

Вариант № 1.

Найти неопределенный интеграл, ответ проверить дифференцированием (задачи 1–9).

$$1. \int \frac{\cos x \, dx}{\sqrt[5]{\sin^2 x}}.$$

$$2. \int x \cdot 3^{x/2} \, dx.$$

$$3. \int \frac{(3x - 1) \, dx}{\sqrt{2x^2 - 5x + 1}}.$$

$$4. \int \frac{x^3 - 2x^2 + x + 2}{x^3 - 2x^2} \, dx.$$

$$5. \int \frac{2x + 1}{x^3 - 1} \, dx.$$

$$6. \int \frac{dx}{\left(1 + \sqrt[4]{x}\right)^3 \cdot \sqrt{x}}.$$

$$7. \int \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^2} \, dx.$$

$$8. \int \frac{\sin^4 x}{\cos^2 x} \, dx.$$

$$9. \int \frac{\sin^3 x}{\cos x - 3} \, dx.$$

Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость (задачи 10–11).

$$10. \int_{-\infty}^0 \frac{dx}{x^2 + x + 1}.$$

$$11. \int_3^6 \frac{dx}{x^2 - 7x + 10}.$$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями (задачи 12–13).

$$12. \begin{cases} y = x^2 - 4x + 7, \\ y = -2x + 10. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} \rho = 4 \cos 3\varphi, \\ \rho = 2, (\rho \geq 2). \end{cases}$$

$$14. \text{ Вычислить длину дуги кривой } L: \begin{cases} x = 5(t - \sin t), \\ y = 5(1 - \cos t), \end{cases} \\ 0 \leq t \leq 2\pi. \text{ Циклоида.}$$

15. Вычислить объем тела вращения плоской фигуры

$$S: \begin{cases} y = x^2 + 1, \\ y = 0, \\ x = 2, \\ y = -2 \end{cases} \quad \text{вокруг оси } Ox.$$

$$16. \text{ Вычислить площадь поверхности вращения дуги } L: y = \sin x, \\ 0 \leq x \leq \pi \text{ вокруг оси } Ox.$$

Вычислить интегралы, воспользовавшись справочником по высшей математике или компьютерным математическим пакетом, например, MathCAD (задачи 17–18).

$$17. \int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{x^n - a^2}}.$$

$$18. \int_0^{\infty} e^{-a^2 x^2} dx.$$

Вариант № 2.

Найти неопределенный интеграл, ответ проверить дифференцированием (задачи 1–9).

$$1. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{4 - x^8}}.$$

$$2. \int x^2 e^{3x} dx.$$

$$3. \int \frac{(2x + 5) dx}{\sqrt{9x^2 + 6x + 2}}.$$

$$4. \int \frac{x^5 - x^4 + 3x - 2}{x^4 - x^3} dx.$$

$$5. \int \frac{3x dx}{x^3 + x^2 + 2x + 2}.$$

$$6. \int \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt[6]{x} + 1)}{\sqrt[3]{x^2}} dx.$$

$$7. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{2 - x^2}}.$$

$$8. \int \sin 5x \cdot \cos 7x dx.$$

$$9. \int \frac{dx}{8 - 4 \sin x + 7 \cos x}.$$

Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость (задачи 10–11).

$$10. \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 + x}.$$

$$11. \int_{-2}^2 \frac{x dx}{x^2 - 4}.$$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями (задачи 12–13).

$$12. \begin{cases} y = x^2 + x - 5, \\ y = 2x + 7. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} \rho = 1 + \sin 3\varphi, \\ \rho = 1, (\rho \geq 1). \end{cases}$$

$$14. \text{ Вычислить длину дуги кривой } L: y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}, \quad 1 \leq x \leq 2.$$

15. Вычислить объем тела вращения плоской фигуры

$$S: \begin{cases} x = 5 \cos^3 t, \\ y = 5 \sin^3 t \end{cases} \quad (\text{астроида}) \quad \text{вокруг оси } Ox.$$

$$16. \text{ Вычислить площадь поверхности вращения дуги } L: y^2 = 2x, \\ 0 \leq x \leq \frac{3}{2} \quad \text{вокруг оси } Ox.$$

Вычислить интегралы, воспользовавшись справочником по высшей математике или компьютерным математическим пакетом, например, MathCAD (задачи 17–18).

$$17. \int \frac{\sqrt{x} \, dx}{\sqrt{a^3 - x^3}}.$$

$$18. \int_0^{\infty} x^2 e^{-a^2 x^2} \, dx.$$

Вариант № 3.

Найти неопределенный интеграл, ответ проверить дифференцированием (задачи 1–9).

$$1. \int \frac{e^{\operatorname{arctg} 2x} dx}{1 + 4x^2}.$$

$$2. \int x^2 \sin 2x \, dx.$$

$$3. \int \frac{x \, dx}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}}.$$

$$4. \int \frac{x^3 - 4x + 1}{x^3 - 2x^2 + x} dx.$$

$$5. \int \frac{2x^2 + x + 4}{x^3 + x^2 + 4x + 4} dx.$$

$$6. \int \frac{\sqrt[3]{x+2}}{\left(1 + \sqrt{x+2}\right) \left(\sqrt[6]{x+2}\right)^5} dx.$$

$$7. \int \frac{dx}{\sqrt{(4 + x^2)^3}}.$$

$$8. \int \operatorname{tg}^4 \frac{2x}{3} \, dx.$$

$$9. \int \frac{dx}{5 + \sin x + 3 \cos x}.$$

Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость (задачи 10–11).

$$10. \int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x} dx.$$

$$11. \int_2^3 \frac{x+3}{\sqrt{x^2-4}} dx.$$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями (задачи 12–13).

$$12. \begin{cases} y = x^2 - 2, \\ y = 3x + 2. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x = 4(t - \sin t), \\ y = 4(1 - \cos t), \\ y = 4, \quad (y \geq 4). \end{cases}$$

14. Вычислить длину дуги кривой $L: \rho = 2(1 + \cos \varphi)$ – кардиоида.

15. Вычислить объем тела вращения плоской фигуры

$$S: \begin{cases} y = 3 - x^2, \\ y = x^2 + 1 \end{cases} \text{ вокруг оси } Ox.$$

16. Вычислить площадь поверхности вращения дуги $L: y = \operatorname{ch} x$, $0 \leq x \leq 1$ вокруг оси Ox .

Вычислить интегралы, воспользовавшись справочником по высшей математике или компьютерным математическим пакетом, например, MathCAD (задачи 17–18).

$$17. \int \frac{dx}{1 - \sin^2 ax}.$$

$$18. \int_0^{\infty} \frac{x dx}{e^x - 1}.$$

Вариант № 4.

