

Расчетное задание

по дисциплине «Математический анализ» - 1 часть – пределы и непрерывность

составлена ст. преподавателем каф. высшей математики Комиссаровой Н.В.

Задача 1. Найти указанные пределы, не используя правило Лопиталя:

Вариант	Пределы
1	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x^2 - x - 6}; \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 8x}{\sqrt{x+1} - 3}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x + 4}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg(2x)}{4x}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+5} \right)^{x-1}.$
2	$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^2 + 15x + 25}{5 - 4x - x^2}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2}}{x}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 2x + 1}{2x^2 + x - 3}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{5x^2}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x-4} \right)^{2-x}.$
3	$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{3x^2 + 5x - 2}{3x - 1}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 2x^2 + 3x}{4x^2 + x + 4}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(2x)}{4x}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+3}{4x-1} \right)^{2x-3}.$
4	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 + 7x + 3}{2x^2 + x - 1}; \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{\sqrt{x+1} - 2}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 2x - x^2}{x^2 + 4x + 1}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\arctg(x)}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x-1} \right)^{3-x}.$
5	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - 1}; \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x} - 3}{x - 7}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 4}{x^2 - x + 1}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{\tg(5x)}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-1}{5x+4} \right)^{2x+1}.$
6	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 9x + 9}{x^2 - 5x + 6}; \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{9-x} - 2}{3 - \sqrt{x+4}}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x - 4}{3 + x - 4x^2}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(4x)}{2\sin^2(3x)}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x+1}{6x-4} \right)^{5x}.$
7	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{2x^2 - 3x - 2}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x^2}}{x^2}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 7x + 1}{3x^2 + x + 3}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{4\arcsin(2x)}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x-6} \right)^{4x-3}.$
8	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{5x - x^2 - 4}{x^2 - 2x - 8}; \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x-2} - 1}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 2x^2 + 3x}{7x^2 + 4x + 14}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{1 - \cos(4x)}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x+2}{7x-4} \right)^{2-3x}.$
9	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 8x - 3}{4x - 2x^2 + 6}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x} - 1}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 2x - 1}{2x^2 + x - 3}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tg(7x)}{\sin(2x)}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x-4} \right)^{x-2}.$
10	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 2x - 8}{2x^2 + 5x + 2}; \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{1 - \sqrt{3-x}}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 2x - 5x^2}{7x^2 + 4x + 1}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5\arctg(4x)}{2x}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x-4} \right)^{2x}.$
11	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 10x + 3}{x^2 - 7x + 12}; \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 6x}{\sqrt{x+3} - 3}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 2x - 2x^3}{x^2 + 4x^3 + 1}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{4\arcsin(3x)}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-7}{2x+4} \right)^{3x+5}.$
12	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5x + 4}{2x^2 - 7x - 4}; \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{20-x} - 4}{3 - \sqrt{x+5}}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 2x - 1}{2x^3 + x - 5}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5\arcsin(5x)}{3x}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x-6} \right)^{\frac{4x^2-3}{x}}.$
13	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 5x - 2}{2x^2 - x - 10}; \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+3} - 2\sqrt{2}}{x^2 - 5x}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 3x + 1}{3x^2 + x + 4}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(5x)}{\tg(2x)}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+4}{5x-1} \right)^{3x+1}.$
14	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 2x - 15}{2x^2 + 5x - 3}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{\sqrt{4+3x} - 2}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 7x + 1}{2x^2 + x + 3}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg(3x)}{5x}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x-1} \right)^{2x-3}.$

