



Новосибирский государственный технический университет

Кафедра высшей математики

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Информация для студентов

2015/16 уч.г.

Новосибирск 2016

© А.Н. Буров

Содержание

Глава 1. Программа курса	5
§ 1.1 Подразбиение на модули	5
Глава 2. Правила аттестации	7
§ 2.1 Положение кафедры высшей математики об аттестации по математике	7
2.1.1 Общие положения	7
2.1.2 Основные принципы балльно-рейтинговой системы	8
2.1.3 Порядок определения рейтинга студента по дисциплине	8
2.1.4 Итоговая аттестация студента по дисциплине	9
2.1.5 Мониторинг качества учебной деятельности студентов	9
§ 2.2 Аттестация по теории вероятностей	11
2.2.1 Текущая аттестация	11
2.2.2 Экзамен	11
Образец экзаменационного билета	13
Глава 3. Индивидуальные задания (типовой расчет)	14
Оценивание задач типового расчета	14
Вариант № 1	16
Вариант № 2	18
Вариант № 3	20
Вариант № 4	22
Вариант № 5	24
Вариант № 6	26
Вариант № 7	28
Вариант № 8	30
Вариант № 9	32
Вариант № 10	34
Вариант № 11	36
Вариант № 12	38
Вариант № 13	40
Вариант № 14	42
Вариант № 15	44
Вариант № 16	46
Вариант № 17	48
Вариант № 18	50
Вариант № 19	52
Вариант № 20	54
Вариант № 21	56

Приложения	58
Распределение Пуассона	59
Значения функции $\sum_{m=0}^k \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!}$	60
Нормальное распределение	62
Таблица равномерно распределенных на $[0, 1]$ случайных чисел	63
Таблица распределения χ^2	64
Таблица распределения Стьюдента	65
Критерий Колмогорова	66
Список литературы	67

Глава 1

Программа курса

§ 1.1. Подразбиение на модули

1. Элементы комбинаторики.

- 1) Объём выборки без возвращений и с возвращениями.
- 2) Число перестановок, размещений и сочетаний.

2. Теория вероятностей.

- 1) Вероятность в классической модели.
- 2) Геометрическая модель вероятности.
- 3) Вероятностное пространство. Алгебра вероятностей. Операции над событиями. Понятия несовместных и независимых событий.
- 4) Теоремы сложения и умножения.
- 5) Формулы полной вероятности и Байеса.
- 6) Независимые испытания. Схема Бернулли.
- 7) Понятие дискретной случайной величины. Ряд распределения. Функция распределения.
- 8) Примеры дискретных случайных величин:
 - распределение Бернулли B_p ;
 - биномиальное распределение $B_{n,p}$;
 - распределение Пуассона Π_λ ;
 - геометрическое распределение G_p .
- 9) Понятие непрерывной случайной величины. Плотность распределения. Функция распределения.
- 10) Примеры непрерывных случайных величин:
 - равномерное распределение $U_{[a,b]}$;
 - экспоненциальное (показательное) распределение E_α ;
 - нормальное распределение Гаусса N_{α,σ^2} .
- 11) Математическое ожидание и дисперсия случайной величины.
- 12) Моменты случайной величины.
- 13) Нормальный закон. Предельные теоремы: закон больших чисел, центральная предельная теорема, теорема Пуассона.

- 14) Многомерные случайные величины.
- 15) Понятия корреляции и независимости случайных величин.

3. Элементы математической статистики.

- 1) Понятия генеральной совокупности, выборки и вариационного ряда.
- 2) Выборочные моменты.
- 3) Эмпирическая функция распределения, гистограмма.
- 4) Точечные оценки параметров распределения:
 - метод максимального правдоподобия;
 - метод моментов.
- 5) Интервальное оценивание. Доверительные интервалы.
- 6) Статистическая проверка гипотез. Критерии согласия Стьюдента, χ^2 Пирсона, Колмогорова.
- 7) Регрессионный анализ.

Разработчик оставляет за собой право корректировать график учебного процесса при возникновении непредвиденных обстоятельств.

Разработал
*доцент кафедры высшей
математики, к.п.н.*
А.Н.Буров.

Глава 2

Правила аттестации

§ 2.1. Положение кафедры высшей математики об аттестации по математике

2.1.1. Общие положения

2.1.1.1. Правила аттестации устанавливают единые требования к организации образовательного процесса на основе балльно-рейтинговой системы оценки достижений студентов (БРС) в государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Новосибирский государственный технический университет» (в дальнейшем НГТУ, университет).

2.1.1.2. Настоящий раздел рабочей программы составлен в соответствии с:

- приказом Минобрнауки России от 29.07.2005 № 215 «Об инновационной деятельности высших учебных заведений по переходу на систему зачётных единиц»;
- приказом Минобрнауки России от 11.07.2002 № 2654 «О проведении эксперимента по введению рейтинговой системы оценки успеваемости студентов вузов»;
- методическими рекомендациями, утвержденными приказом Минобрнауки России от 11.07.2002 № 2654 «О проведении эксперимента, по введению рейтинговой системы оценки успеваемости студентов вузов»;
- «Типовым Положением о кафедре НГТУ», обсужденного и принятого ученым советом НГТУ 25 июня 2003 г., (протокол № 7);
- Уставом государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Новосибирский государственный технический университет».
- Положением о балльно-рейтинговой системе оценки достижений студентов Новосибирского государственного технического университета, подписанного 02.07.2009 г.

2.1.1.3. Балльно-рейтинговая система является необходимым элементом реализации образовательного процесса по компетентностно-ориентированным образовательным программам на основе системы зачетных единиц, (European Credit Transfer System — ECTS).

2.1.1.4. Применение балльно-рейтинговой системы обеспечивает условия для систематической работы студентов в течение семестра, контроля качества результатов их учебной и внеучебной деятельности, направленной на освоение необходимых компетенций.

2.1.1.5. Балльно-рейтинговая система направлена на повышение качества подготовки, обеспечение объективности оценивания учебных достижений студентов в рамках дисциплины.

2.1.1.6. Настоящий рейтинг следует рассматривать как рейтинг по дисциплине.

2.1.2. Основные принципы балльно-рейтинговой системы, относящиеся к рейтингу по дисциплине

2.1.2.1. Критерии оценки учебных достижений обучающихся для определения рейтинга по дисциплине доводятся до сведения студентов в начале изучения курса.

2.1.2.2. Максимальный рейтинг по дисциплине составляет 100 баллов.

2.1.2.3. Итоговый интегральный рейтинг студента по образовательной программе приводится в Европейском приложении к диплому (Diploma Supplement) и рассчитывается как сумма итоговых учебного и внеучебного рейтингов студента за весь период обучения.

2.1.3. Порядок определения рейтинга студента по дисциплине

2.1.3.1. Рейтинг студента по дисциплине является основой для выставления итоговой оценки по дисциплине в «буквенной» форме в соответствии с 15-уровневой шкалой оценок ECTS, а также в традиционной форме (четырёхуровневая шкала, либо «зачтено»). Итоговая оценка в двух формах проставляется в ведомость и зачетную книжку студента.

См. «Таблица 1».