Найти неопределенный интеграл, ответ проверить дифференцированием (задачи 1–9).

$$1. \int \frac{\ln^3 x + 2}{x \ln x} dx.$$

$$2. \int \sqrt{x} \ln x \, dx.$$

$$3. \int \frac{x \, dx}{\sqrt{3 - 2x - x^2}}.$$

$$4. \int \frac{x^4 - 3x^2 + 3x - 1}{x^3 - 3x - 2} dx.$$

$$5. \int \frac{7x - 15}{x^3 - 2x^2 + 5x} dx.$$

$$6. \int \frac{\sqrt[6]{x} + 1}{x \cdot \sqrt[3]{x} + \sqrt[6]{x^5}} dx.$$

$$7. \int \frac{dx}{\sqrt{(16 + x^2)^3}}.$$

$$8. \int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx.$$

$$9. \int \frac{dx}{2 \sin x - 3 \cos x}.$$

Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость (задачи 10–11).

$$10. \int_{-\infty}^{-1} \frac{dx}{2x^2 + 6x + 5}.$$

$$11. \int_0^1 \frac{e^x dx}{\sqrt{e^x - 1}}.$$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями (задачи 12–13).

12.
$$\begin{cases} y = (x - 2)^3, \\ y = 4x - 8. \end{cases}$$

13.
$$\begin{cases} \rho = 2 \sin 4\varphi, \\ \rho = 1, (\rho \geq 1). \end{cases}$$

14. Вычислить длину дуги кривой $L: y = \ln \frac{5}{2x}, \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}$.

15. Вычислить объем тела вращения плоской фигуры

$$S: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y^2 = \frac{3x}{2}, \\ x \geq 0 \end{cases}, \quad \text{вокруг оси } Ox.$$

16. Вычислить площадь поверхности вращения дуги

$$L: \begin{cases} x = 15 \cos^3 t, \\ y = 15 \sin^3 t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \quad (\text{астроида}) \text{ вокруг оси } Ox.$$

Вычислить интегралы, воспользовавшись справочником по высшей математике или компьютерным математическим пакетом, например, MathCAD (задачи 17–18).

17.
$$\int \frac{dx}{1 + \sin ax}.$$

18.
$$\int_0^{\infty} \frac{x dx}{e^x + 1}.$$

Вариант № 5.

Найти неопределенный интеграл, ответ проверить дифференцированием (задачи 1–9).

$$1. \int \frac{\sin x \, dx}{\sqrt{\cos^2 x + 2}}.$$

$$2. \int \operatorname{arctg} \frac{1}{x} \, dx.$$

$$3. \int \frac{x + 4}{\sqrt{2x^2 - 3x + 5}} \, dx.$$

$$4. \int \frac{x^3 + 3x^2 + 8x + 12}{(x^2 + 4x + 4)(x - 1)} \, dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{x^3 + 8}.$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{x} \left(\sqrt[4]{x^3} - \sqrt[4]{x} \right)}.$$

$$7. \int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{x^2 - 1}}.$$

$$8. \int \operatorname{ctg}^4 \frac{x}{2} \, dx.$$

$$9. \int \frac{dx}{3 + 5 \cos x}.$$

Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость (задачи 10–11).

$$10. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 9}.$$

$$11. \int_0^{\pi/4} \frac{x \, dx}{\sin x^2}.$$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями (задачи 12–13).

$$12. \begin{cases} y = 4 - x^2, \\ y = x^2 - 2x. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} \rho = 4 \sin 3\varphi, \\ \rho = 2, \quad (\rho \geq 2). \end{cases}$$

$$14. \text{ Вычислить длину дуги кривой } L: y^2 = x^3, \quad 0 \leq x \leq \frac{4}{3}.$$

15. Вычислить объем тела вращения плоской фигуры

$$S: \begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 2(1 - \cos t), \\ y = 0 \end{cases} \quad (\text{циклоида}), \quad 0 \leq t \leq 2\pi, \quad \text{вокруг оси } Ox.$$

$$16. \text{ Вычислить площадь поверхности вращения дуги } L: x^2 + y^2 = 9, \\ 0 \leq x \leq 3 \quad \text{вокруг оси } Ox.$$

Вычислить интегралы, воспользовавшись справочником по высшей математике или компьютерным математическим пакетом, например, MathCAD (задачи 17–18).

$$17. \int \frac{dx}{1 - \sin ax}.$$

$$18. \int_0^{\infty} \frac{e^{-ax} \sin x}{x} dx.$$

Вариант № 6.

Найти неопределенный интеграл, ответ проверить дифференцированием (задачи 1–9).

$$1. \int \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2) \cdot \arcsin x}}.$$

$$2. \int x \ln(x^2 + 1) dx.$$

$$3. \int \frac{4x + 7}{\sqrt{3 - 2x - x^2}} dx.$$

$$4. \int \frac{x^4 - 3x^3 + 9x - 8}{x^3 - 4x^2 + 4x} dx.$$

$$5. \int \frac{x + 2}{x^3 - 2x^2 + 2x} dx.$$

$$6. \int \frac{\sqrt[6]{x}}{\sqrt[3]{x^5} - \sqrt[3]{x^2}} dx.$$

$$7. \int x^2 \cdot \sqrt{4 - x^2} dx.$$

$$8. \int \sin^5 x dx.$$

$$9. \int \frac{dx}{4 + \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x}.$$

Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость (задачи 10–11).

$$10. \int_0^{\infty} x e^{-ax} dx.$$

$$11. \int_0^{\pi/2} \operatorname{ctg} x dx.$$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями (задачи 12–13).

$$12. \begin{cases} y = 4 - x^2, \\ y = 2 - x. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x = 2 \cos t, \\ y = 6 \sin t, \\ y = 3, (y \geq 3). \end{cases}$$

14. Вычислить длину дуги кривой $L: \rho = 6e^{12\varphi/5}, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ – логарифмическая спираль.

15. Вычислить объем тела вращения плоской фигуры

$$S: \begin{cases} y = (2 - x)\sqrt{x}, \\ y = 0 \end{cases} \text{ вокруг оси } Ox.$$

16. Вычислить площадь поверхности вращения дуги

$$L: \begin{cases} x = 4 \cos t, \\ y = 4 \sin t, \end{cases} 0 \leq t \leq \frac{\pi}{3} \text{ вокруг оси } Ox.$$

Вычислить интегралы, воспользовавшись справочником по высшей математике или компьютерным математическим пакетом, например, MathCAD (задачи 17–18).

$$17. \int \frac{dx}{1 + \cos ax}.$$

$$18. \int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx.$$

Вариант № 7.

