

Занятие 8. Работа и механическая энергия, мощность. Закон сохранения импульса и энергии.

1. Закон сохранения импульса

$$\sum p_i = \text{const}, \quad p_i = m_i v_i \quad (8.1)$$

2. Средняя сила за Δt

$$\langle F \rangle = \Delta p / \Delta t \quad (8.2)$$

3. Координаты центра масс системы

$$x_C = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_N x_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N}, \quad y_C = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \dots + m_N y_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N},$$

$$z_C = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + \dots + m_N z_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N}, \quad (8.3)$$

4. Импульс p системы тел определяется через скорость центра масс системы

$$p = m v_C, \quad v_C = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 + \dots + m_N v_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N}, \quad m = m_1 + m_2 + \dots + m_N \quad (8.4)$$

5. Связь между энергией E системы и работой внешних сил

$$E_2 - E_1 = A_{12}, \quad E = E_K + U, \quad E_K = m \frac{v^2}{2} \quad (8.5)$$

- 5.1. потенциальная энергия силы тяжести

$$U = mgh \quad (8.6)$$

- 5.2. потенциальная энергия силы упругости

$$U = k \frac{x^2}{2} \quad (8.7)$$

Здесь $g = 9.8 \text{ м/с}^2$, h - высота, которая отсчитывается от произвольно выбранного нулевого уровня, k - коэффициент жесткости пружины

1. Теорема о кинетической энергии – приращение кинетической энергии равно работе внешних сил

$$E_{K2} - E_{K1} = A_{12} \quad (8.8)$$

2. Теорема о потенциальной энергии – убыль потенциальной энергии равна работе внешних потенциальных сил

$$U_1 - U_2 = A_{12} \quad (8.9)$$

3. Закон сохранения механической энергии. Полная механическая энергия E в замкнутой системе, в которой действуют только силы тяжести, упругости и кулоновского взаимодействия, сохраняется

$$E = E_K + U = \text{const} \quad (8.10)$$

4. Изменение механической энергии ΔE под действием внешних сил и внутренних сил трения равно суммарной работе этих сил

$$\Delta E = A_{\text{out}} + A_{\text{fr}}, \quad Q = -A_{\text{fr}} = F_{\text{fr}} s \quad (8.11)$$

где Q - количество выделившейся при трении теплоты

Примеры решения задач

2. Под действием силы тело массой m равномерно перемещается по горизонтальной поверхности на расстояние S . Направление силы совпадает с направлением движения, коэффициент трения равен μ .

Совершаемая этой силой работа равна . . .

выразить через заданные величины

Решение.

Работа, совершаемая силой, заставляющей перемещаться данное тело, равна: $A = F \cdot S \cos \alpha$. Так как направление силы совпадает с направлением перемещения, то угол $\alpha = 0$ или $\cos \alpha = 1$. Изобразим действующие на тело силы.

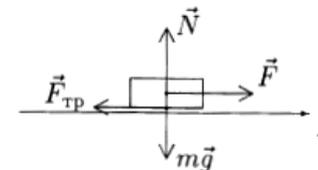
Уравнение движения этого тела:

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{N} + m\vec{g}$$

Так как $\vec{a} = 0$, то переходя к проекциям сил

на направление оси x , получим: $F - F_{\text{тр}} = 0$;

или $F = \mu N = \mu mg$. Работа силы F равна $A = \mu mg S$.



Ответ: $A = \mu mg S$.

3. Тело свободно падает на Землю с высоты h . В некоторый момент времени его кинетическая энергия равна потенциальной.

Скорость тела в этот момент времени $V = . . .$

выразить через заданные величины

Решение.

Согласно закону сохранения энергии сумма кинетической и потенциальной энергии тела является постоянной величиной. Запишем закон сохранения для тела на высоте h и h_1 : $mgh = mgh_1 + E_{K1}$. Так как по условию $E_{K1} = mgh_1$, то $mgh = 2mgh_1$. Определим $h_1 = \frac{h}{2}$; Величина кинетической энергии на высоте $\frac{h}{2}$: $\frac{mV^2}{2} = mg \frac{h}{2}$. Отсюда $V = \sqrt{gh}$.

