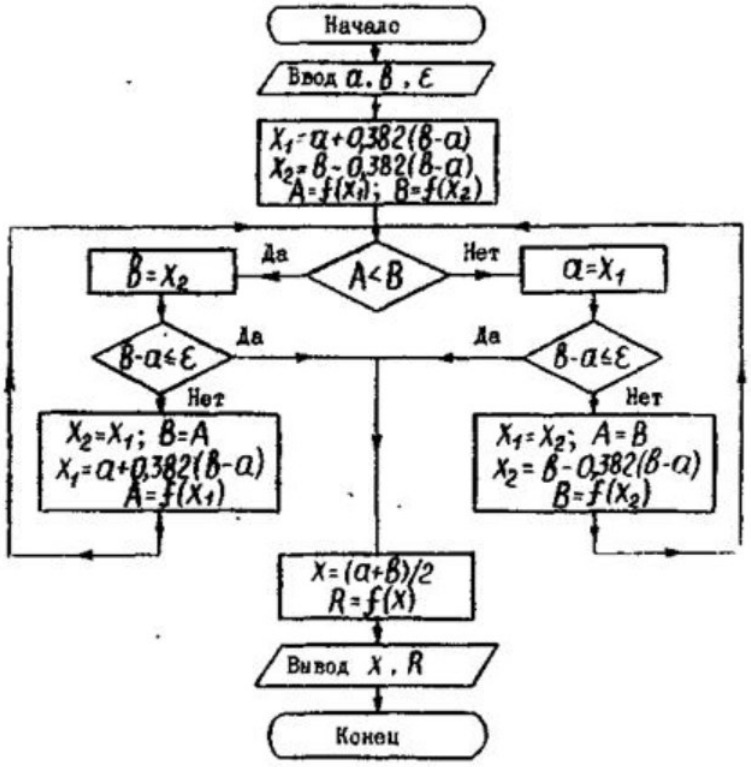
Лабораторная работа №7
«Минимизация функций одной переменной»

Введение

Для поиска точки минимума x_* функции $f(x)$ одной переменной используется ряд приближенных методов.

Пусть $[a, b]$ – отрезок локализации точки минимума, т.е. $x_* \in [a, b]$, ε – заданная допустимая погрешность. Тогда блок-схема *метода золотого сечения* имеет вид:



Задание

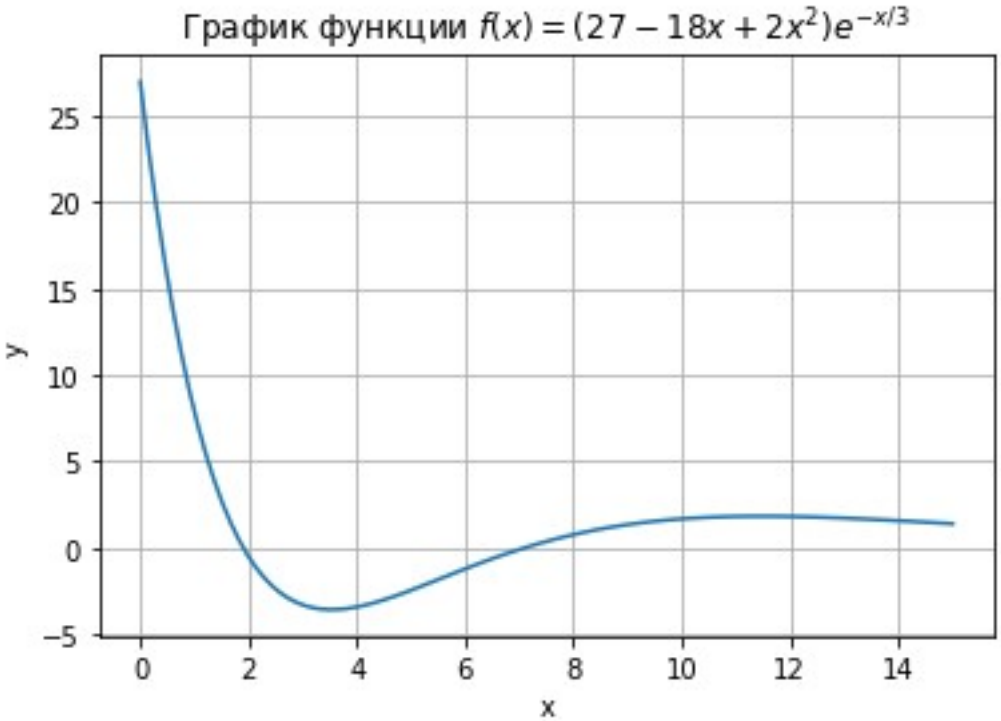
Методом золотого сечения найти точку минимума x_* и минимальное значение $f_* = f(x_*)$ заданной функции $f(x)$ на отрезке [a,b], предварительно проведя графическую локализацию точки минимума. Во всех вариантах $\varepsilon = 10^{-6}$. Ответ сравнить с результатами применения модуля *scipy.optimize*.

