

№ 4554

621.39

О-28

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СВЯЗИ

Учебно-методическое пособие

**НОВОСИБИРСК
2016**

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СВЯЗИ

Учебно-методическое пособие
к расчётно-графическим работам для студентов II курса,
обучающихся по направлению 11.03.02 –
Инфокоммуникационные технологии и системы связи

УДК 621.39(076.5)
О-28

Настоящее издание предназначено для студентов II курса факультета радиотехники и электроники, обучающихся по направлению подготовки бакалавров 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи». Оно может быть также использовано студентами близких специальностей.

Составили:

д-р техн. наук, профессор *В.Н. Васюков*,
канд. техн. наук *Д.О. Соколова*

Рецензенты:

канд. техн. наук, доцент *А.В. Синельников*,
канд. техн. наук, *С.Г. Филатова*

Работа подготовлена на кафедре теоретических основ радиотехники
Новосибирского государственного технического университета

© Новосибирский государственный
технический университет, 2016

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Общая теория связи» является базовой при подготовке специалистов в области телекоммуникаций. В свою очередь она основывается на дисциплинах математического и естественно-научного цикла (математика, физика, информатика), а также общепрофессиональной дисциплине «Теория электрических цепей», вместе с которыми образует теоретический фундамент для изучения других профессиональных дисциплин.

Общая теория связи изучается в течение двух семестров. Первая часть курса посвящена изучению способов математического описания сообщений, сигналов и каналов связи, методов их анализа, преобразований сигналов, принципов модуляции и демодуляции и др. Помимо лекционных, практических и лабораторных занятий предполагается выполнение двух расчётно-графических заданий, направленных на закрепление полученных знаний и навыков.

Выполнение и успешная защита расчётно-графических заданий являются условием допуска к экзамену.

Индивидуальное задание определяется двумя десятичными цифрами: номерами варианта и подварианта. Эти номера выдаются студенту в начале семестра и сохраняются за ним до окончания изучения дисциплины.

При выполнении РГЗ необходимо строго соблюдать правила оформления пояснительной записки.

Самостоятельное и сознательное выполнение РГЗ, а также своевременная защита должны обеспечить подготовку к успешной сдаче экзамена.

Помочь студенту – цель настоящей методической работы.

ЗАДАНИЕ И ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

1. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

1.1. Сигналы и их характеристики

Сигнал $s(t)$ определяется восьмизначным равномерным кодом согласно варианту и подварианту (табл. 1), где символ «0» соответствует нулевой посылке (паузе), а символ «1» – прямоугольному видеоимпульсу напряжения с пиковым значением 10 В и длительностью 0.1 мкс.

Параметры фильтра с прямоугольной амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ) и линейной фазочастотной характеристикой (ФЧХ): частота среза $f_{ср}$ фильтра в мегагерцах (МГц) и крутизна S его ФЧХ в радианах, делённых на мегагерц (рад/МГц), – приведены в табл. 2.

Таблица 1

Вариант	Подвариант				
	1	2	3	4	5
1	00000101	10001110	00011101	10011101	00010110
2	00000110	00001001	00011110	01000010	10011110
3	10001101	00001010	00001101	10011010	00010101
4	01111010	10001010	00001110	10011001	01110101
5	10010001	10001001	00010001	01001001	00010010
6	01111101	00101001	10010110	00101010	11011101
7	10010010	10000110	10010101	10111010	01110010
8	00100101	00100110	00100010	01000110	10111101
9	10000101	11101001	00100001	01001010	01110001
0	01111110	10111001	11110101	01000101	11100101

Таблица 1

Вариант	Подвариант				
	6	7	8	9	0
1	00011010	00011001	00110110	01111001	00110101
2	01000001	10100001	00111110	01100010	01011001
3	01101110	10100101	10100110	01110110	01010110
4	11000010	00101110	00110001	11001001	00110010
5	01101101	01010001	01010010	01100101	01010101
6	10101010	00101101	00111101	10110101	01011110
7	01101010	10100010	11010110	01100001	10110110
8	10111110	01001110	00111010	10110010	01011101
9	10101001	01001101	10101110	01100110	11010001
0	11101101	10101101	00111001	01101001	01011010

Таблица 2

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
f_{cp}	20	22	19	24	23	25	26	27	28	30
Подвариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
S	0.9	-0.8	0.7	-0.6	0.5	-0.55	0.65	-0.75	0.85	-0.95

Параметры RC -фильтра нижних частот: сопротивление R в килоомах (кОм), емкость C в пикофарадах (пФ) – указаны в табл. 3.

