

# КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ



# КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

---

Система называется **линейной**, если для нее справедлив **принцип суперпозиции** :

$$x(t) = \sum_{i=1}^n C_i x_i(t) \quad y(t) = L \left[ \sum_{i=1}^n C_i x_i(t) \right] = \sum_{i=1}^n C_i L[x_i(t)]$$

Стационарная ЛС (система с постоянными параметрами):

$$y(t + \tau) = L[x(t + \tau)]$$

# КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

---

Комплексная частотная характеристика ЛС:

$$\dot{H}(f) = C(f) \exp(j\varphi(f))$$

$$C(f) = |\dot{H}(f)| \quad - \text{АЧХ} \qquad \varphi(f) = \arg \dot{H}(f) \quad - \text{ФЧХ}$$

Отклик ЛС :

$$y(t) = F^{-1}\{\dot{S}_y(f)\} = F^{-1}\{\dot{H}(f)\dot{S}_x(f)\}$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{S}_y(f) &= F\{y(t)\} \\ \dot{S}_x(f) &= F\{x(t)\} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{спектральные плотности входного и} \\ \text{выходного процессов} \end{array}$$

# КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

---

Отклик ЛС : 
$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t - \tau)d\tau = h(t) \otimes x(t)$$

Каузальная ЛС: 
$$h(t) = 0, \quad t < 0$$

$$y(t) = h(t) \otimes x(t) = \int_0^{\infty} h(\tau)x(t - \tau)d\tau$$

Если  $x(t)=0$  при  $t < 0$  , то

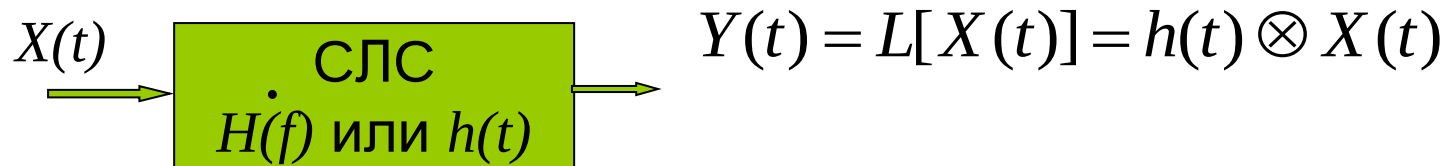
$$y(t) = h(t) \otimes x(t) = \int_0^t h(\tau)x(t - \tau)d\tau$$

# ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СП В СТАЦИОНАРНЫХ ЛС



# СТАЦИОНАРНАЯ ЛС

---



Свойство ЛС:  $M[L[\cdot]] = L[M[\cdot]]$

## ЗАДАЧА АНАЛИЗА

По заданным характеристикам СП  $X(t)$  и характеристикам ЛС найти характеристики СП  $Y(t)$ .

Например:  $m_y(t)$ ,  $K_y(t_1, t_2)$ ,  $G_y(f)$ ,  $K_{xy}(t_1, t_2)$ ,  $G_{xy}(f)$ .

# МО ОТКЛИКА ЛС

Некаузальная ЛС:

$$m_y(t) = M[Y(t)] = M \left[ \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) X(t - \tau) d\tau \right]$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) M[X(t - \tau)] d\tau = m_x \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) d\tau = m_x H(0) = m_y$$

Каузальная ЛС ( $h(t)=0, t<0$ ):

$$m_y = m_x \int_0^{\infty} h(\tau) d\tau = m_x H(0)$$

Каузальная ЛС и ( $X(t)=0, t<0$ ):

$$m_y(t) = M \left[ \int_0^t h(\tau) X(t - \tau) d\tau \right] = m_x \int_0^t h(\tau) d\tau$$

# МО ОТКЛИКА ЛС

---

## ВЫВОДЫ

Если на вход стационарной ЛС воздействует стационарный СП, то

1. МО СП на выходе ЛС в установившемся режиме постоянно;
2. МО СП на выходе ЛС в установившемся режиме равно произведению МО входного СП на коэффициент передачи ЛС по постоянной составляющей

$$m_y = m_x H(0)$$



# ПРИМЕР

На интегрирующую  $RC$ -цепь с момента  $t=0$  воздействует СП с известным МО. При  $t<0$  емкость разряжена. Найти МО выходного процесса .

