Лабораторная работа №1

Моделирование двигателя постоянного тока с независимым возбуждением

Цель работы: получение навыков численного моделирования линейных систем автоматического управления, исследование переходных процессов в двигателе постоянного тока с независимым возбуждением.

1. Математическая модель двигателя постоянного тока с независимым возбуждением

На рисунке 1 показана электрическая схема двигателя постоянного тока с независимым возбуждением. Здесь $u_я$ – напряжение, подаваемое на якорь двигателя, которое является входным воздействием; i – ток в цепи якоря, представляющий собой внутреннюю переменную объекта; R, L – сопротивление и индуктивность цепи якоря; e – противо-ЭДС, т.е. напряжение, возникающее в обмотке якоря в результате его вращения в магнитном поле; ω – угловая скорость вращения двигателя, которая является выходной переменной; $u_в$ – напряжение на обмотке возбуждения.

Запишем основные уравнения, характеризующие процессы в двигателе. Второй закон Кирхгофа для цепи якоря имеет вид:

$$Ri + L\frac{di}{dt} + e = u_я.$$

Уравнение равновесия моментов на валу двигателя следующее:

$$J\frac{d\omega}{dt} = M_Д - M_С,$$

где J – приведенный момент инерции; $M_Д$ – вращающий момент; $M_С$ – момент сопротивления на валу двигателя, который является возмущающим воздействием.

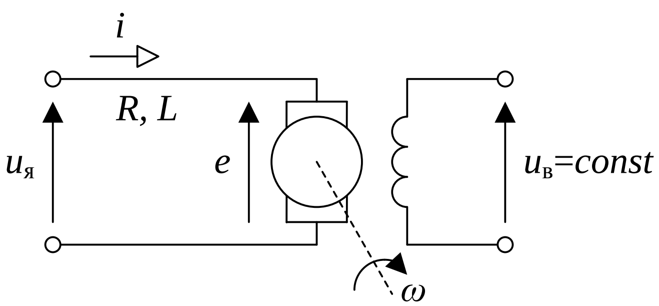

Рис. 1. Схема двигателя постоянного тока

С достаточной степенью точности во многих случаях можно считать, что $e = c_1\omega$, $M_Д = c_2 i$, где $c_1 = const$ и $c_2 = const$. Примем также, что момент сопротивления пропорционален скорости вращения $M_{\text{с}} = c_3\omega$, $c_3 = const$. Тогда система уравнений, описывающих процессы в двигателе примет вид:

$$\begin{cases} Ri + L\dfrac{di}{dt} + c_1\omega = u_{\text{я}}, \\ J\dfrac{d\omega}{dt} = c_2 i - c_3\omega. \end{cases} \qquad (1)$$

Полученная система обыкновенных дифференциальных уравнений может быть решена в MATLAB численным методом.

Для аналитического анализа переходных процессов двигателя постоянного тока систему (1) необходимо преобразовать в одно уравнение второго порядка. Для этого выразим ток из второго уравнения и подставим в первое:

$$i = \frac{J}{c_2}\cdot\frac{d\omega}{dt} + \frac{c_3}{c_2}\omega, \quad L\frac{d}{dt}\left(\frac{J}{c_2}\cdot\frac{d\omega}{dt} + \frac{c_3}{c_2}\omega\right) = -R\left(\frac{J}{c_2}\cdot\frac{d\omega}{dt} + \frac{c_3}{c_2}\omega\right) - c_1\omega + u_{\text{я}}.$$

Раскроем скобки и преобразуем уравнение к стандартному виду:

$$LJ\ddot{\omega} + (Lc_3 + JR)\dot{\omega} + (Rc_3 + c_1c_2)\omega = c_2 u_{\text{я}}.$$

Полученное уравнение соответствует типовому динамическому звену второго порядка.

2. Использование MATLAB для решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений

Для численного решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений её необходимо представить в форме Коши, т.е. разрешить относительно производных. Возьмем для примера следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -3x - 2y, \\ \dfrac{dy}{dt} = x - 0{,}5y + 5. \end{cases} \qquad (2)$$

Левые части уравнений представляют собой производные функций ($\dfrac{dx}{dt}$ и $\dfrac{dy}{dt}$), в правые части содержат функции (x и y). Т.е. система уже представлена в форме Коши.

Для ее решения в MATLAB необходимо создать два файла – в одном из них задается система уравнений, в другом вызывается численный метод решения и выводятся результаты расчетов.