Таблица 3

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
R	0.20	0.22	0.24	0.27	0.30	0.33	0.36	0.39	0.43	0.47
Подвариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
C	910	820	750	680	620	560	510	470	430	390

1.2. Линейные инвариантные к сдвигу цепи

ЛИС-цепь определяется схемой согласно варианту (табл. 4), её параметры (R в килоомах (кОм), C в пикофарадах (пФ), L в миллигенри (мГн)) – согласно подварианту (табл. 5). Предполагается, что выход цепи подключён к устройству с бесконечным входным сопротивлением.

Таблица 4

1	2	3
4	5	6
7	8	9
	0	

Таблица 5

Подвариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
R_1	2.0	2.2	1.8	2.4	1.6	2.7	2.6	2.7	3.3	3.0
R_2	1.3	1.5	1.3	1.5	1.8	2.7	3.0	3.3	2.4	2.2
C_1	91	82	75	68	62	110	100	75	82	91
C_2	82	75	91	110	130	100	120	110	62	68
L_1	1.0	1.3	1.5	1.8	2.0	2.2	1.5	2.7	1.8	2.4
L_2	2.0	1.8	1.2	1.6	1.0	1.3	1.1	1.6	1.3	1.5

2. ЗАДАНИЕ

2.1. Для заданного в п. 1.1 сигнала требуется:

- записать математическую модель сигнала в виде линейной комбинации сдвинутых функций Хэвисайда, построить временной график;
- найти спектр сигнала относительно базиса Уолша (первые восемь коэффициентов), построить спектральную диаграмму;
- вывести выражение спектральной плотности прямоугольного видеоимпульса длительностью 1 с и амплитудой 1 В относительно ядра Фурье;
- пользуясь свойствами преобразования Фурье, найти спектральную плотность заданного в п. 1.1 сигнала $s(t)$ относительно ядра Фурье, построить графики её модуля и аргумента;
- найти спектр периодической последовательности, полученной повторением заданного сигнала с периодом, равным его длительности, относительно комплексного базиса Фурье, построить амплитудную и фазовую спектральные диаграммы;
- найти автокорреляционную функцию сигнала $s(t)$, построить её график;
- определить эффективную ширину спектра, как полосу частот, содержащую 95 % энергии сигнала;
- найти сигнал, который получается из заданного при воздействии фильтра с прямоугольной АЧХ и линейной ФЧХ (параметры фильтра заданы в п. 1.1), построить временной график полученного сигнала (для выполнения этого пункта рекомендуется использовать математические пакеты MathCad, MATLAB, Maple и т. п.);

- найти сигнал, который получается при воздействии RC -фильтра нижних частот (параметры фильтра заданы в п. 1.1) на сигнал $s(t)$, построить временной график полученного сигнала.

2.2. Для заданной в п. 1.2 ЛИС-цепи требуется:

- вывести выражение комплексной частотной характеристики цепи, АЧХ и ФЧХ; построить графики АЧХ и ФЧХ;
- найти выражения импульсной и переходной характеристик (можно для этого использовать символьный процессор пакетов Mathcad, MATLAB, Maple и т. п.), построить графики;
- найти отклик цепи на заданный в п. 1.1 сигнал, построить графики входного и выходного сигналов.

РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

3. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

3.1. Случайные процессы и их воздействие на ЛИС-цепи

На вход заданной в п. 1.2 ЛИС-цепи воздействуют заданный в п. 1.1 сигнал и стационарный аддитивный белый шум с нулевым средним и спектральной плотностью мощности (СПМ) N_0 [Вт/Гц], определяемой номером подварианта (табл. 6).

Таблица 6

Подвариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$N_0 \cdot 10^9$	15	12	19	14	23	15	16	17	18	20
$U_{\text{п}}$	1.0	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.4	1.3	1.2	1.1

3.2. Модулированные колебания

Несущее гармоническое колебание имеет амплитуду U_m [В], частоту f_0 [МГц] и начальную фазу φ [рад]. Параметры гармонического сигнала, модулирующего несущее колебание по амплитуде: амплитуда A [В], частота F [кГц] и начальная фаза ψ [рад], определяются подвариантом. Параметры гармонического сигнала, модулирующего несущее колебание по частоте/фазе: частота F [кГц] и

начальная фаза ψ [рад], а также девиация частоты f_d [МГц] для ЧМ или индекс модуляции m для ФМ определяются подвариантом.

Численные значения всех параметров представлены в табл. 7.

