

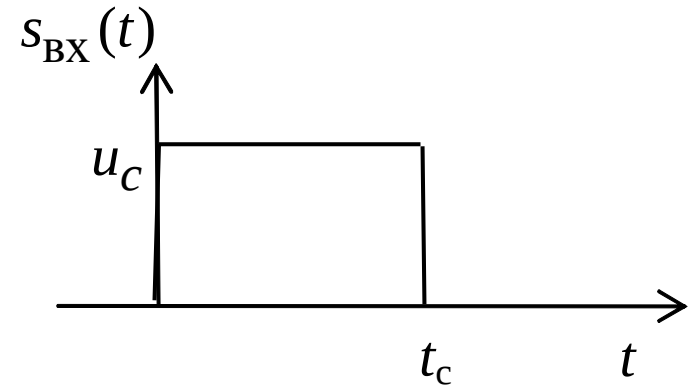
СОГЛАСОВАННЫЙ ФИЛЬТР



СФ ДЛЯ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВИДЕОИМПУЛЬСА

Информационный сигнал:

$$s_{\text{ВХ}}(t) = \begin{cases} u_c & \text{при } 0 \leq t \leq t_c, \\ 0 & \text{при } t < 0 \text{ или } t > t_c. \end{cases}$$



Примем: $t_0 = t_c$

$$h_{\text{сф}}(\tau) = \begin{cases} Bu_c, & 0 \leq \tau \leq t_c, \\ 0, & \tau < 0 \text{ и } \tau > t_c. \end{cases}$$

СИНТЕЗ СФ

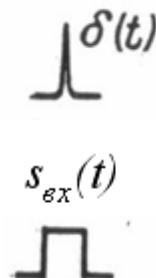
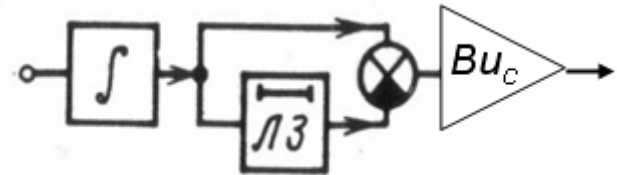
Спектральная плотность входного сигнала:

$$\begin{aligned}\dot{S}_{\text{BX}}(f) &= F\{s_{\text{BX}}(t)\} = u_c \int_0^{t_c} \exp(-j \cdot 2\pi f t) dt \\ &= \frac{u_c}{j \cdot 2\pi f} (1 - \exp(-j \cdot 2\pi f t_c))\end{aligned}$$

КЧХ СФ: $t_0 = t_c$

$$\dot{H}_{\text{сф}}(f) = B \dot{S}_{\text{BX}}^*(f) \exp(-j \cdot 2\pi f t_0)$$

$$= B \frac{u_c}{j \cdot 2\pi f} (1 - \exp(-j \cdot 2\pi f t_c))$$



АНАЛИЗ СФ

Энергия входного сигнала:

$$E_{s_{\text{BX}}} = \int_0^{t_c} u_c^2 dt = u_c^2 t_c$$

Отношение сигнал/шум на выходе СФ:

$$q_{\text{сф}}^2 = \frac{2u_c^2 t_c}{N_0}$$

Корреляционная функция входного сигнала:

$$\Theta_{s_{\text{BX}}}(\tau) = \begin{cases} u_c^2 t_c \left(1 - \frac{|\tau|}{t_c} \right), & |\tau| \leq t_c, \\ 0, & |\tau| > t_c. \end{cases}$$

АНАЛИЗ СФ

Сигнал на выходе СФ

$$s_{\text{ВЫХ}}(t) = \begin{cases} B\Theta_{s_{\text{ВХ}}}(t - t_c), & 0 \leq t \leq 2t_c, \\ 0, & t < 0 \text{ или } t > 2t_c, \end{cases}$$

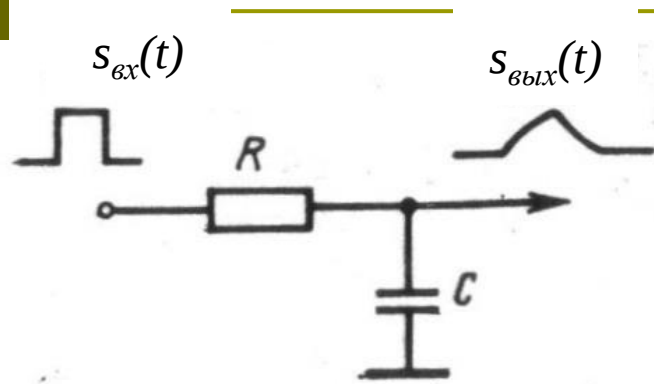
КФ шума на выходе СФ

$$K_{n_{\text{ВЫХ}}}(\tau) = \begin{cases} B^2 \frac{N_0}{2} \Theta_{s_{\text{ВХ}}}(\tau), & |\tau| \leq t_c, \\ 0, & |\tau| > t_c. \end{cases}$$