2.1.3.2. Рейтинг студента по дисциплине определяется как сумма баллов за работу в семестре $R_{итек}$ (текущая аттестация) и баллов, полученных в результате итоговой аттестации $R_{итог}$ (зачет/экзамен), $R_i = R_{итек} + R_{итог}$.

2.1.3.3. 1) Для проведения текущей аттестации по дисциплине предусматривается возможность оценивания в баллах различных видов учебной деятельности студента в семестре (контрольные работы, участие в семинарах, расчетно-графические работы, индивидуальные задания, собеседования и пр.).

См. «Аттестация по теории вероятностей».

2) Рейтинг студента по дисциплине за семестр рассчитывается как сумма баллов по всем видам его учебной деятельности.

3) Требования к текущей аттестации, формы контроля, минимальное и максимальное количество баллов по каждому виду деятельности, график освоения отдельных тем и разделов дисциплины и пр. формулируются в настоящей рабочей программе.

См. «Аттестация по теории вероятностей».

См. «Типовой расчет»

4) Количество выставаемых баллов зависит от полноты и качества выполнения учебных заданий, а также **своевременности сдачи работ**.

5) Для организации текущей оценки учебной деятельности студента дисциплина разбита на отдельные модули.

См. «Программа курса. Подразбиение на модули».

6) Для получения допуска к зачету или экзамену студент обязан выполнить все предусмотренные в рабочей программе дисциплины виды работ в семестре и набрать количество баллов не ниже установленного минимально допустимого.

См. «Аттестация по теории вероятностей».

- 7) Общее количество баллов за виды учебной деятельности студента, предусмотренные основной программой освоения дисциплины, составляет не более 60, если по дисциплине предусмотрен экзамен и не более 80, если предусмотрен зачет.
- 8) За выполнение учебных заданий сверх предусмотренных основной программой освоения дисциплины (учебно-исследовательская работа, самостоятельное углубленное освоение отдельных тем, участие в предметных олимпиадах различного уровня (призовые места) и пр.) преподаватель может выставить дополнительные баллы не более 20 или 40 в зависимости от формы итоговой аттестации по дисциплине.

См. «Типовой расчет»

- 9) Если с учетом работ, сверх предусмотренных основной программой освоения курса, студент набрал свыше 90 баллов, итоговая оценка по дисциплине может быть выставлена без проведения итоговой аттестации («автомат»). При этом в ведомость и зачетную книжку студента выставляется оценка «отлично», что соответствует группе уровней «А» шкалы ECTS.

2.1.4. Итоговая аттестация студента по дисциплине

- 2.1.4.1.** Итоговая аттестация студента по дисциплине проводится в форме экзамена либо зачета, по результатам которого определяется соответствующее количество баллов.
- 2.1.4.2.** Порядок проведения итоговой аттестации описан в настоящей рабочей программе дисциплины.

См. «Экзамен».

- 2.1.4.3.** Максимальное количество баллов, которое студент может получить на экзамене, равно 40.
- 2.1.4.4.** Если по результатам работы в семестре студент не набрал минимально допустимого количества баллов, ему выставляется итоговая оценка по дисциплине «неудовлетворительно» (F) без права последующей пересдачи. В этом случае студенту предлагается изучить дисциплину повторно на платной основе.

См. «Аттестация по теории вероятностей».

- 2.1.4.5.** В случае выставления итоговой оценки по дисциплине «неудовлетворительно» с правом последующей пересдачи (FX) студент имеет право получить оценку на пересдаче не выше E («удовлетворительно»).
- 2.1.4.6.** Если по дисциплине предусмотрен зачет и студент в течение семестра в соответствии с установленными правилами аттестации по дисциплине набирает 80 и более баллов, преподаватель вправе выставить ему итоговую оценку «зачтено» и соответствующую оценку по 15-уровневой шкале ECTS без проведения процедуры итоговой аттестации.

2.1.5. Мониторинг качества учебной деятельности студентов

- 2.1.5.1.** Мониторинг качества учебной деятельности студентов служит инструментом контроля со стороны деканата и служб управления учебным процессом.
- 2.1.5.2.** Мониторинг качества проводится в форме выставления преподавателями оценок за «контрольные недели» (седьмая и тринадцатая недели каждого семестра), а также в форме независимого тестирования.

2.1.5.3. Оценки за «контрольные недели» выставляются студентам по каждой дисциплине в период их обучения с первого по четвертый курс по трехбалльной системе: «не справляется» — 0 баллов, «освоено не в полном объеме» — 1 балл, «освоено в полном объеме» — 2 балла

ТАБЛИЦА 1

Характеристика работы студента	Диапазон баллов рейтинга	Оценка ECTS	Традиционная (4-уровневая) шкала оценки
«Отлично» — работа высокого качества, уровень выполнения отвечает всем требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	90 – 100	A+ A A–	отлично отлично отлично
«Очень хорошо» — работа хорошая, уровень выполнения отвечает большинству требований, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	80 – 89	B+ B B–	отлично хорошо хорошо
«Хорошо» — уровень выполнения работы отвечает всем основным требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки	70 – 79	C+ C C–	хорошо хорошо удовлетв.
«Удовлетворительно» — уровень выполнения работы отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	60 – 69	D+ D D–	удовлетв. удовлетв. удовлетв.
«Посредственно» — работа слабая, уровень выполнения не отвечает большинству требований, теоретическое содержание курса освоено частично, некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены, либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	50 – 59	E	удовлетв.

Характеристика работы студента	Диапазон баллов рейтинга	Оценка ECTS	Традиционная (4-уровневая) шкала оценки
«Неудовлетворительно» (с возможностью пересдачи) — теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые практические навыки работы не сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено, либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	25 – 49	<i>FX</i>	Неудовлетв.
«Неудовлетворительно» (без возможности пересдачи) — теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	0 – 24	<i>F</i>	Неудовлетв.

§ 2.2. Аттестация по теории вероятностей

2.2.1. Текущая аттестация

1. Максимальная сумма баллов $R_{тек} = 60$ складывается из баллов за типовой расчет — 40 баллов и за контрольную работу — 20 баллов.
2. Для допуска к экзамену студент должен набрать не менее 30 баллов.
3. За решение дополнительных задач типового расчета студент может получить до 30 дополнительных «бонусных» баллов (см. «Типовой расчет»), что дает ему право на «автомат» в соответствии с пунктом 2.1.3(9) кафедрального положения об аттестации.
4. График выдачи и сдачи заданий типового расчета, время проведения контрольной работы, подведения промежуточных итогов (контрольные недели)

2.2.2. Экзамен

Максимальная сумма баллов $R_{итог} = 40$ складывается из баллов, полученных за ответ на вопросы экзаменационного билета.

Экзамен проводится в устной форме.

Структура билета

1. Два теоретических вопроса по материалам главы 1, «Подразбиение на модули». За ответ на каждый из вопросов студент может получить до 7 баллов (в сумме — 14 баллов).

2. Две задачи первого уровня:

- 1) задача по комбинаторике — до 5 баллов;
- 2) задача по элементарной теории вероятностей — до 5 баллов.

Итого по задачам первого уровня — до 10 баллов.