Таблица 7

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
U_m	16.0	15.5	17.5	10.0	19.0	19.5	12.0	15.0	18.0	16.5
f_0	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
φ	0.50	0.40	0.20	0.60	0.45	0.65	0.75	0.55	0.25	0.30
Подвариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
A	10.0	9.5	9.0	8.5	8.0	7.5	7.0	6.5	6.0	5.5
F	175	170	165	135	155	145	150	140	160	130
ψ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
f_d	0.7	–	0.8	–	0.9	–	1.0	–	1.6	–
m	–	7.0	–	8.0	–	8.5	–	9.0	–	9.5

4. ЗАДАНИЕ

4.1. Для заданных в п. 3.1 сигнала и шума требуется:

- найти отношение сигнал/шум (ОСШ) по напряжению и по мощности в разгах и в децибелах на входе цепи (для выполнения этого пункта задания считать полосу частот входного шума, ограниченной частотами ± 30 МГц);
- найти СПМ шума и ОСШ по напряжению и по мощности в разгах и в децибелах на выходе цепи;
- вычислить эффективную ширину спектра и интервал корреляции шума на выходе цепи;
- построить графики плотности распределения вероятности мгновенного значения шума и смеси сигнала с шумом на выходе цепи для

момента времени, когда мгновенное значение выходного сигнала максимально;

- определить вероятности событий, состоящих в том, что шумовое напряжение в определенный момент времени превысит заданный в табл. 6 порог U_n [В], и в том, что мгновенное значение смеси сигнала с шумом окажется ниже порога (момент времени должен соответствовать максимальному значению сигнала на выходе цепи).

4.2. Для заданных в п. 3.2 несущего и модулирующих колебаний требуется:

- определить коэффициент модуляции амплитудно-модулированного колебания, а также средние мощности несущего колебания и боковых составляющих;
- найти спектр амплитудно-модулированного колебания, построить спектральные диаграммы;
- рассчитать и изобразить временную и векторную диаграммы амплитудно-модулированного колебания;
- записать выражение колебания с угловой модуляцией (частотной или фазовой);
- найти спектр этого модулированного колебания, построить спектральную диаграмму;
- определить практическую (эффективную) ширину спектра.

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ

1. Пояснительная записка оформляется на стандартных листах формата А4. Листы должны быть скреплены, страницы пронумерованы.

2. На титульном листе пояснительной записки (см. приложение 1) должны присутствовать подпись студента и дата сдачи работы на проверку.

3. В пояснительной записке все пункты должны располагаться в той же последовательности, что и в задании, иметь ту же нумерацию и те же заголовки.

4. Текст пояснительной записки располагается на одной стороне листа. На обратной (чистой) стороне листа могут выполняться исправления, если после проверки РГЗ преподавателем исправления потребуются.

5. Пояснительная записка должна представлять собой связный текст, состоящий из кратких пояснений к каждому заданию, а не распечатку рабочих файлов математических пакетов.

6. Наличие пространственных рассуждений общего характера, не связанных непосредственно с выполнением пунктов задания, может привести к снижению оценки. Оценка также снижается при обнаружении признаков плагиата.

7. Рисунки и таблицы должны быть пронумерованы и озаглавлены.

8. На графиках должны быть чётко обозначены оси координат, указаны масштабы и физические размерности. Деления масштабной сетки должны быть кратны одному из чисел: 1, 2, 2.5, 5.

9. При вычислениях по формулам вначале приводится исходное выражение, затем то же выражение с подставленными в него числовыми данными и только потом – результат вычисления. Обозначения всех величин должны быть пояснены в тексте.

10. Все результаты, имеющие физическую размерность, приводятся с указанием единиц.

11. Графики функций, имеющих смысловую связь (амплитудные и фазовые спектральные диаграммы, АЧХ и ФЧХ цепей, сигналы на входе и выходе цепи и т. п.), необходимо располагать друг под другом с соблюдением одинакового масштаба по оси абсцисс или по обеим осям.

12. В случае возврата РГЗ на доработку замена листов с замечаниями преподавателя не допускается. Исправления выполняются на обратной стороне листа. При необходимости допускается вложение дополнительных листов с исправлениями; при этом обязательны пояснения, к чему относятся исправления.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Ниже приведены некоторые методические советы и указания, цель которых – пояснить пункты задания, которые обычно вызывают у студентов наибольшее количество вопросов и затруднений.

Динамическое представление сигналов функциями Хэвисайда

Функция Хэвисайда представляет собой одну из простейших функций, используемых в качестве составных частей при построении моделей самых различных сигналов, и определяется выражением

$$\sigma(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } t > 0, \\ 0.5 & \text{при } t = 0, \\ 0 & \text{при } t < 0. \end{cases}$$

Непрерывную функцию $s(t)$, равную нулю при $t < 0$, можно описать при помощи выражения

$$s(t) = s(0)\sigma(t) + \int_0^{\infty} \frac{ds(\tau)}{d\tau} \sigma(t - \tau) d\tau,$$

называемого динамическим представлением непрерывной функции.

