

Расчетное задание

по дисциплине «Математический анализ» - 2 часть
дифференциальное исчисление функции одной переменной
составлена ст. преподавателем каф. высшей математики Комиссаровой Н.В.

Задача № 1. Найдите производную $y'(x)$ данных функций

Вариант	Функции
1	а) $y = \operatorname{tg}(\ln \sqrt[3]{x})$; б) $y = \sqrt{x} \cdot \arcsin^2 \sqrt{x}$; в) $y = x^{5/x}$; г) $x^2 \cdot \cos y + y^2 \cdot \sin x = 0$; д) $\begin{cases} x = \frac{t^2}{1+t^2}; \\ y = \operatorname{arc} \operatorname{tg} t. \end{cases}$
2	а) $y = \operatorname{arctg}^4(1-3x)$; б) $y = 3^{x \cdot \ln^3 x}$; в) $y = (\sin 6x)^{x^2}$; г) $x^3 + y^3 - e^{x \cdot y^2} = 0$; д) $\begin{cases} x = \cos 2t; \\ y = \frac{2}{\sin^2 t}. \end{cases}$
3	а) $y = \sqrt{1-x^4} + x^2 \cdot \arcsin x^2$; б) $y = \operatorname{arctg}^2\left(\frac{2}{1-x}\right)$; в) $y = x^{\operatorname{tg} x^3}$; г) $\sin x + \cos(x+y) - y \cdot \cos y = 0$; д) $\begin{cases} x = \sqrt{t^3 - 1}; \\ y = \ln t. \end{cases}$
4	а) $y = \ln(\operatorname{arc} \operatorname{ctg} \sqrt[3]{x})$; б) $y = \operatorname{tg} x \cdot 2^{\cos^2 x}$; в) $y = x^{-e^{4x}}$; г) $x \cdot \cos y - 2x + 3y^2 = 0$; д) $\begin{cases} x = \operatorname{arc} \sin t; \\ y = \sqrt{1-t^2}. \end{cases}$
5	а) $y = \cos^3(\sqrt{1-x^2})$; б) $y = \frac{1 - \operatorname{tg} 2x}{1 + \operatorname{tg} 2x}$; в) $y = \left(\frac{2}{x}\right)^{x-1}$; г) $y \cdot e^x - x \cdot e^{-y} + x^2 - y = 0$; д) $\begin{cases} x = 2t + e^{2t}; \\ y = \operatorname{arc} \operatorname{tg}(e^t) \end{cases}$
6	а) $y = 7^{\operatorname{tg}^5 \sqrt{x}}$; б) $y = e^{\sqrt{1-x^2}} \cdot \arccos x$; в) $y = x^{\sqrt{x}}$; г) $y - x \cdot \cos(2x - y^3) = 0$; д) $\begin{cases} x = \operatorname{arc} \operatorname{tg}(t^2); \\ y = t^4 + 1. \end{cases}$
7	а) $y = \frac{1 + \cos 7x}{1 - \cos 7x}$; б) $y = \sin(\ln(4^x - x^4))$; в) $y = (\operatorname{ctg} x)^x$; г) $\ln x - 2 \ln y - x \cdot y = 0$; д) $\begin{cases} x = e^t \cdot \sin t; \\ y = t + \sin t. \end{cases}$

