

Занятие 13. Тепловые машины. Цикл Карно. Второе начало термодинамики. Влажность воздуха

1. Для любой тепловой машины (ТМ) за один цикл

$$\Delta U = 0, A = Q_1 - Q_2 \quad (1)$$

A – работа ТМ за цикл, Q_1 – теплота, полученная ТМ от нагревателя, Q_2 – теплота, отданная ТМ холодильнику

2. Коэффициент полезного действия ТМ есть

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad (2)$$

3. Коэффициент полезного действия идеальной ТМ, работающей по циклу Карно есть

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (3)$$

где T_1, T_2 – температуры нагревателя и холодильника, соответственно.

4. Коэффициентом преобразования холодильника (КПХ)

$$\eta_2 \equiv \frac{|Q_3|}{|A|}, \eta_2^* = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \quad (4)$$

5. Коэффициентом использования энергии (КИЭ)

$$\eta_3 \equiv \frac{|Q_3|}{|A|}, \eta_3^* = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \quad (5)$$

6. Коэффициент передачи теплоты (КПТ)

$$\eta_4 \equiv \frac{|Q_4|}{|A|}, \eta_4^* = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \quad (6)$$

7. Энтропия

$$dS \equiv \frac{\delta Q}{T}, \Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \quad (7)$$

$$S = k \ln(\Gamma_0) \quad (8)$$

8. Насыщенный пар – пар, находящийся в термодинамическом равновесии с жидкостью. Давление и плотность насыщенного пара зависит только от температуры

9. Относительная влажность воздуха есть

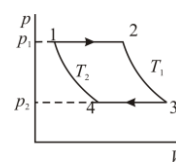
$$\alpha = \frac{p}{p_s} = \frac{\rho}{\rho_s} \quad (4)$$

где p, ρ давление и плотность водяного пара, p_s, ρ_s давление и плотность насыщенного водяного пара при той же температуре. При температуре 100 градусов давление насыщенного пара равно 1 атм.

Примеры решения задач

1. Некоторое количество идеального газа совершает цикл, состоящий из двух изобар 12 и 34 при давлениях p_1 и p_2 и двух изотерм при температурах T_1 и T_2 . Докажите, что КПД этого цикла меньше чем у цикла Карно.

Решение



Каждая вершина цикла характеризуется макросостоянием p_j, V_j и T_j . Вершина: 1 - p_1, T_2, V_1 ; 2 - p_1, T_1, V_2 ; 3 - p_2, T_2, V_3 ; 4 - p_2, T_1, V_4 . КПД тепловой машины $\eta = A / Q_1$, полная работа за цикл

$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41}$, количество теплота переданное нагревателем рабочему телу (газ в цилиндре с подвижным поршнем) за цикл $Q_1 = Q_{12} + Q_{23}$ (на стадии сжатия газа теплота передается холодильнику). Работа на каждом участке цикла $A_{12} = p_1(V_2 - V_1) = \nu R(T_1 - T_2)$, $A_{23} = \nu RT_1 \ln(p_1 / p_2)$, $A_{34} = p_2(V_4 - V_3) = -\nu R(T_1 - T_2)$, $A_{41} = -\nu RT_2 \ln(p_1 / p_2)$. Итак, работа за цикл $A = \nu R(T_1 - T_2) \ln(p_1 / p_2)$. Найдем таким же образом Q_1 : $Q_{12} = \nu C_p(T_1 - T_2)$ и $Q_{23} = A_{23} = \nu RT_1 \ln(p_1 / p_2)$. КПД тепловой машины найдем из полученных заготовок $\eta = \nu R(T_1 - T_2) \ln(p_1 / p_2) / (\nu C_p(T_1 - T_2) + \nu RT_1 \ln(p_1 / p_2))$ или $\eta = (T_1 - T_2) / (T_1 + \nu C_p(T_1 - T_2) / R \ln(p_1 / p_2))$. Второе слагаемое больше нуля, следовательно, КПД меньше КПД машины работающей по циклу Карно $\eta^* = (T_1 + T_2) / T_1$, что и требовалось доказать.