Найти неопределенный интеграл, ответ проверить дифференцированием (задачи 1–9).

$$1. \int \frac{\sqrt[3]{4 + \ln x}}{x} dx.$$

$$2. \int e^{-x} \sin 2x dx.$$

$$3. \int \frac{x + 3}{\sqrt{4x^2 + 4x + 3}} dx.$$

$$4. \int \frac{x^3 + x^2 - x + 2}{x^2(x - 1)} dx.$$

$$5. \int \frac{x - 2}{x^3 + 4x} dx.$$

$$6. \int \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt[3]{x^2}} dx.$$

$$7. \int \frac{dx}{(9 + x^2) \sqrt{9 + x^2}}.$$

$$8. \int \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \cos^4 x}.$$

$$9. \int \frac{dx}{4 \cos x + 3 \sin x}.$$

Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость (задачи 10–11).

$$10. \int_0^{\infty} x \cos x dx.$$

$$11. \int_0^5 \frac{5 dx}{\sqrt{25 - x^2}}.$$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями (задачи 12–13).

$$12. \begin{cases} y = 2x - x^2 + 3, \\ y = x^2 - 4x + 3. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} \rho = 3 + 2 \cos \varphi, \\ \rho = 3 \quad (\rho \geq 3). \end{cases}$$

$$14. \text{ Вычислить длину дуги кривой } L: \begin{cases} x = 5 \cos^3 t, \\ y = 5 \sin^3 t \end{cases} \quad - \text{ астроида.}$$

15. Вычислить объем тела вращения плоской фигуры

$$S: \begin{cases} y = \sin x, \\ y = \frac{2x}{\pi} \end{cases} \quad \text{вокруг оси } Ox.$$

$$16. \text{ Вычислить площадь поверхности вращения дуги } L: y = 2\sqrt{x}, \\ 3 \leq x \leq 8 \quad \text{вокруг оси } Ox.$$

Вычислить интегралы, воспользовавшись справочником по высшей математике или компьютерным математическим пакетом, например, MathCAD (задачи 17–18).

$$17. \int \frac{dx}{1 - \cos ax}.$$

$$18. \int_0^{\infty} \frac{\operatorname{tg} x}{x} dx.$$

Вариант № 8.

Найти неопределенный интеграл, ответ проверить дифференцированием (задачи 1–9).

$$1. \int \frac{\sin x \, dx}{\sqrt[3]{3 + 2 \cos x}}.$$

$$2. \int x \ln^2 x \, dx.$$

$$3. \int \frac{2x - 5}{\sqrt{1 - x - x^2}} \, dx.$$

$$4. \int \frac{2x^4 + 8x^3 + x^2 + x - 20}{x^3(x + 5)} \, dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{x^3 + x^2 + 2x + 2}.$$

$$6. \int \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt[4]{x^3}} \, dx.$$

$$7. \int \frac{dx}{x^2 \cdot \sqrt{4 - x^2}}.$$

$$8. \int \cos 4x \cdot \cos 7x \, dx.$$

$$9. \int \frac{dx}{4 \sin x + 3 \cos x + 1}.$$

Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость (задачи 10–11).

$$10. \int_1^{\infty} \frac{x^3 \, dx}{x^8 + 1}.$$

$$11. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}.$$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями (задачи 12–13).

12.
$$\begin{cases} y = -x^2 + x + 3, \\ y = -x. \end{cases}$$

13.
$$\begin{cases} \rho = 6 \sin 3\varphi, \\ \rho = 3, \ (\rho \geq 3). \end{cases}$$

14. Вычислить длину дуги кривой $L: y = \ln(x^2 - 1), \ 2 \leq x \leq 3$.

15. Вычислить объем тела вращения плоской фигуры

$S: \begin{cases} y = 2^x, \\ y = x + 1 \end{cases}$ вокруг оси Ox .

16. Вычислить площадь поверхности вращения дуги

$L: \begin{cases} x = 3(t - \sin t), \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}$ (циклоида), $0 \leq t \leq 2\pi$, вокруг оси Ox .

Вычислить интегралы, воспользовавшись справочником по высшей математике или компьютерным математическим пакетом, например, MathCAD (задачи 17–18).

17.
$$\int \frac{\cos ax}{\sin ax(1 \pm \sin ax)} dx.$$

18.
$$\int_0^{\infty} \frac{\cos ax - \cos bx}{x} dx.$$

Вариант № 9.

Найти неопределенный интеграл, ответ проверить дифференцированием (задачи 1–9).

$$1. \int \frac{e^x dx}{\sqrt{e^x + 4}}.$$

$$2. \int (x^2 + 1) 3^x dx.$$

$$3. \int \frac{x + 3}{\sqrt{3 + 4x - 4x^2}} dx.$$

$$4. \int \frac{x^3 - 2x^2 - 12x - 7}{x^3 - 3x - 2} dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{x^3 - 8}.$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt[4]{x} (\sqrt{x} + 1)}.$$

$$7. \int \frac{\sqrt{x^2 - a^2}}{x} dx.$$

$$8. \int \frac{dx}{\cos^4 3x}.$$

$$9. \int \frac{dx}{4 - \cos^2 x + 5 \sin^2 x}.$$

Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость (задачи 10–11).

$$10. \int_1^{\infty} \frac{x^5 dx}{x^6 + 1}.$$

$$11. \int_{1/2}^1 \frac{x dx}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями (задачи 12–13).

$$12. \begin{cases} y = 2x^2 - 5x + 1, \\ y = 5x - 11. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x = 6 \cos t, \\ y = 2 \sin t, \\ y = \sqrt{3}, (y \geq \sqrt{3}). \end{cases}$$

14. Вычислить длину дуги кривой $L : \rho = 3\varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{4}{3}$ – спираль Архимеда.

15. Вычислить объем тела вращения плоской фигуры $S : y = xe^{-2x}$ вокруг оси Ox .

16. Вычислить площадь поверхности вращения дуги $L : y = \cos x, -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ вокруг оси Ox .

Вычислить интегралы, воспользовавшись справочником по высшей математике или компьютерным математическим пакетом, например, MathCAD (задачи 17–18).

$$17. \int \frac{dx}{\sin ax \pm \cos ax}.$$

$$18. \int_0^{\infty} \frac{\sin x \cdot \cos x}{x} dx.$$

Вариант № 10.