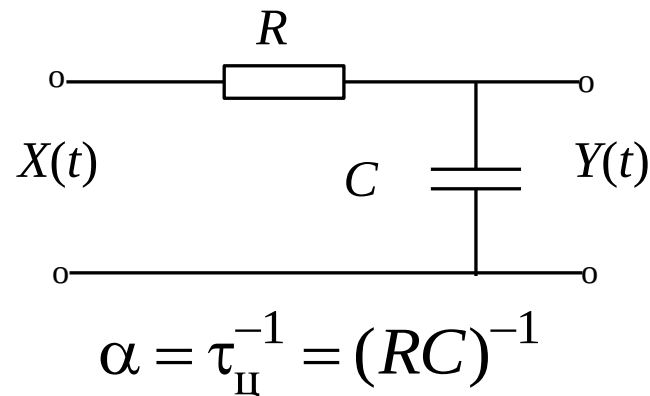
$$h(\tau) = \alpha \exp(-\alpha\tau), \tau \geq 0$$

$$\dot{H}(f) = \frac{\alpha}{\alpha + j \cdot 2\pi f}$$

$$m_y(t) = \begin{cases} 0, t < 0. \\ m_x \int_0^t \alpha \exp(-\alpha\tau) d\tau = m_x (1 - \exp(-\alpha t)), t \geq 0, \end{cases}$$

при  $t \rightarrow \infty \quad m_y(\infty) = m_y = m_x$

$$m_y(\tau_{\Pi}) = 0.999m_x \quad \tau_{\Pi} \approx \frac{8}{\alpha} = 8\tau_{\Pi}$$



# КФ ОТКЛИКА ЛС

$$\overset{\circ}{Y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \overset{\circ}{X}(t - \tau) d\tau$$

$$K_y(t_1, t_2) = M \left[ \overset{\circ}{Y}(t_1) \overset{\circ}{Y}(t_2) \right] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) h(\tau_2) M \left[ \overset{\circ}{X}(t_1 - \tau_1) \overset{\circ}{X}(t_2 - \tau_2) \right] d\tau_1 d\tau_2$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) h(\tau_2) K_x(t_2 - t_1 - \tau_2 + \tau_1) d\tau_1 d\tau_2$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) h(\tau_2) K_x(\tau - \tau_2 + \tau_1) d\tau_1 d\tau_2 = K_y(\tau)$$

$$K_y(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) h(\tau_2) K_x(\tau - \tau_2 + \tau_1) d\tau_1 d\tau_2$$

$$D_y = K_y(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) h(\tau_2) K_x(\tau_1 - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2$$

# СПМ ОТКЛИКА ЛС

---

$$\begin{aligned} G_y(f) &= F\{K_y(\tau)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1)h(\tau_2)F\{K_x(\tau - \tau_2 + \tau_1)\}d\tau_1d\tau_2 = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1)h(\tau_2) \left( \int_{-\infty}^{\infty} K_x(\tau - \tau_2 + \tau_1)e^{-j \cdot 2\pi f \tau} d\tau \right) d\tau_1d\tau_2 \end{aligned}$$

