

# ПОМЕХИ В КАНАЛЕ ПЕРЕДАЧИ

Главным источником помех в каналах связи являются бульдозеры, экскаваторы и некомпетентные руководители



# ПОМЕХИ В КАНАЛЕ ПЕРЕДАЧИ

---

Помехи в канале передачи – любое электрическое колебание, частично или полностью совпадающее по спектру с полезным сигналом и передаваемое вместе с ним.

Классификация помех

**1. Внешние** - фон, наводки, помехи соседних радиостанций;

**Внутренние** — собственные шумы электронных элементов тракта, помехи от нелинейных искажений и другие.

# ПОМЕХИ В КАНАЛЕ ПЕРЕДАЧИ

---

2. По степени тождественности восприятия помехи и сигнала потребителем.

**Внятные** — по восприятию практически не отличаются от сигнала.

Например, внятный разговор соседнего абонента, слышимый в данном канале.

**Невнятные** — по восприятию существенно отличаются от сигнала (шум, треск, щелчки и т.д.).

3. По характеру спектра.

**Широкополосные** или **узкополосные**

# УЗКОПОЛОСНЫЕ ПОМЕХИ

---

Спектр близок к линейчатому

- максимальный уровень приходится на одну частоту, возможно наличие гармоник малых порядков

Энергия спектра сосредоточена в основном в относительно узкой полосе частот около некоторой фиксированной частоты

- гармонический сигнал  $u(t) = u_m \sin(\omega t + \varphi)$

## **Источники узкополосных помех:**

- системы связи, системы питания на переменном токе

Относительная полоса частот:

$$\delta = \frac{\Delta f_c}{f_0} = \frac{2(f_{\max} - f_{\min})}{(f_{\max} + f_{\min})} \ll 1$$
$$f_0 = (f_{\max} + f_{\min}) / 2$$

# ШИРОКОЛОСНЫЕ ПОМЕХИ И ШУМЫ

---

Условия, описанные для узкополосных помех, не выполняются:

- импульсы: периодические, аperiodические,
- тепловой шум,
- шумы квантования и т.п.

## **Источники широкополосных помех:**

- удары молнии,
- разряды статического электричества,
- коммутация индуктивной нагрузки,
- газоразрядные приборы и т.п.

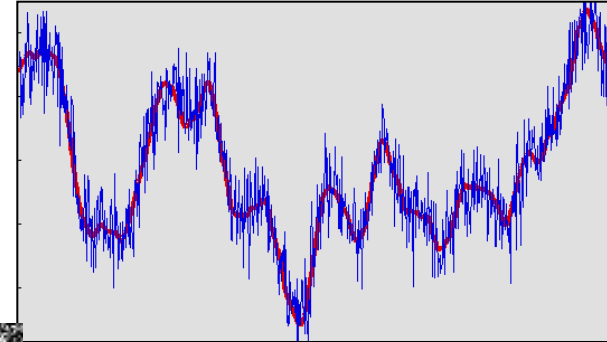
Относительная полоса частот:  $\delta = \frac{\Delta f_c}{f_0} \approx 1$

## 4. ПО ХАРАКТЕРУ ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ПРИНИМАЕМЫЕ СИГНАЛЫ

---

Аддитивная помеха

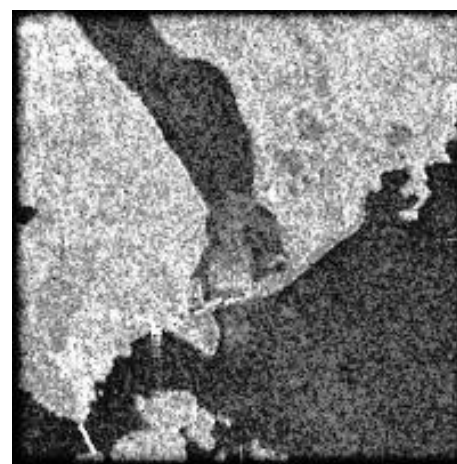
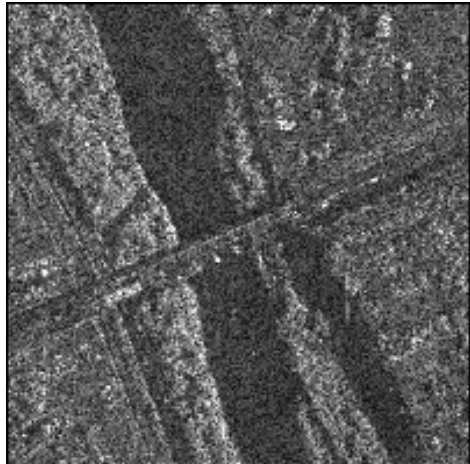
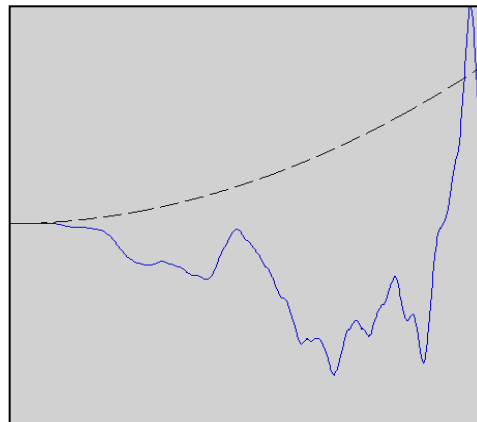
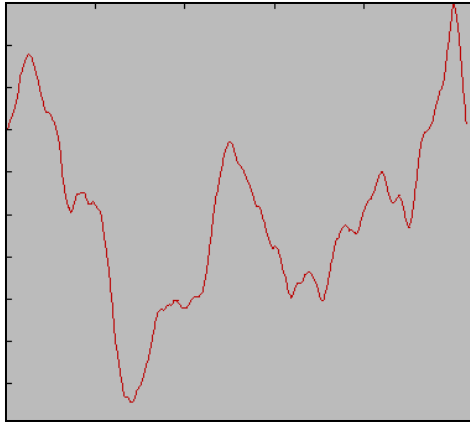
$$Y(t) = X(t) + N(t)$$