Представление сигнала в базисе функций Уолша

Функции Уолша обычно определяются относительно нормированного времени θ на интервале $[0; 1]$ рекуррентными формулами

$$\text{Wal}(2n + p, \theta) = \text{Wal}(n, 2\theta) + (-1)^{n+p} \text{Wal}(n, 2\theta - 1),$$

$$\text{Wal}(0, \theta) = \begin{cases} 1, & \theta \in [0; 1], \\ 1, & \theta \notin [0; 1]. \end{cases}$$

Для представления сигналов, заданных на интервале $[0; T]$ реального времени, необходима замена $\theta = t / T$. Разложение сигнала с конечной энергией, заданного на интервале $[0; T]$, имеет вид

$$x(t) = \sum_{k=0}^N C_k \text{Wal}\left(k, \frac{t}{T}\right).$$

Коэффициенты разложения в ряд определяются как скалярное произведение сигнала на соответствующую функцию Уолша, нормированное к длине интервала:

$$C_k = \frac{1}{T} \left(x(t), \text{Wal}\left(k, \frac{t}{T}\right) \right) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \text{Wal}\left(k, \frac{t}{T}\right) dt.$$

Спектральный анализ сигналов

Спектральная плотность сигнала $x(t)$ определяется выражением

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt, \quad (1)$$

известным как (прямое) *преобразование Фурье*, а формула интегрального представления сигнала

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi ft} df$$

называется обратным преобразованием Фурье.

Для большинства реальных сигналов непосредственное применение преобразования Фурье требует трудоемкого интегрирования. Для упрощения вычислений целесообразно использовать свойства преобразований Фурье. Для краткости будем использовать обозначение $x(t) \Leftrightarrow X(f)$ для функций, связанных парой преобразований Фурье:

- линейность

$$\sum_k \alpha_k x_k(t) \Leftrightarrow \sum_k \alpha_k X_k(f);$$

- теорема сдвига

$$x(t - t_0) \Leftrightarrow X(f) e^{-j2\pi f t_0};$$

- теорема изменения масштаба

$$x(m \cdot t) \Leftrightarrow \left| \frac{1}{m} \right| X\left(\frac{f}{m}\right);$$

- теорема дифференцирования

$$\frac{dx(t)}{dt} \Leftrightarrow j2\pi f X(f).$$

Повторение финитного сигнала с периодом T , бóльшим, чем его длительность, даёт периодический сигнал

$$\tilde{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t + nT),$$

который может быть представлен рядом Фурье со спектральными коэффициентами

$$C_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-j\frac{2\pi}{T}kt} dt. \quad (2)$$

Сравнивая (1) и (2) и учитывая, что интеграл от финитной функции равен интегралу по интервалу, содержащему носитель функции, можно записать равенство

$$C_k = \frac{1}{T} X\left(\frac{k}{T}\right).$$

Таким образом, спектральная плотность импульсного сигнала имеет (с точностью до коэффициента) форму огибающей спектральных коэффициентов ряда Фурье периодической последовательности, образованной повторением данного сигнала с периодом, бóльшим его длительности.

Корреляционный анализ детерминированных сигналов

Автокорреляционная функция (АКФ) $B_x(\tau)$ представляет собой количественную меру сходства сигнала $x(t)$ и его задержанной копии $x(t - \tau)$ в зависимости от величины сдвига τ :

$$B_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t - \tau)dt . \quad (3)$$

Свойства АКФ

1. $B_x(\tau)$ достигает при $\tau = 0$ максимума, равного энергии сигнала:

$$B_x(0) = \max_{\tau} B_x(\tau) = E_x .$$

2. $B_x(\tau)$ обладает свойством сопряжённой (эрмитовой) симметрии:

$$\begin{aligned} B_x(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x^*(t - \tau)dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(\theta + \tau)x^*(\theta)d\theta = \\ &= \left[\int_{-\infty}^{\infty} x(\theta)x^*(\theta + \tau)d\theta \right]^* = B_x^*(-\tau) . \end{aligned}$$

В частности, для вещественного сигнала АКФ – чётная функция.

Эффективная ширина спектра

При определении эффективной ширины спектра обычно используют энергетический критерий. При таком подходе в качестве эффективной ширины спектра $\Delta f_{\text{эф}}$ рассматривается ширина полосы частот, в пределах которой сосредоточена подавляющая часть энергии сигнала E_x :

$$\int_{-\Delta f_{\text{эф}}}^{\Delta f_{\text{эф}}} |X(f)|^2 df = k \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df = kE_x ,$$

где величину k выбирают равной 0.9 или 0.95.