Например, для задания системы уравнений (2) можно создать файл «example_eq.m», содержащий следующие инструкции:

```
function df = example_eq( t, f )
x=f(1); y=f(2);
dx = -3*x - 2*y;
```

```
dy = x - 0.5*y + 5;
df = [ dx; dy ];
```

В приведенном коде приняты следующие обозначения: t – время, f – вектор значений функций, df – вектор производных функций.

Далее приведен текст программы для решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений, заданной в файле «example_eq.m»:

```
clear

T=0:0.01:10;  % Задание интервала и шага времени
[t f] = ode45( 'example_eq', T, [0 0] );  % Решение системы
  % на заданном интервале T с нулевыми начальными условиями
  % [0 0]

figure(1);        % Создание окна для отображения графиков
subplot(2,1,1);   % Переключение на первый график из двух
plot(t,f(:,1)); % Вывод графика (t - ось абсцисс, x - ординат)
grid on         % Показать сетку
xlabel ('t, c');  % Подпись оси абсцисс
ylabel ('x');     % Подпись оси ординат

subplot(2,1,2);
plot(t,f(:,2));
grid on
xlabel ('t, c');
ylabel ('y');
```

В результате выполнения программы на экран будут выведено окно с графиками, показанное на рис. 2.

3. Свойства типового динамического звена второго порядка

Звено второго порядка описывается дифференциальным уравнением:

$$T^2\ddot{y}(t)+2dT\dot{y}(t)+y(t)=ku(t),$$

где T – постоянная времени звена, характеризующая скорость затухания переходных процессов; d – коэффициент демпфирования, который определяет склонность переходных процессов к колебаниям; k – коэффициент усиления – отношение выходной переменной y к входному воздействию u в установившемся режиме.

При $d \geq 1$ звено второго порядка является апериодическим, а при $0 \leq d < 1$ становится колебательным. Характер изменения выходной переменной при единичном ступенчатом входном воздействии при различных коэффициентах демпфирования показан на рис. 3.