## 4. ПО ХАРАКТЕРУ ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ПРИНИМАЕМЫЕ СИГНАЛЫ

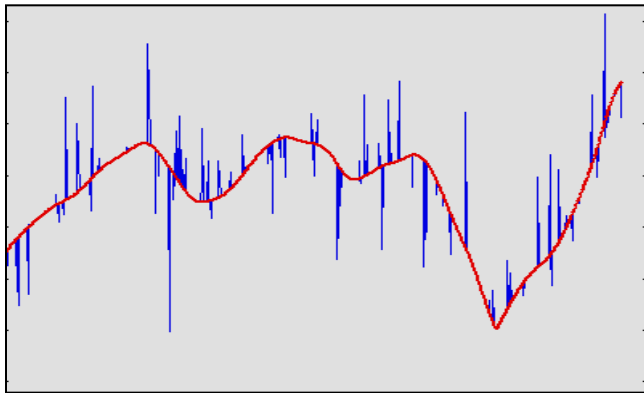
---

Мультипликативная помеха  $Y(t) = X(t) \cdot N(t)$



## 4. ПО ХАРАКТЕРУ ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ПРИНИМАЕМЫЕ СИГНАЛЫ

Импульсная помеха

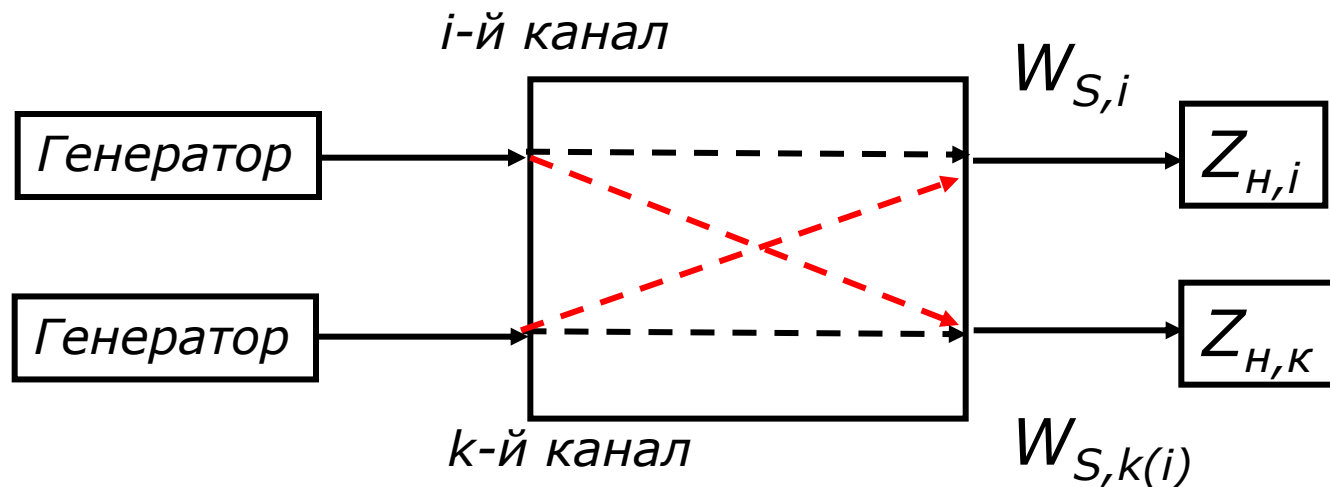


$$Y(t) = \begin{cases} X(t) & \text{с вероятностью } p; \\ N(t) & \text{с вероятностью } 1-p. \end{cases}$$



# ПЕРЕХОДНЫЕ ПОМЕХИ В МНОГОКАНАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ ПЕРЕДАЧИ

---



$W_{S,i}$  - мощность сигнала на выходе *i*-го канала (влияющего канала);

$W_{S,k(i)}$  - мощность сигнала на выходе *k*-го канала, подверженного влиянию *i*-го канала.

# ТЕПЛОВОЙ ШУМ

---

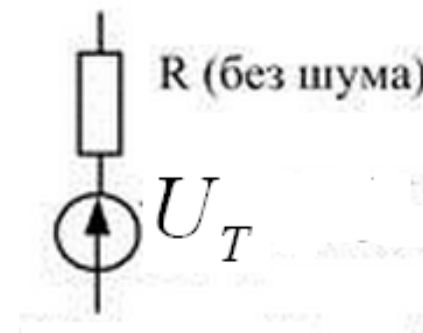
**Тепловой шум** - внутренний шум, связанный с быстрыми и случайными перемещениями электронов в проводнике под действием теплового возмущения .

Модель теплового шума – генератор шума с действующим напряжением холостого хода

$$U_T = \sqrt{4kT \Delta f R}$$

Постоянная Больцмана

$$k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ Джс / К (Втм / К} \cdot \text{Гц)}$$



# ТЕПЛОВОЙ ШУМ

---

$$U_T = \sqrt{4kT \Delta f R}$$

$T$  - абсолютная температура (температура, измеренная по шкале Кельвина и отсчитываемая от абсолютного нуля)

$$T = C^{\circ} + 273^{\circ}$$

*Пример: комнатная температура, равная 17°C  
или 290°K*

Максимальная мощность теплового шума, которую можно подать с выхода генератора на вход устройства

$$W_T = \left( \frac{U_T}{2} \right)^2 \frac{1}{R} = kT \Delta f$$

Мощность теплового шума равна 0 при  $T=0$  (-273 град C)

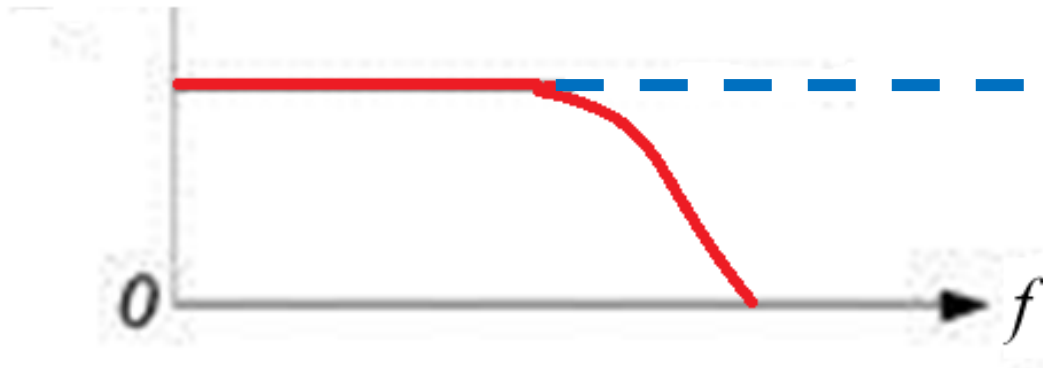
# ТЕПЛОВОЙ ШУМ

---

Односторонняя спектральная плотность мощности

$$N_0 = \frac{W_T}{\Delta f} = kT \text{ [Вт / Гц]}$$

$$N_0 = \frac{W_T}{\Delta f}$$



# ТЕПЛОВОЙ ШУМ

---

*Пример:* Пусть шумовая полоса равна 5.75 МГц (SECAM). Найти мощность теплового шума при температуре  $T = 20^\circ \text{C}$ . Найти значение односторонней спектральной плотности мощности.

$$W_T = kT \Delta f \qquad N_0 = \frac{W_T}{\Delta f} = kT \text{ [Вт / Гц]}$$

$$W_T = 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot (20 + 273) \cdot 5.75 \cdot 10^6 = 2.325 \cdot 10^{-14} \text{ Вт}$$

$$N_0 = 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot (20 + 273) = 4.0 \cdot 10^{-21} \text{ Вт/Гц}$$

# ОЦЕНКА ДЕЙСТВИЯ ПОМЕХИ НА ПОЛЕЗНЫЙ СИГНАЛ

1) **отношение сигнал/шум** (помеха):  $q^2 = W_s / W_n$

или **защищенность**  $A_3 = 10 \log q^2 = p_s - p_n$  [дБм]

2) **Коэффициент шума**  $F$  равен отношению полной мощности шумов на выходе реального канала  $W_{ш,вых}$  к мощности шумов на выходе такого же идеального (нешумящего) канала  $W_{T_0,вых}$  при условии, что единственный источник входного шума в обоих случаях — тепловой шум согласованного входного сопротивления.