Вариант	Функции
8	а) $y = \sqrt[3]{1 - \ln^8 x}$; б) $y = e^{x/\arcsin x}$; в) $y = (\sin x)^{\operatorname{tg} 2x}$; г) $2^{x+y} - \cos(xy^2) = 0$; д) $\begin{cases} x = (1 + \cos^2 t)^2; \\ y = \frac{\cos t}{\sin^2 t}. \end{cases}$
9	а) $y = x \cdot \arccos(x^2)$; б) $y = 9^{-\operatorname{ctg}^3 4x}$; в) $y = (\arctg x)^{\cos x}$; г) $x^9 \cdot \ln y - y \cdot \ln x - x = 0$; д) $\begin{cases} x = \operatorname{tg} t; \\ y = \sin^2 t \cdot \sin 2t. \end{cases}$
10	а) $y = e^{-x^3} \cdot \operatorname{ctg}(1 - 3x)$; б) $y = \arcsin^5(10^{\ln x})$; в) $y = x^{3/x}$; г) $x^2 + y^2 - 2xy + y^3 = 0$; д) $\begin{cases} x = \operatorname{tg} t; \\ y = \frac{1}{\sin 2t}. \end{cases}$
11	а) $y = \frac{1 + \operatorname{ctg} x}{1 - \operatorname{ctg} x}$; б) $y = 3^{2^x \cdot \ln^3 x}$; в) $y = (\cos 2x)^x$; г) $x \cdot \cos 2y - y \cdot \sin^3 x = 0$; д) $\begin{cases} x = \arcsin \sqrt{1 - t^2}; \\ y = \arccos t. \end{cases}$
12	а) $y = \sin^4(x - \ln x)$; б) $y = \sqrt{1 - x^2} + x \cdot \arcsin x$; в) $y = x^{2^x}$; г) $x^2 - y^2 - e^{x \cdot y} = 0$; д) $\begin{cases} x = \frac{1}{\ln t}; \\ y = \ln^2 t. \end{cases}$
13	а) $y = \frac{1 + \operatorname{tg}^2 x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$; б) $y = \ln \sqrt{1 + e^{2x}} - 2 \arctg e^x$; в) $y = (\sin x)^{x^2}$; г) $x \cdot \cos y^2 - y \cdot \sin 3x = 0$; д) $\begin{cases} x = \ln \sin t; \\ y = \cos t. \end{cases}$
14	а) $y = \cos^2(3x + 2)^3$; б) $y = x^4 \cdot \arcsin x^2$; в) $y = (1 - x)^{2^x}$; г) $x^2 - y^2 + e^{x^3 \cdot y^2} = 0$; д) $\begin{cases} x = \operatorname{ctg} e^t; \\ y = \ln(\operatorname{tg} e^t). \end{cases}$
15	а) $y = 5^{x \cdot \ln^4(1 - 5x)}$; б) $y = \arccos\left(\frac{5}{x}\right)^4$; в) $y = x^{\operatorname{ctg}^2 x}$; г) $\sin x + \cos(x + 3y) - x^3 \cdot \cos y = 0$; д) $\begin{cases} x = \sqrt{1 + e^{2t}}; \\ y = \operatorname{arc} \operatorname{tg} e^t. \end{cases}$