Фильтрация сигналов

Фильтрация сигналов представляет собой избирательное воздействие на различные спектральные (частотные) составляющие колебания, поступающего на вход фильтра. В большинстве случаев под этим понимается частичное или полное подавление нежелательных составляющих в спектре колебания. В идеальном случае, если АЧХ фильтра постоянна и равна 1, а ФЧХ строго линейна, сигнал, прошедший через фильтр, не меняет формы, а лишь сдвигается по временной оси.

Воздействие фильтра с прямоугольной АЧХ и частотой среза, меньшей, чем полоса, занимаемая сигналом, приводит к усечению спектра сигнала и искажению его формы. Воздействие фильтра с линейной ФЧХ проявляется в приобретении различными гармониками сигнала одинакового временного запаздывания.

Описание ЛИС-цепей

В частотной области ЛИС-цепь описывается комплексной частотной характеристикой (КЧХ), которая определяется как отношение комплексного напряжения гармонического сигнала на выходе цепи $\dot{U}_{\text{ВЫХ}}$ к комплексному напряжению гармонического сигнала на входе цепи $\dot{U}_{\text{ВХ}}$

$$H(f) = \frac{\dot{U}_{\text{ВЫХ}}}{\dot{U}_{\text{ВХ}}}.$$

КЧХ, как любую комплексную функцию, можно представить в показательной форме через модуль и аргумент:

$$H(f) = \frac{\dot{U}_{\text{ВЫХ}}}{\dot{U}_{\text{ВХ}}} = |H(f)| e^{j\varphi(f)},$$

где $|H(f)|$ – амплитудно-частотная характеристика, показывающая зависимость от частоты коэффициента усиления/ослабления цепи по напряжению, а $\varphi(f)$ – фазочастотная характеристика, определяющая зависимость от частоты величины фазового сдвига, который получает входной гармонический сигнал при прохождении через цепь.

Наряду с комплексной частотной характеристикой для описания ЛИС-цепей используется импульсная характеристика $h(t)$, которая

представляет собой отклик цепи на «бесконечно короткий импульс» (δ -функцию). Импульсная характеристика и комплексная частотная характеристика связаны парой преобразований Фурье:

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) e^{j2\pi ft} df,$$

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j2\pi ft} dt.$$

При определении импульсной характеристики часто непосредственное использование обратного преобразования Фурье приводит к трудоемкому интегрированию. Поэтому для упрощения вычислений дробно-рациональное выражение для комплексной частотной характеристики

$$H(f) = \frac{A(f)}{B(f)},$$

где $A(f)$ и $B(f)$ – полиномы, рекомендуется представить в виде суммы простых дробей, для которых результат обратного преобразования Фурье известен. Искомая импульсная характеристика представляет собой линейную комбинацию импульсных характеристик, соответствующих каждой из дробей. Некоторые сигналы и их фурье-образы приведены в приложении 2.

Еще одной характеристикой ЛИС-цепи во временной области является переходная характеристика $g(t)$, которая представляет собой отклик цепи на функцию включения Хэвисайда $\sigma(t)$. Связь между импульсной и переходной характеристикой цепи

$$g(t) = \int_{-\infty}^t h(t) dt$$

обусловлена взаимосвязью δ -функции функции Хэвисайда.

Прохождение сигнала через ЛИС-цепь

Спектральная плотность сигнала $Y(f)$ на выходе линейной стационарной цепи может быть найдена как произведение спектральной плотности входного сигнала и комплексной частотной характеристики этой цепи

$$Y(f) = H(f)X(f).$$

Если известны входной сигнал $x(t)$ и импульсная характеристика цепи $h(t)$, выходной сигнал определяется выражением

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau)h(t-\tau)d\tau,$$

известным под названием свёртки или интеграла Дюамеля.

Плотность распределения вероятности случайной величины

Для непрерывного процесса $X(t)$ распределение вероятностей в заданном временном сечении t_1 характеризуется одномерной плотностью распределения вероятности (ПРВ)

$$w(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x \leq X \leq x + \Delta x)}{|\Delta x|} \geq 0.$$

Нормальное (гауссовское) распределение случайной величины имеет ПРВ

$$w(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D}} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2D}\right),$$

где m – математическое ожидание, D – дисперсия.