Ответ: $\eta^* > \eta$.

2. Холодильная машина работает по обратному циклу Карно в интервале температур от 250 до 310 К. Рабочее тело - азот, масса которого 0.2 кг. Найти количество теплоты Q_3 , отбираемого от охлаждаемого тела, работу внешних сил A^* за цикл и КПХ машины.

Решение

Обратный цикл Карно состоит из: 12 - изотермического расширения при температуре T_2 в тепловом контакте с охлаждаемым телом, при этом рабочим телом производится работа A_{12} и отбирается Q_3 теплоты от холодильника; 23 - адиабатического сжатия, при этом температура рабочего тела возрастает до T_1 , над рабочим телом совершается работа A_{23} ; 34 - изотермического сжатия при температуре T_1 , при этом в теплообменнике выделяется Q_4 теплоты и передается в термостат (комнатный воздух); 41 - адиабатического расширения, при этом температура понижается до T_2 , рабочее тело совершает работу A_{41} . Выпишем формулы, описывающие этот цикл:

$$12: A_{12} = \nu RT_2 \ln(V_2 / V_1), Q_3 = A_{12} \quad (\Delta U_{12} = 0)$$

$$23: Q_{23} = 0, A_{23} = -\Delta U_{23}, A_{23} = -\nu C_V(T_1 - T_2)$$

$$34: A_{34} = \nu RT_1 \ln(V_4 / V_3), Q_4 = A_{34} \quad (\Delta U_{34} = 0)$$

$$41: Q_{41} = 0, A_{41} = -\Delta U_{41}, A_{41} = -\nu C_V(T_2 - T_1)$$

Полная работа за цикл: $A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41}$, $A = A_{12} + A_{34}$, $A_{23} + A_{41} = 0$, $A = \nu RT_2 \ln(V_2 / V_1) + \nu RT_1 \ln(V_4 / V_3)$

Для цикла Карно известно, что $V_2/V_1 = V_3/V_4$, тогда работа $A = \nu R(T_2 - T_1) \ln(V_2/V_1)$. Найдем отношение объемов из условия задачи $V_2/V_4 = n = 5$, а V_4 связан с V_1 уравнением Пуассона $TV^{\gamma-1} = \text{const}$, тогда $T_1 V_4^{\gamma-1} = T_2 V_1^{\gamma-1}$, $V_1 = V_4 (T_1/T_2)^{1/(\gamma-1)}$,

Тогда $V_2/V_1 = n V_4 / (V_4 (T_1/T_2)^{1/(\gamma-1)}) = n (T_2/T_1)^{1/(\gamma-1)}$. Итак, полная работа за цикл равна $A = \nu R(T_2 - T_1) \ln(n (T_2/T_1)^{1/(\gamma-1)}) = -3817$ Дж, тогда работа внешних сил (компрессора) равна $A^* = -A = 3.8$ кДж, количество теплоты отнятой у охлаждаемого тела равна $Q_3 = \nu R T_2 \ln(n (T_2/T_1)^{1/(\gamma-1)}) = 1.59 \times 10^4$ Дж, холодильный коэффициент $\eta_2 = Q_3/|A| = 4.167$.

3. Смешали воду массой 5 кг при температуре 280 К с водой массой 8 кг при температуре 350 К. Найти: 1) температуру смеси; 2) изменение энтропии, происходящее при смешивании. Теплоемкость воды $c = 4190$ Дж/кгК.

Решение

1) Известный писатель Жюль Верн в романе «80 дней вокруг света» поставил задачу перед Паспарту, пришедшему наниматься на работу – приготовить воду строго определенной температуры. Паспарту эту задачку решил, а Вам слабо?

Решим подобную задачку. Количество теплоты, которым обмениваются эти части $\Delta Q_1 = cm_1(T - T_1)$ и $\Delta Q_2 = cm_2(T_2 - T)$ численно равны $\Delta Q_1 = \Delta Q_2$, т.е. $cm_1(T - T_1) = cm_2(T_2 - T)$, тогда $m_2(T_2 - T) = m_1(T - T_1)$, $T = (m_1 T_1 + m_2 T_2) / m$, где $m = m_1 + m_2$. Подставляем численные значения в расчетную формулу, получаем $T = 4200/13 = 323$ К. Так, Паспарту должен иметь две части воды, одна часть воды при температуре меньшей требуемой, а вторая – большей температуры, чем требуемая.

