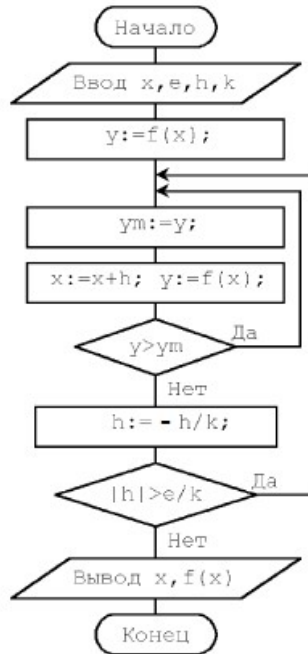


Лабораторная работа №7
«Минимизация функций одной переменной»

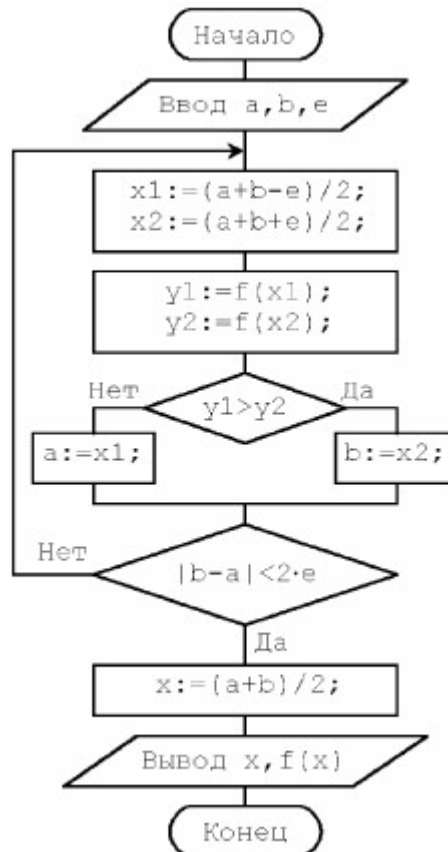
Введение

Пусть $[a, b]$ – отрезок локализации точки минимума x_* функции $f(x)$ одной переменной, т.е. $x_* \in [a, b]$; ε – заданная допустимая погрешность. Для поиска точки минимума используется ряд приближенных методов.

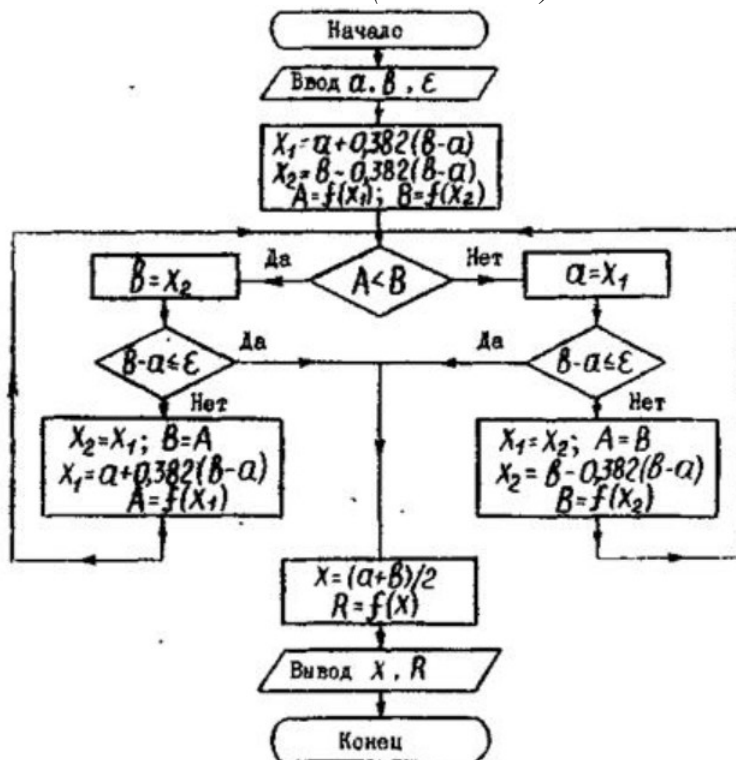
Блок-схема метода поразрядного приближения (метода №1):