Найти неопределенный интеграл, ответ проверить дифференцированием (задачи 1–9).

$$1. \int \frac{\sin 2x}{3 \sin^2 x + 4} dx.$$

$$2. \int \frac{e^{2x}}{e^x - 1} dx.$$

$$3. \int \frac{3x - 9}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}} dx.$$

$$4. \int \frac{x^4 + 2x^3 + 9x^2 + 5x + 2}{x^2(x + 1)} dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{x^4 - 1}.$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{x} \left(\sqrt[5]{x^2} + \sqrt[5]{x} \right)}.$$

$$7. \int \frac{\sqrt{x^2 - 8}}{x^4} dx.$$

$$8. \int \frac{\sin^3 x}{\cos^5 x} dx.$$

$$9. \int \frac{dx}{2 + 3 \cos^2 x}.$$

Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость (задачи 10–11).

$$10. \int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + x + 1}.$$

$$11. \int_1^5 \frac{dx}{x \ln x}.$$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями (задачи 12–13).

$$12. \begin{cases} y = x^2 - 7x + 3, \\ y = -2x - 1. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x = 3(t - \sin t), \\ y = 3(1 - \cos t), \\ y = 3, (y \geq 3). \end{cases}$$

14. Вычислить длину дуги кривой $L: \rho = 2e^{2\varphi}, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ – логарифмическая спираль.

15. Вычислить объем тела вращения плоской фигуры

$$S: \begin{cases} (y-1)^2 = x, \\ x = 1 \end{cases} \text{ вокруг оси } Ox.$$

16. Вычислить площадь поверхности вращения дуги

$$L: \begin{cases} x = 5 \cos^3 t, \\ y = 5 \sin^3 t \end{cases} \text{ (астроида) вокруг оси } Ox.$$

Вычислить интегралы, воспользовавшись справочником по высшей математике или компьютерным математическим пакетом, например, MathCAD (задачи 17–18).

$$17. \int \frac{dx}{\operatorname{tg} ax \pm 1}.$$

$$18. \int_0^{\infty} \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx.$$

Вариант № 11.

Найти неопределенный интеграл, ответ проверить дифференцированием (задачи 1–9).

1. $\int \frac{e^x dx}{e^{2x} + 4}.$

2. $\int \frac{x^2 \operatorname{arctg} x}{x^2 + 1} dx.$

3. $\int \frac{x + 5}{\sqrt{5 - 4x - x^2}} dx.$

4. $\int \frac{2x^3 - 2x^2 - 16x + 32}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8} dx.$

5. $\int \frac{x^3 - 2x + 5}{x^4 - 1} dx.$

6. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[4]{x^3})}.$

7. $\int \frac{dx}{x^2 \cdot \sqrt{9 - x^2}}.$

8. $\int \operatorname{ctg}^3 5x dx.$

9. $\int \frac{\sin^3 x}{1 + \cos^2 x} dx.$

Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость (задачи 10–11).

10. $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{(x + 1)^3}.$

11. $\int_0^1 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx.$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями (задачи 12–13).

$$12. \begin{cases} y = 3x^2 - 2x + 7, \\ y = x + 13. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} \rho = 2 \cos 4\varphi, \\ \rho = 1, (\rho \geq 1). \end{cases}$$

$$14. \text{Вычислить длину дуги кривой } L: y = 2 + \operatorname{ch} x, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

15. Вычислить объем тела вращения плоской фигуры

$$S: \begin{cases} y = 1 - x^2, \\ x + y = 1 \end{cases}, \quad \text{вокруг оси } Oy.$$

16. Вычислить площадь поверхности вращения дуги

$$L: \begin{cases} x = t^2, \\ y = \frac{t(t^2 - 3)}{3}, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \sqrt{3} \quad \text{вокруг оси } Ox.$$

Вычислить интегралы, воспользовавшись справочником по высшей математике или компьютерным математическим пакетом, например, MathCAD (задачи 17–18).

$$17. \int e^{ax} \sin bx \, dx.$$

$$18. \int_0^{\infty} \frac{\cos x}{\sqrt{x}} \, dx.$$

Вариант № 12.

Найти неопределенный интеграл, ответ проверить дифференцированием (задачи 1–9).

1. $\int \frac{\sqrt{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2} dx.$

2. $\int x^2 \ln x dx.$

3. $\int \frac{x-3}{\sqrt{3+66x-11x^2}} dx.$

4. $\int \frac{x^4 + 2x^3 + x^2 - 2x + 1}{x^3 + x^2 - x - 1} dx.$

5. $\int \frac{3x^2 + 11x + 8}{(x+2)(x^2 + 2x + 2)} dx.$

6. $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2}}.$

7. $\int \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2} dx.$

8. $\int \sin^2 x \cdot \cos^2 x dx.$

9. $\int \frac{dx}{3 \sin x - 4 \cos x}.$

Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость (задачи 10–11).

10. $\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx.$

11. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями (задачи 12–13).

12.
$$\begin{cases} y = -x^2 + 3x + 7, \\ y = 2x + 1. \end{cases}$$

13.
$$\begin{cases} \rho = 6 \cos 3\varphi, \\ \rho = 3, \ (\rho \geq 3). \end{cases}$$

14. Вычислить длину дуги кривой $L: \begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 2(1 - \cos t), \end{cases} \ 0 \leq t \leq \pi$ – циклоида.

15. Вычислить объем тела вращения плоской фигуры

$$S: \begin{cases} x^2 - y^2 = 4, \\ y = \pm 2 \end{cases} \text{ вокруг оси } Oy.$$

16. Вычислить площадь поверхности вращения дуги

$$L: \begin{cases} x = 6 \sin t, \\ y = 6 \cos t, \end{cases} \ 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \text{ вокруг оси } Oy.$$

Вычислить интегралы, воспользовавшись справочником по высшей математике или компьютерным математическим пакетом, например, MathCAD (задачи 17–18).

17.
$$\int e^{ax} \cos bx \, dx.$$

18.
$$\int_0^{\infty} \frac{x \sin ax}{b^2 + x^2} \, dx.$$

Вариант № 13.

Найти неопределенный интеграл, ответ проверить дифференцированием (задачи 1–9).

$$1. \int \frac{\sin x \, dx}{\sqrt[3]{\cos^2 x}}.$$

$$2. \int \frac{x \, dx}{\sin^2 x}.$$

$$3. \int \frac{2x - 8}{\sqrt{1 - x - x^2}} \, dx.$$

$$4. \int \frac{x^4 - 2x^3 + 2x}{x^3 - x^2 - x + 1} \, dx.$$

$$5. \int \frac{x^2 - 8x + 13}{(x - 1)(x^2 - 4x + 5)} \, dx.$$

$$6. \int \frac{dx}{x \left(1 + \sqrt[3]{x^2}\right)}.$$

$$7. \int \frac{\sqrt{x^2 - 8}}{x^4} \, dx.$$

$$8. \int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} \, dx.$$

$$9. \int \frac{dx}{5 - 3 \cos x}.$$

Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость (задачи 10–11).

$$10. \int_1^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{1 + x^2} \, dx.$$

$$11. \int_0^{2a} \frac{\sqrt{2a}}{\sqrt{x}} \, dx.$$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями (задачи 12–13).