Интервал корреляции выходного шума

$$\tau_0 = \int_0^{t_c} \frac{|K_{n_{\text{ВЫХ}}}(\tau)|}{K_{n_{\text{ВЫХ}}}(0)} d\tau = \int_0^{t_c} \left(1 - \frac{\tau}{t_c}\right) d\tau = \frac{t_c}{2}$$

КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЙ ФИЛЬТР ДЛЯ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВИДЕОИМПУЛЬСА



$$\tau_{\text{ц}} = \alpha^{-1} = RC$$

$$q_{RC}^2 = \frac{s_{\text{ВЫХ}}^2(t_0)}{D_{n_{\text{ВЫХ}}}} = \max_{\alpha}$$

Сигнал на выходе интегрирующей RC -цепи:

$$s_{\text{ВЫХ}}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0. \\ u_c (1 - \exp(-\alpha t_c)) \exp(-\alpha(t - t_c)), & t > t_c, \\ u_c (1 - \exp(-\alpha t)), & 0 \leq t \leq t_c, \end{cases}$$

Максимальное значение выходного сигнала:

$$s_{\text{ВЫХ}}(t_c) = u_c (1 - \exp(-\alpha t_c))$$

Дисперсия шума на выходе RC -цепи:

$$D_{n_{\text{ВЫХ}}} = \frac{N_0}{2} \frac{\alpha}{2}$$

КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЙ ФИЛЬТР ДЛЯ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВИДЕОИМПУЛЬСА

Отношение сигнал/шум:

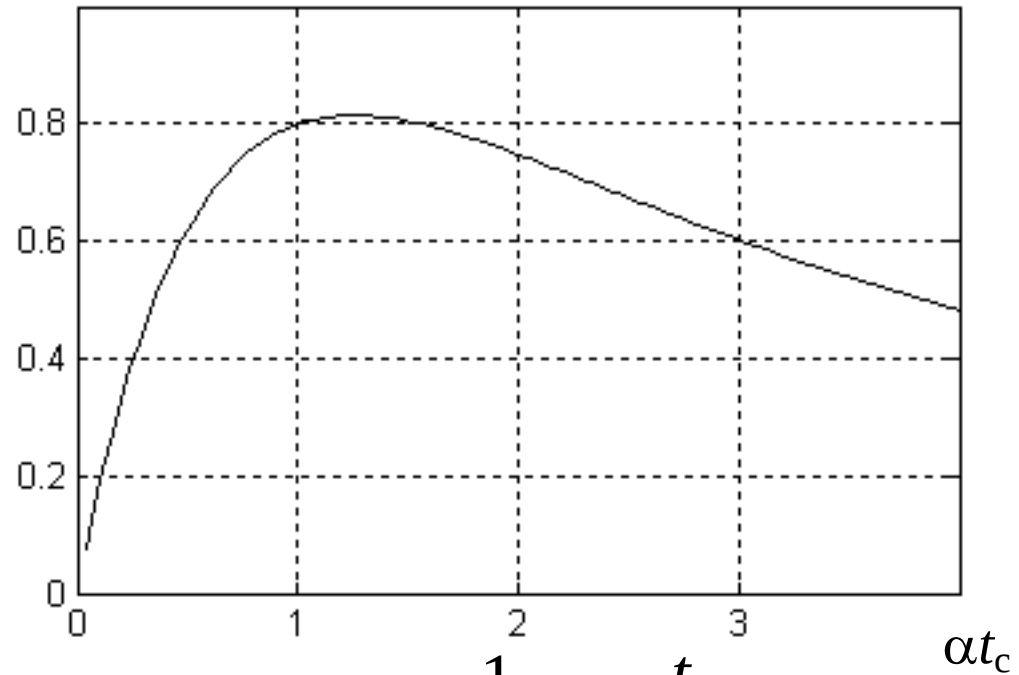
$$q_{RC}^2 = \frac{u_c^2 (1 - \exp(-\alpha t_c))^2}{\frac{N_0}{2} \frac{\alpha}{2}} = \frac{u_c^2 t_c}{\frac{N_0}{2}} \frac{(1 - \exp(-\alpha t_c))^2}{t_c \frac{\alpha}{2}}$$

$$q_{сф}^2 = \frac{2u_c^2 t_c}{N_0}$$

$$q_{RC}^2 = q_{сф}^2 \frac{2}{\alpha t_c} (1 - \exp(-\alpha t_c))^2 = q_{сф}^2 k(\alpha t_c)$$

КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЙ ФИЛЬТР ДЛЯ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВИДЕОИМПУЛЬСА

$$q_{RC}^2 = q_{сф}^2 k(\alpha t_c)$$



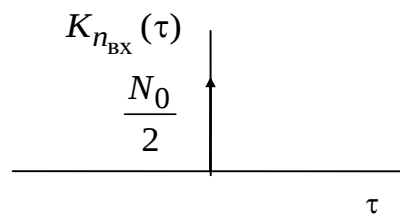
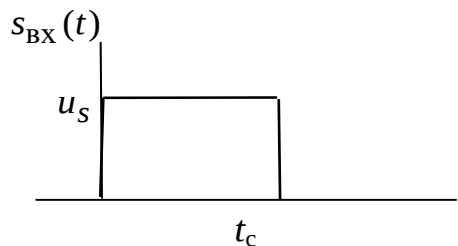
Оптимальное значение постоянной времени интегрирующей RC -цепи :