2) Найдем изменение энтропии при смешивании двух частей воды, для этого используем (5) и учитывая, что изменение энтропии при смешивании равно сумме изменения энтропий смешиваемых частей $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$, тогда

$$\Delta S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = cm_1 \int_{T_1}^T \frac{dT}{T} = cm_1 \ln \frac{T}{T_1}, \quad \Delta S_2 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = cm_2 \int_{T_2}^T \frac{dT}{T} = cm_2 \ln \frac{T}{T_2}$$

$$\Delta S = cm_1 \ln \frac{T}{T_1} + cm_2 \ln \frac{T}{T_2}, \quad \Delta S = 302 \text{ Дж/К}$$

Ответ: 1) $T = 323$ К; 2) $\Delta S = 302$ Дж/К.

Самостоятельная аудиторная работа.

1. Паровая машина мощности 14.7 кВт потребляет за один час работы 8.1 кг угля с удельной теплотой сгорания 3.3×10^7 Дж/кг. Температура котла 473 К, холодильника 331 К. Найти КПД этой машины и сравнить его с КПД тепловой машины работающей по циклу Карно
2. Идеальная тепловая машина передает холодильнику 80% теплоты, полученной от нагревателя. Найдите температуру нагревателя, если температура холодильника 248 К.
3. Домашний холодильник потребляет из электрической сети 200 Вт. Температура окружающей среды (воздух в комнате) равно 293 К. Определите температуру в камере холодильника, если количество отведенного тепла в 5 раз превышает количество

затраченной энергии. Холодильник работает по циклу Карно (244 К).

4. Идеальный газ, расширяясь изотермически при температуре 400К, совершает работу 800 Дж. Что происходит при этом с энтропией?
5. Для повышения относительной влажности на 20 % при температуре 20° С в комнате понадобилось испарить 180 г воды. Найдите плотность насыщенных паров при этой температуре.
6. Масса водорода равная 6.6 г изобарически расширяется от V до $2V$. Найти изменение энтропии при этом расширении.
7. Для обогрева дома используется тепловой насос с КПД=12, потребляющий мощность 100 Вт. Сколько теплоты отбирается от холодного наружного воздуха тепловым насосом за час его работы.

Задание на дом

1. КПД идеальной тепловой машины равен 0,4. На сколько уменьшится этот коэффициент, если температуру нагревателя увеличить в 1,2 раза, а холодильника – в 1,5 раза?
2. КПД тепловой машины, работающей по циклу Карно, равен 80%. Во сколько раз абсолютная температура нагревателя больше абсолютной температуры холодильника?
3. В одном сосуде объемом 10 л находится воздух с относительной влажностью 40%, а другом сосуде объемом 30 л – воздух при той же температуре, но при относительной влажности 60%. Сосуды соединены тонкой трубкой с краном. Какая относительная влажность установится после открытия крана?
4. Масса водорода равная 6.6 г изобарически расширяется от V до $2V$. Найти изменение энтропии при этом расширении.

Приложение

Размерности физических величин

$$\dim(p) = MLT^{-2} \quad \dim(v) = LT^{-1} \quad \dim(E) = L^2 MT^{-2} \quad \dim(V) = L^3$$

Литература

- [1]. Баранов А. В. Физика. Теория, задачи, тесты: учеб. пособие / Б. Б. Горлов, А. В. Баранов, Г. Е. Невская Г.Е. – : Издательство НГТУ, 2006. – 280 с.
- [2]. Трофимова Т. И. Курс физики: учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – 11-изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2006. – 560 с.
- [3]. Трофимова Т. И. Физика в таблицах и формулах Учеб. пособие для студентов вузов / Т. И. Трофимова. – М.: Дрофа, 2002. – 432 с.