$$12. \begin{cases} y = 3x^2 + x - 4, \\ y = 7x + 5. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x = 2\sqrt{2} \cos t, \\ y = 3\sqrt{2} \sin t, \\ y = 3, (y \geq 3). \end{cases}$$

$$14. \text{ Вычислить длину дуги кривой } L : \begin{cases} x = 2 \sin^3 t, \\ y = 2 \cos^3 t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} - \text{астроида.}$$

15. Вычислить объем тела вращения плоской фигуры

$$S : \begin{cases} (y - 3)^2 + 3x = 0, \\ x = -3 \end{cases} \quad \text{вокруг оси } Ox.$$

$$16. \text{ Вычислить площадь поверхности вращения дуги } L : y = e^{-x}, \\ 0 \leq x < \infty \text{ вокруг оси } Ox.$$

Вычислить интегралы, воспользовавшись справочником по высшей математике или компьютерным математическим пакетом, например, MathCAD (задачи 17–18).

$$17. \int \frac{\arcsin \frac{x}{a}}{x^2} dx.$$

$$18. \int_0^{\infty} \frac{\cos ax}{1 + x^2} dx.$$

Вариант № 14.

Найти неопределенный интеграл, ответ проверить дифференцированием (задачи 1–9).

1. $\int \frac{x + \operatorname{arctg} x}{1 + x^2} dx.$

2. $\int x \ln x \, dx.$

3. $\int \frac{3x + 5}{\sqrt{x(2x - 1)}} dx.$

4. $\int \frac{x^3 - 5x^2 + 16x + 2}{(x^2 - 6x + 9)(x + 1)} dx.$

5. $\int \frac{4x^2 + 10x + 10}{x(x^2 + 2x + 5)} dx.$

6. $\int \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt{x}} dx.$

7. $\int \frac{dx}{x^3 \cdot \sqrt{x^2 - 1}}.$

8. $\int \sin^2 x \cdot \cos^5 x \, dx.$

9. $\int \frac{1 + \operatorname{tg} x}{\sin 2x} dx.$

Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость (задачи 10–11).

10. $\int_1^{\infty} x \sin x \, dx.$

11. $\int_3^6 \frac{dx}{x^2 - 7x + 10}.$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями (задачи 12–13).

$$12. \begin{cases} y = x^2 + 5x - 2, \\ y = 4x. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x = 6(t - \sin t), \\ y = 6(1 - \cos t), \\ y = 9, (y \geq 9). \end{cases}$$

14. Вычислить длину дуги кривой $L: \rho = \frac{5}{\varphi}, \quad \frac{5}{12} \leq \varphi \leq \frac{12}{5}$ – гиперболическая спираль.

15. Вычислить объем тела вращения плоской фигуры

$$S: \begin{cases} y = xe^x, \\ y = 0, \\ x = 1 \end{cases} \quad \text{вокруг оси } Ox.$$

16. Вычислить площадь поверхности вращения дуги

$$L: \begin{cases} x = 6(1 - \cos t), \\ y = 6(t - \sin t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi \quad \text{вокруг оси } Oy.$$

Вычислить интегралы, воспользовавшись справочником по высшей математике или компьютерным математическим пакетом, например, MathCAD (задачи 17–18).

$$17. \int \frac{\arccos \frac{x}{a}}{x^2} dx.$$

$$18. \int_0^{\infty} \frac{\sin^2 ax}{x^2} dx.$$

Вариант № 15.

Найти неопределенный интеграл, ответ проверить дифференцированием (задачи 1–9).

$$1. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{5 + x^6}}.$$

$$2. \int \arcsin x \, dx.$$

$$3. \int \frac{x - 7}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}} \, dx.$$

$$4. \int \frac{2x^3 + 4x^2 - 8x + 3}{x(x^2 - 2x + 1)} \, dx.$$

$$5. \int \frac{x^2 - 8x + 21}{(x - 3)(x^2 - 8x + 17)} \, dx.$$

$$6. \int \frac{\sqrt[3]{x}}{x(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})} \, dx.$$

$$7. \int \frac{dx}{x^4 \cdot \sqrt{x^2 + 4}}.$$

$$8. \int \sec^4 x \cdot \operatorname{tg}^4 x \, dx.$$

$$9. \int \frac{dx}{5 + 4 \sin x}.$$

Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость (задачи 10–11).

$$10. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{2x} - 1}{e^x} \, dx.$$

$$11. \int_0^{1/2} \frac{dx}{x \ln^2 x}.$$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями (задачи 12–13).

12.
$$\begin{cases} y = -x^2 + 3x + 1, \\ y = x - 2. \end{cases}$$

13.
$$\begin{cases} x = 32 \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t, \\ x = 4, (x \geq 4). \end{cases}$$

14. Вычислить длину дуги кривой $L: \rho = 3(1 - \cos \varphi)$ – кардиоида.

15. Вычислить объем тела вращения плоской фигуры

$$S: \begin{cases} y = x^2, \\ y = 4 \end{cases} \text{ вокруг оси } Ox.$$

16. Вычислить площадь поверхности вращения дуги $L: y^2 = 4(x - 4), 7 \leq x \leq 12$ вокруг оси Ox .

Вычислить интегралы, воспользовавшись справочником по высшей математике или компьютерным математическим пакетом, например, MathCAD (задачи 17–18).

17.
$$\int \frac{\operatorname{arccotg} \frac{x}{a}}{x^2} dx.$$

18.
$$\int_{-\infty}^{\infty} \sin(x^2) dx.$$

Вариант № 16.

Найти неопределенный интеграл, ответ проверить дифференцированием (задачи 1–9).

1. $\int \frac{\cos x \cdot \sin 2x}{3 \cos^3 x + 2} dx.$

2. $\int \frac{\ln x}{x^2} dx.$

3. $\int \frac{x dx}{\sqrt{5x^2 - 2x + 1}}.$

4. $\int \frac{x^3 + 3x^2 + x + 2}{(x^2 + x - 2)(x + 2)} dx.$

5. $\int \frac{x - 4x^2 - 10}{(x^2 - x)(x^2 + 2x + 10)} dx.$

6. $\int \frac{\sqrt[4]{x}}{x + \sqrt[8]{x^7}} dx.$

7. $\int \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^3} dx.$

8. $\int \cos^4 x \cdot \sin^3 x dx.$

9. $\int \frac{\sin^2 x}{1 + \cos^2 x} dx.$

Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость (задачи 10–11).

10. $\int_{2/\pi}^{\infty} \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} dx.$

11. $\int_{-1}^2 \frac{dx}{x}.$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями (задачи 12–13).

$$12. \begin{cases} y = 3x^2 - x + 2, \\ y = -4x + 8. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x = 3 \cos t, \\ y = 8 \sin t, \\ y = 4, (y \geq 4). \end{cases}$$

14. Вычислить длину дуги кривой $L: \rho = e^{\varphi/\pi}, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$ – логарифмическая спираль.