3. Две задачи второго уровня:

- 1) задача на дискретную случайную величину — до 8 баллов;
- 2) задача на непрерывную случайную величину — до 8 баллов.

Итого по задачам второго уровня — до 16 баллов.

Таким образом, максимальное значение $R_{итог} = 14 + 10 + 16 = 40$.

Ниже приведен образец экзаменационного билета.



Министерство образования и науки Российской Федерации
Новосибирский государственный технический университет
Кафедра высшей математики

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1
по дисциплине ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
Факультет РЭФ. Курс 2.

Теоретические вопросы

1. Теорема умножения.
2. Понятие о регрессионном анализе.

Задачи

ПЕРВЫЙ УРОВЕНЬ

1. В танцзале 15 юношей и 13 девушек. Сколько различных пар может быть составлено?
2. Из 30-ти вопросов студент знает 25. Какова вероятность того, что в наудачу взятом билете оба вопроса он не знает?

ВТОРОЙ УРОВЕНЬ

3. У стрелка 5 патронов, и он стреляет по мишени до первого попадания. Составьте ряд распределения числа оставшихся патронов.
4. Плотность распределения $f(x)$ случайной величины ξ задана формулой:

$$f(x) = \begin{cases} A(x^2 + 0,1) & \text{при } x \in (0, 1]; \\ 0 & \text{при } x \notin (0, 1]. \end{cases}$$

Найдите значения A и M_ξ , а также вероятность попадания в интервал $[0,5; 0,9]$

Составил _____ А.Н. Буров.

Дата: 20 июня 2014 г.

Глава 3

Индивидуальные задания (типовой расчет)

Оценивание задач типового расчета

Варианты типового расчета распределяются преподавателем на первом занятии в семестре. При этом вариант № 21 никому не выдается — он разбирается как образец на лекциях и практических занятиях.

Задачи типового расчета, за исключением помеченных как «Бонус», обязательны для всех. «Бонусные» задачи — это задачи повышенной сложности, как правило, креативного характера. Они — источник дополнительных баллов для получения «автомата» наиболее сильными студентами в соответствии с пунктом 2.1.3(9) кафедрального положения об аттестации. «Бонусные» баллы не входят в число 40 обязательных, для их начисления предусмотрена процедура защиты.

Количество баллов, начисляемое за каждую из задач, а также их краткие характеристики (темы), приведены в следующей таблице.

Таблица 2

Номер задачи	Характеристика задачи	Общий балл	Бонусный балл
1	Комбинаторика	3	
2	Геометрическая вероятность	3	
3	Теоремы сложения и умножения	3	
4	Формулы Байеса и полной вероятности	3	
5	Дискретная случайная величина	3	
6	Непрерывная случайная величина	3	
7	Схема Бернулли	4	
8	Двумерная дискретная случайная величина	4	
9(Бонус)	Двумерная непрерывная случайная величина		15
10	Методы моментов и максимального правдоподобия	4	
10(Бонус)	Проверка несмещенности, эффективности и состоятельности		15
11	Точечные оценки	3	
12	Критерий Колмогорова	3	
13	Регрессионный анализ	4	
Всего баллов:		40	30

Источники задач типового расчета:

- типовой расчет по теории вероятностей и математической статистике, разработанный на кафедре высшей математики (приведен в пособии [4]);
- собственные измышления.

Вариант № 1

1. Из корзины с пятью красными яблоками и четырьмя зелеными берутся (без возвращения) наудачу три яблока. С какой вероятностью среди этих трех яблок: а) ровно два зеленых, б) хотя бы одно красное?
2. Молодой человек договорился встретиться с девушкой между 9 и 10 часами и обещал ждать её до 10 часов. Девушка обещала ждать его 10 минут, если придет раньше. Найти вероятность того, что они встретятся. Предполагается, что моменты их прихода равновероятны в течение часа.
3. При передаче текста в среднем 5% букв искажается и принимается неверно. Передано слово из 6 букв. Какова вероятность того, что все буквы слова будут приняты правильно? Предполагается, что буквы искажаются независимо друг от друга.
4. В тире имеется 6 одинаковых на вид ружей. Вероятность попадания в мишень для двух из них по 0,9, для трех по 0,8 и для одного 0,3. Какова вероятность того, что стрелок попадет в мишень, если он выбирает ружье наудачу? Какова вероятность того, что было выбрано ружье, для которого вероятность попадания 0,3, при условии, что стрелок попал в мишень?
5. Вероятность попадания в мишень равна 0,6 при каждом выстреле. Стрельба ведется одиночными выстрелами до первого попадания, пока не будет израсходован боезапас. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа произведенных выстрелов, если боезапас составляет 3 единицы. Построить график функции распределения.
6. Случайная величина ξ имеет треугольное распределение. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} Ax & \text{при } 0 \leq x \leq \vartheta; \\ 0 & \text{при } x \notin [0, \vartheta]. \end{cases}$$

Найти коэффициент A , математическое ожидание и среднеквадратическое (стандартное) отклонение. Найти вероятность того, что $\xi > \frac{\vartheta}{2}$. Начертить графики плотности распределения и функции распределения.

7. В случаях 1), 2) и 3) рассматриваются серии из n независимых испытаний с двумя исходами в каждом — «успех» или «неуспех». Вероятность «успеха» равна p , «неуспеха» $q = 1 - p$ в каждом испытании. Случайная величина ξ — число успехов в серии из n испытаний. Требуется:
 - 1) для $n = 5$ и $p = 0,2$ построить ряд распределения и график функции распределения случайной величины ξ , найти вероятность $P(\xi \leq 2)$;
 - 2) для $n = 100$ и $p = 0,002$ найти вероятность $P(\xi \leq 2)$ приближенно с помощью распределения Пуассона, оценить точность приближения;
 - 3) для $n = 100$ и $p = 0,2$ найти вероятность $P(16 \leq \xi \leq 40)$ приближенно с помощью теоремы Муавра–Лапласа.
8. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (ξ, η) задан таблицей.

	$\eta = -1$	$\eta = 0$	$\eta = 1$
$\xi = 1$	0,2	0,1	0,3
$\xi = 2$	0	0,1	0,2
$\xi = 3$	0	0,1	0

Найти:

- 1) частные законы распределения случайных величин ξ и η ;
 - 2) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 3) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 4) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 5) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$;
 - 6) условный закон распределения случайной величины ξ при условии, что случайная величина η принимает свое наименьшее значение.
9. БОНУС. Вне области $U = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ плотность распределения двумерной случайной величины (ξ, η) равна нулю. В области U плотность $f(x, y) = A(x + y)$. Найти:
- 1) коэффициент A ;
 - 2) вероятность $P((\xi, \eta) \in G)$, где $G = \{x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$;
 - 3) одномерные плотности распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$;
 - 4) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 5) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 6) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 7) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$.
10. Для выборки $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\vartheta > 2$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Плотность распределения равна $f(x) = \begin{cases} \vartheta x^{-(\vartheta+1)} & \text{при } x > 1; \\ 0 & \text{при } x \leq 1. \end{cases}$
- БОНУС. Проверить несмещенность, эффективность и состоятельность полученных оценок.
11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.
- 0,78 1,26 1,58 2,11 0,01 1,35 2,05 0,76 1,65 1,61 0,12 2,03 1,07 1,10
3,06 0,38 0,64 1,63 0,54 2,65 0,82 1,21 0,73 1,99 2,44 0,93 0,47 0,88
12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке $[0, 2]$. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.
- 0,46 0,68 0,59 1,97 1,03 0,62 0,89 1,93 0,88
1,66 1,34 1,99 0,59 0,00 0,46 1,48 1,35 1,74
13. Для заданных массивов найти уравнение линейной регрессии y на x , оценить величину среднеквадратического отклонения.
- x_i : 0,200 0,502 0,797 1,105 1,393 1,708 1,993 2,311 2,655 2,904
 y_i : -1,214 -1,06 -1,028 -0,947 -0,760 -0,824 -0,697 -0,611 -0,408 -0,447