Определение  $F$ :

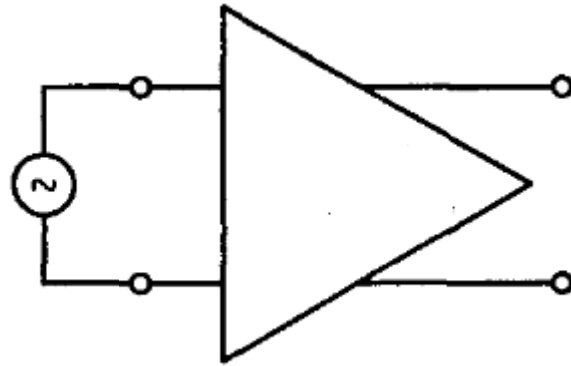
- в заданной полосе
- при заданной температуре (например,  $T_0 = 290$  К)

$$W_{T_0} = kT_0 \Delta f; \quad F = \frac{W_{ш,вых}}{W_{T_0,вых}} = \frac{W_{ш,вых}}{W_{T_0} \cdot K_m} = \frac{W_{ш,вых}}{kT_0 \Delta f \cdot K_m}^{14}$$

# НЕИДЕАЛЬНЫЙ КАНАЛ С ИСТОЧНИКАМИ ВНУТРЕННИХ ШУМОВ

$$K_M = 100 \quad W_{сш, вых} = 10 \text{ мкВт}$$

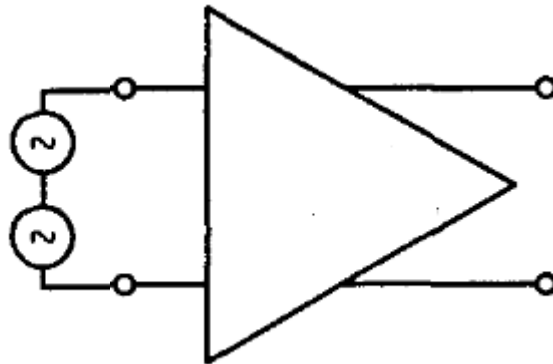
$$W_{T0} = 1 \text{ мкВт}$$



$$W_{ш, вых} = K_M W_{T0} + W_{сш, вых} \\ = 110 \text{ мкВт}$$

Нешумящий канал;  $K_M = 100$

$$W_{T0} = 1 \text{ мкВт}$$



$$W_{ш, вых} = K_M (W_{T0} + W_{сш, вх}) = 110 \text{ мкВт}$$

# КОЭФФИЦИЕНТ ШУМА

---

$$F = \frac{W_{ш,вых}}{W_{T_0,ex} K_M} = \frac{W_{T_0,ex} K_M + W_{CШ,вых}}{W_{T_0,ex} K_M} = 1 + \frac{W_{CШ,вых}}{W_{T_0,ex} K_M}$$

Идеальный бесшумный канал:  $W_{CШ,ex} = W_{CШ,вых} = 0$

$$F = 1 \quad F(\text{дБ}) = 0$$

Собственные шумы канала, пересчитанные к выходу:

$$W_{CШ,вых} = (F - 1) W_{T_0,ex} K_M$$

Собственные шумы канала, пересчитанные ко входу:

$$W_{CШ,ex} = (F - 1) W_{T_0,ex}$$

# КОЭФФИЦИЕНТ ШУМА И ОТНОШЕНИЕ С/Ш

---

$$F = \frac{W_{ш,вых}}{W_{T_0,вх} K_m} = \frac{W_{ш,вых}}{W_{T_0,вх} K_m} \cdot \frac{W_{с,вх}}{W_{с,вых}}$$
$$= \frac{W_{с,вх}}{W_{T_0,вх}} \frac{W_{ш,вых}}{W_{с,вых} K_m} = \frac{W_{с,вх}}{W_{T_0,вх}} \frac{W_{ш,вых}}{W_{с,вых}} = \frac{q_{вх}^2}{q_{вых}^2}$$

**коэффициент шума** – изменение отношения сигнал/шум после прохождения сигнала по реальному каналу

$$F(\text{дБ}) = 10 \log \frac{q_{вх}^2}{q_{вых}^2} = A_{з,вх} - A_{з,вых}$$

# ПОТЕРИ В ЛИНИИ СВЯЗИ

В линии с потерями (пассивный четырехполюсник) ухудшение отношения сигнал/шум происходит вследствие поглощения сигнала при фиксированном уровне шума:  $W_{Ш,вых} = W_{Ш,вх} = W_{T_0,вх}$

$L > 1$  – коэффициент затухания

$$L = W_{S,вх} / W_{S,вых} = 1 / K_m$$

Условие: для линии с потерями импеданс и температура согласованы на обоих концах

$$F = \frac{W_{Ш,вых}}{W_{T_0,вх} K_m} = \frac{W_{T_0,вх}}{W_{T_0,вх} K_m}$$

$$F = \frac{1}{K_m} = L$$

# МНОГОКАСКАДНАЯ ЦЕПЬ. ФОРМУЛА ФРИИССА (Friiss)

$$F = \frac{W_{ш,вых}}{K_m W_{T_0,вх}} =$$

$$F = 1 + \frac{W_{CIII,вых}}{W_{T_0} K_m}$$

$$= \frac{W_{T_0,вх} K_{m1} K_{m2} \dots K_{mn} + W_{CIII,вых1} K_{m2} \dots K_{mn} + W_{CIII,вых2} K_{m3} \dots K_{mn} + W_{CIII,выхn}}{W_{T_0,вх} K_{m1} K_{m2} \dots K_{mn}} =$$

$$= 1 + \frac{W_{CIII,вых1}}{W_{T_0} K_{m1}} + \frac{W_{CIII,вых2}}{W_{T_0} K_{m1} K_{m2}} + \dots + \frac{W_{CIII,выхn}}{W_{T_0} K_{m1} K_{m2} \dots K_{mn}} =$$

$$= 1 + (F_1 - 1) + \frac{(F_2 - 1)}{K_{m1}} + \dots + \frac{(F_n - 1)}{K_{m1} K_{m2} \dots K_{mn-1}}$$

$$F = F_1 + \sum_{i=2}^n \frac{F_i - 1}{\prod_{j=1}^{i-1} K_{mj}}$$

# ПРИМЕР

---

Пусть антенна на мачте подключается к усилителю головной станции ( $F_y = 10$  дБ,  $K_{my} = 10$  дБ) кабелем снижения с затуханием  $L = 10$  дБ

1. Найти коэффициент шума системы: кабель  $\rightarrow$  усилитель ;
2. Найти коэффициент шума системы: усилитель  $\rightarrow$  кабель.