Замена переменных:  $\nu = \tau - \tau_2 + \tau_1$

$$\begin{aligned} G_y(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1)e^{j \cdot 2\pi f \tau_1} d\tau_1 \\ &\quad \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_2)e^{-j \cdot 2\pi f \tau_2} d\tau_2 \int_{-\infty}^{\infty} K_x(\nu)e^{-j \cdot 2\pi f \nu} d\nu \end{aligned}$$

$$G_y(f) = \dot{H}(-f)\dot{H}(f)\tilde{G}_x(f) = C^2(f)G_x(f)$$

# МОМЕНТЫ ОТКЛИКА ЛС

---

Дисперсия

$$1. \quad D_y = K_y(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1)h(\tau_2)K_x(\tau_1 - \tau_2)d\tau_1d\tau_2$$

$$2. \quad D_y = \int_{-\infty}^{\infty} G_y(f)df = \int_{-\infty}^{\infty} C^2(f)G_x(f)df$$

# ВЗАИМНЫЕ КФ И СПМ ПРОЦЕССОВ НА ВХОДЕ И ВЫХОДЕ ЛС

$$\overset{\circ}{Y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \overset{\circ}{X}(t - \tau) d\tau$$

Некаузальная ЛС

$$\begin{aligned} K_{xy}(t_1, t_2) &= M \left[ \overset{\circ}{X}(t_1) \overset{\circ}{Y}(t_2) \right] \\ &= M \left[ \overset{\circ}{X}(t_1) \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_2) \overset{\circ}{X}(t_2 - \tau_2) d\tau_2 \right] = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_2) M \left[ \overset{\circ}{X}(t_1) \overset{\circ}{X}(t_2 - \tau_2) \right] d\tau_2 = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_2) K_x(\tau - \tau_2) d\tau_2 \end{aligned}$$

$$K_{xy}(\tau) = h(\tau) \otimes K_x(\tau)$$

$$\dot{G}_{xy}(f) = \dot{H}(f) G_x(f)$$

# ВОЗДЕЙСТВИЕ БЕЛОГО ШУМА НА ЛС

---

$$K_x(\tau) = \frac{N_0}{2} \delta(\tau) \quad G_x(f) = \frac{N_0}{2}$$

$$D_y(t) = \int_0^t \int_0^t h(\tau_1) h(\tau_2) K_x(\tau_1 - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \longrightarrow$$

$$D_y(t) = \frac{N_0}{2} \int_0^t h^2(\tau) d\tau$$

Установившийся режим. Каузальная ЛС

$$K_y(\tau) = \int_0^\infty \int_0^\infty h(\tau_1) h(\tau_2) K_x(\tau - \tau_2 + \tau_1) d\tau_1 d\tau_2$$

$$D_y = \frac{N_0}{2} \int_0^\infty h^2(\tau) d\tau$$

$$K_y(\tau) = \begin{cases} \frac{N_0}{2} \int_0^\infty h(\tau_1) h(\tau + \tau_1) d\tau_1, & \tau \geq 0, \\ \frac{N_0}{2} \int_{-\tau}^\infty h(\tau_1) h(\tau + \tau_1) d\tau_1, & \tau < 0. \end{cases}$$

# ВОЗДЕЙСТВИЕ БЕЛОГО ШУМА НА ЛС.

## Установившийся режим. Некаузальная ЛС

$$K_y(\tau) =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) h(\tau_2) K_x(\tau - \tau_2 + \tau_1) d\tau_1 d\tau_2$$

$$G_y(f) = C^2(f) G_x(f)$$

$$K_y(\tau) = F^{-1}\{G_y(f)\}$$

$$K_y(\tau) = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) h(\tau + \tau_1) d\tau_1$$

$$D_y = K_y(0) = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} h^2(\tau) d\tau$$

$$G_y(f) = \frac{N_0}{2} C^2(f)$$

$$K_y(\tau) = \frac{N_0}{2} 2 \int_0^{\infty} C^2(f) \cos(2\pi f \tau) df,$$

$$D_y = K_y(0) = \frac{N_0}{2} 2 \int_0^{\infty} C^2(f) df$$

# ВОЗДЕЙСТВИЕ БЕЛОГО ШУМА НА ЛС. ВЗАИМНЫЕ КФ И СПМ

---

некауз. система

$$K_{xy}(\tau) = h(\tau) \otimes K_x(\tau)$$

$$K_{xy}(\tau) = \frac{N_0}{2} h(\tau)$$

кауз. система

$$K_{xy}(\tau) = \begin{cases} \frac{N_0}{2} h(\tau), & \tau \geq 0, \\ 0, & \tau < 0. \end{cases}$$

