

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к выполнению расчетно-графических работ
по теоретической механике (раздел статика)**

Новосибирск - 2007

УДК 531.01 (076)

Составитель: д.т.н., профессор А.М. Красюк

Рецензент: к.т.н., доцент В.П. Косых

Теоретическая механика является одной из важнейших физико-математических дисциплин и играет существенную роль в подготовке инженеров любых специальностей. На основных положениях раздела теоретической механики – статике – базируются такие общепрофессиональные дисциплины, как сопротивление материалов, детали машин, подъемно-транспортные устройства, теория механизмов и машин.

Целью расчетно-графической работы по статике является приобретение навыков в определении неизвестных сил и реакций связей различных конструкций. Навыки будут твердыми, если они вырабатываются на основе осмысления основных теоретических положений, то есть на знании определений, аксиом и теорем статики. Поэтому выполнению расчетно-графической работы (РГР) должно предшествовать глубокое изучение теории.

1 Необходимые теоретические знания

Алгоритм (последовательность) решения задач статики:

- выбрать тело (или систему тел), равновесие которого будет рассматриваться;
- показать все активные силы, действующие на рассматриваемое тело; отбросить связи, заменив их действие реакциями связей (реакции показать на схеме тела);
- определить, под действием какой системы сил (плоской, пространственной либо сходящейся) тело находится в равновесии;
- записать условия равновесия (уравнения) тела под действием полученной системы сил;
- решить полученную систему алгебраических уравнений и определить неизвестные силы (реакции связей).

Приступая к выполнению РГР, необходимо знать ответы на перечисленные ниже вопросы.

1. Что называется связью и реакцией связи ?
2. Направление реакций следующих типов связей: плоский шарнир, подвижный шарнир, нить, невесомый стержень, защемление, поверхность.

4. Что называется проекцией силы на ось ?
5. Что называется алгебраическим моментом силы относительно заданной точки (центра) ?
6. Что такое пара сил и момент пары сил ?
7. Что называется равнодействующей ?
8. Теорема Вариньона о моменте равнодействующей.
9. Теорема о сумме моментов сил пары относительно произвольной точки.
10. Аксиома о взаимодействии тел (3-й закон Ньютона).
11. Условия равновесия тела под действием плоской системы сил.

После усвоения теории необходимо научиться:

- раскладывать силу на составляющие вдоль выбранных направлений;
- находить проекцию силы на ось;
- определять двумя способами алгебраический момент силы относительно произвольной точки; первый способ вытекает непосредственно из определения алгебраического момента силы, а второй – из теоремы Вариньона и разложения силы на составляющие.

2 Содержание работы

Каждый студент при выполнении РГР по статике должен решить и соответствующим образом оформить решение задач в соответствии с рабочей программой дисциплины "Теоретическая механика". Студенты выполняют задание С-1 "Определение реакций опор твердого тела" из книги *Яблонский А.А. и др. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: Учеб. пособие для техн вузов/ А.А. Яблонский, С.С. Нореико, С.А. Вольфсон и др.; Под ред.. А.А.Яблонского.- 4-е изд., перераб и доп.. - М.: Высш. шк., 1985. – 367 с., и последующие издания.* При необходимости более полного усвоения материала, могут выдаваться дополнительные задания из упомянутого сборника заданий. Номер варианта заданий соответствует номеру в журнале группы.

3 Примеры решения и оформления задач

Ниже приведены решения двух задач РГР, а в *Приложении А* образец титульного листа. Титульный лист оформляется для каждой задачи.

Работа выполняется на листах формата А4. Каждое действие при решении задач необходимо сопровождать обоснованием и пояснениями, которые должны быть написаны четко, аккуратно и без сокращений (кроме узаконенных ГОСТом).

Задача 2

Дано: схема конструкции (рисунок 1);

$$G = 10 \text{ кН}; P = 5 \text{ кН}; M = 8 \text{ кНм};$$

$$q = 0,5 \text{ кН/м}; \alpha = 60^\circ; l = 1 \text{ м}.$$

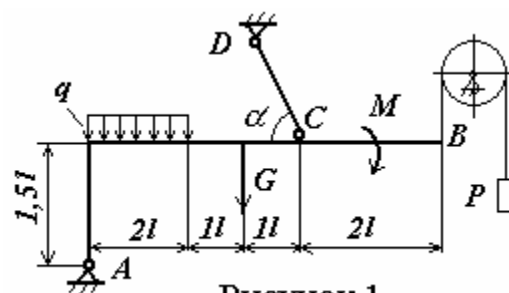


Рисунок 1

Определить: реакцию опоры A и реакцию стержня CD .