$$F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{K_{m1}}$$

$$1) \quad F_1 = L; \quad K_{m1} = \frac{1}{L}; \quad F_2 = F_y; \quad F = L + (F_y - 1)L = F_y L$$

$$F = 10 \cdot 10 = 100$$

$$F(\text{дБ}) = L(\text{дБ}) + F_y(\text{дБ}) = 20 \text{ дБ}$$

# ПРИМЕР

---

1) коэффициент шума системы: кабель->усилитель:

$$F(\partial B) = L(\partial B) + F_y(\partial B) = 20\partial B$$

2) коэффициент шума системы: усилитель -> кабель:

$$F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{K_{m1}}$$

$$F_1 = F_y; \quad K_{m1} = K_{my}; \quad F_2 = L;$$

$$F = F_y + \frac{L - 1}{K_y} = 10 + 9 / 10 = 10.9$$

$$F(\partial B) = 10.4\partial B$$

# ВЛИЯНИЕ ТЕПЛОВОГО ШУМА НА ПРОПУСКНУЮ СПОСОБНОСТЬ НЕПРЕРЫВНОГО КАНАЛА

---

$S$  – переданный сигнал;

$X$  – принятый сигнал;

$T$  – среднее время передачи

Скорость передачи информации — количество информации, передаваемое за единицу времени:

$$R = I(S, X) / T = (H(X) - H(X|S)) / T \text{ [бит/с]}$$

Пропускная способность канала — максимальная скорость передачи информации по каналу связи в единицу времени:  $C = \max(R)$

# ТЕОРЕМА ШЕННОНА

---

**Теорема Шеннона** (1948-49) ограничивает предельную пропускную способность канала с заданной полосой пропускания и отношением сигнал/шум

Пропускная способность непрерывного канала связи с аддитивным белым гауссовским шумом:

$$C = \Delta F \log_2 \left( 1 + \frac{W_S}{W_{III}} \right) = \Delta F \log_2 \left( 1 + \frac{W_S}{N_0 \Delta F} \right)$$

1. При нулевом уровне шума можно получить сколь угодно высокую скорость передачи при сколь угодно узкой полосе пропускания канала!

# ТЕОРЕМА ШЕННОНА

---

$$C = \Delta F \log_2 \left( 1 + \frac{W_S}{N_0 \Delta F} \right) = \Delta F \log_2 (1 + q^2)$$

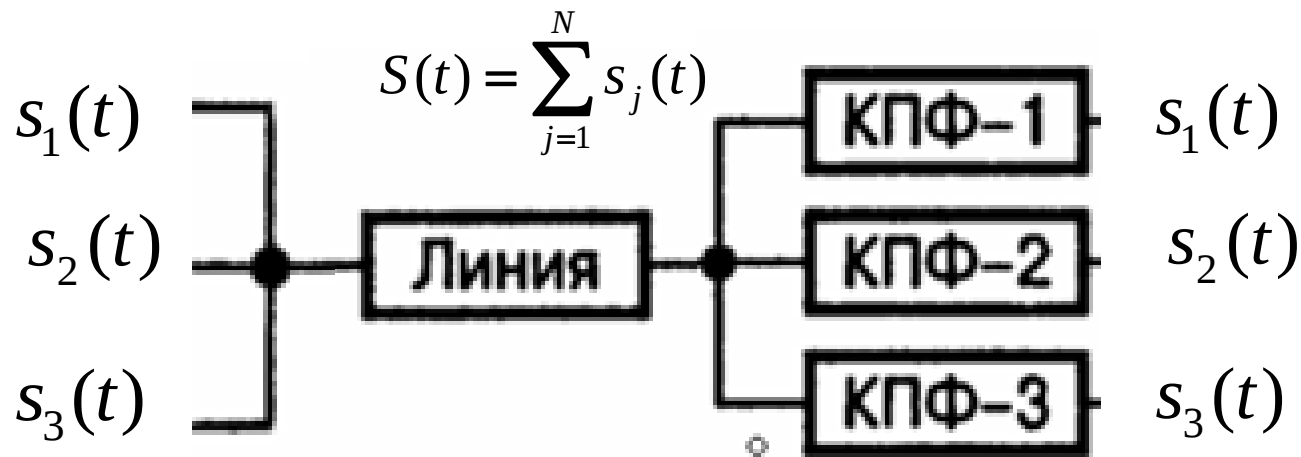
2. Пропускная способность неограниченно возрастает при неограниченном увеличении мощности сигнала и равна нулю при  $q^2 = 0$

3. Максимальная пропускная способность канала с аддитивным белым гауссовским шумом и неограниченной полосой:

$$C = \frac{N_0 \Delta F}{W_S} \frac{W_S}{N_0} \log_2 \left( 1 + \frac{W_S}{N_0 \Delta F} \right) = \frac{W_S}{N_0} \log_2 \left( 1 + \frac{W_S}{N_0 \Delta F} \right)^{\frac{N_0 \Delta F}{W_S}}$$

$$\lim_{\Delta F \rightarrow \infty} C = \frac{1}{\ln(2)} \frac{W_S}{N_0} = 1.4427 \frac{W_S}{N_0}$$

# ИДЕАЛЬНОЕ УСТРОЙСТВО РАЗДЕЛЕНИЯ



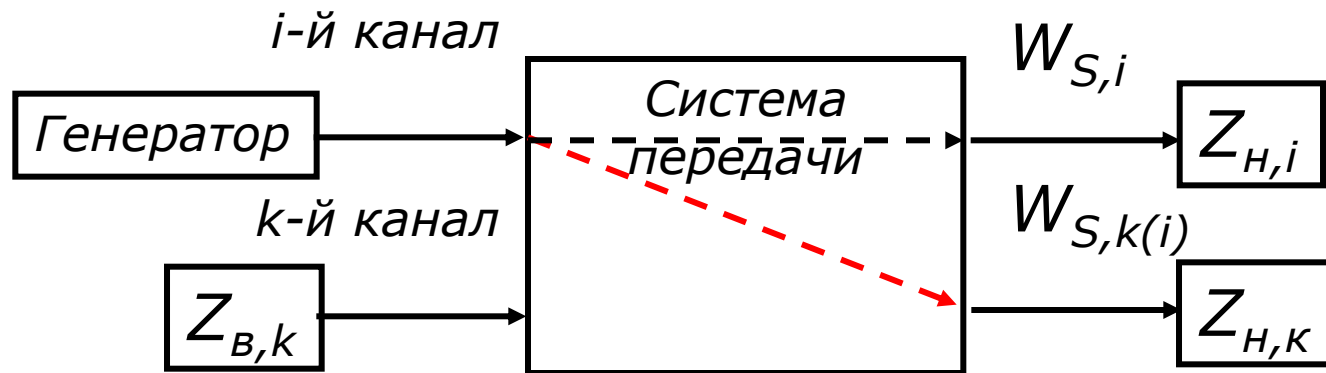
$$\Phi_i[S(t)] = \Phi_i\left[\sum_{j=1}^N s_j(t)\right] = \sum_{j=1}^N \Phi_i[s_j(t)] = \begin{cases} s_i(t); i = j \\ 0; i \neq j \end{cases}$$

# ПЕРЕХОДНЫЕ ПОМЕХИ

Идеальное устройство разделения

$$\Phi_i[S(t)] = \Phi_i\left[\sum_{j=1}^N s_j(t)\right] = \sum_{j=1}^N \Phi_i[s_j(t)] = \begin{cases} s_i(t); i = j \\ 0; i \neq j \end{cases}$$

Взаимные (переходные) помехи между каналами



$W_{S,i}$  - мощность сигнала на выходе i-го канала (влияющего канала);

$W_{S,k(i)}$  - мощность сигнала на выходе k-го канала, подверженного влиянию i-го канала.

# ВЛИЯНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПОМЕХ НА ПРОПУСКНУЮ СПОСОБНОСТЬ МСП (ДЛЯ FDM)

---

Защищенность канала от переходных помех в  $N$  канальной системе

$$W_{S,i} = \frac{W_S}{N}; \quad A_{k(i)} = 10 \log \frac{W_S / N}{W_{S,k(i)}}; \quad W_{S,k(i)} = \frac{W_S}{N} 10^{-0.1 A_{k(i)}}$$

Мощность переходных помех, наводимых всеми каналами  $N$  канальной системы на выходе  $k$ -го канала при одинаковых средних мощностях сигналов в парциальных каналах

$$\begin{aligned} W_{ПП} &= \sum_{i=1; i \neq k}^N W_{S,k(i)} \\ &= \sum_{i=1; i \neq k}^N \frac{W_S}{N} \cdot 10^{-0.1 A_{k(i)}} = \frac{W_S}{N} \sum_{i=1; i \neq k}^N 10^{-0.1 A_{k(i)}} = \frac{W_S}{N} \mu_k \end{aligned}$$

# ВЛИЯНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПОМЕХ НА ПРОПУСКНУЮ СПОСОБНОСТЬ МСП

Мощность помехи в парциальном канале:

$$W_{П,к} = W_{Ш,к} + W_{ПП} = N_0 \Delta F_k + \frac{W_S}{N} \mu_k$$

$$C_k = \Delta F_k \log_2 \left( 1 + \frac{W_S / N}{W_{П,к}} \right) = \Delta F_k \log_2 \left( 1 + \frac{W_S / N}{N_0 \Delta F_k + \mu_k W_S / N} \right)$$

$$C_{k,max} = \lim_{W_S \rightarrow \infty} C_k = \Delta F_k \log_2 \left( 1 + \frac{1}{\mu_k} \right)$$

Выводы:

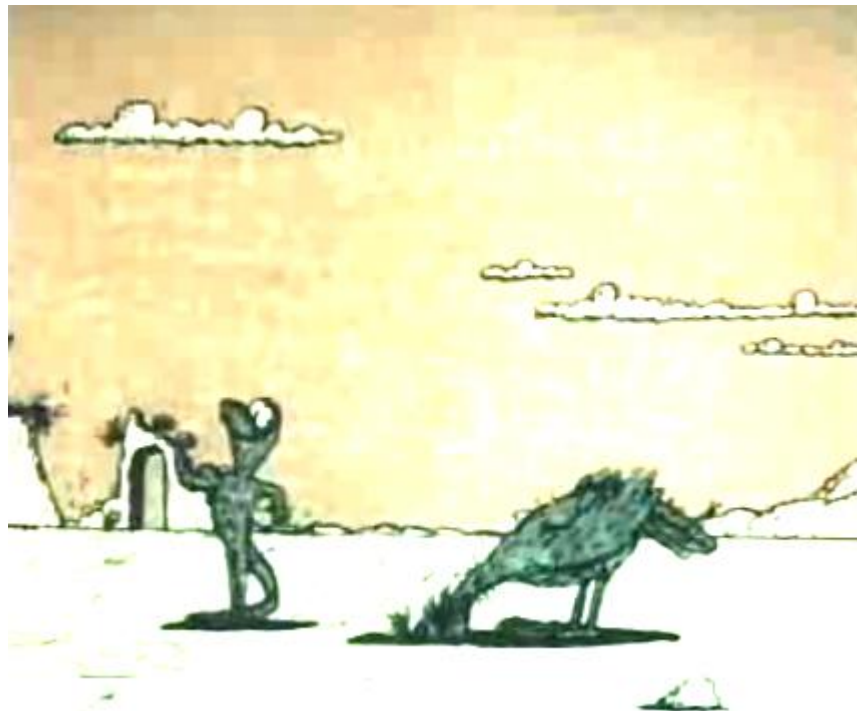
1. Переходные помехи ограничивают пропускную способность каналов

2. Если  $N_0 \Delta F_k \ll \mu_k W_S / N$ ,

то увеличение мощности сигнала  $W_S$  практически не приводит к увеличению пропускной способности канала.

# ЭФФЕКТИВНОСТЬ СИСТЕМ СВЯЗИ

Ноги, крылья...  
Главное —  
хвост!



# ВЕРНОСТЬ ПЕРЕДАЧИ

---

Верность передачи

- 1) вероятность ошибки  $p$
- 2) среднеквадратическая ошибка

$$\overline{\varepsilon^2} = M[(S(t) - \tilde{S}(t))^2]$$

Мера достоверности передачи сигнала  
(нормированная среднеквадратическая ошибка):  $\frac{\overline{\varepsilon^2}}{W_s}$

# ВЕРНОСТЬ ПЕРЕДАЧИ

Среднеквадратическая ошибка не учитывает особенности человеческого восприятия

$$PSNR \approx 25dB$$



Исходное  
изображение



Повышенная  
контрастность



Добавлен  
аддитивный белый  
гауссовский шум<sup>1</sup>

# ЭФФЕКТИВНОСТЬ СИСТЕМ СВЯЗИ

---

Современные системы связи должны обеспечивать достаточно высокую скорость передачи информации при заданной полосе частот, минимальной мощности сигнала и минимальной вероятности искажений.