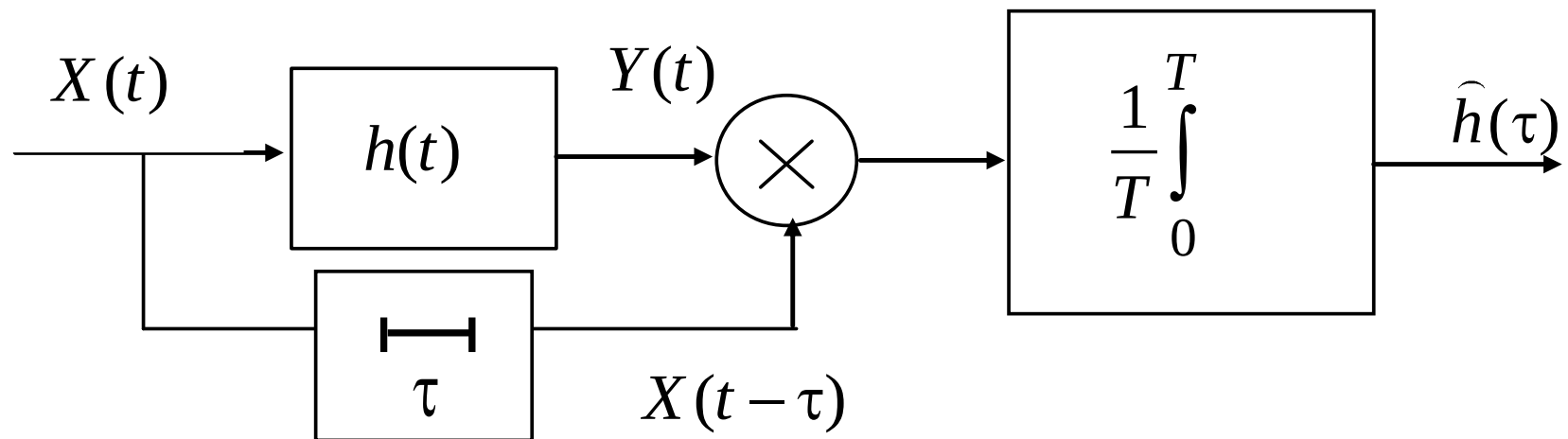
$$\dot{G}_{xy}(f) = \dot{H}(f) G_x(f)$$

$$\dot{G}_{xy}(f) = \frac{N_0}{2} \dot{H}(f)$$



# ИЗМЕРЕНИЕ ИМПУЛЬСНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛС

---

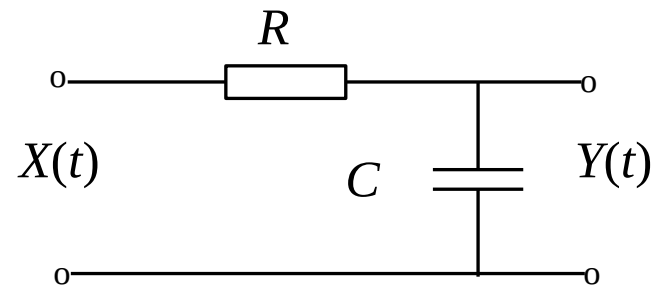


# ПРИМЕР

На интегрирующую  $RC$ -цепь с момента  $t=0$  воздействует белый шум с известным МО. При  $t<0$  емкость разряжена. Найти спектрально-корреляционные характеристики выходного процесса

$$h(\tau) = \alpha \exp(-\alpha\tau), \tau \geq 0$$

$$\dot{H}(f) = \frac{\alpha}{\alpha + j \cdot 2\pi f} \quad \alpha = \tau_{\text{ц}}^{-1} = (RC)^{-1}$$