$$\tau_{ц\text{ opt}} = \frac{1}{\alpha_{\text{opt}}} = \frac{t_c}{1.25}$$

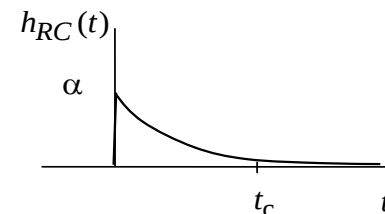
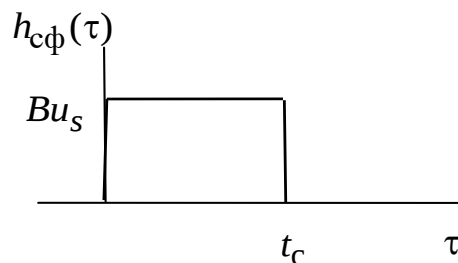
Проигрыш в отношении сигнал/шум:

$$\frac{q_{RC}^2}{q_{сф}^2} \approx 0.81$$

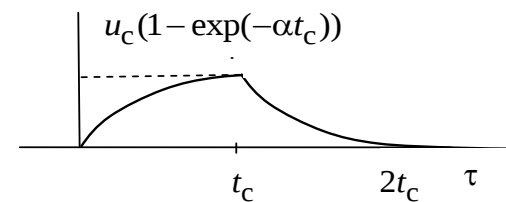
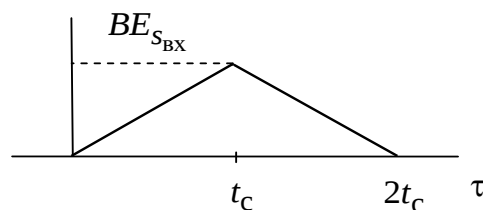
ЭПЮРЫ СИГНАЛОВ И КФ ДЛЯ СФ И ИНТЕГРИРУЮЩЕЙ РС-ЦЕПИ



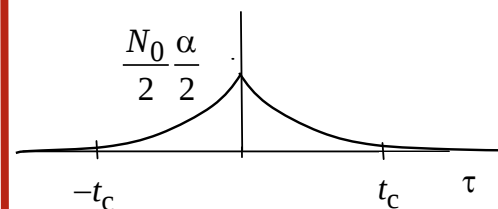
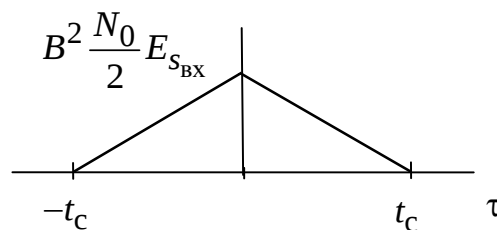
$h(\tau)$



$S_{ВЫХ}(t)$



$K_{n_{ВЫХ}}(\tau)$



СФ ДЛЯ ПРЯМОУГОЛЬНОГО РАДИОИМПУЛЬСА

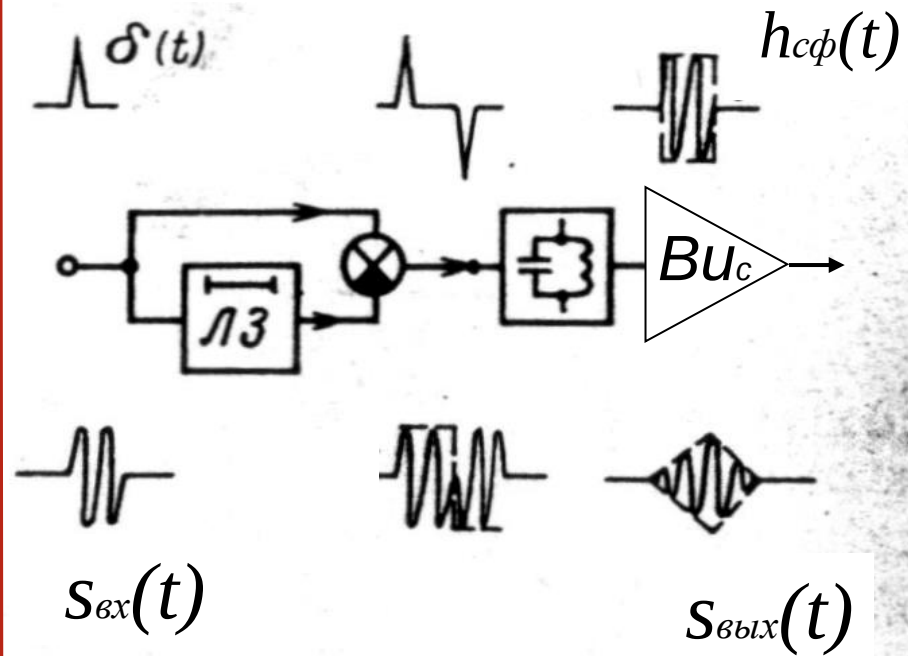
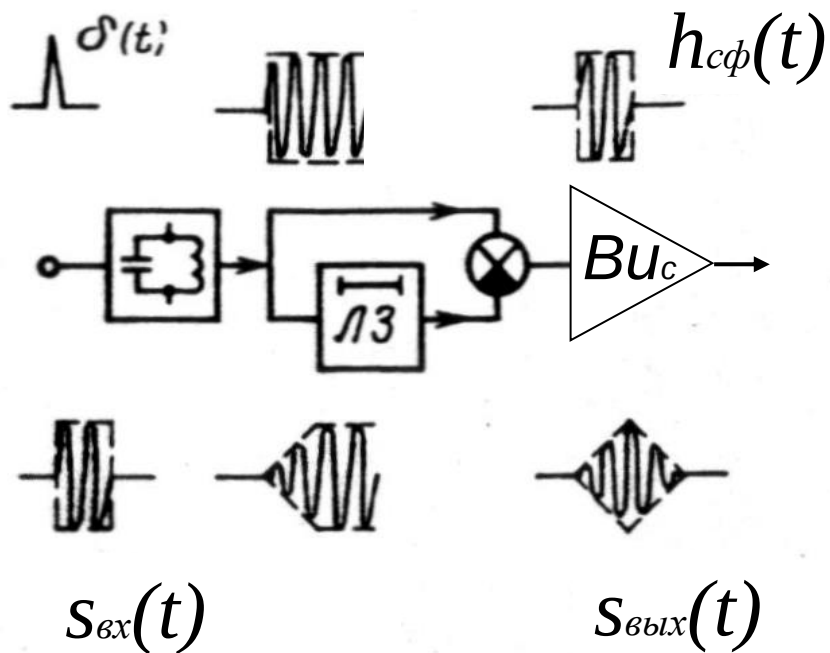
Информационный сигнал:

$$s_{\text{BX}}(t) = \begin{cases} u_c \sin(2\pi f_0 t) & \text{при } 0 \leq t \leq t_c, \\ 0 & \text{при } t < 0 \text{ и } t > t_c. \end{cases} \quad \text{где} \quad f_0 t_c = \frac{2n+1}{2}$$

Примем: $t_0 = t_c$

$$h_{\text{сф}}(t) = \begin{cases} Bu_c \sin(2\pi f_0 t), & 0 \leq t \leq t_c, \\ 0, & t < 0 \text{ и } t > t_c, \end{cases}$$

СТРУКТУРНАЯ СХЕМА СФ



АНАЛИЗ СФ

Энергия входного сигнала:

$$E_{s_{\text{BX}}} = \int_0^{t_c} u_c^2 (\sin 2\pi f_0 t)^2 dt = \frac{u_c^2 t_c}{2}$$

Отношение сигнал/шум на выходе СФ:

$$q_{\text{сф}}^2 = \frac{2}{N_0} \frac{u_c^2 t_c}{2}$$

Корреляционная функция входного сигнала:

$$\Theta_{s_{\text{BX}}}(\tau) = \begin{cases} \frac{u_c^2 t_c}{2} \left(1 - \frac{|\tau|}{t_c}\right) \cos 2\pi f_0 \tau, & |\tau| \leq t_c, \\ 0, & |\tau| > t_c. \end{cases}$$

СИГНАЛ И КФ НА ВЫХОДЕ СФ

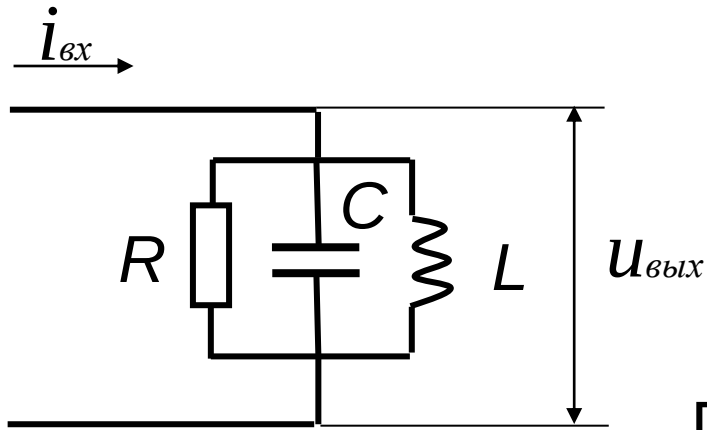
$$s_{\text{ВЫХ}}(t) = \begin{cases} B \frac{u_c^2 t_c}{2} \left(1 - \frac{|t - t_c|}{t_c} \right) \cos 2\pi f_0 t & \text{при } 0 \leq t \leq 2t_c, \\ 0 & \text{при } t < 0 \text{ и } t > 2t_c; \end{cases}$$

$$K_{n_{\text{ВЫХ}}}(\tau) = \begin{cases} B^2 \frac{N_0}{2} \frac{u_c^2 t_c}{2} \left(1 - \frac{|\tau|}{t_c} \right) \cos 2\pi f_0 \tau & \text{при } |\tau| \leq t_c, \\ 0 & \text{при } |\tau| > t_c. \end{cases}$$

Интервал корреляции по огибающей КФ:

$$\tau_0 = \int_0^{t_c} \left(1 - \frac{\tau}{t_c} \right) d\tau = \frac{t_c}{2}$$

КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЙ ФИЛЬТР ДЛЯ ПРЯМОУГОЛЬНОГО РАДИООИМПУЛЬСА



Резонансная частота:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Постоянная времени контура:

$$\tau_k = \alpha_k^{-1} = 2RC = \frac{2Q}{2\pi f_0}$$

Импульсная характеристика: $h(\tau) = 2R\alpha_k e^{-\alpha_k \tau} \cos(2\pi f_0 \tau)$

КЧХ:
$$\dot{H}(f) = \frac{R}{1 + j \cdot 2\pi(f - f_0)\alpha_k^{-1}}$$

КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЙ ФИЛЬТР ДЛЯ ПРЯМОУГОЛЬНОГО РАДИООИМПУЛЬСА

Максимальное значение выходного сигнала:

$$s_{\text{ВЫХ}}(t_c) = u_c R (1 - \exp(-\alpha_k t_c))$$

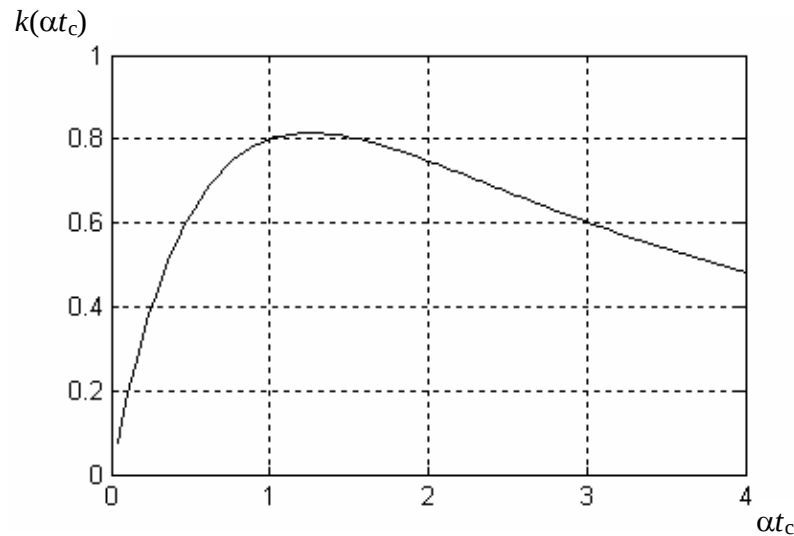
Дисперсия шума на выходе RLC -контура:

$$D_{n_{\text{ВЫХ}}} = \frac{N_0}{2} R^2 \alpha_k$$

Отношение сигнал/шум:

$$q_{LC}^2 = \frac{u_c^2 (1 - \exp(-\alpha_k t_c))^2}{\frac{N_0}{2} \alpha_k} = q_{\text{сф}}^2 \frac{2}{\alpha_k t_c} (1 - \exp(-\alpha_k t_c))^2 = q_{\text{сф}}^2 k(\alpha_k t_c)$$

КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЙ ФИЛЬТР ДЛЯ ПРЯМОУГОЛЬНОГО РАДИООИМПУЛЬСА



Оптимальное значение постоянной времени LRC контура:

$$\tau_{k(\text{opt})} = \frac{t_c}{1.25}$$

Проигрыш в отношении сигнал/шум:

$$\frac{q_{LC}^2}{q_{сф}^2} \approx 0.81$$

СФ КАК КОРРЕЛЯТОР

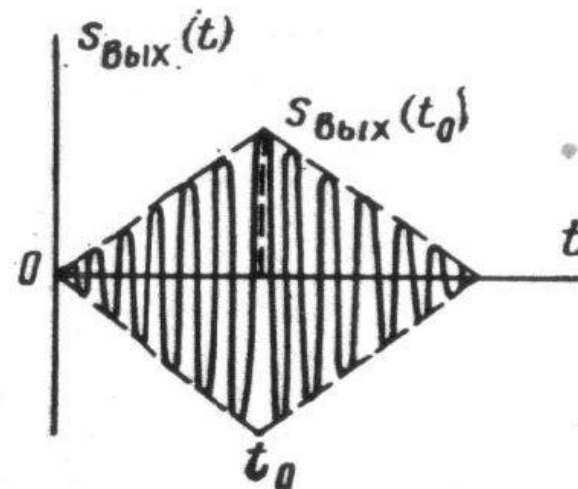
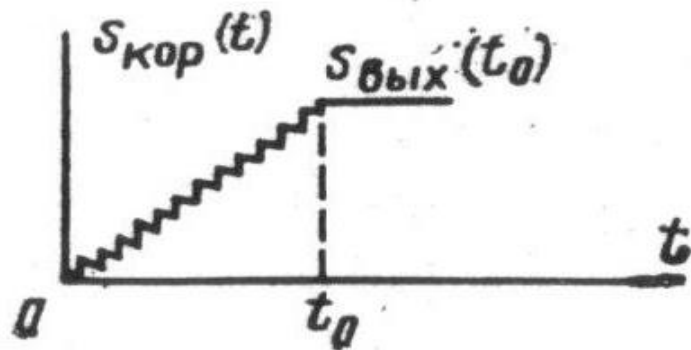
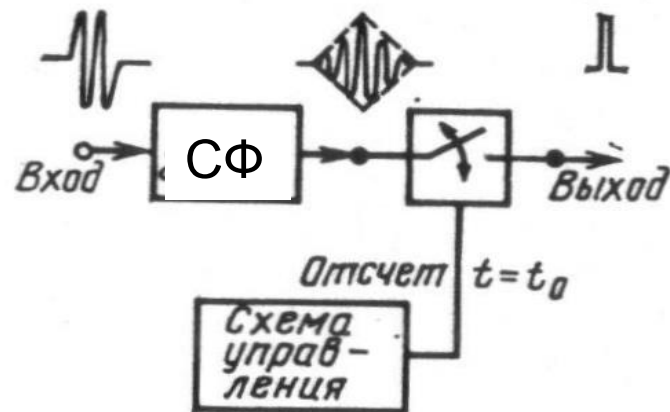
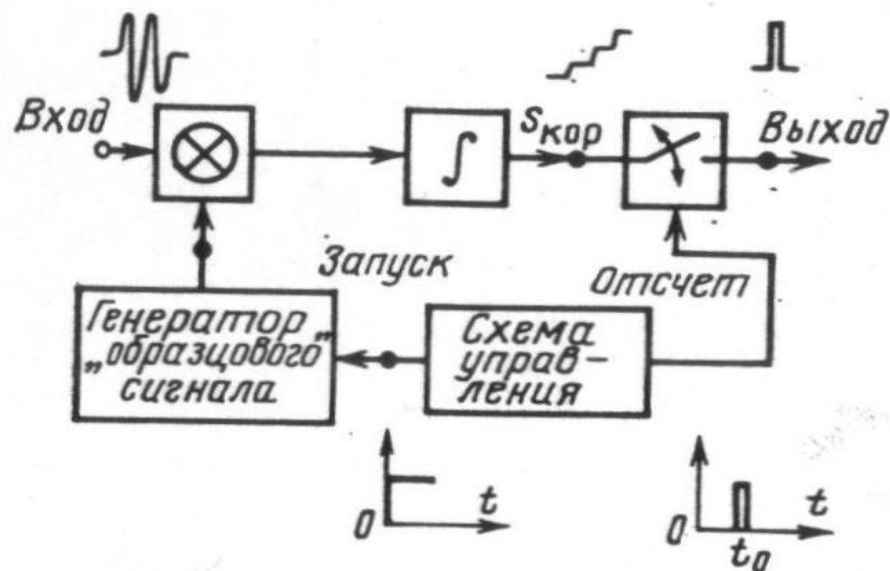
$$h_{c\phi}(\tau) = Bs_{BX}(t_0 - \tau) \quad s_{B\text{ЫX}}(\tau) = B\Theta_{s_{BX}}(\tau - t_0)$$

$$z(t) \neq s_{BX}(t)$$

$$s_{B\text{ЫX}}(t) = \int_0^t h_{c\phi}(\tau) z(t - \tau) d\tau$$

$$= B \int_0^t s_{BX}(t_0 - \tau) z(t - \tau) d\tau = B\Theta_{s_{BX}} z(t - t_0)$$

СХЕМЫ КОРРЕЛЯТОРА И СФ



СФ КАК КОРРЕЛЯТОР

1. Отношение сигнал/шум на выходе СФ при $t=t_0$ равно отношению сигнал/шум на выходе коррелятора с опорным сигналом, равным $s_{BX}(t)$
2. Сигналы на выходе СФ и коррелятора не совпадают по форме

ПЛОТНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ СИГНАЛА НА ВЫХОДЕ СФ

ПРВ сечения СП: $w(y_{\text{ВЫХ}}; t_0)$

$$Y_{\text{ВЫХ}}(t_0) = s_{\text{ВЫХ}}(t_0) + N_{\text{ВЫХ}}(t_0)$$

СФ является НЧ фильтром, в котором происходит нормализация белого шума, т.е. ПРВ СП на выходе СФ является гауссовской

Если на входе СФ действуют сигнал и шум (H_1)

МО СП ($t=t_0$):

$$\begin{aligned} m_{y_{\text{ВЫХ}}}(t_0) &= M[Y_{\text{ВЫХ}}(t_0)] = M[s_{\text{ВЫХ}}(t_0) + N_{\text{ВЫХ}}(t_0)] = \\ &= M[s_{\text{ВЫХ}}(t_0)] + M[N_{\text{ВЫХ}}(t_0)] = s_{\text{ВЫХ}}(t_0) = BE_{s_{\text{ВХ}}} \end{aligned}$$