Вариант № 2

- Бросают 3 игральные кости. Какова вероятность того, что на них выпадет разное число очков?
- В квадрат с вершинами $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,0)$, $(1,1)$ наудачу брошена точка. Пусть (X, Y) — ее координаты. Найти $P(\max\{X + 3Y, Y\}) \leq \frac{1}{2}$.
- На трех телеканалах часть времени занята рекламой: на первом — 60% времени, на втором — 40%, на местном — 30%. Найти вероятность того, что в случайный момент времени нет рекламы хотя бы на одном из каналов.
- Одинаковые детали поступают на сборку с трех автоматов. Первый автомат дает 20%, второй 30%, третий 50% всех деталей, необходимых для сборки. Брак в продукции первого автомата составляет 2,5%, второго — 2%, третьего — 2,5%. Найти вероятность поступления на сборку бракованной детали. Найти вероятность того, что оказавшаяся бракованной деталь изготовлена на первом автомате.
- По мишени одновременно стреляют три стрелка, вероятности попаданий которых равны соответственно 0,55, 0,6 и 0,65. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа попаданий в мишень. Построить график функции распределения.
- Распределение Парето приближенно описывает распределение доходов физических лиц. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{A}{x^\alpha} & \text{при } x \geq \vartheta; \\ 0 & \text{при } x < \vartheta. \end{cases}$$

Здесь $\alpha > 2$, $\vartheta > 0$ — параметры распределения, A — нормирующая константа. Найти константу A . Вычислить значение параметра α , при котором математическое ожидание превосходит значение параметра ϑ в 3 раза.

- В случаях 1), 2) и 3) рассматриваются серии из n независимых испытаний с двумя исходами в каждом — «успех» или «неуспех». Вероятность «успеха» равна p , «неуспеха» $q = 1 - p$ в каждом испытании. Случайная величина ξ — число успехов в серии из n испытаний. Требуется:
 - для $n = 5$ и $p = 0,4$ построить ряд распределения и график функции распределения случайной величины ξ , найти вероятность $P(\xi \leq 2)$;
 - для $n = 50$ и $p = 0,004$ найти вероятность $P(\xi \leq 2)$ приближенно с помощью распределения Пуассона, оценить точность приближения;
 - для $n = 150$ и $p = 0,4$ найти вероятность $P(12 \leq \xi \leq 56)$ приближенно с помощью теоремы Муавра–Лапласа.
- Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (ξ, η) задан таблицей.

	$\eta = 1$	$\eta = 2$	$\eta = 3$
$\xi = 1$	0	0,1	0,1
$\xi = 2$	0,2	0	0,2
$\xi = 3$	0,2	0,2	0

Найти:

- частные законы распределения случайных величин ξ и η ;

- 2) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 3) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 4) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 5) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$;
 - 6) условный закон распределения случайной величины ξ при условии, что случайная величина η принимает свое наименьшее значение.
9. БОНУС. Вне области $U = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ плотность распределения двумерной случайной величины (ξ, η) равна нулю. В области U плотность $f(x, y) = A(2x + y)$. Найти:
- 1) коэффициент A ;
 - 2) вероятность $P((\xi, \eta) \in G)$, где $G = \{x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$;
 - 3) одномерные плотности распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$;
 - 4) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 5) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 6) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 7) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$.
10. Для выборки $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\vartheta > 0$ по второму моменту и методом максимального правдоподобия. Плотность распределения равна $f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{\vartheta} e^{-x^2/\vartheta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$
- БОНУС. Проверить несмещенность, эффективность и состоятельность полученных оценок.
11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.
- 2,05 0,80 0,32 3,31 1,12 3,29 3,87 2,65 2,01 2,65 1,19 -0,85 4,07 1,23
3,38 5,17 1,51 2,20 5,41 1,22 1,89 2,02 3,17 -1,02 2,73 1,10 3,87
12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке $[0, 2]$. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.
- 0,24 1,25 0,87 0,54 0,48 1,20 1,79 0,62 0,75 0,55
0,46 1,02 1,71 1,91 0,83 0,99 1,46 1,09 0,94
13. Для заданных массивов найти уравнение линейной регрессии y на x , оценить величину среднеквадратичного отклонения.
- x_i : -0,010 0,020 0,050 0,080 0,109 0,141 0,169 0,201 0,235 0,260
 y_i : -1,237 -1,255 -1,348 -1,348 -1,381 -1,421 -1,450 -1,490 -1,533 -1,561

Вариант № 3

1. В студенческой группе 15 юношей и 10 девушек. На университетский праздничный бал группа получила только 2 пригласительных билета, которые разыгрываются по жребию. Какова вероятность того, что на бал попадут юноша и девушка?
2. В квадрат с вершинами $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,0)$, $(1,1)$ наудачу брошена точка. Пусть (X,Y) — ее координаты. Найти $P(\max\{2X,Y\} < \frac{1}{3})$.
3. Рабочий обслуживает 4 станка, работающих независимо друг от друга. Вероятность того, что в течение часа станок не потребует внимания рабочего, равна для первого станка 0,6, для второго — 0,8, для третьего — 0,9, для четвертого — 0,7. Найти вероятность того, что хотя бы один из станков в течение часа не потребует внимания рабочего.
4. Станок обрабатывает 2 вида деталей A и B , причем время работы распределяется между ними в соотношении 1:4. При обработке детали вида A он работает с максимальной для него нагрузкой в течение 70% времени, при обработке детали вида B — 50% времени. В случайный момент времени станок работал с максимальной нагрузкой. Определить вероятность того, что в это время он обрабатывал деталь вида A ; вида B .
5. Вероятность попадания баскетбольного мяча в кольцо при бросании начинающим спортсменом равна $\frac{1}{4}$. Мяч бросают до первого попадания, но дают не более 4 попыток. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа промахов. Построить график функции распределения.
6. Скорость пешехода на дистанции в 1 км является случайной величиной, равномерно распределенной на отрезке от 2 км/ч до 4 км/ч. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение времени, затраченного на преодоление дистанции. Найти вероятность того, что это время превысит 24 минуты.
7. В случаях 1), 2) и 3) рассматриваются серии из n независимых испытаний с двумя исходами в каждом — «успех» или «неуспех». Вероятность «успеха» равна p , «неуспеха» $q = 1 - p$ в каждом испытании. Случайная величина ξ — число успехов в серии из n испытаний. Требуется:
 - 1) для $n = 5$ и $p = 0,9$ построить ряд распределения и график функции распределения случайной величины ξ , найти вероятность $P(\xi \leq 2)$;
 - 2) для $n = 50$ и $p = 0,002$ найти вероятность $P(\xi \leq 2)$ приближенно с помощью распределения Пуассона, оценить точность приближения;
 - 3) для $n = 192$ и $p = 0,25$ найти вероятность $P(40 \leq \xi \leq 56)$ приближенно с помощью теоремы Муавра–Лапласа.
8. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (ξ, η) задан таблицей.