# РЕШЕНИЕ

---

Дисперсия в переходном режиме:

$$D_y(t) = \begin{cases} \frac{N_0}{2} \int_0^t h^2(\tau) d\tau, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0. \end{cases} = \begin{cases} \frac{N_0}{2} \frac{\alpha}{2} (1 - \exp(-\alpha \cdot 2t)), & t \geq 0, \\ 0, & t < 0. \end{cases}$$

Нарастает в два раза быстрее, чем МО:

$$0.999 = (1 - \exp(-2\alpha\tau_n)) \longrightarrow \tau_{\Pi} \approx \frac{4}{\alpha} = 4\tau_{\Pi}$$

Дисперсия в установившемся режиме:

$$D_y = D_y(\infty) = \frac{N_0}{2} \frac{\alpha}{2}$$

# РЕШЕНИЕ

---

АЧХ интегрирующей цепи (установившийся режим):

$$C^2(f) = \dot{H}(f)\dot{H}^*(f) = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + 4\pi^2 f^2}$$

СПМ и КФ белого шума:

$$G_x(f) = \frac{N_0}{2} + m_x^2 \delta(f) \qquad B_x(\tau) = \frac{N_0}{2} \delta(\tau) + m_x^2$$

СПМ выходного процесса:

$$\begin{aligned} G_y(f) = G_x(f)C^2(f) &= \frac{N_0}{2} \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + 4\pi^2 f^2} + m_x^2 \delta(f) \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + 4\pi^2 f^2} \\ &= \frac{N_0}{2} \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + 4\pi^2 f^2} + m_x^2 \delta(f) \end{aligned}$$

# РЕШЕНИЕ

---

Ковариационная функция выходного процесса:

$$K_y(\tau) = \frac{N_0}{2} F^{-1} \left\{ \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + 4\pi^2 f^2} \right\} = \frac{N_0}{2} \frac{\alpha}{2} \exp(-\alpha |\tau|)$$

Корреляционная функция выходного процесса:

$$B_y(\tau) = \frac{N_0}{2} \frac{\alpha}{2} \exp(-\alpha |\tau|) + m_x^2$$

Нормированная КФ:

$$R_y(\tau) = \frac{K_y(\tau)}{K_y(0)} = \exp(-\alpha |\tau|)$$

# РЕШЕНИЕ

---

Интервал корреляции выходного процесса:

1-й способ

$$\tau_0 = \int_0^{\infty} |R_y(\tau)| d\tau = \int_0^{\infty} e^{-\alpha\tau} d\tau = \frac{1}{\alpha} = \tau_{\text{ц}}$$

2-й способ

$$R_x(\tau_\beta) = \beta \quad \tau_\beta = -\frac{\ln(\beta)}{\alpha};$$

Взаимные КФ и СПМ

$$K_{xy}(\tau) = \begin{cases} \frac{N_0}{2} h(\tau), & \tau \geq 0, \\ 0, & \tau < 0. \end{cases} = \begin{cases} \frac{N_0}{2} \alpha \exp(-\alpha\tau), & \tau \geq 0, \\ 0, & \tau < 0. \end{cases}$$

$$\dot{G}_{xy}(f) = \frac{N_0}{2} \dot{H}(f) = \frac{N_0}{2} \frac{\alpha}{\alpha + j \cdot 2\pi f}$$

# ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ И ИНТЕГРИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

$$\frac{d \text{MILK}}{dx} = \text{CHEESE}$$
$$\int \text{MILK} dx = \text{COW}$$

# ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ СП

---

$$\dot{X}(t) = \frac{dX(t)}{dt}$$

МО производной СП

$$m_{\dot{X}}(t) = M \left[ \frac{dX(t)}{dt} \right] = \frac{dM[X(t)]}{dt} = m'_X = 0$$