Ответ: $V = \sqrt{gh}$.

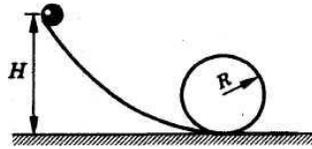
Самостоятельная аудиторная работа.

1. Плот передвигают багром, прилагая к нему силу 200 Н. Совершенная при этом работа равна 1000 Дж. На какое расстояние переместился плот, если угол между направлением силы и направлением перемещения составляет 60 градусов?

2. Тело массой m поднимают с ускорением a по наклонной плоскости. При этом совершается работа A . Угол наклона плоскости к горизонту α , коэффициент

трения между телом и плоскостью равен μ . Высота наклонной плоскости h ?

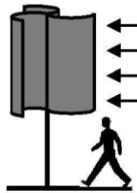
3. Шарик может скользить по желобу, изображенному на рисунке. С какой мини-мальной высоты h должен соскальзывать шарик, чтобы он в течение одного полного оборота не оторвался от поверхности желоба? Радиус закругления желоба равен R .



4. Пуля массой $0,020$ кг, летящая со скоростью $5,0 \cdot 10^2$ м/с, ударяется в центр неподвижного шара массой $0,20$ кг и застревает в нем. Определите ту часть кинетической энергии пули, которая превратилась во внутреннюю энергию.

5. Вагон массой $m = 35$ т движется на упор со скоростью $v = 0,2$ м/с. При полном торможении вагона две буферные пружины сжимаются на 12 см. Определите максимальную силу сжатия буферных пружин и оцените продолжительность торможения.

6. Оцените электрическую мощность, вырабатываемую ветрогенератором изображенного на рисунке типа в ветренную погоду. Площадь лопостей генератора 5 м², скорость ветра 10 м/с, плотность воздуха 1 кг/м³



7. Нарисуйте график зависимости кинетической энергии от времени для тела, брошенного с некоторой высоты над поверхностью земли вертикально вверх и упавшего на эту поверхность (сопротивлением воздуха пренебречь).

8. Два шарика с одинаковой массой m , соединенные нерастянутой пружинкой длиной l_0 , лежат на гладкой горизонтальной поверхности. На один из шариков начинает действовать постоянная сила F , направленная вдоль оси пружинки. Через некоторое время длина пружинки становится максимальной и равной l_{\max} . Определить коэффициент упругости пружинки k .

- Пуля массой 5 г, летевшая со скоростью 800 м/с, пробивает доску и вылетает из неё со скоростью 400 м/с. Найдите работу, совершенной над пулей силой сопротивления доски
- Сжатая пружина с жесткостью 10 кН/м обладает запасом энергии 50 Дж. Насколько сантиметров сжата пружина?

Приложение

Размерности физических величин

$$[p] = MLT^{-1} \quad [F] = MLT^{-2}$$

Литература

- Баранов А. В.** Физика. Теория, задачи, тесты: учеб. пособие / Б. Б. Горлов, А. В. Баранов, Г. Е. Невская Г.Е. – : Издательство НГТУ, 2006. – 280 с.
- Трофимова Т. И.** Курс физики: учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – 11-изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2006. – 560 с.
- Трофимова Т. И.** Физика в таблицах и формулах Учеб. пособие для студентов вузов / Т. И. Трофимова. – М.: Дрофа, 2002. – 432 с.

Задание на дом

- Из пружинного пистолета выстрелили вертикально вниз в мишень, находящуюся на расстоянии 2 м от него. Совершив работу $0,12$ Дж, пуля застряла в мишени. Какова масса пули, если пружина была сжата перед выстрелом на 2 см, а ее жесткость 100 Н/м?
- Тело массой 10 кг съезжает по наклонной плоскости с высоты 6 м. Найти работу силы тяжести.