$R$  – скорость передачи информации

$C$  - пропускная способность канала ( $C \geq R$ )

Информационная эффективность (коэффициент использования канала по пропускной способности) :  $\eta = \frac{R}{C} \leq 1$

Частотная эффективность (коэффициент использования канала по частоте; скорость передачи сообщений в единичной полосе частот) :  $\gamma = \frac{R}{\Delta F}$

Энергетическая эффективность (коэффициент использования канала по мощности) :  $\beta = \frac{R}{(W_s / N_0)}$  32

# СВЯЗЬ МЕЖДУ КОЭФФИЦИЕНТАМИ ЭФФЕКТИВНОСТИ

---

$$\text{Ч.Э.: } \gamma = \frac{R}{\Delta F} \quad \text{Э.Э.: } \beta = R \frac{N_0}{W_s} \quad \text{И.Э.: } \eta = \frac{R}{C}$$

$$R = \beta \frac{W_s}{N_0} \quad \longrightarrow \quad \gamma = \frac{\beta W_s}{N_0 \Delta F} = \beta \frac{W_s}{W_{III}} = \beta q^2$$

$$R = \gamma \Delta F \quad \longrightarrow \quad \eta = \frac{\gamma \Delta F}{C} = \frac{\gamma \Delta F}{\Delta F \log_2(1 + \frac{W_s}{W_{III}})} = \frac{\gamma}{\log_2(1 + \frac{\gamma}{\beta})}$$

Предельная зависимость между  $\beta$  и  $\gamma$  ( $\eta=1$ ):

$$\gamma = \log_2(1 + \frac{\gamma}{\beta}) \quad \beta = \frac{\gamma}{2^\gamma - 1}$$

# ЭФФЕКТИВНОСТЬ СИСТЕМЫ С ЧАСТОТНЫМ РАЗДЕЛЕНИЕМ ОДИНАКОВЫХ ПАРЦИАЛЬНЫХ КАНАЛОВ (FDM)

---

Эффективность системы разделения

$$\eta_P = \frac{NC_k}{C} = \frac{C_{\text{сум}}}{C}$$

Пропускная способность общего канала

$$C = \Delta F \log_2 \left( 1 + \frac{W_S}{W_{III}} \right);$$

$$W_{III} = N_0 \Delta F; \quad W_S = N W_{S,k}$$

$$\Delta F = N(\Delta F_k + \Delta F_{3k}) = N \frac{(\Delta F_k + \Delta F_{3k})}{\Delta F_k} \Delta F_k = N k_f \Delta F_k$$

$k_f > 1$  - коэффициент использования полосы частот

# ЭФФЕКТИВНОСТЬ СИСТЕМЫ С ЧАСТОТНЫМ РАЗДЕЛЕНИЕМ ОДИНАКОВЫХ ПАРЦИАЛЬНЫХ КАНАЛОВ (FDM)

---

$$W_{S,k} = \frac{W_S}{N}; \quad \Delta F_k = \frac{\Delta F}{k_f N};$$

$$W_{III,k} = N_0 \Delta F_k = \frac{N_0 \Delta F}{k_f N} = \frac{W_{III}}{k_f N}$$

$$\begin{aligned} C_{\text{сум}} &= N C_k = N \Delta F_k \log_2 \left( 1 + \frac{W_{S,k}}{W_{III,k}} \right) \\ &= N \Delta F_k \log_2 \left( 1 + \frac{W_S k_f}{W_{III}} \right) \end{aligned}$$

$$C = \Delta F \log_2 \left( 1 + \frac{W_S}{W_{III}} \right)$$

$$\eta_P = \frac{C_{\text{сум}}}{C} = \frac{1}{k_f} \frac{\log_2 \left( 1 + \frac{W_S k_f}{W_{III}} \right)}{\log_2 \left( 1 + \left( \frac{W_S}{W_{III}} \right) \right)}$$

# ЭФФЕКТИВНОСТЬ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ

```
``  
  .001.^  
  u$0N=1  
  z00BAI  
  I.,.=^.  
  ;<''''  
  NRX^=-^  
  z0c^CX^  
  ^B0s^^  
  00$H^  
  n$0=XN;.^  
  iBBB0vU1=~''  
  ^$000cAr^vul  
  FAHZuqr-'  
  ZZUFA0FI.^  
  ;BRHv n$U^  
  ^ARN1 ^0si  
  'Onv^ 01.'  
  c0qr rs.'  
  aUU^ ul'  
  ^R0- :.'  
  nn^ -=.^|-^  
  =1^'..' ^..
```

# ТЕОРЕМА НАЙКВИСТА О МИНИМАЛЬНОЙ ШИРИНЕ ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ КАНАЛА



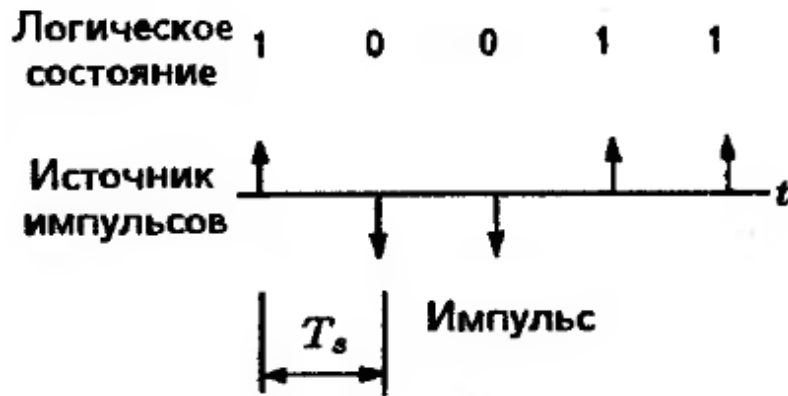
Гарри Найквист (1907-1976)  
«Определённые проблемы теории телеграфной передачи» (1928).



В.А.Котельников (1908-2005)  
«О пропускной способности эфира и проволоки в электросвязи» (1933)

Если синхронные короткие импульсы с частотой следования  $f_s$  символов в секунду подаются в канал, имеющий идеальную прямоугольную частотную характеристику с частотой среза  $\Delta f = f_N = f_s/2$  Гц, то отклики на эти импульсы можно наблюдать независимо, т.е. без межсимвольных искажений.

# ТЕОРЕМА НАЙКВИСТА О МИНИМАЛЬНОЙ ШИРИНЕ ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ КАНАЛА



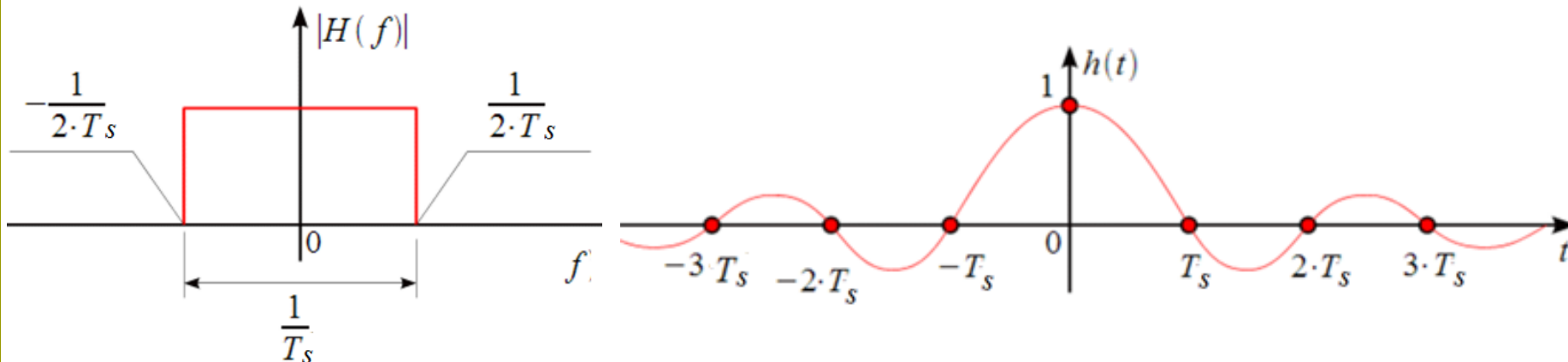
частота Найквиста

$$f_N = \frac{f_s}{2} = \frac{1}{2T_s} = \frac{R_s}{2}$$

$T_s$  - время, в течение которого передается один из символов

$R_s$  - скорость передачи символов [симв/с == Бод]