	$\eta = -2$	$\eta = -1$	$\eta = 0$
$\xi = 0$	0,1	0,2	0,1
$\xi = 1$	0,1	0	0,1
$\xi = 2$	0,2	0,1	0,1

Найти:

- 1) частные законы распределения случайных величин ξ и η ;

- 2) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 3) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 4) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 5) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$;
 - 6) условный закон распределения случайной величины ξ при условии, что случайная величина η принимает свое наименьшее значение.
9. БОНУС. Вне области $U = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ плотность распределения двумерной случайной величины (ξ, η) равна нулю. В области U плотность $f(x, y) = A(x + 2y)$. Найти:
- 1) коэффициент A ;
 - 2) вероятность $P((\xi, \eta) \in G)$, где $G = \{x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$;
 - 3) одномерные плотности распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$;
 - 4) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 5) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 6) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 7) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$.
10. Для выборки $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\vartheta > 0$ по третьему моменту и методом максимального правдоподобия. Плотность распределения равна $f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2}{\vartheta} e^{-x^3/\vartheta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$
- БОНУС. Проверить несмещенность, эффективность и состоятельность полученных оценок.
11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.
- 7,61 3,33 7,35 3,05 2,54 1,91 1,77 2,92 5,95 2,31 0,27 5,12 6,60 -1,58 5,42
5,67 6,28 -0,09 2,74 2,45 1,11 6,97 -1,59 -1,41 2,69 4,99 7,24 1,75 4,76
12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке $[0; 2]$. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.
- 0,49 1,42 0,61 2,00 0,59 0,58 1,18 1,58 1,01 0,57
0,05 0,25 0,17 1,30 0,52 0,91 0,84 1,66 1,24
13. Для заданных массивов найти уравнение линейной регрессии y на x , оценить величину среднеквадратического отклонения.
- x_i : 0,100 0,501 0,896 1,305 1,691 2,109 2,490 2,913 3,368 3,704
 y_i : -0,980 0,107 0,911 2,309 3,333 4,750 5,550 6,584 8,878 8,713

Вариант № 4

1. В компании из трех человек решили сделать друг другу подарки, для чего каждый принес подарок. Все подарки сложили вместе, перемешали и случайно распределили среди участников. Найти вероятность, что хотя бы один подарок вернется к своему владельцу.
2. На линейке длиной 20 см случайно сделаны две насечки. Какова вероятность того, что первая окажется дальше от начала не менее, чем на 5 см, по сравнению со второй?
3. Детали проходят три операции обработки. На каждой из операций может возникнуть брак независимо от остальных операций с вероятностями 0,02, 0,03 и 0,035 соответственно. Найти вероятность получения небракованной детали.
4. Вероятность того, что изделие удовлетворяет стандарту, равна 0,95. На заводе принята система из трех независимых испытаний, каждое из которых изделие, удовлетворяющее стандарту, проходит с вероятностью 0,8, а неудовлетворяющее — с вероятностью 0,3. Какова вероятность того, что наудачу взятое изделие выдержит испытания? Какова вероятность того, что изделие, выдержавшее испытания, удовлетворяет стандарту?
5. Вероятность изготовления нестандартного изделия при налаженной технологии постоянна и равна $\frac{1}{5}$. Для проверки изделий отдел технического контроля берет из партии изделия одно за другим, но не более 3 изделий. При обнаружении нестандартного изделия вся партия задерживается. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа изделий, проверяемых в каждой партии. Построить график функции распределения.
6. Мощность W , выделяемая на сопротивлении R , вычисляется по закону $W = RI^2$, где I — сила тока. Предполагается, что сила тока распределена равномерно на отрезке от 1 до 2 ампер. Найти плотность распределения и математическое ожидание мощности, выделяемой на сопротивлении в 1000 Ом. Найти вероятность того, что мощность превысит 2 кВт.
7. В случаях 1), 2) и 3) рассматриваются серии из n независимых испытаний с двумя исходами в каждом — «успех» или «неуспех». Вероятность «успеха» равна p , «неуспеха» $q = 1 - p$ в каждом испытании. Случайная величина ξ — число успехов в серии из n испытаний. Требуется:
 - 1) для $n = 5$ и $p = 0,5$ построить ряд распределения и график функции распределения случайной величины ξ , найти вероятность $P(\xi \leq 2)$;
 - 2) для $n = 20$ и $p = 0,01$ найти вероятность $P(\xi \leq 2)$ приближенно с помощью распределения Пуассона, оценить точность приближения;
 - 3) для $n = 100$ и $p = 0,1$ найти вероятность $P(5 \leq \xi \leq 15)$ приближенно с помощью теоремы Муавра–Лапласа.
8. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (ξ, η) задан таблицей.

	$\eta = 0$	$\eta = 1$	$\eta = 2$
$\xi = -2$	0,2	0,1	0,2
$\xi = -1$	0,1	0,1	0
$\xi = 0$	0,1	0,1	0,1

Найти:

- 1) частные законы распределения случайных величин ξ и η ;

- 2) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 3) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 4) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 5) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$;
 - 6) условный закон распределения случайной величины ξ при условии, что случайная величина η принимает свое наименьшее значение.
9. БОНУС. Вне области $U = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ плотность распределения двумерной случайной величины (ξ, η) равна нулю. В области U плотность $f(x, y) = Axy$. Найти:
- 1) коэффициент A ;
 - 2) вероятность $P((\xi, \eta) \in G)$, где $G = \{x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$;
 - 3) одномерные плотности распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$;
 - 4) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 5) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 6) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 7) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$.
10. Для выборки $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\vartheta > 0$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Плотность распределения равна $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\vartheta\sqrt{x}} e^{-\sqrt{x}/\vartheta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$
- БОНУС. Проверить несмещенность, эффективность и состоятельность полученных оценок.
11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.
- −1,70 −0,72 −4,46 −3,24 2,42 −1,70 −1,24 −0,07 6,20 2,67 1,80 0,26 9,61 2,51
1,44 −3,65 5,50 4,17 −2,06 7,48 2,60 7,61 2,54 9,77 9,67 7,36 7,86 11,22 3,38
12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке $[0; 2]$. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.
- 1,60 1,44 0,70 1,33 0,74 0,61 1,03 1,25 0,85
0,81 1,04 0,76 0,80 1,55 1,61 0,82 1,70 1,63
13. Для заданных массивов найти уравнение линейной регрессии y на x , оценить величину среднеквадратического отклонения.
- x_i : 1,100 2,111 3,090 4,121 5,075 6,131 7,076 8,140 9,294 10,118
 y_i : −1,365 −1,543 −1,592 −1,730 −1,920 −2,082 −2,047 −2,188 −2,485 −2,413