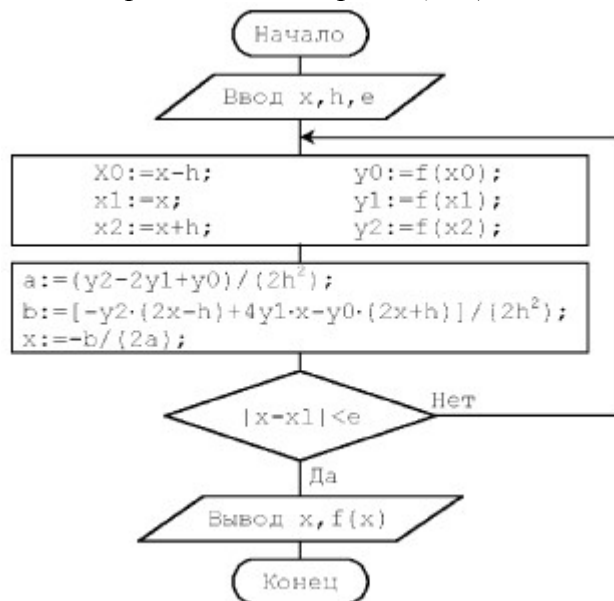
Блок-схема метода дихотомии (метода №2):



Блок-схема метода золотого сечения (метода №3):



Блок-схема метода квадратичной интерполяции (метода №4):



Задание

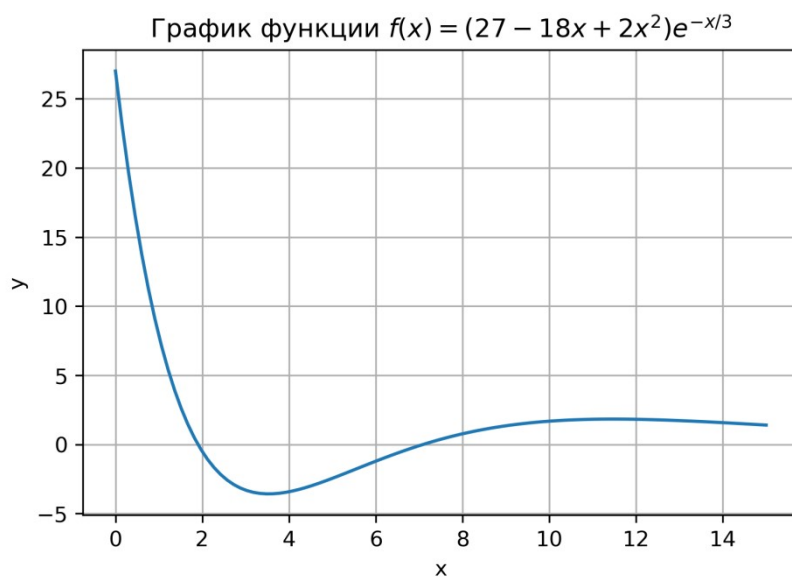
Провести графическую локализацию точки минимума x_* заданной функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$. Заданным численным методом найти x_* и минимальное значение функции $f_* = f(x_*)$. Варианты заданий приведены в таблице, во всех вариантах $\varepsilon = 10^{-6}$. При программировании метод численной минимизации оформить в виде функции. Ответ сравнить с результатами применения модуля *scipy.optimize* и пакета *Mathcad*.

Вар.	$f(x)$, $[a, b]$; № метода	Вар.	$f(x)$, $[a, b]$; № метода
1	$x^3 - 3x + x \ln x$, $[a, b] = [1, 2]$; 1	2	$f(x) = x^3 + e^{-x}$, $[a, b] = [0, 1]$; 2
3	$\ln(1 + x^2) - \sin x$, $[a, b] = \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$; 3	4	$f(x) = x^3 + x + \sin x$, $[a, b] = [-1, 0]$; 4