Вероятность попадания случайной величины в интервал (a, b) может быть найдена как

$$\mathbf{P}\{a < x \leq b\} = \int_a^b w(x)dx.$$

Интервал корреляции и эффективная ширина спектра случайного процесса

Корреляционная функция случайного процесса $X(t)$ определяется выражением

$$R_X(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X_1 X_2 w(X_1, X_2) dX_1 dX_2,$$

где $X_1 = X(t_1)$ и $X_2 = X(t_2)$.

Спектральная плотность мощности (СПМ) $W_X(f)$ стационарного случайного процесса представляет собой неотрицательную функцию, описывающую распределение мощности процесса между различными частотными составляющими. Связь СПМ случайного процесса и его автокорреляционной функции $R_X(\tau)$ описывается парой преобразований Фурье:

$$R_X(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} W_X(f) e^{j2\pi f\tau} df,$$

$$W_X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_X(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau.$$

Интервал корреляции представляет собой простейшую числовую характеристику временных свойств случайного процесса; известны следующие ее определения:

1) интервал корреляции – такое значение τ , при котором АКФ спадает до заданного уровня, например, до 1/10 максимального значения (рис. 1, *a*);

2) интервал корреляции – ширина основания прямоугольника, имеющего площадь, равную площади под графиком АКФ (рис. 1, *б*).

В качестве простейшей числовой характеристики спектральных свойств случайного процесса используется эффективная ширина спектра, которая определяется по спектральной плотности мощности способами, аналогичными показанным на рис. 1, *a* и *б*.

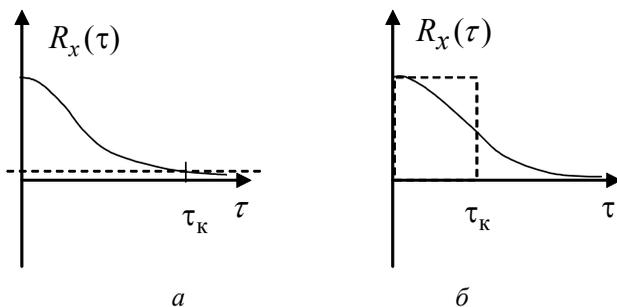


Рис. 1. К определению интервала корреляции

Определение отношения сигнал/шум

Отношение сигнал/шум (ОСШ) представляет собой безразмерную величину и определяется как отношение мощности полезного сигнала к мощности шума. Отношение мощностей, выраженное в децибелах, связано с этой же величиной, выраженной в разгах, соотношением

$$[\text{дБ}] = 10 \lg [\text{раз}].$$

Аналогичная формула, связывающая отношения напряжений (токов), имеет вид

$$[\text{дБ}] = 20 \lg [\text{раз}].$$

Спектральная плотность мощности случайного процесса $W_Y(f)$ на выходе ЛИС-цепи с КЧХ $H(f)$ может быть определена выражением

$$W_Y(f) = |H(f)|^2 W_X(f),$$

где $W_X(f)$ – спектральная плотность мощности входного случайного процесса.

Амплитудно-модулированные колебания

Амплитудная модуляция заключается в изменении амплитуды гармонического несущего колебания

$$u(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

в соответствии с изменениями первичного (информационного) сигнала. В случае тональной амплитудной модуляции первичный сигнал представляет собой также гармоническое колебание низкой (в сравнении с несущей частотой ω_0) частоты Ω . Аналитическая запись амплитудно-модулированного колебания (АМК) имеет вид

$$u_{\text{АМК}}(t) = U(t) \cos(\omega_0 t + \varphi) = U_m [1 + M \cos(\Omega t + \psi)] \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

где M – коэффициент амплитудной модуляции.

Спектральные характеристики АМК

Для нахождения спектра необходимо представить АМК в виде суммы гармонических колебаний и определить их амплитуды и начальные фазы. При модуляции гармоническим сигналом (тональная модуляция) АМК можно записать в виде

$$u_{\text{АМК}}(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi) + \frac{U_m M}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega)t + \varphi + \psi] + \\ + \frac{U_m M}{2} \cos[(\omega_0 - \Omega)t + \varphi - \psi].$$

Энергетические характеристики АМК

Характерной особенностью АМК является изменение его амплитуды от минимального

$$u_{\min} = U_m (1 - M)$$

до максимального

$$u_{\max} = U_m (1 + M)$$

значения. В соответствии с изменением амплитуды изменяется и мощность от минимальной

$$P_{\min} = \frac{u_{\min}^2}{2} = \frac{U_m^2}{2} (1 - M)^2$$

до максимальной

$$P_{\max} = \frac{u_{\max}^2}{2} = \frac{U_m^2}{2} (1 + M)^2$$

величины.