Вариант	Функции
16	а) $y = e^{x^2 \cdot \ln(1+4x)}$; б) $y = \operatorname{arccctg}^2\left(\frac{6}{x}\right)$; в) $y = x^{\operatorname{tg} x}$; г) $e^{2x} - \cos y - y \cdot \sin x = 0$; д) $\begin{cases} x = \cos t; \\ y = \sin^4 \frac{t}{2}. \end{cases}$
17	а) $y = \ln^4(\operatorname{ctg}(1+7x))$; б) $y = \sqrt{x} \cdot \arccos \sqrt{x}$; в) $y = (1 + \sin x)^{\cos x}$; г) $x \cdot \cos y - 2x^4 + 3y^2 = 0$; д) $\begin{cases} x = \operatorname{arc} \operatorname{tg} e^{t/2}; \\ y = \sqrt{1+e^t}. \end{cases}$
18	а) $y = \cos \sqrt[3]{8^x - x^8}$; б) $y = \operatorname{tg}^5 x \cdot \arccos 5x$; в) $y = x^{(1+x)/(x-1)}$; г) $x^4 \cdot e^{-y} - y^2 \cdot e^x + 2y = 0$; д) $\begin{cases} x = \ln(1-t^2); \\ y = \arcsin t. \end{cases}$
19	а) $y = \operatorname{arctg}(\ln^4 2x)$; б) $y = \operatorname{ctg} 4x \cdot 9^{x^4}$; в) $y = (\sin x)^{\sqrt{x}}$; г) $x^3 \cdot y^3 - \sin(x^2 + y) = 0$; д) $\begin{cases} x = \sqrt{2t - t^2}; \\ y = \arcsin(t-1). \end{cases}$
20	а) $y = \frac{1 + \cos^2 x}{1 - \cos 2x}$; б) $y = e^{-\ln^5 x^3}$; в) $y = (\operatorname{ctg} x)^{1/x}$; г) $\ln^2 x - 2 \ln y^2 - x^4 \cdot y = 0$; д) $\begin{cases} x = \sqrt{1-t^2}; \\ y = \operatorname{tg} \sqrt{1+t}. \end{cases}$
21	а) $y = x^2 \cdot \arcsin(\ln x)$; б) $y = (e^{\cos 2x} - x)^3$; в) $y = (\operatorname{tg} 4x)^{\sin x}$; г) $2^{x+y^2} - \cos^2(x \cdot y) = 0$, д) $\begin{cases} x = \ln \frac{1-t}{1+t}; \\ y = \sqrt{1-t^2}. \end{cases}$
22	а) $y = x^4 \cdot \arccos^3 \frac{x}{3}$; б) $y = e^{\sin^3(4x)^2}$; в) $y = (\operatorname{arctg} x)^{\sin 2x}$; г) $x^2 \cdot \ln y - y \cdot \ln^2 x - x = 0$, д) $\begin{cases} x = e^t \cdot \cos t; \\ y = t + \cos t. \end{cases}$
23	а) $y = 3^{x^2} \cdot \sin^2(8x-1)$; б) $y = \ln^3(\operatorname{ctg} \sqrt[8]{x})$; в) $y = (x+1)e^{3x}$; г) $x^2 + y^2 - \cos(x^3 \cdot y) = 0$, д) $\begin{cases} x = \arccos \frac{1}{t}; \\ y = \sqrt{t^2 - 1}. \end{cases}$

Вариант	Функции
24	а) $y = x^2 \cdot \operatorname{arctg} 2x + \ln^4(\operatorname{tg} x)$; б) $y = 2^{\cos^3 x^2}$; в) $y = (3 - 2x)^{\sin 2x}$; г) $x^3 \cdot \cos y - 2x + 3y^3 = 0$, д) $\begin{cases} x = \sqrt{3 + t^2}; \\ y = \ln(t^2 + 3). \end{cases}$
25	а) $y = \operatorname{tg} \sqrt[3]{(2x + x^3)^2}$; б) $y = \cos^4(\ln \sqrt[3]{x})$; в) $y = (\arcsin x)^{\sqrt{1-x^2}}$; г) $x^4 \cdot e^y - e^{-x} - x^2 \cdot y^3 = 0$, д) $\begin{cases} x = 1 - \sin^2 t; \\ y = \frac{\cos t}{\sin^2 t}. \end{cases}$
26	а) $y = x^4 \cdot \operatorname{arctg} 2x$; б) $y = \left(e^{\operatorname{tg}^2 x} + 3 \right)^3$; в) $y = x^{\sqrt[4]{x}}$; г) $x^2 - \cos(x \cdot y^2) - y = 0$, д) $\begin{cases} x = t \cdot \sin t + \cos t; \\ y = \sin t - t \cdot \cos t. \end{cases}$
27	а) $y = \frac{1 + \sin 2x}{1 - \sin^2 x}$; б) $y = 4^{x - \ln^3 7x}$; в) $y = (\cos x)^{x^4}$; г) $\ln^3 x - \ln y^4 + x^4 \cdot y = 0$, д) $\begin{cases} x = \sqrt{t-1}; \\ y = \frac{t}{\sqrt{t-1}}. \end{cases}$
28	а) $y = \sqrt{x - \arccos^2(\ln 3x)}$; б) $y = 8^{x \cdot \operatorname{tg} x}$; в) $y = \left(\frac{x^2}{x-1} \right)^{\sin x}$; г) $2^{x-y^2} + \cos^3(x \cdot y) = 0$, д) $\begin{cases} x = \sin 2t; \\ y = \frac{1}{\cos^2 t}. \end{cases}$
29	а) $y = x^3 \cdot \operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2}$; б) $y = e^{-\cos^3(3x)^2}$; в) $y = (\operatorname{arctg} x)^{(1+x^2)}$; г) $x^2 \cdot \ln y^2 - y \cdot \ln^2 x - x^4 = 0$, д) $\begin{cases} x = \arccos(t-1); \\ y = \sqrt{2t-t^2}. \end{cases}$
30	а) $y = e^{x^3} \cdot \operatorname{tg}^2(3x+1)$; б) $y = \sin^5\left(\ln \frac{x}{5}\right)$; в) $y = (\cos 2x)^{\sqrt{x}}$; г) $x + 2x^4 \cdot y - e^{x+y} = 0$, д) $\begin{cases} x = \arcsin \sqrt{1-t^2}; \\ y = \ln(1-t^2). \end{cases}$