15. Вычислить объем тела вращения плоской фигуры

$$S: \begin{cases} x = 3(1 - \cos t), \\ y = 3(t - \sin t), \end{cases} 0 \leq t \leq 2\pi \text{ (циклоида) вокруг оси } Oy.$$

16. Вычислить площадь поверхности вращения дуги $L: 4x^2 + y^2 = 4$ вокруг оси Oy .

Вычислить интегралы, воспользовавшись справочником по высшей математике или компьютерным математическим пакетом, например, MathCAD (задачи 17–18).

$$17. \int x^2 \operatorname{arctg} \frac{x}{a} dx.$$

$$18. \int_{-\infty}^{\infty} \cos(x^2) dx.$$

Вариант № 17.

Найти неопределенный интеграл, ответ проверить дифференцированием (задачи 1–9).

1. $\int \frac{1 - 2x}{\sqrt{1 - 4x^2}} dx.$

2. $\int x \ln(x - 1) dx.$

3. $\int \frac{x dx}{\sqrt{2 + 3x - 2x^2}}.$

4. $\int \frac{2x^4 + 9x^3 + 4x^2 - 6x - 8}{x^3 + 4x^2} dx.$

5. $\int \frac{2 - x^3 + 2x^2 + 3x}{(x^2 + x)(x^2 + 1)} dx.$

6. $\int \frac{dx}{\sqrt[6]{x^5} - \sqrt{x}}.$

7. $\int \frac{\sqrt{x^2 - a^2}}{x} dx.$

8. $\int (\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg}^4 x) dx.$

9. $\int \frac{\sin x}{1 + \sin x} dx.$

Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость (задачи 10–11).

10. $\int_1^{\infty} \frac{x dx}{(x + 1)^2}.$

11. $\int_{-1}^3 \frac{dx}{x^2}.$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями (задачи 12–13).

$$12. \begin{cases} y = 2x^2 - 7x + 5, \\ y = -13x + 7. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x = 8 \cos^3 t, \\ y = 4 \sin^3 t, \\ x = 3\sqrt{3}, (x \geq 3\sqrt{3}). \end{cases}$$

14. Вычислить длину дуги кривой $L: \rho = \frac{1}{\varphi}, \frac{3}{4} \leq \varphi \leq \frac{4}{3}$ – гиперболическая спираль.

15. Вычислить объем тела вращения плоской фигуры

$$S: \begin{cases} x = 3 \cos t, \\ y = 4 \sin t \end{cases} \text{ вокруг оси } Ox.$$

16. Вычислить площадь поверхности вращения дуги $L: x^2 + y^2 = 16, 0 \leq x \leq 2$ вокруг оси Ox .

Вычислить интегралы, воспользовавшись справочником по высшей математике или компьютерным математическим пакетом, например, MathCAD (задачи 17–18).

$$17. \int \sin(\ln x) dx.$$

$$18. \int_0^1 \frac{\ln x}{x-1} dx.$$

Вариант № 18.

Найти неопределенный интеграл, ответ проверить дифференцированием (задачи 1–9).

$$1. \int \frac{e^x dx}{e^x + e^{-x}}.$$

$$2. \int \frac{x \cos x}{\sin^3 x} dx.$$

$$3. \int \frac{x+1}{\sqrt{15-4x-4x^2}} dx.$$

$$4. \int \frac{x^3 + 2x^2 - 4x + 3}{x^3 - 2x^2 + x} dx.$$

$$5. \int \frac{13x + 26}{(x-2)(x^2 + 6x + 10)} dx.$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}.$$

$$7. \int \frac{\sqrt{x^2 + a^2}}{x^2} dx.$$

$$8. \int \operatorname{tg}^5 3x dx.$$

$$9. \int \frac{\sin^3 x}{2 + \cos x} dx.$$

Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость (задачи 10–11).

$$10. \int_{2/\pi}^{\infty} \frac{\cos \frac{1}{x}}{x^2} dx.$$

$$11. \int_0^1 \frac{dx}{(x-3)(x-1)}.$$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями (задачи 12–13).

$$12. \begin{cases} y = x^2 - 5x + 9, \\ y = -7x + 9. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x = 6 \cos t, \\ y = 4 \sin t, \\ y = 2\sqrt{3}, (y \geq 2\sqrt{3}). \end{cases}$$

14. Вычислить длину дуги кривой $L: \rho = 2\varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{3}{4}$ – спираль Архимеда.

15. Вычислить объем тела вращения плоской фигуры

$$S: \begin{cases} x = 2 \cos^3 t, \\ y = 3 \sin^3 t \end{cases} \text{ вокруг оси } Ox.$$

16. Вычислить площадь поверхности вращения дуги $L: y = \frac{x^3}{3}, -2 \leq x \leq 2$ вокруг оси Ox .

Вычислить интегралы, воспользовавшись справочником по высшей математике или компьютерным математическим пакетом, например, MathCAD (задачи 17–18).

$$17. \int \cos(\ln x) dx.$$

$$18. \int_0^1 \frac{\ln x}{x+1} dx.$$

Вариант № 19.

Найти неопределенный интеграл, ответ проверить дифференцированием (задачи 1–9).

1. $\int e^{3 \sin^2 x} \sin 2x \, dx.$

2. $\int \frac{\arcsin \frac{x}{2}}{\sqrt{2-x}} \, dx.$

3. $\int \frac{3x-1}{\sqrt{x^2+x+2}} \, dx.$

4. $\int \frac{6x^4 - 13x^3 - 24x^2 + 47x - 10}{(x^2 - 4)(x - 2)} \, dx.$

5. $\int \frac{2x^3 + 3x^2 + x + 8}{(x^2 + x)(x^2 + 4)} \, dx.$

6. $\int \frac{\sqrt[4]{x} + 1}{(\sqrt{x} + 4)\sqrt[4]{x^3}} \, dx.$

7. $\int \frac{dx}{\sqrt{(9+x^2)^3}}.$

8. $\int \frac{dx}{\sin^4 x \cdot \cos^2 x}.$

9. $\int \frac{dx}{1 + \sin^2 x}.$

Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость (задачи 10–11).

10. $\int_2^{\infty} \frac{x \, dx}{\sqrt{x^2 - 1}}.$

11. $\int_{-\pi/6}^0 \frac{\cos x}{\sqrt{\frac{1}{2} + \sin x}} \, dx.$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями (задачи 12–13).

$$12. \begin{cases} y = x^2 + 3x - 4, \\ y = 4x + 2. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x = 2\sqrt{2} \cos^3 t, \\ y = \sqrt{2} \sin^3 t, \\ x = 1, (x \geq 1). \end{cases}$$

14. Вычислить длину дуги кривой $L: \rho = 4(1 - \cos \varphi)$ – кардиоида.