Вариант № 5

1. В шахматном турнире участвуют 10 человек, которые разбиваются на пары по жребии. Какова вероятность того, что два самых сильных шахматиста попадут в одну пару?
2. В круг единичного радиуса наудачу брошены пять точек. С какой вероятностью расстояние от границы круга до ближайшей точки окажется не меньше $\frac{1}{3}$?
3. Вероятность установления соединения с сервером при каждой попытке равна 0,95. Найти вероятность того, что соединение будет установлено в точности с третьей попытки.
4. На сборку поступают детали с двух автоматов. Первый автомат дает 80%, а второй 20% всех деталей, необходимых для сборки. Брак в продукции первого автомата составляет 1%, а второго — 4%. Какова вероятность того, что случайно выбранная деталь окажется доброкачественной? Какова вероятность того, что деталь изготовлена на первом автомате, если она оказалась бракованной?
5. Вероятность отказа сервера при каждом из независимых подключений с помощью модема равна 0,3. Попытки подключения производятся до установления связи. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа произведенных попыток подключения, если число попыток ограничено четырьмя. Построить график функции распределения.
6. Закон Рэлея с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} Axe^{-x^2/(2\sigma^2)} & \text{при } x \geq 0; \\ 0 & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

в ряде случаев описывает распределение срока службы электронной аппаратуры. Найти коэффициент A , математическое ожидание и дисперсию. (Рекомендуется использовать таблицы определенных интегралов).

7. В случаях 1), 2) и 3) рассматриваются серии из n независимых испытаний с двумя исходами в каждом — «успех» или «неуспех». Вероятность «успеха» равна p , «неуспеха» $q = 1 - p$ в каждом испытании. Случайная величина ξ — число успехов в серии из n испытаний. Требуется:
 - 1) для $n = 4$ и $p = 0,15$ построить ряд распределения и график функции распределения случайной величины ξ , найти вероятность $P(\xi \leq 2)$;
 - 2) для $n = 20$ и $p = 0,015$ найти вероятность $P(\xi \leq 2)$ приближенно с помощью распределения Пуассона, оценить точность приближения;
 - 3) для $n = 400$ и $p = 0,2$ найти вероятность $P(75 \leq \xi \leq 100)$ приближенно с помощью теоремы Муавра–Лапласа.
8. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (ξ, η) задан таблицей.

	$\eta = -2$	$\eta = 2$	$\eta = 3$
$\xi = 0$	0,1	0,1	0,2
$\xi = 1$	0,2	0	0,1
$\xi = 2$	0,2	0,1	0

Найти:

- 1) частные законы распределения случайных величин ξ и η ;
 - 2) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 3) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 4) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 5) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$;
 - 6) условный закон распределения случайной величины ξ при условии, что случайная величина η принимает свое наименьшее значение.
9. БОНУС. Вне области $U = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ плотность распределения двумерной случайной величины (ξ, η) равна нулю. В области U плотность $f(x, y) = Ax^2y$. Найти:
- 1) коэффициент A ;
 - 2) вероятность $P((\xi, \eta) \in G)$, где $G = \{x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$;
 - 3) одномерные плотности распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$;
 - 4) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 5) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 6) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 7) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$.
10. Для выборки $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\vartheta > 0$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Плотность распределения равна $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\vartheta} e^{-x/\vartheta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$
- БОНУС. Проверить несмещенность, эффективность и состоятельность полученных оценок.
11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.
- 4,83 -1,10 13,11 10,84 9,45 8,56 7,87 7,34 -4,06 3,48 4,70 7,13 -1,08
 4,53 13,56 2,66 7,29 9,41 11,86 9,54 10,86 2,50 -2,84 11,21 8,93
12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке $[0; 2]$. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.
- 0,32 0,49 1,12 1,98 0,25 1,52 0,52 0,03 1,10
 1,59 0,27 1,30 1,79 1,93 0,23 1,84 1,04
13. Для заданных массивов найти уравнение линейной регрессии y на x , оценить величину среднеквадратичного отклонения.
- x_i : 0,903 1,494 2,109 2,686 3,315 3,885 4,520 5,206 5,707 6,250
 y_i : 0,215 1,019 1,958 3,099 4,123 4,654 6,623 7,182 7,427 8,873

Вариант № 6

1. Шесть книг на полке расставлены случайным образом. Найти вероятность того, что две определенные книги окажутся рядом (в любом порядке).
2. Два лица A и B имеют одинаковую вероятность прийти к указанному месту в любой момент времени между 12 и 13 часами. Лицо A ждет другого в течение 10 минут, после чего уходит; лицо B ждет другого в течение 15 минут. Найти вероятность того, что A и B встретятся.
3. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна $0,7$. По мишени стреляют одиночными выстрелами до первого попадания, после чего стрельбу прекращают. Найти вероятность того, что будет сделано не более трех выстрелов.
4. Студент выучил к экзамену только 20 вопросов из 30. Для сдачи экзамена достаточно ответить на два из трех разных вопросов. Какова вероятность того, что экзамен будет сдан? Какова вероятность того, что студент ответил на все три вопроса, если известно, что он сдал экзамен?
5. Пользователь компьютера забыл пароль и перебирает наудачу 4 возможных. После трех неудачных попыток компьютер блокируется. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа попыток. Построить график функции распределения.
6. Скорость v молекул газа имеет плотность распределения

$$f(v) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{v^2}{\sigma^3} e^{-v^2/(2\sigma^2)} & \text{при } v \geq 0; \\ 0 & \text{при } v < 0 \end{cases}$$

(распределение Максвелла). Определить математическое ожидание v . (Можно использовать таблицы определенных интегралов).

7. В случаях 1), 2) и 3) рассматриваются серии из n независимых испытаний с двумя исходами в каждом — «успех» или «неуспех». Вероятность «успеха» равна p , «неуспеха» $q = 1 - p$ в каждом испытании. Случайная величина ξ — число успехов в серии из n испытаний. Требуется:

- 1) для $n = 5$ и $p = \frac{1}{3}$ построить ряд распределения и график функции распределения случайной величины ξ , найти вероятность $P(\xi \leq 2)$;
- 2) для $n = 20$ и $p = 0,02$ найти вероятность $P(\xi \leq 2)$ приближенно с помощью распределения Пуассона, оценить точность приближения;
- 3) для $n = 600$ и $p = 0,4$ найти вероятность $P(250 \leq \xi \leq 330)$ приближенно с помощью теоремы Муавра–Лапласа.

8. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (ξ, η) задан таблицей.