Средняя мощность периодического сигнала, рассматриваемого на всей оси времени, совпадает с мощностью, средней за период, и равна сумме средних мощностей гармонических составляющих его спектра:

$$P_{\text{ср}} = \frac{U_m^2}{2} + \left[\frac{1}{2} \left(\frac{U_m M}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{U_m M}{2} \right)^2 \right] = P_{\text{н}} + P_{\text{бок}}$$

где $P_{\text{н}}$ – средняя мощность несущего колебания, $P_{\text{бок}}$ – средняя мощность боковых составляющих.

Векторная диаграмма

Другой формой наглядного представления АМ-колебания служит векторная диаграмма (рис. 2). Здесь принято, что комплексная плоскость вращается по часовой стрелке с угловой скоростью ω_0 , тогда вектор несущего колебания длины U_m неподвижен, а векторы боковых колебаний вращаются в противоположных направлениях с одинаковыми угловыми скоростями Ω и $-\Omega$, так что их сумма всегда лежит на линии, вдоль которой направлен вектор несущего колебания. Таким образом, сумма всех трёх векторов со временем изменяет только длину, оставаясь на той же прямой, т. е. имеет место модуляция (изменение) только амплитуды.

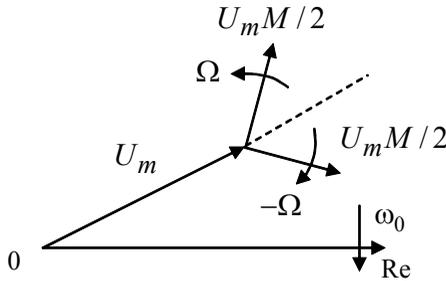


Рис. 2. Векторная диаграмма АМ-колебания

Колебания с угловой модуляцией

Аналитическая запись сигнала угловой модуляции при гармонической несущей имеет вид

$$u_{\text{УМ}}(t) = U_0 \cos(\psi(t)) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi(t)),$$

где $\psi(t) = \omega_0 t + \varphi(t)$ – полная фаза сигнала; $\varphi(t)$ – начальная фаза, которая несет информацию о первичном сигнале $b(t)$. Амплитуда УМ-сигнала, а следовательно, и его средняя мощность неизменны.

При фазовой модуляции изменения начальной фазы прямо пропорциональны первичному сигналу и полная фаза определяется выражением

$$\psi(t) = \omega_0 t + kb(t) + \varphi_0;$$

при частотной модуляции мгновенная частота прямо пропорциональна первичному сигналу, полная фаза в этом случае

$$\psi(t) = \omega_0 t + k \int b(t) dt + \varphi_0.$$

В этих выражениях k – коэффициент, называемый крутизной модуляционной характеристики, φ_0 – начальная фаза.

При частотной модуляции гармоническим первичным сигналом мгновенная частота

$$\omega(t) = \omega_0 + \omega_d \cos \Omega t,$$

где ω_d – девиация частоты. Полная фаза ЧМ-колебания

$$\psi(t) = \omega_0 t + \frac{\omega_d}{\Omega} \sin \Omega t + \varphi_0$$

состоит из линейно растущего слагаемого $\omega_0 t$, постоянной φ_0 и гармонического слагаемого, максимальное значение которого ω_d / Ω называется индексом частотной модуляции.

При фазовой модуляции гармоническим первичным сигналом полная фаза модулированного колебания определяется выражением

$$\psi(t) = \omega_0 t + m \cos \Omega t + \varphi_0,$$

где m – индекс фазовой модуляции, а мгновенная частота

$$\omega(t) = \omega_0 - m\Omega \sin \Omega t .$$

Спектральный анализ колебаний с тональной УМ

Колебание с тональной угловой модуляцией можно записать в виде ряда Фурье:

$$u(t) = U_m \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(m) \cos(\omega_0 + k\Omega)t ,$$

при этом спектральные коэффициенты определяются значениями функций Бесселя $J_k(m)$ в зависимости от номера боковой составляющей k при фиксированном значении m . Эти значения быстро убывают с ростом k при $k > m$. Благодаря такому свойству функций Бесселя можно считать, что УМ-колебание имеет спектр с эффективной шириной, равной

$$2(m + 1)\Omega \approx 2m\Omega = 2\omega_d ,$$

приближенное равенство справедливо для $m \gg 1$.