15. Вычислить объем тела вращения плоской фигуры

$$S: \begin{cases} x = 2 \cos t, \\ y = 3 + 2 \sin t \end{cases} \text{ вокруг оси } Ox.$$

16. Вычислить площадь поверхности вращения дуги $L: y^2 = 4 + x$, $-4 \leq x \leq 2$ вокруг оси Ox .

Вычислить интегралы, воспользовавшись справочником по высшей математике или компьютерным математическим пакетом, например, MathCAD (задачи 17–18).

$$17. \int \frac{dx}{1 + e^{ax}}.$$

$$18. \int_0^1 \frac{\ln x}{x^2 - 1} dx.$$

Вариант № 20.

Найти неопределенный интеграл, ответ проверить дифференцированием (задачи 1–9).

$$1. \int \frac{1 - \sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx.$$

$$2. \int \frac{x dx}{\cos^2 x}.$$

$$3. \int \frac{x + 7}{\sqrt{4x^2 + 4x + 3}} dx.$$

$$4. \int \frac{2x^3 - 6x^2 + 22x - 20}{x^3 - 4x^2 + 4x} dx.$$

$$5. \int \frac{2x^2 - 5x - 71}{(x - 1)(x^2 + 10x + 26)} dx.$$

$$6. \int \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt[6]{x^5} (1 + \sqrt[3]{x})} dx.$$

$$7. \int \frac{dx}{x^2 \cdot \sqrt{x^2 + 1}}.$$

$$8. \int \frac{\cos^4 x}{\sin^2 x} dx.$$

$$9. \int \frac{dx}{1 + \sin^2 x}.$$

Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость (задачи 10–11).

$$10. \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 + x}.$$

$$11. \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x - 1)^2}}.$$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями (задачи 12–13).

$$12. \begin{cases} y = x^2 - 7x + 2, \\ y = -5x + 10. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t, \\ y = 1, (y \geq 1). \end{cases}$$

14. Вычислить длину дуги кривой $L : \rho = \frac{1}{\varphi}, \quad \frac{5}{12} \leq \varphi \leq \frac{12}{5}$ – гиперболическая спираль.

15. Вычислить объем тела вращения плоской фигуры

$$S : \begin{cases} x = R \cos t, \\ y = R \sin t, \\ x = 0, \\ y = 0, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \text{ вокруг оси } Oy.$$

16. Вычислить площадь поверхности вращения дуги $L : y^2 = 4x, \quad 0 \leq x \leq 3$ вокруг оси Ox .

Вычислить интегралы, воспользовавшись справочником по высшей математике или компьютерным математическим пакетом, например, MathCAD (задачи 17–18).

$$17. \int \frac{x e^{ax}}{(1 + ax)^2} dx.$$

$$18. \int_0^1 \frac{\ln(1 + x)}{x^2 + 1} dx.$$

Вариант № 21.

Найти неопределенный интеграл, ответ проверить дифференцированием (задачи 1–9).

1. $\int \frac{\sin x \, dx}{(1 - 3 \cos x)^3}.$

2. $\int \frac{e^x - 1}{3e^x + 1} \, dx.$

3. $\int \frac{4x + 10}{\sqrt{3 - 2x - x^2}} \, dx.$

4. $\int \frac{x^4 + 10x^3 + 26x^2 + 22x + 17}{(x^2 + 8x + 7)(x + 1)} \, dx.$

5. $\int \frac{2x^3 + 5x^2 - 8x + 4}{(x^2 - 4)(x^2 + 2)} \, dx.$

6. $\int \frac{x + 1}{x \cdot \sqrt{x - 2}} \, dx.$

7. $\int \frac{dx}{x^2 \cdot \sqrt{x^2 - 1}}.$

8. $\int \cos^4 x \, dx.$

9. $\int \frac{dx}{\sin^2 x + \operatorname{tg}^2 x}.$

Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость (задачи 10–11).

10. $\int_1^{\infty} \frac{e^x \, dx}{e^{2x} + 1}.$

11. $\int_2^6 \frac{dx}{\sqrt[3]{(4 - x)^2}}.$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями (задачи 12–13).

12.
$$\begin{cases} y = 6x - 5 + x^2, \\ y = 8x - 2. \end{cases}$$

13.
$$\begin{cases} x = 8 \cos^3 t, \\ y = 8 \sin^3 t, \\ x = 1, (x \geq 1). \end{cases}$$

14. Вычислить длину дуги кривой $L: \rho = 2e^{\varphi/\pi}, -\pi \leq \varphi \leq \pi$ – логарифмическая спираль.

15. Вычислить объем тела вращения плоской фигуры $S: y = (4 - x)\sqrt{x}, 0 \leq x \leq 4$ вокруг оси Ox .

16. Вычислить площадь поверхности вращения дуги $L: x^2 + y^2 = 4, -1 \leq x \leq 1$ вокруг оси Ox .

Вычислить интегралы, воспользовавшись справочником по высшей математике или компьютерным математическим пакетом, например, MathCAD (задачи 17–18).

17.
$$\int \operatorname{sh}^2 ax \, dx.$$

18.
$$\int_0^{\pi/2} \ln \sin x \, dx.$$

Вариант № 22.

Найти неопределенный интеграл, ответ проверить дифференцированием (задачи 1–9).

ванием (задачи 1–9).

1. $\int \frac{x^5}{x^{12} - 1} dx.$

2. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{2x - 1} dx.$

3. $\int \frac{x + 5}{\sqrt{3 - 2x - x^2}} dx.$

4. $\int \frac{x^3 - 9x + 13}{(x - 1)(x^2 - 3x + 2)} dx.$

5. $\int \frac{3x^3 + 5x^2 - 4x + 28}{x^4 - 16} dx.$

6. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt{x}}.$

7. $\int \frac{dx}{x^4 \cdot \sqrt{x^2 - 1}}.$

8. $\int \frac{dx}{\operatorname{tg}^8 x}.$

9. $\int \frac{dx}{2 \sin x + \sin 2x}.$

Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость (задачи 10–11).

10. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}.$

11. $\int_0^1 \frac{x^4}{\sqrt{1 - x^5}} dx.$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями (задачи 12–13).

$$12. \begin{cases} y = x^2 + x - 5, \\ y = x - 1. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x = 9 \cos t, \\ y = 4 \sin t, \\ y = 2, (y \geq 2). \end{cases}$$

14. Вычислить длину дуги кривой $L: \rho = 7(1 + \cos \varphi)$ – кардиоида.

15. Вычислить объем тела вращения плоской фигуры

$$S: \begin{cases} x^2 - y^2 = 9, \\ y = \pm 3 \end{cases} \text{ вокруг оси } Oy.$$

16. Вычислить площадь поверхности вращения дуги $L: y = e^x$,
 $-\infty < x \leq 0$ вокруг оси Ox .