Вариант	$f(x)$, [a,b]	Вариант	$f(x)$, [a,b]
1	$x^2 - 3x + x\ln x, [a, b] = [1, 2]$	2	$f(x) = x^2 + e^{-x}, [a,\ b] = [0,\ 1]$
3	$\ln(1 + x^2) - \sin x, [a, b] = \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$	4	$f(x) = x^2 + x + \sin x, [a,\ b] = [-1,\ 0]$
5	$\frac{1}{4}x^4 + x^2 - 8x + 12, [a, b] = [0, 2]$	6	$f(x) = 2x + \frac{1}{x}, [a,\ b] = [0,\ 1]$
7	$\frac{1}{2}x^2 - \sin x, [a, b] = [0, 1]$	8	$f(x) = x^4 + 2x^2 + 4x + 1, [a,\ b] = [-1,\ 0]$
9	$x^2 - 2x + e^{-x}, [a, b] = [1, 1.5]$	10	$f(x) = x^5 - 5x^3 + 10x^2 - 5x, [a,\ b] = [-3,\ -2]$
11	$f(x) = \mathrm{tg}\, x - 2\sin x, [a, b] = \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$	12	$f(x) = x^2 + 3x(\ln x - 1), [a,\ b] = [0.5,\ 1]$
13	$f(x) = \sqrt{1 + x^2} - e^{-2x}, [a, b] = [0, 1]$	14	$f(x) = x^2 - 2x - 2\cos x, [a,\ b] = [0.5,\ 1]$
15	$f(x) = \frac{1}{7}x^7 - x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x, [a, b] = [1, 1.5]$	16	$f(x) = (x + 1)^4 - 2x^2, [a,\ b] = [-3,\ -2]$
17	$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x + x\ln x, [a, b] = [1.5, 2]$	18	$f(x) = \frac{1}{x} + e^x, [a,\ b] = [0.5,\ 1.5]$
19	$f(x) = 5x^2 - 8x^{\frac{5}{4}} - 20x, [a, b] = [3, 3.5]$	20	$f(x) = 3(5 - x)^{\frac{4}{3}} + 2x^2, [a,\ b] = [1.5,\ 2]$
21	$f(x) = x^3 - 3\sin x, [a,\ b] = [0,\ 1]$	22	$f(x) = -x^3 + 3(1 + x)(\ln(1 + x) - 1), [a,\ b] = [-0.5,\ 0.5]$

23	$f(x)=x^4+x^2+x+1, [a,\ b]=[-1,\ 0]$	24	$f(x)=2+x^2+x^{\frac{2}{3}}-\ln\left(1+x^{\frac{2}{3}}\right)-2x\,\mathrm{arctg}\,x^{\frac{1}{3}}, [a,\ b]=[0.5,\ 1]$
25	$f(x)=x^4+8x^3-6x^2-72x$, $[1.5, 2]$	26	$f(x)=x^3-12x^2+87x+25$, $[4, 7]$
27	$x^3-12x^2-7x+250$, $[7, 7.5]$	28	$f(x)=x\sin x+2\cos x,\quad -5;-4$

Указания

Пример одномерной минимизации с помощью модуля *scipy.optimize* приведен ниже.




```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import minimize

#def MZS(f,a,b,c,eps,kmax):
# ////////////////////////////
#    return x,f(x),k

def f(x):
   return (27-18*x+2*x**2)*np.exp(-x/3)

a=0
b=15
x=np.linspace(a,b,100)
y=f(x)
plt.plot(x,y)
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("y")
plt.title('График функции '+r'$ y=(27-18x+2x^2)e^{-x/3} $')
plt.grid(True)
#plt.axis([-1,1,-1,1])
plt.savefig("f(x).png")
plt.show()

#c=2/(3+np.sqrt(5))
#eps=1e-6
#itmax=50
#xmin,fxmin,it=MZS(f,a,b,c,eps,itmax)
```

```
#print(' За',it,'итераций:',' xmin=',xmin,' f(xmin)=',fxmin)

x0=1
res = minimize(f, x0, method='Nelder-Mead', tol=1e-6)
print('Nelder-Mead: x=',res.x,'f(x)=',f(res.x))
x0=1
res = minimize(f, x0, method='Powell', tol=1e-6)
print('Powell: x=',res.x,'f(x)=',f(res.x))

#За 35 итераций:  xmin= 3.5313729475119393  f(xmin)= -3.581947320196928
Nelder-Mead: x= [3.53137283] f(x)= [-3.58194732]
Powell: x= [3.53137302] f(x)= [-3.58194732]
```