Решение.

1. Рассмотрим равновесие балки AB . Покажем все действующие на балку активные силы (рисунок 2): заданную силу G , равнодействующую Q распределенной нагрузки ($Q = q \cdot 2 = 0,5 \cdot 2 = 1 \text{ кН}$), усилие T со стороны нити и пару сил с момента M .

2. Отбросим связи (неподвижный шарнир A и стержень CD) и заменим их действие соответствующими реакциями связей: R_{Ax} , R_{Ay} и S .

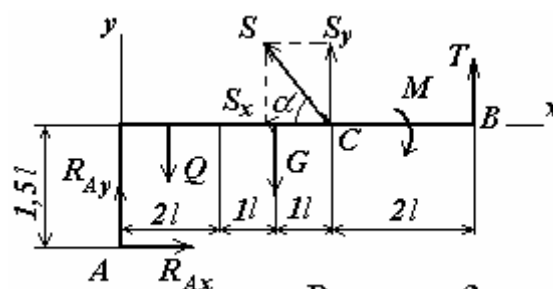


Рисунок 2

3. Балка AB находится в равновесии под действием плоской системы сил.

Прежде, чем записать условие равновесие тела под действием плоской системы сил, определим усилие T , действующее на балку со стороны нити. Для этого рассмотрим равновесие блока с грузом P . Отбросив связи (неподвижный шарнир E и нить), заменим их дей-

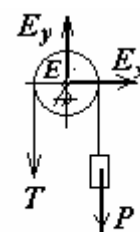


Рисунок 3

ствие реакциями связей (E_X , E_Y и T) и покажем активную силу P (рисунок 3).

Записав одно условие равновесия получившейся плоской системы сил ($\sum m_E(F_i) = 0$), убеждаемся, что $T = P$ т.к. $T \cdot r - P \cdot r = 0$, где r - радиус блока). Следовательно, на балку AB со стороны нити действует такая же, но противоположно направленная сила $T = P = 5 \text{ кН}$.

4. Запишем три условия равновесия плоской системы сил, действующих на балку AB . (рисунок 2):

$$\sum F_{ix} = 0; R_{AX} - S \cos a = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{iy} = 0; R_{AY} - Q - G + S \sin a + T = 0 \quad (2)$$

$$\sum m_A = 0; -Q \cdot l - G \cdot 3l + S_x \cdot 1,5l + S_y \cdot 4l - M + T \cdot 6l = 0 \quad (3).$$

Для нахождения момента силы S относительно точки A , ее разложили на составляющие $S_x = S \cdot \cos a$, $S_y = S \cdot \sin a$ и воспользовались теоремой Вариньона о моменте равнодействующей.

5. Решаем получившуюся систему алгебраических уравнений относительно неизвестных реакций связи. Перепишем уравнение (3) в виде:

$$-Q - 3l \cdot G + S \cdot \cos a \cdot 1,5l + S \cdot \sin a \cdot 4l - M + 6l \cdot T = 0 \text{ и найдем из него } S:$$

$$S = \frac{Q \cdot l + 3l \cdot G + M - 6l \cdot T}{1,5l \cdot \cos a + 4l \cdot \sin a} = \frac{1 \cdot 1 + 3 \cdot 10 + 8 - 6 \cdot 5}{1,5 \cdot \cos 60^\circ + 4 \cdot \sin 60^\circ} = 2,14 \text{ кН}.$$

Из уравнения (1) находим R_{AX}

$$R_{AX} = S \cdot \cos a = 2,14 \cdot \cos 60^\circ = 1,07 \text{ кН},$$

а из уравнения (2) - R_{AY}

$$R_{AY} = Q + G - S \cdot \sin a - T = 1 + 10 - 2,14 \cdot \sin 60^\circ - 5 = 4,15 \text{ кН}.$$

Так как все неизвестные реакции имеют положительный знак, то их направления верно показаны на рисунке 2.