	$\eta = 1$	$\eta = 2$	$\eta = 4$
$\xi = -2$	0	0,2	0
$\xi = -1$	0,2	0,1	0
$\xi = 0$	0,2	0,2	0,1

Найти:

- 1) частные законы распределения случайных величин ξ и η ;

- 2) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 3) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 4) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 5) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$;
 - 6) условный закон распределения случайной величины ξ при условии, что случайная величина η принимает свое наименьшее значение.
9. БОНУС. Вне области $U = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ плотность распределения двумерной случайной величины (ξ, η) равна нулю. В области U плотность $f(x, y) = Axy^2$. Найти:
- 1) коэффициент A ;
 - 2) вероятность $P((\xi, \eta) \in G)$, где $G = \{x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$;
 - 3) одномерные плотности распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$;
 - 4) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 5) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 6) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 7) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$.
10. Для выборки $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\vartheta > 0$ по третьему моменту и методом максимального правдоподобия. Плотность распределения равна $f(x) = \begin{cases} \frac{3\sqrt{x}}{2\vartheta} e^{-x\sqrt{x}/\vartheta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$
- БОНУС. Проверить несмещенность, эффективность и состоятельность полученных оценок.
11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.
- 5,16 6,70 2,88 9,09 -2,06 6,25 6,46 4,25 16,16 7,07 1,35 13,58 7,96 14,64
-2,14 10,81 2,50 2,24 -1,04 5,31 11,93 16,20 7,49 -5,21 5,90 5,63 7,26
12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке $[0; 2]$. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.
- 0,46 0,79 0,64 1,06 0,42 0,69 1,65 0,45 0,43
1,48 0,44 0,97 1,49 0,46 1,29 0,37 0,45
13. Для заданных массивов найти уравнение линейной регрессии y на x , оценить величину среднеквадратического отклонения.
- x_i : 0,555 0,649 0,755 0,847 0,956 1,048 1,157 1,279 1,355 1,441
 y_i : -1,911 -2,034 -2,165 -2,257 -2,389 -2,517 -2,651 -2,771 -2,890 -2,964

Вариант № 7

1. Один школьник, желая подшутить над своими товарищами, собрал в гардеробе все пальто, а потом развесил их в случайном порядке. Какова вероятность, что каждое пальто снова попало на прежнее место, если в гардеробе шесть крючков и на них висело шесть пальто.
2. На отрезке AB наудачу выбираются две точки M и N . Какова вероятность того, что точка M окажется ближе к точке N , чем к точке A ?
3. Радиосигнал передается последовательно через 3 ретранслятора. На каждом ретрансляторе может возникнуть помеха независимо от остальных ретрансляторов с вероятностями 0,02, 0,03 и 0,04 соответственно. Найти вероятность получения радиосигнала без помехи.
4. Прибор состоит из двух независимо работающих блоков, вероятности отказа которых за смену равны соответственно 0,05 и 0,08. Вероятность выхода из строя прибора при отказе одного из блоков равна 0,8; при отказе обоих блоков — 1. Определить вероятность выхода прибора из строя за смену. Найти вероятность того, что отказали оба блока, если известно, что прибор вышел из строя.
5. При игре с автоматом в случае выигрыша игрок получает 10 рублей. Вероятность выигрыша составляет 0,3. Найти сумму X рублей, которую игрок бросает в автомат и теряет в случае проигрыша, если математическое ожидание выигрыша равно минус 2 рублям. (В случае проигрыша сумма выигрыша считается отрицательным числом, равным сумме проигрыша, взятой со знаком «минус».) Найти ряд распределения и дисперсию суммы выигрыша. Построить график функции распределения.
6. Плотность распределения вероятностей случайной величины ξ имеет вид $f(x) = e^{-2|x|}$ (распределение Лапласа). Найти коэффициент A , вычислить математическое ожидание и стандартное отклонение. Найти вероятность того, что случайная величина ξ примет значение, большее 1.
7. В случаях 1), 2) и 3) рассматриваются серии из n независимых испытаний с двумя исходами в каждом — «успех» или «неуспех». Вероятность «успеха» равна p , «неуспеха» $q = 1 - p$ в каждом испытании. Случайная величина ξ — число успехов в серии из n испытаний. Требуется:
 - 1) для $n = 6$ и $p = 0,1$ построить ряд распределения и график функции распределения случайной величины ξ , найти вероятность $P(\xi \leq 2)$;
 - 2) для $n = 600$ и $p = 0,0025$ найти вероятность $P(\xi \leq 2)$ приближенно с помощью распределения Пуассона, оценить точность приближения;
 - 3) для $n = 768$ и $p = 0,25$ найти вероятность $P(190 \leq \xi \leq 220)$ приближенно с помощью теоремы Муавра–Лапласа.
8. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (ξ, η) задан таблицей.

	$\eta = -2$	$\eta = 0$	$\eta = 1$
$\xi = 1$	0,1	0,1	0,2
$\xi = 2$	0,1	0,2	0,1
$\xi = 4$	0	0,1	0,1

Найти:

- 1) частные законы распределения случайных величин ξ и η ;

- 2) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 3) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 4) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 5) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$;
 - 6) условный закон распределения случайной величины ξ при условии, что случайная величина η принимает свое наименьшее значение.
9. БОНУС. Вне области $U = \{x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$ плотность распределения двумерной случайной величины (ξ, η) равна нулю. В области U плотность $f(x, y) = Axy$. Найти:
- 1) коэффициент A ;
 - 2) вероятность $P((\xi, \eta) \in G)$, где $G = \left\{0 \leq x \leq \frac{1}{2}, 0 \leq y \leq \frac{1}{2}\right\}$;
 - 3) одномерные плотности распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$;
 - 4) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 5) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 6) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 7) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$.
10. Для выборки $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $0 < \vartheta < 1$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Плотность распределения равна $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\vartheta} x^{-(\vartheta+1)/\vartheta} & \text{при } x > 1; \\ 0 & \text{при } x \leq 1. \end{cases}$
- БОНУС. Проверить несмещенность, эффективность и состоятельность полученных оценок.
11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.
- 1,29 12,70 10,80 -10,19 4,32 12,02 13,68 3,75 -0,90 2,94 15,07 2,08 16,22
13,42 1,55 -6,05 15,70 12,35 13,94 -0,56 24,10 7,45 3,60 -0,24 16,84 6,13
-5,28 3,00 10,04
12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке $[0; 2]$. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.
- 0,28 1,13 1,78 0,65 0,55 1,02 0,88 0,76 0,57
1,71 0,62 1,69 0,15 0,23 1,99 1,53 1,91 1,57
13. Для заданных массивов найти уравнение линейной регрессии y на x , оценить величину среднеквадратического отклонения.
- x_i : -1,520 -1,005 -0,515 -0,009 0,491 0,986 1,495 2,024 2,485 2,960
 y_i : -5,053 -3,603 -2,457 -1,310 0,896 1,062 2,252 3,230 4,572 6,719

