденсатора после того как параллельно ему был подключен другой, не заряженный, конденсатор емкостью $C_2 = 20$ мкФ.

171. Элемент сначала замкнут на внешнее сопротивление $R_1 = 2{,}0$ Ом, а затем на внешнее сопротивление $R_2 = 0{,}50$ Ом. Найти ЭДС элемента и его внутреннее сопротивление, если известно, что в каждом из этих случаев мощность, развиваемая во внешней цепи, одинакова и равна $P_1 = P_2 = 2{,}54$ Вт.

172. Внешняя цепь постоянного тока потребляет мощность $P = 0{,}75$ Вт. Определить силу тока в цепи, если ЭДС источника $\varepsilon = 2{,}0$ В, а внутреннее сопротивление $r = 1{,}0$ Ом.

173. К батарее, ЭДС которой $\varepsilon = 2{,}0$ В и внутреннее сопротивление $r = 0{,}50$ Ом, присоединили проводник. Исследуйте, при каком сопротивлении проводника мощность, выделяемая в нем, максимальна. Найдите эту мощность.

174. Максимальная сила тока генератора равна $I_{max} = 3,0$ А, ЭДС генератора равна $\varepsilon = 6,0$ В. Найдите наибольшее количество теплоты, которое может быть выделено на внешнем сопротивлении за $\Delta t = 1,0$ с.

175. Наибольшая мощность, которая может выделяться во внешней цепи некоторого источника $P_{max} = 9,0$ Вт. Сила тока при этом $I = 3,0$ А. Найти ЭДС ε и внутреннее сопротивление r этого источника.

176. ЭДС батареи равна $\varepsilon = 18$ В. КПД батареи равен $\eta = 0,90$ при силе тока $I = 4,5$ А. Чему равно внутреннее сопротивление батареи?

177. На концах проводника длиной $L = 6,0$ м поддерживается разность потенциалов $U = 120$ В. Каково удельное сопротивление проводника, если плотность тока в нем $j = 5,0 \cdot 10^{-8}$ А/м^2?

178. Между точками с постоянной разностью потенциалов $U = 100$ В включили сопротивление $r = 2,0$ кОм и вольтметр, соединенные последовательно. Показания вольтметра $U_1 = 80$ В. Когда сопротивление заменили на другое, вольтметр показал $U_2 = 60$ В. Определить второе сопротивление.

179. К источнику с ЭДС $\varepsilon = 12,0$ В присоединена нагрузка. Напряжение на нагрузке $U = 8,0$ В. Определить КПД источника.

180. ЭДС батареи $\varepsilon = 12,0$ В. При силе тока $I = 4,0$ А КПД батареи $\eta = 0,60$. Определить внутреннее сопротивление батареи.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ФИЗИКА

Методические указания

Выпускающий редактор *И.П. Брованова*
Корректор *И.Е. Семенова*
Компьютерная верстка *Л.А. Веселовская*

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции
Издание соответствует коду 95 3000 ОК 005-93 (ОКП)

Подписано в печать 24.04.2015. Формат 60 × 84 1/16. Бумага офсетная. Тираж 200 экз.
Уч.-изд. л. 3,48. Печ. л. 3,75. Изд. № 331/14. Заказ № Цена договорная

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20