

Занятие 9. Закон сохранения импульса и энергии. Упругий и неупругий удар.

1. Закон сохранения импульса

$$\sum \mathbf{p}_i = \text{const}, \quad \mathbf{p}_i = m_i \mathbf{v}_i \quad (9.1)$$

2. Средняя сила за Δt

$$\langle \mathbf{F} \rangle = \Delta \mathbf{p} / \Delta t \quad (9.2)$$

3. Координаты центра масс системы

$$x_C = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_N x_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N}, \quad y_C = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \dots + m_N y_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N},$$

$$z_C = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + \dots + m_N z_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N}, \quad (9.3)$$

4. Импульс $\mathbf{p}$ системы тел определяется через скорость центра масс системы

$$\mathbf{p} = m \mathbf{v}_C, \quad \mathbf{v}_C = \frac{m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 + \dots + m_N \mathbf{v}_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N}, \quad m = m_1 + m_2 + \dots + m_N \quad (9.4)$$

5. Кинетическая энергия

$$E_K = m \frac{v^2}{2} \quad (9.5)$$

- 5.1. Потенциальная энергия силы тяжести

$$U = mgh \quad (9.6)$$

- 5.2. Потенциальная энергия силы упругости

$$U = k \frac{x^2}{2} \quad (9.7)$$

Здесь $g = 9.8 \text{ м/с}^2$, h - высота, которая отсчитывается от произвольно выбранного нулевого уровня, k - коэффициент жесткости пружины

6. Теорема о кинетической энергии – изменение кинетической энергии системы равно работе **всех внутренних** и **внешних** сил, действующих на тела системы

$$E_{K2} - E_{K1} = A_{12} \quad (9.8)$$

7. Теорема о потенциальной энергии – убыль потенциальной энергии равна работе внешних **потенциальных** сил

$$U_1 - U_2 = A_{12} \quad (9.9)$$

8. Закон сохранения механической энергии. Полная механическая энергия E ($E = E_K + U$) в замкнутой системе (либо сумма внешних сил равна нулю или все внешние силы потенциальны), в которой действуют только консервативные силы, сохраняется

$$E = E_K + U = \text{const} \quad (9.10)$$

9. Неупругий удар двух тел

$$m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 = (m_1 + m_2) \mathbf{v} \quad (9.12)$$

10. Упругий удар двух тел

$$m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 = m_1 \mathbf{v}'_1 + m_2 \mathbf{v}'_2, \quad m_1 \frac{v_1^2}{2} + m_2 \frac{v_2^2}{2} = m_1 \frac{v'^2_1}{2} + m_2 \frac{v'^2_2}{2} \quad (9.13)$$

Примеры решения задач

1. Какова должна быть минимальная мощность мотора, обеспечивающая взлет самолета? Технические данные самолета: масса 1 т, длина разбега 100 м, взлетная скорость 80 км/ч. Принять коэффициент трения при разбеге 0.2, а движение во время разбега равноускоренным.

Решение

По определению мощность N мотора связана с силой тяги F так: $N = Fv$. Согласно второму закону Ньютона (занятие 02): $ma = F - \mu mg$, где ускорение a можно определить из кинематических соотношений (занятие 01): $v_1 = at_1$ и $x_1 = at_1^2 / 2$. Из двух последних уравнений: $a = v_1^2 / 2x_1$, тогда $F = ma + \mu mg$, а мощность $N = Fv = (v_1^2 / 2x_1 + \mu g)mv = 98.4 \text{ кВт}$. Учитывая, что 1 л.с. = 736 Вт, мощность мотора $98.4 / 0.736 = 134 \text{ л.с.}$

Ответ: $N = 98.4 \text{ кВт} = 134 \text{ л.с.}$

2. На тонкой нити длиной 50 см подвешен пружинный пистолет так, что ствол расположен горизонтально. На какой угол отклонится нить после выстрела, если пуля массой 20 г при вылете имеет скорость 10 м/с? Масса пистолета 200 г.

Дано

α	Решение
$v_1 = 10 \text{ м/с}$	Из закона сохранения импульса запишем: $0 = m_1 v_1 - m_2 v_2$, и $v_2 = m_1 v_1 / m_2$ а из закона сохранения энергии запишем: $E_K = U_2$ или $m_2 v_2^2 / 2 = m_2 gh$, где высота
$m_1 = 20 \text{ г}$	
$m_2 = 200 \text{ г}$	
$l = 50 \text{ см}$	

h равна: $h = l - l \cos \alpha$, $h = v_2^2 / 2g$ и $\cos \alpha = 1 - v_2^2 / 2gl$. $v_2 = 0.1 v_1 = 1 \text{ м/с}$,

$\alpha = \arccos(1 - v_2^2 / 2gl) = 26^\circ 6'$.

Проверка: $mgh = 0.1$ и $m_2 v_2^2 / 2 = 0.1$

Ответ: $\alpha = 26^\circ 6'$ м.

3. Шахтер, бегущий со скоростью 10 м/с, догоняет вагонетку массой 100 кг, движущуюся со скоростью 8 м/с и вскакивает на неё. С какой скоростью будет двигаться вагонетка, если масса шахтера 80 кг?

Дано

v	Решение
$v_1 = 10 \text{ м/с}$	Согласно закону сохранения импульса $\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \mathbf{p}$. После проектирования на горизонтальную ось, получаем $p_1 + p_2 = p$ и $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v + m_2 v$ и
$v_2 = 3.6 \text{ км/ч}$	
$m_1 = 80 \text{ кг}$	
$m_2 = 100 \text{ кг}$	

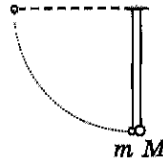
$v = (m_1 v_1 + m_2 v_2) / (m_1 + m_2)$. Подставляя численные значения величин, получаем

$$v = (800 + 800) / 180 = 8.9 \text{ м/с}$$

Ответ: $v = 8.9 \text{ м/с}$

Самостоятельная аудиторная работа.