Амплитудно-частотная характеристика идеального канала (фильтра Найквиста)



# ТЕОРЕМА НАЙКВИСТА О МИНИМАЛЬНОЙ ШИРИНЕ ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ КАНАЛА

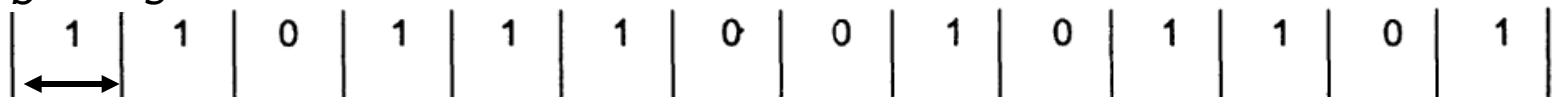


1. Минимальная теоретическая ширина полосы пропускания канала, требуемая для передачи данных со скоростью  $R_s$  символов в секунду без влияния межсимвольной интерференции, равна  $R_s/2$  (теорема Найквиста о МСИ).

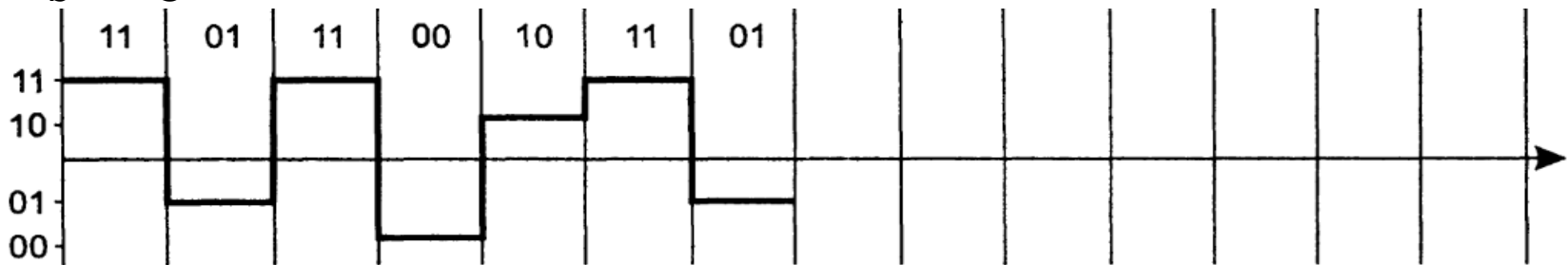
2. Для передачи данных без МСИ необходимо использование идеального фильтра Найквиста, амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) которого имеет прямоугольную форму

# ДВУХПОЗИЦИОННЫЕ И МНОГОПОЗИЦИОННЫЕ ВИДЫ ЦИФРОВОЙ МОДУЛЯЦИИ

$T_b = T_s$



$T_b < T_s$



$T_s$  - время, в течение которого передается один СИМВОЛ

$T_b$  - время, в течение которого передается один бит

$T_b \leq T_s$

# М-КРАТНОЕ КОДИРОВАНИЕ

---

*M*-кратное кодирование - переход от двоичного алфавита символов дискретного сообщения к *M*-ичному.

Пример.  $M=4$  - цифровой сигнал с четырьмя возможными состояниями (уровнями напряжения, частоты, фазы и т. д.)

Число бит, необходимых для создания заданного количества состояний:  $m = \log_2 M$

Число возможных состояний (размер алфавита) при  $m$  битах на символ:  $M = 2^m$

Пример. Сколько состояний может принять сигнал при одном, двух и трех битах на символ?

$2^1 = 2$ ;  $2^2 = 4$ ;  $2^3 = 8$ .

# СКОРОСТЬ ПЕРЕДАЧИ ПРИ ДВУХПОЗИЦИОННОЙ И МНОГОПОЗИЦИОННОЙ ЦИФРОВЫХ МОДУЛЯЦИЯХ

---

$$f_N = \frac{f_s}{2} = \frac{1}{2T_s} = \frac{R_s}{2}$$

$$R_b = \frac{1}{T_b} \quad - \text{ скорость передачи бит [бит/с]}$$

$$T_b \leq T_s$$

$$R_s = \frac{1}{T_s} \quad - \text{ скорость передачи символов [симв/с == Бод]}$$

При двухпозиционной модуляции - 1 символ  
содержит 1 бит

$$R_b = R_s = f_s = 2 f_N$$

1 бод равен 1 бит/с только в том случае, когда  
каждое изменение сигнала (символ) несет 1 бит  
информации

# СКОРОСТЬ ПЕРЕДАЧИ ПРИ ДВУХПОЗИЦИОННОЙ И МНОГОПОЗИЦИОННОЙ ЦИФРОВЫХ МОДУЛЯЦИЯХ

---

Двухпозиционная модуляция:

$$R_b = R_s = 2 f_N = f_s = \frac{1}{T_s} \text{ [бит/с]}$$

M-позиционная модуляция:

1 символ содержит  $m = \log_2 M$  [бит]

$$R_b = R_s m = 2 f_N m = f_s m = \frac{m}{T_s} \text{ [бит/с]}$$

Для систем с фиксированной скоростью передачи символов с ростом  $m$  возрастает скорость передачи

Время, в течение которого передается один бит:

$$T_b = \frac{1}{R_b} = \frac{T_s}{m}$$

# СКОРОСТЬ ПЕРЕДАЧИ ПРИ ДВУХПОЗИЦИОННОЙ И МНОГОПОЗИЦИОННОЙ ЦИФРОВЫХ МОДУЛЯЦИЯХ

---

Двухпозиционная модуляция:

$$R_b = R_s = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{T_b} \quad [\text{бит/с}]$$

$M$ -позиционная модуляция:

1 символ содержит  $m = \log_2 M$  [бит]

Время, в течение которого передается один бит:

$$T_b = \frac{T_s}{m} = \frac{1}{R_b}$$

$$R_b = \frac{m}{T_s} = R_s m \quad [\text{бит/с}]$$

Для систем с фиксированной скоростью передачи символов с ростом  $m$  возрастает скорость передачи  $R_b$