КФ производной СП

$$\begin{aligned} K_{\dot{X}}(t_1, t_2) &= M \left[ \frac{d\dot{X}(t_1)}{dt_1} \frac{d\dot{X}(t_2)}{dt_2} \right] = M \left[ \frac{\partial^2 [\dot{X}(t_1) \dot{X}(t_2)]}{\partial t_1 \partial t_2} \right] = \left[ \frac{\partial^2 [M[\dot{X}(t_1) \dot{X}(t_2)]]}{\partial t_1 \partial t_2} \right] \\ &= \frac{\partial^2 [K_X(\tau)]}{\partial t_1 \partial t_2} \end{aligned}$$



# ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ СП

---

$t_1$  и  $t_2$  – независимые переменные;

$$\tau = t_2 - t_1 \qquad \frac{\partial \tau}{\partial t_1} = -1 \qquad \frac{\partial \tau}{\partial t_2} = 1$$

$$K_{x'}(t_1, t_2) = \frac{\partial^2 [K_x(\tau)]}{\partial t_1 \partial t_2} = \frac{\partial^2 [K_x(\tau)]}{\partial \tau \partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial t_1} \frac{\partial \tau}{\partial t_2} = - \frac{\partial^2 [K_x(\tau)]}{\partial \tau^2}$$

$$K_{x'}(\tau) = -K_x''(\tau)$$

$$D_{x'} = K_{x'}(0) = -K_x''(\tau)|_{\tau=0}$$

Чтобы стационарный СП был дифференцируем, достаточно существования второй производной от его КФ при нулевом значении аргумента

# СПМ ПРОИЗВОДНОЙ

---

$$\dot{H}(f) = j2\pi f \quad C^2(f) = |\dot{H}(f)|^2 = 4\pi^2 f^2 \quad H(0) = 0$$

$$G_{x'}(f) = C^2(f)G_x(f) = 4\pi^2 f^2 G_x(f) \quad G_{x'}(0) = 0$$

$$D_{x'} = 2 \int_0^{\infty} G_{x'}(f) df = 2 \int_0^{\infty} 4\pi^2 f^2 G_x(f) df$$

$$G_{xx'}(f) = \dot{H}(f)G_x(f) = j2\pi f G_x(f)$$

$$K_{xx'}(\tau) = F^{-1}\{G_{xx'}(f)\} = F^{-1}\{j2\pi f G_x(f)\} = K'_x(\tau)$$

# ПРИМЕР

Стационарный СП с КФ:

$$B_x(\tau) = D_x e^{-\alpha^2 \tau^2} + m_x^2$$
$$G_x(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} D_x e^{-(\pi f / \alpha)^2} + m_x^2 \delta(f)$$

МО производной СП:  $m_{x'} = 0$

КФ производной СП:  $B'_x(\tau) = (D_x e^{-\alpha^2 \tau^2})' = -D_x 2\alpha^2 \tau e^{-\alpha^2 \tau^2}$

$$B''_x(\tau) = -D_x 2\alpha^2 (1 - 2\alpha^2 \tau^2) e^{-\alpha^2 \tau^2}$$

$$B_{x'}(\tau) = K_{x'}(\tau) = -B''_x(\tau) = D_x 2\alpha^2 (1 - 2\alpha^2 \tau^2) e^{-\alpha^2 \tau^2}$$

$$D_{x'} = K_{x'}(0) = 2\alpha^2 D_x \quad R_{x'}(\tau) = (1 - 2\alpha^2 \tau^2) e^{-\alpha^2 \tau^2}$$

# ПРИМЕР

Стационарный СП с КФ:

$$B_x(\tau) = D_x e^{-\alpha^2 \tau^2} + m_x^2$$
$$G_x(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} D_x e^{-(\pi f / \alpha)^2} + m_x^2 \delta(f)$$