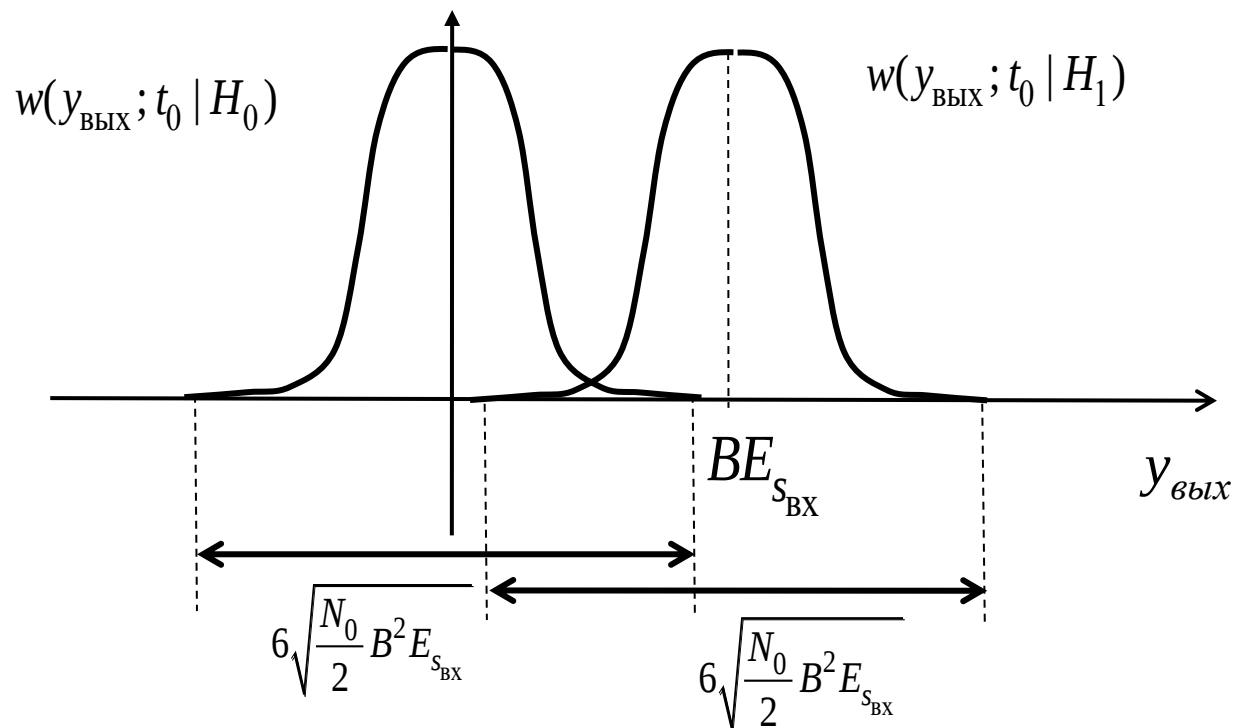
Дисперсия СП:

$$D_{y_{\text{ВЫХ}}}(t_0) = D[Y_{\text{ВЫХ}}(t_0)] = D[s_{\text{ВЫХ}}(t_0) + N_{\text{ВЫХ}}(t_0)] = D_n = \frac{N_0}{2} B^2 E_{s_{\text{ВХ}}}$$

ПЛОТНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ СИГНАЛА НА ВЫХОДЕ СФ

$$H_1: m_{y_{\text{ВЫХ}}}(t_0) = BE_{S_{\text{ВХ}}} ; D_{n_{\text{ВЫХ}}} = \frac{N_0}{2} B^2 E_{S_{\text{ВХ}}}$$

$$H_0: m_{y_{\text{ВЫХ}}}(t_0) = 0; D_{n_{\text{ВЫХ}}} = \frac{N_0}{2} B^2 E_{S_{\text{ВХ}}}$$



СОГЛАСОВАННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ПРИ НЕБЕЛОМ ШУМЕ



СОГЛАСОВАННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ПРИ НЕБЕЛОМ ШУМЕ

СПМ аддитивного шума $N_{\text{BX}}(t)$:

$$G_{n_{\text{BX}}}(f) \neq \text{const}$$

Наблюдаемый сигнал:

$$Y_{\text{BX}}(t) = s_{\text{BX}}(t) + N_{\text{BX}}(t)$$

«Выбеливающий» линейный фильтр преобразует окрашенный шум $N_{\text{BX}}(t)$ в белый шум $N_1(t)$