# ПОКАЗАТЕЛЬ ДОСТОВЕРНОСТИ ПЕРЕДАЧИ ДИСКРЕТНЫХ СООБЩЕНИЙ

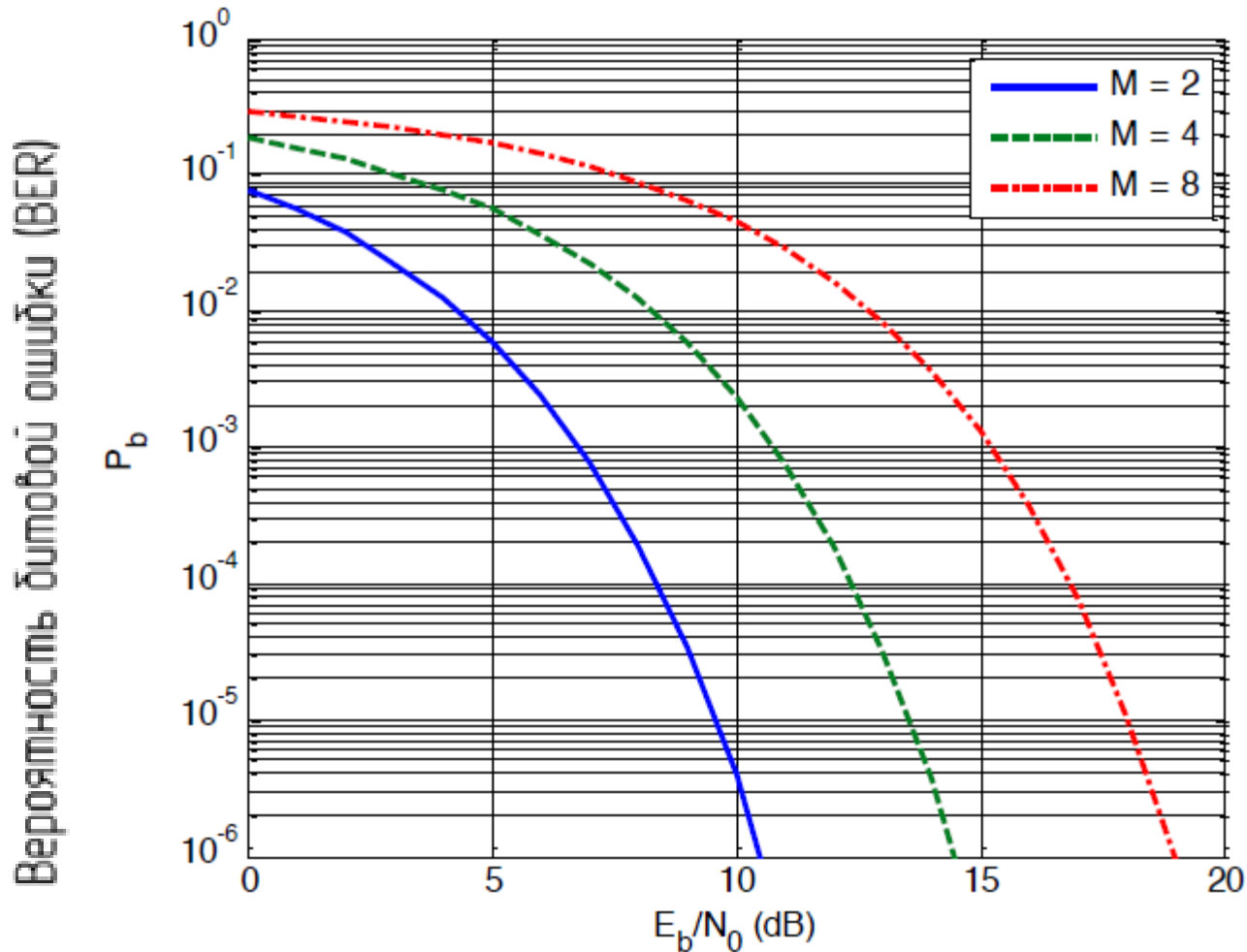
---

Вероятность ошибки на бит:  $P_b = f(P_E)$ ,

BER – Bit Error Rate

$P_E$  - вероятность ошибки при демодуляции  $M$ -ичного символа для  $M$ -позиционных видов модуляции

# ВЕРОЯТНОСТЬ БИТОВОЙ ОШИБКИ ДЛЯ АМПЛИТУДНО-ИМПУЛЬСНОЙ МОДУЛЯЦИИ (PULSE AMPLITUDE MODULATION, PAM)



# ЧАСТОТНАЯ(СПЕКТРАЛЬНАЯ) ЭФФЕКТИВНОСТЬ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ

---

## Аналоговые системы

$$\text{Ч.Э.: } \gamma = \frac{R}{\Delta F} \qquad \text{Э.Э.: } \beta = R \frac{N_0}{W_s} \qquad \text{И.Э.: } \eta = \frac{R}{C}$$

$R$  – скорость передачи информации

$C$  – пропускная способность канала

## Цифровые системы

Частотная эффективность – скорость передачи сообщений [бит/с] в единичной полосе частот дискретного канала

$$\gamma = \frac{R_b}{\Delta f} = \frac{1}{T_b \Delta f}$$

$\gamma > 1$  – спектрально-эффективные виды модуляции

# ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ

---

## Аналоговые системы

$$\beta = R \frac{N_0}{W_s}$$

## Цифровые системы

Энергетическая эффективность - отношением энергии  $E_b$  [Вт/(бит/сек)], затрачиваемой на передачу одного бита сообщения, к спектральной плотности мощности аддитивного белого шума  $N_0$  [Вт/Гц] :

$$h^2 = \frac{E_b}{N_0}$$

# ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ

---

$E_b$  – энергия, необходимая для передачи одного бита информации:

$$E_b = W_s T_b = \frac{W_s}{R_b} \quad \longrightarrow \quad h^2 = \frac{E_b}{N_0} = \frac{W_s}{N_0 R_b}$$

Виды модуляции с низкими значениями  $h^2$  принято относить к классу энергетически эффективных.

# ПРЕДЕЛ ШЕННОНА

$$h^2 = \frac{W_S}{N_0 R_b} = \frac{W_S}{N_0 R_b} \frac{\Delta f}{\Delta f} = \frac{W_S}{W_{III}} \frac{\Delta f}{R_b} \xrightarrow[R_b = C]{\text{Пусть}} h^2 = \frac{W_S}{W_{III}} \frac{\Delta f}{C}$$

$$C = \Delta f \log_2 \left( 1 + \frac{W_S}{W_{III}} \right) \Rightarrow \frac{W_S}{W_{III}} = 2^{\frac{C}{\Delta f}} - 1 \Rightarrow h^2 = (2^{\frac{C}{\Delta f}} - 1) \frac{\Delta f}{C}$$

$$h^2 = \frac{E_b}{N_0} = (2^{\frac{C}{\Delta f}} - 1) \frac{\Delta f}{C}$$

$$\lim_{C \rightarrow 0} h^2 = \lim_{C \rightarrow 0} \frac{E_b}{N_0} = ?$$

$$\lim_{C \rightarrow 0} (2^{\frac{C}{\Delta f}} - 1) \frac{\Delta f}{C} = \ln 2 = -1.6 \text{ dB}$$

# ПРЕДЕЛ ШЕННОНА

Предел Шеннона - какое отношение сигнал-шум необходимо, чтобы передать информацию со скоростью  $C$  по каналу с полосой  $\Delta f$  без ошибок

Если  $E_b/N_0 < -1.6$  дБ, то передача информации (со 100% достоверностью) невозможна ни при какой конечной полосе (или скорости)