Проверка

Для проверки правильности решения вычислим сумму моментов всех сил рассмотренной системы относительно точки B .

$$\begin{aligned}\sum m_B(F_i) &= R_{AX} \cdot 1,5l - R_{AY} \cdot 6l + Q \cdot 5l + G \cdot 3l - S \cdot \sin \alpha \cdot 2l - M = \\ &= 1,07 \cdot 1,5 - 4,15 \cdot 6 + 1 \cdot 5 + 10 \cdot 3 - 2,14 \cdot \sin 60^\circ \cdot 2 - 8 = -0,0016 \approx 0\end{aligned}\quad (4)$$

Ответ: $R_{AX} = 1,07 \text{ кН}$, $R_{AY} = 4,15 \text{ кН}$, $S = 2,14 \text{ кН}$.

При правильном решении задачи эта сумма должна быть равна нулю. Из-за погрешностей округлений (округления при расчетах следует производить в третьей значащей цифре) эта сумма может несколько отличаться от нуля, но не должна превышать 1% от наибольшего слагаемого уравнения (4).

Новый центр (в рассматриваемом случае точку B) следует выбирать так, чтобы момент каждой из искомых сил относительно этой точки не был равен нулю, то есть новая точка не должна лежать на линии действия ни одной из искомых сил.

Задача 3

Дано: схема конструкции

(рисунок 4);

$$M = 4 \text{ кНм}; P = 0,5 \text{ кН}; \alpha = 30^\circ.$$

Размеры указаны на рисунке в метрах.

Определить: Реакции в опорах A , C и усилие во внутреннем шарнире B .

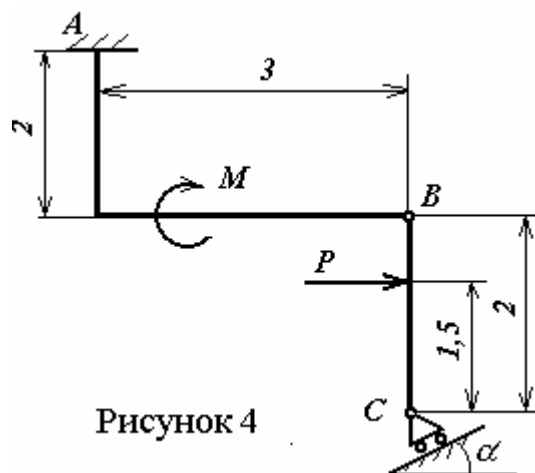


Рисунок 4

Решение:

1. Рассмотрим равновесие всей конструкции ABC (составную конструкцию согласно принципу отвердевания можно рассматривать как одно твердое тело).
2. Покажем все действующие на конструкцию активные силы (рисунок 5): заданную силу P и пару сил с момента M .

3. Отбросим связи – защемление в точке A и подвижный шарнир C - (шарнир B при рассмотрении равновесия всей конструкции не является связью) и заменим их действие соответствующими реакциями: R_{AX} , R_{AY} , M_A , R_C .

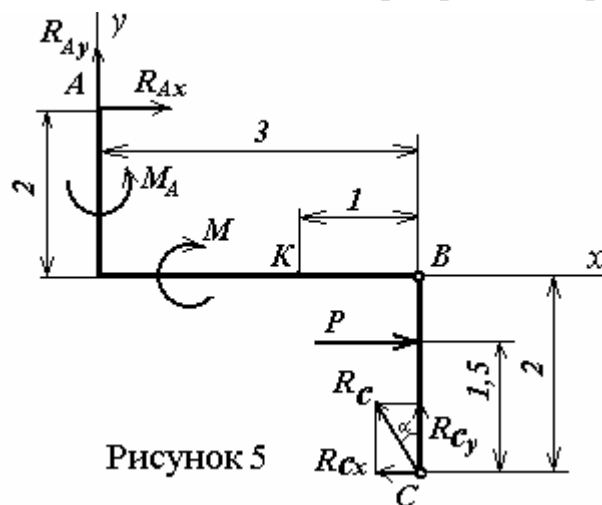


Рисунок 5

4. Запишем условия равновесия получившейся плоской системы сил.

$$\sum F_{iX} = 0; \quad R_{AX} - R_C \cdot \sin a + P = 0 \quad (5)$$

$$\sum F_{iy} = 0; \quad R_{AY} + R_C \cdot \cos a = 0 \quad (6)$$

$$\sum m_A(F_i) = 0; \quad M_A - M + R_{CY} \cdot 3 - R_{CX} \cdot 4 + P \cdot 2,5 = 0 \quad (7)$$

Получилась система трех линейных алгебраических уравнений относительно четырех неизвестных.