Вычислить интегралы, воспользовавшись справочником по высшей математике или компьютерным математическим пакетом, например, MathCAD (задачи 17–18).

$$17. \int \operatorname{ch}^2 ax \, dx.$$

$$18. \int_0^{\pi/2} \ln \cos x \, dx.$$

Вариант № 23.

Найти неопределенный интеграл, ответ проверить дифференцированием (задачи 1–9).

1. $\int \frac{2x^2 - x^5}{1 + x^6} dx.$

2. $\int x^2 \sin x \, dx.$

3. $\int \frac{3x - 1}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}} dx.$

4. $\int \frac{2x^4 - 4x^3 - 4x^2 - 12x - 9}{x^3 - 3x^2} dx.$

5. $\int \frac{3x^3 + 5x + 5}{x^4 + 2x^2} dx.$

6. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3 + 1}} dx.$

7. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(x^2 - 1)^3}}.$

8. $\int \frac{dx}{\sin^4 x}.$

9. $\int \frac{1 + \cos x}{\sin^3 x} dx.$

Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость (задачи 10–11).

10. $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}.$

11. $\int_0^2 \frac{dx}{(x - 1)^2}.$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями (задачи 12–13).

$$12. \begin{cases} y = -x^2 + 2x - 3, \\ y = 4x - 6. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x = 8(t - \sin t), \\ y = 8(1 - \cos t), \\ y = 12, (y \geq 12). \end{cases}$$

14. Вычислить длину дуги кривой $L: \rho = 4\varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{5}{12}$ – спираль Архимеда.

15. Вычислить объем тела вращения плоской фигуры $S: y^2 = x^2 e^{-x}, 0 \leq x < \infty$ вокруг оси Ox .

16. Вычислить площадь поверхности вращения дуги $L: \begin{cases} x = 10 \sin^3 t, \\ y = 10 \cos^3 t, \end{cases} 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ вокруг оси Oy .

Вычислить интегралы, воспользовавшись справочником по высшей математике или компьютерным математическим пакетом, например, MathCAD (задачи 17–18).

$$17. \int \frac{dx}{b^2 \cos^2 ax - c^2 \sin^2 ax}.$$

$$18. \int_0^{\pi} x \ln \sin x \, dx.$$

Вариант № 24.

Найти неопределенный интеграл, ответ проверить дифференцированием (задачи 1–9).

1. $\int \frac{x^3 dx}{x^8 + 1}.$

2. $\int \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1 - x^2}} dx.$

3. $\int \frac{3x + 6}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}} dx.$

4. $\int \frac{2x^3 + 9x^2 + 12x + 8}{x^3 + 4x^2 + 4x} dx.$

5. $\int \frac{2x - 1}{x^4 - 1} dx.$

6. $\int \frac{dx}{\sqrt{x} \left(1 + \sqrt[4]{x}\right)^3}.$

7. $\int \frac{dx}{x^4 \cdot \sqrt{x^2 - 3}}.$

8. $\int \sec^4 x \cdot \operatorname{tg}^2 x dx.$

9. $\int \frac{dx}{3 + \cos x}.$

Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость (задачи 10–11).

10. $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}.$

11. $\int_2^4 \frac{3x dx}{2\sqrt[4]{x^2 - 4}}.$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями (задачи 12–13).

$$12. \begin{cases} y = x^2 - 3x + 7, \\ y = -x + 7. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} \rho = \operatorname{tg} \varphi, \\ \varphi = \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

$$14. \text{ Вычислить длину дуги кривой } L: y^2 = \frac{4}{9}(x-1)^3, \quad 1 \leq x \leq 4.$$

15. Вычислить объем тела вращения плоской фигуры

$$S: \begin{cases} x = 3 \cos^3 t, \\ y = 3 \sin^3 t \end{cases} \quad (\text{астроида}) \text{ вокруг оси } Oy.$$

16. Вычислить площадь поверхности вращения дуги

$$L: y = \frac{1}{3}(3-x)\sqrt{x}, \quad 0 \leq x \leq 3 \quad \text{вокруг оси } Ox.$$

Вычислить интегралы, воспользовавшись справочником по высшей математике или компьютерным математическим пакетом, например, MathCAD (задачи 17–18).

$$17. \int \frac{dx}{b^2 \cos^2 ax + c^2 \sin^2 ax}.$$

$$18. \int_0^{\pi/2} \sin x \cdot \ln \sin x \, dx.$$

Вариант № 25.

Найти неопределенный интеграл, ответ проверить дифференцированием (задачи 1–9).

1. $\int \frac{\cos x \, dx}{\sqrt[3]{3 + 2 \sin x}} .$

2. $\int \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} \, dx .$

3. $\int \frac{x + 3}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}} \, dx .$

4. $\int \frac{x^4 - x^3 - 2x^2 + 8x - 2}{x^3 - 2x^2 + x} \, dx .$

5. $\int \frac{x - 1}{4x^3 + x} \, dx .$

6. $\int \frac{\sqrt[6]{x} + 1}{\sqrt[6]{x^7} + \sqrt[4]{x^5}} \, dx .$

7. $\int \frac{x^2 \, dx}{\sqrt{1 - x^2}} .$

8. $\int \sin 3x \cdot \cos 10x \, dx .$

9. $\int \frac{dx}{1 + 3 \sin^2 x} .$

Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость (задачи 10–11).

10. $\int_1^{\infty} \frac{x^2 \, dx}{1 + x^6} .$

11. $\int_0^1 x^2 \ln x \, dx .$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями (задачи 12–13).

$$12. \begin{cases} y = 4x^2 + 3x, \\ y = -9x. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x = 3 \cos t, \\ y = 8 \sin t, \\ y = 4\sqrt{3}, \quad (y \geq 4\sqrt{3}). \end{cases}$$

14. Вычислить длину дуги кривой $L: \rho = 5(1 + \sin \varphi)$ – кардиоида.

15. Вычислить объем тела вращения плоской фигуры

$$S: \begin{cases} x = 3 \cos t, \\ y = 4 \sin t \end{cases} \text{ вокруг оси } Oy.$$

16. Вычислить площадь поверхности вращения дуги

$$L: x^2 + (y - b)^2 = a^2, \quad 0 < a < b \text{ вокруг оси } Ox.$$

Вычислить интегралы, воспользовавшись справочником по высшей математике или компьютерным математическим пакетом, например, MathCAD (задачи 17–18).

$$17. \int \frac{x \, dx}{\sqrt{2ax - x^2}}.$$

$$18. \int_0^{\pi/4} \ln(1 + \operatorname{tg} x) \, dx.$$