

Занятие 11. Молекулярная физика. Идеальный газ

1. Количество вещества

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A}, \quad N_A = 6.02 \times 10^{23}, \text{ моль}^{-1} \quad (1)$$

2. Основное уравнение МКТ идеального газа

$$p = \frac{1}{3} n m_M \langle v^2 \rangle \quad (2)$$

m_M - масса молекулы, n - концентрация молекул

3. Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул газа

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} kT, \quad k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ Дж/К} \quad (3)$$

4. Средняя кинетическая энергия, приходящаяся на одну степень свободы

$$4.1. \langle \varepsilon_1 \rangle = 1/2 kT \quad (4)$$

5. Число степеней свободы молекулы

$$i = n_1 + n_2 + 2n_3 \quad (5)$$

где n_1 - число поступательных степеней свободы, n_2 - число вращательных степеней свободы, n_3 - число колебательных степеней свободы.

6. Средняя квадратичная (тепловая) скорость молекул

$$v_T = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m_M}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}, \quad R = 8.31 \text{ Дж/(моль К)} \quad (6)$$

7. Средняя арифметическая скорость молекул

$$v_a = \sqrt{8RT / \pi \mu} = \sqrt{8kT / \pi m_a} \quad (7)$$

8. Наиболее вероятная скорость молекул

$$v_p = \sqrt{2RT / \mu} = \sqrt{2kT / m_a} \quad (8)$$

где m_a - масса частицы.

9. Уравнение состояния идеального газа

9.1. в МКТ

$$p = nkT \quad (9)$$

9.2. Менделеева-Клапейрона

$$pV = \nu RT \quad (10)$$

10. Если количество вещества не изменяется, то состояния газа 1 и 2 связаны обобщенной связью

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \quad (11)$$

10.1. Закон Бойля-Мариотта (изотермический процесс) $T = \text{const}$

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad (12)$$

10.2. Закон Гей-Люссака (изобарический процесс) $p = \text{const}$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad (13)$$

10.3. Закон Шарля и (изохорический процесс) $V = \text{const}$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad (14)$$

11. Закон Дальтона.

$$p = p_1 + p_2 + \dots \quad (15)$$

где $p_1, p_2, \dots$ - парциальные давления отдельных компонент газа

Внутренняя энергия идеального газа

$$U = i \nu RT / 2 \quad (16)$$

где ν - число моль газа.

Степенью диссоциации называют отношение числа молекул, распавшихся на атомы, к общему числу молекул.

Примеры решения задач

1. При какой температуре энергия теплового движения атомов гелия будет достаточной для того, чтобы преодолеть земное тяготение и навсегда покинуть земную атмосферу?

Дано

$$\frac{T}{\mu = 0.004 \text{ кг/моль}}$$

Решение

Скорость, с которой тела могут покинуть

нашу планету называется второй космической скоростью равной $v_2 = \sqrt{2gR} = \sqrt{2}v_1 = 11.2 \text{ км/с}$,

где g - ускорение свободного падения, $R = 6380 \text{ км}$ - радиус Земли. Считаем, что v_2 равна

тепловой средней квадратичной скорости (5), тогда $v_2^2 = 3RT / \mu$ и искомая температура равна

$T = \mu v_2^2 / 3R$, подставляя численные значение, получаем $T = 20064 \text{ К}$.

Ответ: $T = 20 \text{ КК}$

2. Приняв, что воздух по массе состоит из 76% азота, 26% кислорода, 1% аргона, найти массу одного моля воздуха.

Дано

$$\frac{\mu}{m_1 / m = 0.76, \quad m_2 / m = 0.23, \quad m_3 / m = 0.01, \quad \mu_1 = 0.028 \text{ кг/моль}, \quad \mu_2 = 0.032 \text{ кг/моль}, \quad \mu_3 = 0.040 \text{ кг/моль}}$$

Решение

Парциальные давления азота, кислорода и аргона, а также воздуха найдем из (1):

$$p_1 V = m_1 RT / \mu_1, \quad p_2 V = m_2 RT / \mu_2,$$

$$p_3 V = m_3 RT / \mu_3 \text{ и } pV = mRT / \mu.$$

Складываем компоненты воздуха, с учетом (3)

$$(p_1 + p_2 + p_3)V = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \frac{m_3}{\mu_3} \right) RT,$$

получаем $mRT / \mu = (m_1 / \mu_1 + m_2 / \mu_2 + m_3 / \mu_3)RT$ и окончательно

$1 / \mu = m_1 / m \mu_1 + m_2 / m \mu_2 + m_3 / m \mu_3$. Итак, учитывая молярные массы компонент воздуха,

имеем $1 / \mu = 34.58$ и молярная масса воздуха есть $\mu = 0.029 \text{ кг/моль}$

Ответ: $\mu = 0.029 \text{ кг/моль}$

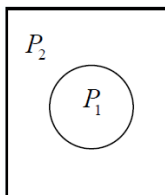
3. В сосуде объемом 3 л находится 4.0 мг гелия, 70 мг азота и 5×10^{21} молекул водорода. Каково давление смеси, если температура смеси 300 К?