15	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{2x^2 - 3x + 1}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - 3}{7x}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 2x^2 + 3x^3}{4x^3 + x + 4}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(3x)}{5x^2}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x+4} \right)^{3-2x}.$
16	$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - 2x - 24}{2x^2 + 5x - 12}; \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{4+x} - 3}{x^2 - 5x}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 2x + 1}{5x^2 + x - 3}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{1 - \cos(6x)}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x-2}{7x+4} \right)^{2-4x}.$
17	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{2x^2 - 3x - 5}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5+2x^2} - \sqrt{5}}{4x^2}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 2x - 4x^2}{5x^2 + 3x + 1}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - \cos^3(x)}{x^2}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x-4} \right)^{3x}.$
18	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 7x + 3}{21 + 4x - x^2}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{4-5x^2}}{3x^2}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + x - 4}{3 + x - 7x^2}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{1 - \cos^2(4x)}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-3}{4x+5} \right)^{\frac{x^2-1}{x}}.$
19	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x - x^2 - 6}{x^2 - 2x}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+4x} - \sqrt{1-3x}}{5x}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 7x - 11x^2}{5x^2 + 8x + 1}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\arctg(8x)}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+5}{3x-4} \right)^{3x+4}.$
20	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 + 7x - 11}{2x^2 + x - 3}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7+2x} - \sqrt{7}}{7x}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2 - 5x + 4}{3x^2 - 2x + 1}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(8x)}{2\sin^2(3x)}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+4}{2x-5} \right)^{7x-2}.$
21	$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 + 5x - 3}{2x - 1}; \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{\sqrt{x-1} - 2}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 12x - 1}{2x^2 + 7x - 3}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tg(8x)}{\sin(5x)}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-5}{4x+2} \right)^{\frac{2x^2-3}{x}}.$
22	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 8x + 4}{4x - 2x^2}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{\sqrt{1+2x} - \sqrt{1-4x}}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 3x + 1}{3x^2 + x + 4}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(6x)}{3x^2}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x+5}{7x-1} \right)^{\frac{3-x^2}{x}}.$
23	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 9x + 9}{x^2 + 5x + 6}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\sqrt{9+5x} - 3}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 2x^3 + 3x}{7x^4 + 4x^3 + 14}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(4x)}{\tg(3x)}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+3}{3x-4} \right)^{\frac{2-x^2}{x}}.$
24	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 6}{2x^2 - 3x - 14}; \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - x}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 5x + 4}{7x^3 - x^2 + 1}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(6x)}{2\sin(2x)}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-3}{5x+7} \right)^{4x+1}.$
25	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 7x - 2}{2x^2 + x - 10}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-2x}}{x + x^2}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15x^2 - 12x + 1}{21x^2 + 2x - 3}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{\arctg(2x)}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-4}{2x+5} \right)^{2x-1}.$
26	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x^2 - x - 6}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2}}{x}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 2x^2 + 3x^3}{4x^3 + x + 4}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\arctg(8x)}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x-2}{7x+4} \right)^{2-4x}.$
27	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 + 7x - 11}{2x^2 + x - 3}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{4-5x^2}}{3x^2}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 2x - 5x^2}{7x^2 + 4x + 1}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(6x)}{3x^2}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x-6} \right)^{\frac{4x^2-3}{x}}.$
28	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 8x + 4}{4x - 2x^2}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{\sqrt{1+2x} - \sqrt{1-4x}}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 3x + 1}{3x^2 + x + 4}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{4\arcsin(3x)}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x-1} \right)^{3-x}.$
Вариант	Пределы

Задача 2. Заданы функции $f(x)$:

1) исследовать функцию на непрерывность в точках x_1, x_2 используя определение

непрерывности и построить её схематический график;

2) найти точки разрыва функции, если они существуют, сделать чертёж, в точках разрыва первого рода вычислить скачок функции.

Вариант	Функции	
	1)	2)
1	$f(x) = 9^{\frac{1}{x-2}}; \quad x_1 = 2; \quad x_2 = 4;$	$f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1; \\ x^2+2, & -1 \leq x < 1; \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases}$
2	$f(x) = \left(\frac{1}{49}\right)^{\frac{1}{5+x}}; \quad x_1 = -5; \quad x_2 = -3;$	$f(x) = \begin{cases} 1/(x+2), & x < -1; \\ x^2+1, & -1 \leq x < 1; \\ -x+3, & x \geq 1. \end{cases}$
3	$f(x) = 16^{\frac{1}{1-x}}; \quad x_1 = 3; \quad x_2 = 1;$	$f(x) = \begin{cases} 1-x, & x \leq 0; \\ (x-1)^2, & 0 < x < 2; \\ x-3, & x \geq 2. \end{cases}$
4	$f(x) = \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{4+x}}; \quad x_1 = -4; \quad x_2 = -1;$	$f(x) = \begin{cases} 1/x, & x < 0; \\ x^2, & 0 \leq x \leq 2; \\ x+1, & x > 2. \end{cases}$
5	$f(x) = 4^{\frac{1}{x-3}}; \quad x_1 = 1; \quad x_2 = 3;$	$f(x) = \begin{cases} x-1, & x \leq -1; \\ (x+1)^2, & -1 < x \leq 0; \\ x+1, & x > 0. \end{cases}$
6	$f(x) = \left(\frac{1}{36}\right)^{\frac{1}{2+x}}; \quad x_1 = -2; \quad x_2 = 0;$	$f(x) = \begin{cases} -2/x, & x < 0; \\ x^2+1, & 0 \leq x \leq 1; \\ 2, & x > 1. \end{cases}$
7	$f(x) = 8^{\frac{1}{5-x}}; \quad x_1 = 2; \quad x_2 = 5;$	$f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x \leq 0; \\ x^2-3, & 0 < x < 2; \\ 1, & x \geq 2. \end{cases}$
8	$f(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{1+x}}; \quad x_1 = -1; \quad x_2 = 1;$	$f(x) = \begin{cases} 1/(x+3), & x < -1; \\ x^2+1, & -1 \leq x < 1; \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases}$
9	$f(x) = 49^{\frac{1}{x-4}}; \quad x_1 = 2; \quad x_2 = 4;$	$f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq -1; \\ x^2-1, & -1 < x \leq 1; \\ -x+2, & x > 1. \end{cases}$
10	$f(x) = \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{3+x}}; \quad x_1 = -3; \quad x_2 = 1;$	$f(x) = \begin{cases} 1/x, & x < 0; \\ (x-1)^2, & 0 \leq x < 2; \\ 3-x, & x \geq 2. \end{cases}$