МО производной СП:  $m_{x'} = 0$

Взаимная КФ:

$$K_{xx'}(\tau) = B'_x(\tau) = -D_x 2\alpha^2 \tau e^{-\alpha^2 \tau^2}$$

КФ производной:  $B''_x(\tau) = -D_x 2\alpha^2 (1 - 2\alpha^2 \tau^2) e^{-\alpha^2 \tau^2}$

$$B_{x'}(\tau) = K_{x'}(\tau) = -B''_x(\tau) = D_x 2\alpha^2 (1 - 2\alpha^2 \tau^2) e^{-\alpha^2 \tau^2}$$

$$D_{x'} = K_{x'}(0) = 2\alpha^2 D_x \quad R_{x'}(\tau) = (1 - 2\alpha^2 \tau^2) e^{-\alpha^2 \tau^2}$$

# ПРИМЕР

---

$$R_x(\tau) = e^{-\alpha^2 \tau^2}$$

$$R_{x'}(\tau) = (1 - 2\alpha^2 \tau^2) e^{-\alpha^2 \tau^2}$$

$$\tau_{0x} = \int_0^{\infty} |R_x(\tau)| d\tau = \int_0^{\infty} e^{-\alpha^2 \tau^2} d\tau = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{1}{\alpha} = 0.89 \frac{1}{\alpha}$$

$$\tau_{0x'} = \int_0^{\infty} |R_{x'}(\tau)| d\tau = \int_0^{\infty} |(1 - 2\alpha^2 \tau^2) e^{-\alpha^2 \tau^2}| d\tau = \sqrt{\frac{2}{e}} \frac{1}{\alpha} = 0.86 \frac{1}{\alpha}$$

# ПРИМЕР

---

СПМ производной СП:

$$G_{x'}(f) = 4\pi^2 f^2 G_x(f) = 4\pi^2 f^2 D_x \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} e^{-(\pi f/\alpha)^2} + \cancel{4\pi^2 m_x^2 \delta(f) f^2}$$

Взаимная СПМ:

$$G_{xx'}(f) = j2\pi f G_x(f) = j2\pi f D_x \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} e^{-(\pi f/\alpha)^2} + \cancel{j2\pi f m_x^2 \delta(f)}$$

# ИНТЕГРИРОВАНИЕ СП

---

$$m_y(t) = M \left[ \int_0^t X(t) dt \right] = \int_0^t M[X(t)] dt = m_x \int_0^t dt = m_x t$$

$$K_y(t_1, t_2) = M \left[ \int_0^{t_1} \overset{\circ}{X}(t_1) dt_1 \int_0^{t_2} \overset{\circ}{X}(t_2) dt_2 \right] = M \left[ \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \overset{\circ}{X}(t_1) \overset{\circ}{X}(t_2) dt_1 dt_2 \right]$$

$$= \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} M \left[ \overset{\circ}{X}(t_1) \overset{\circ}{X}(t_2) \right] dt_1 dt_2 = \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} K_x(t_2 - t_1) dt_1 dt_2$$

$$D_y(t) = 2 \int_0^t (t - \tau) K_x(\tau) d\tau$$

# ПРИМЕР

---

Найти ковариационную функцию интеграла от белого шума с ковариационной функцией  $K_x(\tau) = \frac{N_0}{2} \delta(\tau)$

---

$$K_y(t_1, t_2) = \frac{N_0}{2} \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \delta(t_2 - t_1) dt_1 dt_2$$

Пусть  $t_1 > t_2$  :  $K_y(t_1, t_2) = \frac{N_0}{2} \int_0^{t_2} dt_2 = \frac{N_0}{2} t_2$

Пусть  $t_2 > t_1$  :  $K_y(t_1, t_2) = \frac{N_0}{2} \int_0^{t_1} dt_1 = \frac{N_0}{2} t_1$

$$K_y(t_1, t_2) = \frac{N_0}{2} \min(t_1, t_2)$$

$$D_y(t) = K_y(t, t) = \frac{N_0}{2} t$$