1. Два шарика, массы которых $m = 0,1 \text{ кг}$ и $M = 0,2 \text{ кг}$, висят, соприкасаясь, на вертикальных нитях длиной $l = 1,5 \text{ м}$ (см. рис.). Левый шарик отклоняют на угол 90° и отпускают без начальной скорости. Какое количество теплоты выделится в результате абсолютно неупругого удара шариков?

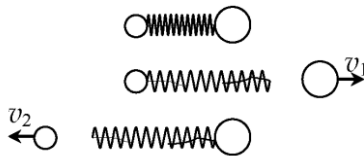


2. Граната массой 2.5 кг , летящая со скоростью 8 м/с разрывается на два осколка, масса одного из них 1 кг , скорость этого осколка направлена перпендикулярно скорости гранаты и равна 4 м/с . Чему равна скорость второго осколка?

3. Два одинаковых шарика упруго сталкиваются друг с другом. После удара первый шарик, двигавшийся со скоростью $v_1 = 5 \text{ м/с}$, начинает двигаться под углом $\alpha = 60^\circ$ к первоначальному направлению, а второй шарик останавливается. Найти скорость шарика после удара.

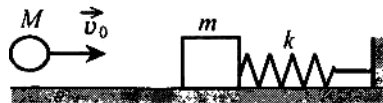
4. Пуля летит горизонтально со скоростью $v_0 = 150 \text{ м/с}$, пробивает стоящий на горизонтальной поверхности льда брусок и продолжает движение в прежнем направлении со скоростью $v_0/3$. Масса бруска в 10 раз больше массы пули. Коэффициент трения скольжения между бруском и льдом $\mu = 0,1$. На какое расстояние S сместится брусок к моменту, когда его скорость уменьшится на 10%?

5. Пружина удерживается в сжатом состоянии с помощью прочной нити. На концах пружины находятся два разных шарика. Известно, что если зафиксировать левый шарик и пережечь нить, то правый шарик полетит со скоростью v_1 , а если, наоборот, зафиксировать правый шарик и пережечь нить, то левый шарик полетит со скоростью v_2 . С какими скоростями полетят эти же шарики, если ни один из шариков не фиксировать? Пружина во всех трёх случаях сжата одинаково.



6. Пуля массой m ударяется о баллистический маятник массой M и застревает в нем. Какая доля кинетической энергии пули перейдет в тепло? Самостоятельно задайте численные значения необходимых параметров.

7. На гладкой горизонтальной плоскости покоится брусок массой $m = 60 \text{ г}$, прикрепленный к концу легкой пружины жесткости $k = 40 \text{ Н/м}$. Другой конец пружины закреплен неподвижно (см. рис.). В брусок попадает пластилиновый шарик массой $M = 40 \text{ г}$, летящий горизонтально со скоростью $v_0 = 2 \text{ м/с}$. После удара брусок с прилипшим к нему шариком движется поступательно вдоль оси пружины. Каково максимальное сжатие пружины?



8. Три лодки каждая массой 250 кг идут друг за другом со скоростью 5 м/с . Из

второй лодки одновременно в первую и третью бросают груз массой по 25 кг со скоростью 2 м/с относительно второй лодки. Определить скорость лодок после переброски грузов.

Задание на дом

- Летающий горизонтально шарик упруго ударяется о поверхность гладкого клина и отскакивает вертикально вверх. На какую высоту от точки удара поднимется шарик, если скорость клина после удара 2 м/с , а масса клина в 10 раз больше массы шарика?
- Шар массой 3 кг , движущийся со скоростью 24 м/с , налетает на покоящийся шар и после абсолютно упругого столкновения отскакивает от него под углом 90 градусов к первоначальному направлению своего движения со скоростью 12 м/с . Определите массу второго шара.
- Два шарика, массы которых $m = 0,1 \text{ кг}$ и $M = 0,2 \text{ кг}$, висят, соприкасаясь, на вертикальных нитях длиной $l = 1,5 \text{ м}$ (см. рис.). Левый шарик отклоняют на угол 90° и отпускают без начальной скорости. Какое количество теплоты выделится в результате абсолютно неупругого удара шариков?
- Начальная скорость снаряда, выпущенного из пушки вертикально вверх, равна 10 м/с . В точке максимального подъема снаряд разорвался на два осколка, массы которых относятся как 1:2. Осколок меньшей массы полетел горизонтально со скоростью 20 м/с . На каком расстоянии от места выстрела упадет второй осколок? (Считать поверхность земли плоской и горизонтальной.)

Приложение

Размерности физических величин

$$[p] = MLT^{-1} \quad [F] = MLT^{-2} \quad [E] = L^2MT^{-2} \quad [N] = L^2MT^{-3} \quad [p] = MLT^{-1}$$

Литература

- Баранов А. В. Физика. Теория, задачи, тесты: учеб. пособие / Б. Б. Горлов, А. В. Баранов, Г. Е. Невская Г.Е. – : Издательство НГТУ, 2006. – 280 с.
- Трофимова Т. И. Курс физики: учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – 11-изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2006. – 560 с.
- Трофимова Т. И. Физика в таблицах и формулах Учеб. пособие для студентов вузов / Т. И. Трофимова. – М.: Дрофа, 2002. – 432 с.