Задача № 2. Составьте формулу Тейлора для данной функции $y = f(x)$ в точке x_0 с остаточным членом в форме Лагранжа, используя формулы Маклорена.

Вариант	Функции	x_0	Вариант	Функции	x_0
1	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	3	16	$\frac{1}{x^3}$	-2
2	$\frac{1}{2x+1}$	-1	17	$\lg(1-x)$	-2
3	$\ln x$	1	18	$\sqrt[3]{x-8}$	7
4	$\sqrt[3]{x-1}$	2	19	$\frac{1}{\sqrt[4]{x}}$	1
5	$\frac{1}{x^2}$	2	20	$\frac{1}{x-1}$	-3
6	$\sqrt{3x-2}$	1	21	$\ln(2x+1)$	0
7	$\lg x$	10	22	$\sqrt{\frac{x}{2}}$	2
8	$\sqrt[4]{2-x}$	1	23	\sqrt{x}	9
9	$\frac{1}{x+2}$	0	24	$\frac{1}{\sqrt[3]{x+1}}$	0
10	$\sqrt{x+3}$	1	25	$\log_2 x$	2
11	$\ln(x+10)$	-9	26	$\sqrt[4]{1-3x}$	0
12	$x + \frac{1}{x}$	-1	27	$\frac{1}{x \cdot \sqrt[3]{x}}$	-1
13	$\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$	-8	28	$\ln(3-2x)$	1
14	$\ln(2x+5)$	1	29	$\frac{1}{(x-2)^2}$	3
15	$\sqrt{1-x}$	0	30	$x \cdot \sqrt{x}$	4

Задача № 3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[a, b]$.

Вариант	Функции	$[a, b]$	Вариант	Функции	$[a, b]$
1	$y = \frac{6+x}{x^2+13}$	$[-5, 5]$	16	$y = x - \cos^2 x$	$[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$
2	$y = 0,5x + \cos x$	$[0, \pi]$	17	$y = \frac{(x+3)^2}{x^2+7}$	$[-3, 7]$
3	$y = \frac{10x}{x^2+1}$	$[0, 3]$	18	$y = 2\cos^2 x - x\sqrt{2}$	$[-\frac{\pi}{2}, \pi]$
4	$y = 0,5x - \sin x$	$[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$	19	$y = -x - \frac{4}{(x+2)^2}$	$[-1, 4]$
5	$y = \frac{(x-4)^2}{x+9}$	$[-4, 6]$	20	$y = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \sin^2 x$	$[-\pi, \pi]$
6	$y = x\sqrt{3} + \cos 2x$	$[-\pi, \pi]$	21	$y = \frac{(x+6)^2}{x+13}$	$[-1, 7]$
7	$y = \frac{4x}{x^2+4}$	$[-5, 1]$	22	$y = x - 4\sqrt{x+2}$	$[-2, 5]$
8	$y = x\sqrt{3} - \sin 2x$	$[-2\pi, -\frac{3\pi}{2}]$	23	$y = \frac{(x-3)^2}{x+16}$	$[-5, 5]$
9	$y = \frac{x-4}{x^2+9}$	$[-4, 6]$	24	$y = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \cos^2 x$	$[-\frac{\pi}{2}, \pi]$
10	$y = x\sqrt{2} + 2\cos x$	$[-\frac{3\pi}{2}, 0]$	25	$y = \frac{16}{x} + \frac{x^3}{3}$	$[-1, 3]$
11	$y = \frac{(x-4)^2}{x^2+9}$	$[3, 6]$	26	$y = 4 - x - \frac{4}{x^2}$	$[1, 4]$
12	$y = x\sqrt{2} + 2\sin x$	$[0, \frac{3\pi}{2}]$	27	$y = \frac{x+3}{x^2+7}$	$[-3, 7]$
13	$y = \frac{(x+6)^2}{x^2+13}$	$[-5, 5]$	28	$y = 2\sqrt{x-1} - x + 2$	$[1, 5]$
14	$y = x - \sin^2 x$	$[-\pi, \pi]$	29	$y = \frac{x^2+2x+3}{2x+1}$	$[0, 4]$
15	$y = \frac{x^2+7}{4x-3}$	$[1, 5]$	30	$y = \frac{6x}{x^2+4}$	$[-1, 4]$