Дано	Решение
p	
$m_1 = 0.004 \text{ г},$	Найдем, согласно (1) парциальные давления:
$m_2 = 0.070 \text{ г},$	$p_1 = m_1 RT / \mu_1 V, \quad p_1 = 831 \text{ Па},$
$N_3 = 5 \times 10^{21}$	$p_2 = m_2 RT / \mu_2 V, \quad p_2 = 2077 \text{ Па},$
$\mu_1 = 0.004 \text{ кг/моль}$	$p_3 = N_3 RT / N_A V, \quad p_3 = 6902 \text{ Па}.$
$\mu_2 = 0.028 \text{ кг/моль}$	Давление смеси, согласно закону Дальтона (3), будет равно
$T = 300 \text{ К}$	$p = p_1 + p_2 + p_3 = 831 + 2077 + 6902 = 9810 \text{ Па}$

Ответ: $p = 9810 \text{ Па}$

Самостоятельная аудиторная работа.

- Где больше молекул: в комнате объемом 50 м^3 при давлении 10^5 Па и температуре 20°C или в стакане воды объемом 200 см^3 ?
- При повышении температуры газа на 100 К средняя квадратичная скорость его молекул возросла с 300 до 500 м/с . Насколько еще градусов надо поднять температуру, чтобы средняя квадратичная скорость возросла до 700 м/с ?
- На пути пучка молекул, излучаемых молекулярной «печкой» с температурой 2000 К , находится медная стенка, на которой молекулы оседают. Найти давление, испытываемое стенкой, если концентрация молекул в пучке 10^{16} м^{-3} . Стенка расположена перпендикулярно пучку.
- Давление в цилиндре паровой машины объемом 20 л после открывания клапана уменьшилось на 0.81 МПа . Какова масса пара, выпущенного из цилиндра? Температуру пара считать 100°C .
- Надутый шарик находится внутри замкнутого сосуда, занимая четвертую часть объема сосуда. При этом давление газа внутри шарика равно P_1 , а снаружи – P_2 . Систему медленно нагревают. При некоторой критической температуре, когда объем шарика увеличился вдвое по сравнению с первоначальным, а разность давлений газа внутри и снаружи шарика стала равной ΔP , шарик лопнул. В дальнейшем температура газа в сосуде поддерживается равной критической. Определите установившееся давление газа в сосуде. Объемом оболочки шарика пренебречь.
- Оболочка воздушного шара имеет вместимость $V = 1600 \text{ м}^3$. Найти подъемную силу F водорода, наполняющего оболочку, на высоте, где давление $p = 60 \text{ кПа}$ и температура $T = 280 \text{ К}$. При подъеме шара водород может выходить через отверстие в нижней части шара.
- Баллон вместимости 50 л заполнили воздухом при 300 К до давления 10 МПа . Какой объем воды можно вытеснить из цистерны подводной лодки воздухом этого баллона, если вытеснение производится на глубине 40 м ? Температура воздуха после расширения 276 К .



- Найти внутреннюю энергию 20 г кислорода при температуре 293 К . Какая часть этой энергии приходится на долю поступательного движения молекул и какая на вращательное движение?
- В горизонтальной пробирке находится 240 см^3 воздуха, отделенных от атмосферы столбиком ртути длиной 150 мм . Если пробирку повернуть открытым концом вверх, то объем воздуха станет равным 200 см^3 . Найдите атмосферное давление. Плотность ртути 13600 кг/м^3 .

Задание на дом

- При какой температуре находился газ, если при его охлаждении до -73°C средняя квадратичная скорость его молекул уменьшилась в два раза?
- В объеме 0.004 м^3 находится газ, масса которого 0.012 кг и температура 177 градусов. При какой температуре в кельвинах плотность этого газа будет 6 кг/м^3 , если давление остается неизменным?
- Воздух в открытом сосуде медленно нагрели до 400 К , затем сосуд герметично закрыли и охладили до 280 К . На сколько процентов при этом изменилось давление?
- Газ находится в высоком цилиндре под тяжелым поршнем, который может перемещаться без трения. Площадь поршня 30 см^2 . Когда цилиндр перевернули открытым концом вниз, объем газа увеличился в три раза. Чему равна масса поршня? Атмосферное давление 100 кПа .
- На некоторой высоте давление воздуха $p = 3 \cdot 10^4 \text{ Па}$, а температура $t = -43^\circ \text{C}$. Какова плотность воздуха на этой высоте?
- Определить температуру газа, находящегося в закрытом сосуде, если давление газа увеличивается на 0.4% первоначального давления при нагревании на 1 К .
- Баллон вместимости 50 л заполнили воздухом при 300 К до давления 10 МПа . Какой объем воды можно вытеснить из цистерны подводной лодки воздухом этого баллона, если вытеснение производится на глубине 40 м ? Температура воздуха после расширения 276 К .

Приложение

Размерности физических величин

$$\dim(p) = MLT^{-2} \quad \dim(v) = LT^{-1} \quad \dim(E) = L^2MT^{-2} \quad \dim(V) = L^3$$

Литература

- Баранов А. В. Физика. Теория, задачи, тесты: учеб. пособие / Б. Б. Горлов, А. В. Баранов, Г. Е. Невская Г.Е. – : Издательство НГТУ, 2006. – 280 с.
- Трофимова Т. И. Курс физики: учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – 11-изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2006. – 560 с.
- Трофимова Т. И. Физика в таблицах и формулах Учеб. пособие для студентов вузов / Т. И. Трофимова. – М.: Дрофа, 2002. – 432 с.