5	$\frac{1}{4}x^4 + x^2 - 8x + 12, [a, b] = [0, 2]; 1$	6	$f(x) = 2x + \frac{1}{x}, [a, b] = [0, 1]; 2$
7	$\frac{1}{2}x^2 - \sin x, [a, b] = [0, 1]; 3$	8	$f(x) = x^4 + 2x^2 + 4x + 1, [a, b] = [-1, 0]; 4$
9	$x^2 - 2x + e^{-x}, [a, b] = [1, 1.5]; 1$	10	$f(x) = x^5 - 5x^3 + 10x^2 - 5x, [a, b] = [-3, -2]; 2$
11	$f(x) = \operatorname{tg} x - 2 \sin x, [a, b] = \left[0, \frac{\pi}{4}\right]; 3$	12	$f(x) = x^2 + 3x(\ln x - 1), [a, b] = [0.5, 1]; 4$
13	$f(x) = \sqrt{1+x^2} - e^{-2x}, [a, b] = [0, 1]; 1$	14	$f(x) = x^2 - 2x - 2 \cos x, [a, b] = [0.5, 1]; 2$
15	$f(x) = \frac{1}{7}x^7 - x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x, [a, b] = [1, 1.5]; 3$	16	$f(x) = (x+1)^4 - 2x^2, [a, b] = [-3, -2]; 4$
17	$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x + x \ln x, [a, b] = [1.5, 2]; 1$	18	$f(x) = \frac{1}{x} + e^x, [a, b] = [0.5, 1.5]; 2$
19	$f(x) = 5x^2 - 8x^{\frac{5}{2}} - 20x, [a, b] = [3, 3.5]; 3$	20	$f(x) = 3(5-x)^{\frac{4}{3}} + 2x^2, [a, b] = [1.5, 2]; 4$
21	$f(x) = x^3 - 3 \sin x, [a, b] = [0, 1]; 1$	22	$f(x) = -x^3 + 3(1+x)(\ln(1+x)-1), [a, b] = [-0.5, 0.5]; 2$
23	$f(x) = x^4 + x^2 + x + 1, [a, b] = [-1, 0]; 3$	24	$f(x) = 2 + x^2 + x^{\frac{2}{3}} - \ln(1+x^{\frac{2}{3}}) - 2x \operatorname{arctg} x^{\frac{1}{3}}, [a, b] = [0.5, 1]; 4$
25	$f(x) = x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 72x, [1.5, 2]; 1$	26	$f(x) = x^3 - 12x^2 + 87x + 25, [4, 7]; 2$
27	$x^3 - 12x^2 - 7x + 250, [7, 7.5]; 3$	28	$f(x) = x \sin x + 2 \cos x, -5; -4; 4$
29	$f(x) = 5 \cos x - x^3 + 4x^2; 1$	30	$f(x) = \ln(x^2 + 2) - x^2; 2$

Указания

Пример одномерной минимизации с помощью метода золотого сечения, модуля *scipy.optimize* и пакета *Mathcad* приведен ниже.



```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import minimize

#def MZS(f,a,b,c,eps,kmax):
# ///////////////////////////////////////////////////
# return x,f(x),k

def f(x):
    return (27-18*x+2*x**2)*np.exp(-x/3)

a=0
b=15
```

```

x=np.linspace(a,b,100)
y=f(x)
fig=plt.figure(dpi=300)
plt.plot(x,y)
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("y")
plt.title('График функции '+r'$ y=(27-18x+2x^2)e^{-x/3}$')
plt.grid(True)
#plt.axis([-1,1,-1,1])
plt.savefig("f(x).png",dpi=fig.dpi)
plt.show()

```

```

#c=2/(3+np.sqrt(5))
#eps=1e-6
#itmax=50
#xmin,fxmin,it=MZS(f,a,b,c,eps,itmax)
#print('3a',it,'умерация:', 'xmin=',xmin, 'f(xmin)=',fxmin)

```

```

x0=1
res = minimize(f, x0, method='Nelder-Mead', tol=1e-6)
print('Nelder-Mead: x=',res.x, 'f(x)=',f(res.x))
x0=1
res = minimize(f, x0, method='Powell', tol=1e-6)
print('Powell: x=',res.x, 'f(x)=',f(res.x))

```

```

#3a 35 умерация: xmin= 3.5313729475119393 f(xmin)= -3.581947320196928
Nelder-Mead: x= [3.53137283] f(x)= [-3.58194732]
Powell: x= [3.53137302] f(x)= [-3.58194732]

```

$$f(x) := (27 - 18x + 2x^2) \cdot \exp\left(\frac{-x}{3}\right)$$

$x := 4$

$xmin := \text{Minimize}(f, x) = 3.53137303$