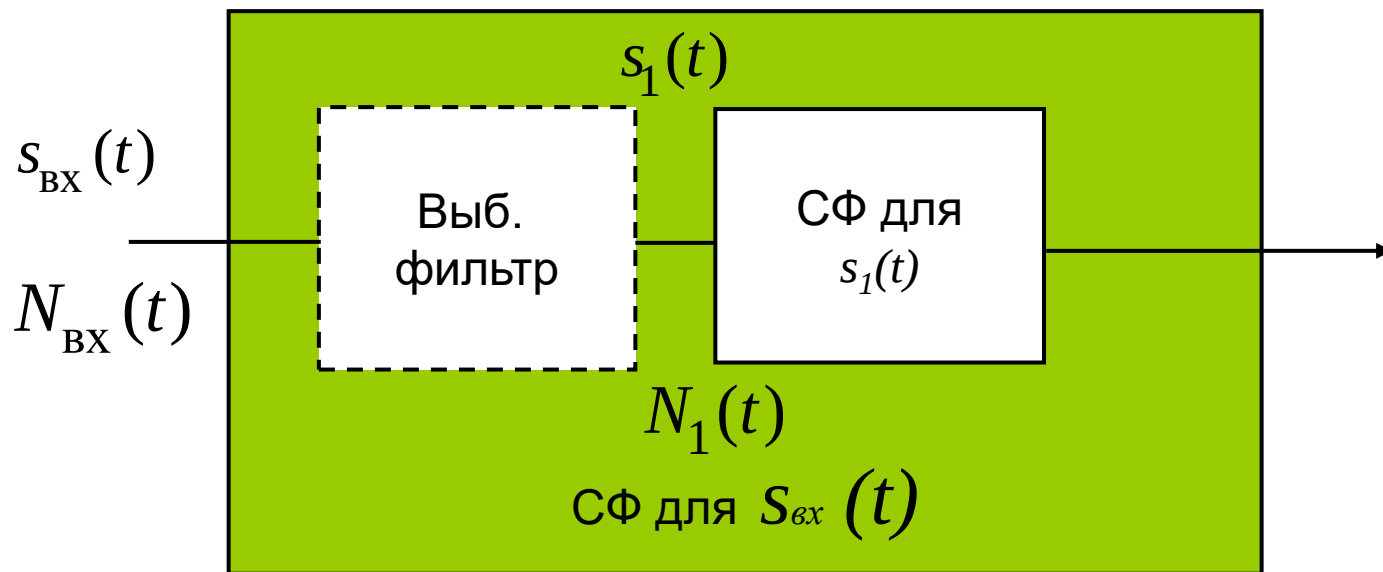
$$G_{n_1}(f) = \frac{N_0}{2}$$

СОГЛАСОВАННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ПРИ НЕБЕЛОМ ШУМЕ

Реакция «выбеливающего» фильтра:

$$Y_1(t) = L_{\text{вф}}[Y(t)] = s_1(t) + N_1(t)$$

$$s_1(t) \neq s_{\text{вх}}(t)$$



СОГЛАСОВАННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ПРИ НЕБЕЛОМ ШУМЕ

КЧХ фильтра, согласованного с $s_1(t)$

$$\dot{H}_{\text{сф1}}(f) = B\dot{S}_1^*(f)\exp(-j \cdot 2\pi f t_1)$$

$$\dot{S}_1(f) = F\{s_1(t)\}$$

t_1 –длительность сигнала $s_1(t)$

АЧХ «выбеливающего» фильтра должна удовлетворять условию:

$$C_{\text{вф}}^2(f)G_{n_{\text{вх}}}(f) = \frac{N_0}{2} \quad \Rightarrow \quad C_{\text{вф}}(f) = \sqrt{\frac{N_0}{2G_{n_{\text{вх}}}(f)}}$$

СОГЛАСОВАННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ПРИ НЕБЕЛОМ ШУМЕ

Пример. Найти КЧХ фильтра, преобразующего в белый шум СП с СПМ

$$G_{n_{\text{BX}}}(f) = \frac{2\alpha}{\alpha^2 + 4\pi^2 f^2}$$

$$C_{\text{вф}}^2(f) = \frac{N_0}{2G_{n_{\text{BX}}}(f)} = \frac{N_0(\alpha^2 + 4\pi^2 f^2)}{2 \cdot 2\alpha}$$

$$\dot{H}_{\text{вф}}(f) = \sqrt{\frac{N_0}{4\alpha}}(\alpha - j2\pi f)$$

СОГЛАСОВАННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ПРИ НЕБЕЛОМ ШУМЕ

Спектральная плотность сигнала на выходе «выбеливающего» фильтра:

$$\dot{S}_1(f) = \dot{H}_{\text{вф}}(f) \dot{S}_{\text{вх}}(f)$$

КЧХ фильтра, согласованного с $s_1(t)$ (шум - белый)

$$\begin{aligned} \dot{H}_{\text{сф1}}(f) &= B \dot{S}_1^*(f) \exp(-j \cdot 2\pi f t_1) \\ &= B \underbrace{\dot{H}_{\text{вф}}^*(f) \dot{S}_{\text{вх}}^*(f)}_{S_1^*(f)} \exp(-j \cdot 2\pi f t_1) \end{aligned}$$

КЧХ фильтра, согласованного с $s_{\text{вх}}(t)$ (шум - небелый)

$$\dot{H}_{\text{сф}}(f) = \dot{H}_{\text{вф}}(f) \dot{H}_{\text{сф1}}(f) = B C_{\text{вф}}^2(f) \dot{S}_{\text{вх}}^*(f) \exp(-j \cdot 2\pi f t_1)$$

СОГЛАСОВАННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ПРИ НЕБЕЛОМ ШУМЕ

Вывод: КЧХ СФ не зависит от ФЧХ выбеливающего фильтра

$$\dot{H}_{\text{сф}}(f) = B \underbrace{\frac{N_0}{2G_{n_{\text{ВХ}}}(f)}}_{C_{\text{Вф}}^2(f)} \dot{S}_{\text{ВХ}}^*(f) \exp(-j \cdot 2\pi f t_1)$$

Отношение сигнал/шум:

$$q_{\text{сф}}^2 = \frac{2E_{s_1}}{N_0} \quad E_{s_1} = \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{H}_{\text{Вф}}(f) \dot{S}_{\text{ВХ}}(f)|^2 df$$