Задача № 4. Проведите полное исследование функций. Постройте графики.

Вариант	Функция 1	Функция 2
1	$y = \frac{x^2}{4(x+2)}$	$y = x^{2/3}e^x$
2	$y = \frac{2-4x^2}{1-4x^2}$	$y = (x-1)^2e^{1-x}$
3	$y = \frac{2x^2}{4x^2-1}$	$y = x - 2\arctg x$
4	$y = \frac{2x+1}{x^2}$	$y = e^{2x-x^2}$
5	$y = \frac{(x-1)^3}{(x+1)^2}$	$y = x^{2/3}e^{-x}$
6	$y = \frac{4x^3}{x^3-1}$	$y = x\arctg x$
7	$y = \frac{(x-1)^3}{2x^2}$	$y = e^{\frac{1}{3-x}}$
8	$y = \frac{x^4}{x^3-1}$	$y = x^2e^{-x}$
9	$y = \frac{x^4}{(x+1)^3}$	$y = (x+1)^2e^{\frac{1}{x+1}}$
10	$y = \frac{(x-3)^2}{4(x-1)}$	$y = xe^x$
11	$y = \frac{(x-1)^2}{x^2}$	$y = 2\arctg x - x$
12	$y = \frac{2}{x^2-2x}$	$y = xe^{-\frac{x^2}{2}}$
13	$y = \frac{x^2}{(x+1)^2}$	$y = \frac{1}{x^2}e^x$
14	$y = \frac{x^3+1}{x^2}$	$y = (x-2)e^{3-x}$
15	$y = \frac{x^2-1}{x^2+2}$	$y = \frac{1}{2(1-x)}e^{2(1-x)}$

16	$y = \frac{(x-1)^3}{2x^2}$	$y = \arctg x^2$
17	$y = \frac{x^3 - 4x}{3x^2 - 4}$	$y = \frac{1}{(x+1)^2} e^x$
18	$y = \frac{x^2 - 5}{x - 3}$	$y = x^{2/3} e^{-\frac{x^2}{3}}$
19	$y = \frac{x^3}{3 - x^2}$	$y = \frac{x}{\ln x}$
20	$y = \frac{4x}{4 + x^2}$	$y = \frac{1}{x+3} e^{x+3}$
21	$y = \frac{2 - 4x^2}{1 - x^2}$	$y = (2 + x^2)e^{-x^2}$
22	$y = \frac{x^2 - 3}{3x^2 - 2}$	$y = \ln \frac{1+x}{1-x}$
23	$y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$	$y = -\frac{1}{x+2} e^{-(x+2)}$
24	$y = \frac{x^2}{x-1}$	$y = \frac{x}{2} + \arctg x$
25	$y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x - 3}$	$y = (x+1)\ln^2(x+1)$
26	$y = \frac{x^3 + 8}{x}$	$y = x - 2\text{arcctg} x$
27	$y = \frac{x^2 - 5}{x - 3}$	$y = \frac{e^x}{x+1}$