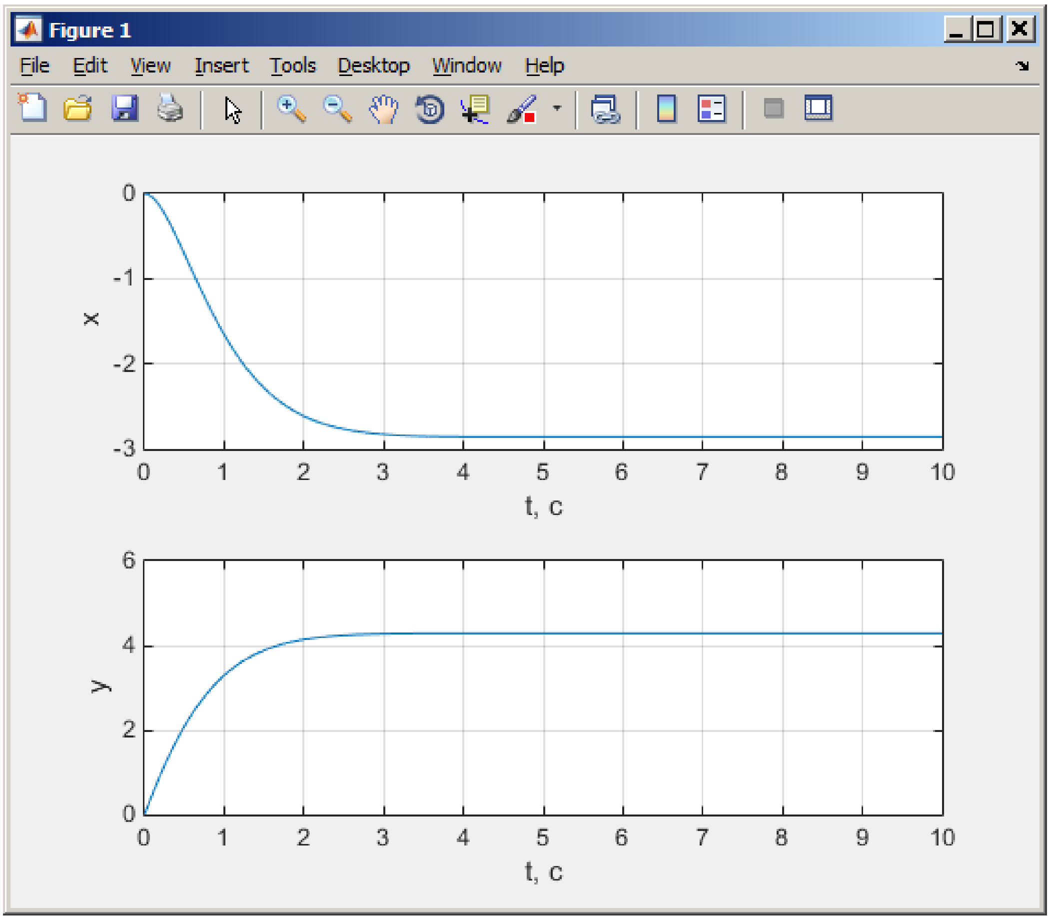

Рис. 2. Результат решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений (2) в MATLAB

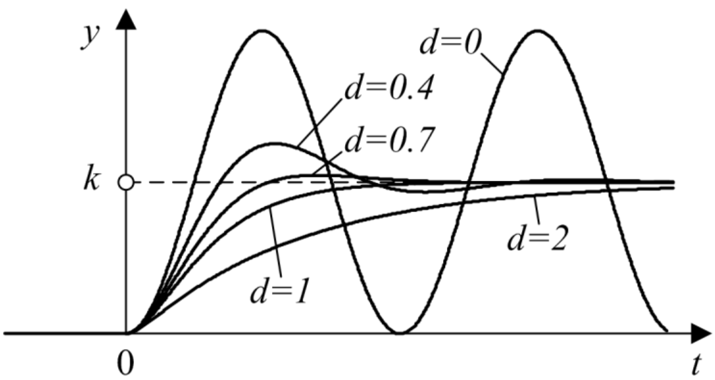

Рис. 3. Переходные функции звена второго порядка

4. Задание на лабораторную работу

1. Составить программу для решения системы уравнений (1), описывающей процессы в двигателе постоянного тока с независимым возбуждением. Параметры двигателя приведены в таблице 1.

Таблица 1

Параметры двигателя постоянного тока

№ варианта	R, Ом	L, Гн	$c_1 = e/\omega$, В·с	$c_2 = M_д / i$, Н·м/А	$c_3 = M_с / \omega$, Н·м·с	J, кг/м^2
1	4,0	0,30	2,4	3,5	0,02	0,04
2	4,2	0,28	2,4	3,5	0,02	0,04
3	4,4	0,26	2,4	3,5	0,02	0,04
4	4,6	0,24	2,4	3,5	0,02	0,05
5	4,8	0,22	2,0	2,9	0,02	0,05
6	5,0	0,20	2,0	2,9	0,02	0,05
7	5,2	0,10	2,0	2,9	0,02	0,05
8	5,4	0,12	2,0	2,9	0,02	0,05
9	5,6	0,14	2,0	3,0	0,02	0,05
10	5,8	0,16	2,0	3,0	0,02	0,06
11	6,0	0,18	1,8	3,0	0,02	0,06
12	6,2	0,20	1,8	3,0	0,02	0,06
13	6,4	0,22	1,8	3,0	0,02	0,06
14	6,6	0,24	1,8	3,0	0,02	0,06
15	6,8	0,26	1,8	3,0	0,02	0,06

2. Рассчитать переходной процесс при подаче на якорь постоянного напряжения 10 В при нулевых начальных условиях. Привести в отчете графики тока в обмотке якоря и частоты вращения вала.

3. Выполнить аналитический анализ влияния параметров R, L, J на свойства переходных процессов машины постоянного тока. Проверить полученные выводы на математической модели в MATLAB.

4. Составить программу для расчета переходных процессов в системе автоматического регулирования частоты вращения двигателя постоянного тока (рис. 3).

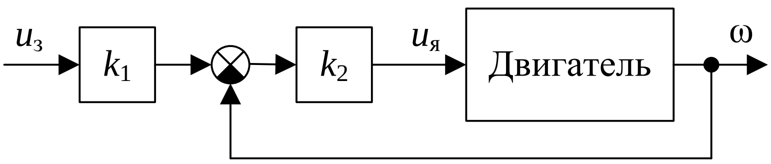

Рис. 2. Структурная схема системы автоматического управления
$u_з$ – входное напряжение (задание для регулятора).

5. Подобрать коэффициенты усиления k_1 и k_2 таким образом, чтобы в установившемся режиме входное напряжение $u_з$, [В] численно равнялось частоте вращения вала двигателя f, [Гц]. Привести в отчете графики тока в обмотке якоря и частоты вращения вала.