11	$f(x) = 9^{\frac{1}{x-5}};$	$x_1 = 5; \quad x_2 = 3;$	$f(x) = \begin{cases} 1/(x+4), & x < -1; \\ x^2 + 2, & -1 \leq x < 1; \\ 2x+1, & x \geq 1. \end{cases}$
12	$f(x) = \left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{1}{2+x}};$	$x_1 = -2; \quad x_2 = 2;$	$f(x) = \begin{cases} x+2, & x < -1; \\ x^2 + 1, & -1 \leq x < 1; \\ -x+3, & x \geq 1. \end{cases}$
13	$f(x) = 32^{\frac{1}{1-x}};$	$x_1 = -4; \quad x_2 = 1;$	$f(x) = \begin{cases} 1/(1+x), & x \leq 0; \\ (x-1)^2, & 0 < x < 2; \\ x-3, & x \geq 2. \end{cases}$
14	$f(x) = \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3+x}};$	$x_1 = -3; \quad x_2 = -6;$	$f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 0; \\ x^2, & 0 < x \leq 2; \\ x+1, & x > 2. \end{cases}$
15	$f(x) = 4^{\frac{1}{x-5}};$	$x_1 = 5; \quad x_2 = 3;$	$f(x) = \begin{cases} 1/(x+2), & x \leq -1; \\ (x+1)^2, & -1 < x \leq 0; \\ x+1, & x > 0. \end{cases}$
16	$f(x) = \left(\frac{1}{36}\right)^{\frac{1}{4+x}};$	$x_1 = -4; \quad x_2 = -6;$	$f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0; \\ x^2 + 2, & 0 < x \leq 1; \\ 3, & x > 1. \end{cases}$
17	$f(x) = 8^{\frac{1}{3-x}};$	$x_1 = 3; \quad x_2 = 6;$	$f(x) = \begin{cases} 1/(2x+1), & x \leq 0; \\ x^2 - 3, & 0 < x < 2; \\ 1, & x \geq 2. \end{cases}$
18	$f(x) = \left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{1}{1+x}};$	$x_1 = -1; \quad x_2 = 3;$	$f(x) = \begin{cases} x+3, & x < -1; \\ x^2 + 1, & -1 \leq x < 1; \\ -2x, & x \geq 1. \end{cases}$
19	$f(x) = 49^{\frac{1}{x-2}};$	$x_1 = 2; \quad x_2 = 4;$	$f(x) = \begin{cases} 1/(x+1), & x < -1; \\ x^2 - 1, & -1 \leq x \leq 1; \\ -x+2, & x > 1. \end{cases}$
20	$f(x) = \left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{1}{3+x}};$	$x_1 = -3; \quad x_2 = 2;$	$f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 0; \\ (x-1)^2, & 0 < x < 2; \\ 3-x, & x \geq 2. \end{cases}$
21	$f(x) = 27^{\frac{1}{x-2}};$	$x_1 = 2; \quad x_2 = 5;$	$f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1; \\ x^2 + 2, & -1 \leq x < 1; \\ 1/(x-2), & x \geq 1. \end{cases}$
22	$f(x) = \left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{1}{5+x}};$	$x_1 = -5; \quad x_2 = 1;$	$f(x) = \begin{cases} x+2, & x < -2; \\ x^2 + 2, & -2 \leq x < 1; \\ -x+4, & x \geq 1. \end{cases}$

23	$f(x) = 64^{\frac{1}{1-x}};$	$x_1 = 3;$	$x_2 = 1;$	$f(x) = \begin{cases} 1-x, & x \leq 0; \\ (x-1)^2, & 0 < x < 2; \\ 1/(x-3), & x \geq 2. \end{cases}$
24	$f(x) = \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3+x}};$	$x_1 = -3;$	$x_2 = 0;$	$f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 0; \\ x^2, & 0 < x \leq 2; \\ 1/(x-4), & x > 2. \end{cases}$
25	$f(x) = 4^{\frac{1}{x-5}};$	$x_1 = 3;$	$x_2 = 5;$	$f(x) = \begin{cases} x-1, & x \leq -1; \\ -(x+1)^2, & -1 < x \leq 0; \\ 1/(x-1), & x > 0. \end{cases}$
26	$f(x) = 32^{\frac{1}{1-x}};$	$x_1 = -4;$	$x_2 = 1;$	$f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 0; \\ x^2, & 0 < x \leq 2; \\ x+1, & x > 2. \end{cases}$
27	$f(x) = 49^{\frac{1}{x-2}};$	$x_1 = 2;$	$x_2 = 4;$	$f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 0; \\ (x-1)^2, & 0 < x < 2; \\ 3-x, & x \geq 2. \end{cases}$
28	$f(x) = \left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{1}{5+x}};$	$x_1 = -5;$	$x_2 = 1;$	$f(x) = \begin{cases} 1-x, & x \leq 0; \\ (x-1)^2, & 0 < x < 2; \\ 1/(x-3), & x \geq 2. \end{cases}$