5. Для составления дополнительных уравнений и нахождения силы давления в шарнире B рассмотрим равновесие балки BC .

6. Покажем (рисунок 6) все действующие на балку BC активные силы (силу P) и реакции связи: R_{BX} , R_{BY} и R_C (для балки BC связями являются неподвижный шарнир B и подвижный шарнир C).

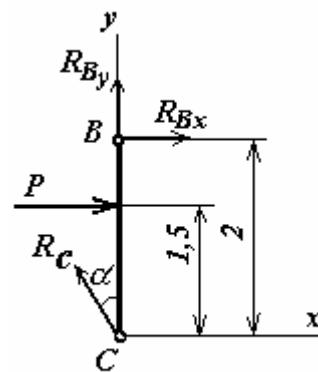


Рисунок 6

7. Запишем условия равновесия получившейся системы сил:

$$\sum F_{iX} = 0; \quad R_{BX} - R_C \cdot \sin a + P = 0 \quad (8)$$

$$\sum F_{iy} = 0; \quad R_{BY} + R_C \cdot \cos a = 0 \quad (9)$$

$$\sum m_B(F_i) = 0; \quad P \cdot 0,5 - R_C \cdot \sin a \cdot 2 = 0 \quad (10)$$

Решая систему шести линейных алгебраических уравнений (5)...(10), найдем шесть неизвестных реакций.

Из уравнения (10):

$$R_C = \frac{P \cdot 0,5}{\sin a \cdot 2} = \frac{0,5 \cdot 0,5}{\sin 30^\circ \cdot 2} = 0,250 \text{ кН}.$$

Из уравнений (8) и (9):

$$R_{BX} = R_C \cdot \sin a - P = 0,25 \cdot \sin 30^\circ - 0,5 = -0,375 \text{ кН};$$

$$R_{BY} = -R_C \cdot \cos a = -0,25 \cdot \cos 30^\circ = -0,217 \text{ кН}.$$

Из уравнения (7):

$$M_A = M + R_{Cy} \cdot \cos a \cdot 3 + R_C \cdot \sin a \cdot 4 - P \cdot 2,5 = 4 - 0,25 \cdot \cos 30^\circ \cdot 3 + \\ + 0,25 \cdot \sin 30^\circ \cdot 4 - 0,5 \cdot 2,5 = 2,60 \text{ кНм}$$

Проверка:

Чтобы удостовериться в правильности полученного решения, проверим выполнение условия равновесия системы сил (рисунок 5) в виде равенства нулю суммы моментов всех сил относительно нового центра – точки K :

$$\sum m_K(F_i) = M_A - M - R_{AY} \cdot 2 - R_{AX} \cdot 2 - R_C \cdot \sin a \cdot 2 + R_C \cdot \cos a \cdot 1 + P \cdot 0,5 = \\ = 2,6 - 4 - (-0,217) \cdot 2 - (-0,375) \cdot 2 - 0,25 \cdot \sin 30^\circ \cdot 2 + 0,25 \cdot \cos 30^\circ \cdot 1 + 0,5 \cdot 0,5 = 0,01 \approx 0$$

Ответ:

$$M_A = 2,60 \text{ кНм}; \quad R_C = 0,250 \text{ кН};$$

$$R_{AX} = -0,375 \text{ кН}; \quad B_X = -0,375 \text{ кН};$$

$$R_{AY} = -0,217 \text{ кН}; \quad B_y = -0,217 \text{ кН}.$$

Давление R_B в шарнире B равно реакции связи, то есть

$$R_B = \sqrt{R_{BX}^2 + R_{BY}^2} = \sqrt{(-0,375)^2 + (-0,217)^2} = 0,433 \text{ кН}.$$

Перед выполнением задания С-10 студенты специальности 170700 должны дополнительно знать ответы на следующие вопросы:

1. Что называется моментом силы относительно оси.
2. Два способа определения момента силы относительно оси.
3. Направление реакций в сферическом шарнире и подпятнике.
4. Условия равновесия тела под действием пространственной системы сил.