Приложение 1

Образец титульного листа

Министерство образования и науки Российской Федерации
Новосибирский государственный технический университет

Кафедра теоретических основ радиотехники

Расчётно-графическая работа № 1

по курсу «Общая теория связи»

Сигналы и их характеристики

Выполнил
Фамилия И.О.
Группа
Подпись
Дата сдачи

Проверил
Фамилия И.О.
степень, звание

Оценка:

Новосибирск – 20 __

Некоторые сигналы и их Фурье-образы

№	Сигнал	Фурье-образ	№	Сигнал	Фурье-образ
1	$\delta(t)$	1	2	$\sigma(t)$	$\frac{1}{2}\delta(f) + \frac{1}{j2\pi f}$
3	$\text{sign}(t)$	$\frac{1}{j2\pi f}$	4	$e^{-\alpha t} \sigma(t), \alpha > 0$	$\frac{1}{j2\pi f + \alpha}$
5	$e^{-\alpha t }, \alpha > 0$	$\frac{2\alpha}{4\pi^2 f^2 + \alpha^2}$	6	$t \cdot e^{-\alpha t} \sigma(t), \alpha > 0$	$\frac{1}{(j2\pi f + \alpha)^2}$
7	$t^n \cdot e^{-\alpha t} \sigma(t), \alpha > 0$	$\frac{n!}{(j2\pi f + \alpha)^{n+1}}$	8	$e^{-\alpha t} \cos(2\pi f_0 t) \sigma(t), \alpha > 0$	$\frac{\alpha + j2\pi f}{(j2\pi f + \alpha)^2 + 4\pi^2 f_0^2}$
9	$e^{-\alpha t^2}, \alpha > 0$	$\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} e^{-\frac{\pi^2 f^2}{\alpha}}$	10	$\cos(2\pi f_0 t)$	$\frac{1}{2}[\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)]$

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. *Васюков В.Н.* Общая теория связи: учебник. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. – XXX с.

Дополнительная

2. *Андреев Р.Н., Краснов Р.П., Чепелев М.Ю.* Теория электрической связи: курс лекций: учебное пособие для вузов. – Горячая линия-Телеком, 2014. – 230 с.: ил.

3. *Бикенин Р.Р., Чесноков М.Н.* Теория электрической связи. – М.: Издательский центр «Академия», 2010. – 336 с.

4. *Акулиничев Ю.П.* Теория электрической связи: учебное пособие. – Спб.: Издательство «Лань», 2010. – 240 с.: ил.

5. *Теория электрической связи: учебное пособие / К.К. Васильев, В.А. Глушков, А.В. Дормидонтов, А.Г. Нестеренко; под общ. ред. К.К. Васильева.* – Ульяновск: УлГТУ, 2008. – 452 с.

6. *Теория электрической связи: учебник для вузов / под ред. Д.Д. Кловского.* – М.: Радио и связь, 1999. – 432 с.

7. *Зюко А.Г., Кловский Д.Д., Назаров М.В., Финк Л.М.* Теория передачи сигналов: учебник для вузов. – М.: Радио и связь, 1986. – 302 с.

8. *Назаров М.В., Кувшинов Б.И., Попов О.В.* Теория передачи сигналов: учебник для электротехнических институтов связи. – М.: Связь, 1970. – 368 с.

9. *Баскаков С.Н.* Радиотехнические цепи и сигналы: учебник для вузов. – М.: Высшая школа, 1999. – 536 с.

10. *Гоноровский И.С.* Радиотехнические цепи и сигналы: учебник для вузов. – М.: Радио и связь, 1986. – 512 с.

11. *Кловский Д.Д., Шилкин В.А.* Теория передачи сигналов в задачах: учебное пособие для вузов. – М.: Связь, 1978. – 252 с.

12. *Радиотехника: энциклопедия / под ред. Ю.Л. Мазора, Е.А. Мачусского, В.И. Правды.* – М.: Издательский дом «Додэка-XXI», 2002, 944 с.

Для углублённого изучения

13. *Френкс Л.* Теория сигналов. – М.: Сов. радио, 1974. – 344 с.

14. *Сиберт У.* Цепи, сигналы, системы: В 2 частях. Ч. 1. – М.: Мир, 1988. – 336 с.; Ч. 2. – М.: Мир, 1988. – 360 с.

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СВЯЗИ

Учебно-методическое пособие

Редактор *И.Л. Кескевич*
Выпускающий редактор *И.П. Брованова*
Корректор *И.Е. Семенова*
Компьютерная верстка *С.И. Ткачева*

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции
Издание соответствует коду 95 3000 ОК 005-93 (ОКП)

Подписано в печать 27.01.2016. Формат 60 × 84 1/16. Бумага офсетная. Тираж 100 экз.
Уч.-изд. л. 1,62. Печ. л. 1,75. Изд. № 291/15. Заказ № . Цена договорная

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20