Вариант № 8

1. Номер лотерейного билета состоит из трех цифр. Какова вероятность того, что все цифры взятого наудачу билета окажутся различными?
2. На отрезке единичной длины наудачу поставлены две точки, в результате чего этот отрезок оказывается разделенным на три части. Определить вероятность того, что длина хотя бы одной из первых двух получившихся частей не превосходит $\frac{2}{3}$.
3. По мишени по одному разу стреляют 3 стрелка. Вероятность попадания для первого равна 0,5, для второго — 0,6, для третьего — 0,7. Найти вероятность ровно двух попаданий.
4. В семи урнах содержится по 2 белых и 2 черных шара, а в трех урнах по 7 белых и 3 черных шара. Какова вероятность, что из урны, взятой наудачу, будет извлечен белый шар? Найти вероятность, что шар извлечен из урны с 7 белыми и 3 черными шарами, если он оказался белым.
5. Прибор состоит из трех малонадежных элементов. Отказы элементов за некоторый период времени независимы, а их вероятности равны соответственно 0,1; 0,2; 0,3. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа отказавших элементов. Построить график функции распределения.
6. Точка M движется по оси Ox по закону $x = at^2$. В случайный момент времени, равномерно распределенный на отрезке $[0; 1]$, наблюдается положение ξ точки M . Найти плотность распределения, математическое ожидание и среднеквадратичное (стандартное) отклонение случайной величины ξ .
7. В случаях 1), 2) и 3) рассматриваются серии из n независимых испытаний с двумя исходами в каждом — «успех» или «неуспех». Вероятность «успеха» равна p , «неуспеха» $q = 1 - p$ в каждом испытании. Случайная величина ξ — число успехов в серии из n испытаний. Требуется:
 - 1) для $n = 4$ и $p = 0,4$ построить ряд распределения и график функции распределения случайной величины ξ , найти вероятность $P(\xi \leq 2)$;
 - 2) для $n = 50$ и $p = 0,004$ найти вероятность $P(\xi \leq 2)$ приближенно с помощью распределения Пуассона, оценить точность приближения;
 - 3) для $n = 100$ и $p = 0,9$ найти вероятность $P(85 \leq \xi \leq 92)$ приближенно с помощью теоремы Муавра–Лапласа.
8. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (ξ, η) задан таблицей.

	$\eta = 1$	$\eta = 0$	$\eta = 2$
$\xi = 2$	0,1	0,1	0,1
$\xi = 4$	0,1	0,2	0
$\xi = 6$	0,1	0,3	0

Найти:

- 1) частные законы распределения случайных величин ξ и η ;
- 2) математические ожидания M_ξ и M_η ;
- 3) дисперсии D_ξ и D_η ;

- 4) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
- 5) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$;
- 6) условный закон распределения случайной величины ξ при условии, что случайная величина η принимает свое наименьшее значение.
9. БОНУС. Вне области $U = \{0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}$ плотность распределения двумерной случайной величины (ξ, η) равна нулю. В области U плотность $f(x, y) = A(2x + y)$. Найти:
- 1) коэффициент A ;
- 2) вероятность $P((\xi, \eta) \in G)$, где $G = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$;
- 3) одномерные плотности распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$;
- 4) математические ожидания M_ξ и M_η ;
- 5) дисперсии D_ξ и D_η ;
- 6) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
- 7) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$.
10. Для выборки $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\vartheta > 3$ по второму моменту и методом максимального правдоподобия. Плотность распределения равна $f(x) = \begin{cases} (\vartheta - 1)x^{-\vartheta} & \text{при } x > 1; \\ 0 & \text{при } x \leq 1. \end{cases}$
- БОНУС. Проверить несмещенность, эффективность и состоятельность полученных оценок.
11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.
- 14,92 7,48 2,82 22,84 7,49 8,98 13,84 14,17 7,07 9,69 -8,35 12,77 14,93 5,81
8,62 11,22 3,85 2,86 9,52 15,93 9,43 19,48 19,19 12,20 19,40 12,09 8,47 6,79
12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке $[0; 2]$. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.
- 1,91 0,91 0,30 1,34 0,61 1,12 1,00 0,53 1,58 0,62
0,41 0,89 1,20 1,51 0,78 1,44 0,46 0,69 1,33
13. Для заданных массивов найти уравнение линейной регрессии y на x , оценить величину среднеквадратического отклонения.
- x_i : -0,415 -0,321 -0,234 -0,141 -0,053 0,037 0,128 0,220 0,306 0,393
 y_i : -0,539 -0,894 -0,900 -1,055 -1,163 -1,314 -1,425 -1,579 -1,684 -1,829

Вариант № 9

- В бригаде 3 рабочих. Какова вероятность того, что по крайней мере двое из них родились в один и тот же день недели? Считать, что вероятности родиться в каждый из дней одинаковы.
- На отрезке единичной длины наудачу поставлены две точки, в результате чего этот отрезок оказывается разделенным на три части. Определить вероятность того, что длина каждой из трех получившихся частей не превосходит $\frac{3}{4}$.
- Вероятность установления соединения с сервером при каждой попытке равна 0,75. Найти вероятность того, что соединение будет установлено не раньше 5-попытки.
- Телеграфное сообщение состоит из сигналов «точка» и «тире». Известно, что среди передаваемых сигналов «точка» и «тире» встречаются в отношении 3:2. Из-за помех искажается в среднем 25% сигналов «точка» и 20% сигналов «тире», причем «точка» искажается в «тире», а «тире» в «точку». Найти вероятность искажения сигнала. Определить вероятность того, что передавали «тире», если известно, что приняли «точку».
- Два игрока играют в шахматы на деньги. Известно, что в среднем из 4 партий одну выигрывает первый игрок, одна заканчивается вничью, и две выигрывает второй игрок. В случае проигрыша первый игрок платит второму 5 рублей. Сколько он должен получать в случае выигрыша, чтобы математическое ожидание его выигрыша равнялось нулю? Найти ряд распределения и дисперсию суммы выигрыша (отрицательная сумма выигрыша — это сумма проигрыша, взятая со знаком «минус»). Построить график функции распределения.
- Случайная величина ξ имеет плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-a)^2/(2\sigma^2)} & \text{при } x \in [a, \infty); \\ 0 & \text{при } x < a. \end{cases}$$
 Найти нормирующую константу A , вычислить математическое ожидание. Построить график плотности распределения при $a = \sigma = 1$.
- В случаях 1), 2) и 3) рассматриваются серии из n независимых испытаний с двумя исходами в каждом — «успех» или «неуспех». Вероятность «успеха» равна p , «неуспеха» $q = 1 - p$ в каждом испытании. Случайная величина ξ — число успехов в серии из n испытаний. Требуется:
 - для $n = 4$ и $p = \frac{1}{3}$ построить ряд распределения и график функции распределения случайной величины ξ , найти вероятность $P(\xi \leq 2)$;
 - для $n = 400$ и $p = 0,0025$ найти вероятность $P(\xi \leq 2)$ приближенно с помощью распределения Пуассона, оценить точность приближения;
 - для $n = 100$ и $p = 0,8$ найти вероятность $P(75 \leq \xi \leq 84)$ приближенно с помощью теоремы Муавра–Лапласа.
- Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (ξ, η) задан таблицей.

	$\eta = 2$	$\eta = 3$	$\eta = 4$
$\xi = -2$	0,1	0	0
$\xi = -1$	0,2	0,3	0,1
$\xi = 0$	0,1	0,1	0,1

Найти:

- 1) частные законы распределения случайных величин ξ и η ;
 - 2) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 3) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 4) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 5) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$;
 - 6) условный закон распределения случайной величины ξ при условии, что случайная величина η принимает свое наименьшее значение.
9. БОНУС. Вне области $U = \{0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}$ плотность распределения двумерной случайной величины (ξ, η) равна нулю. В области U плотность $f(x, y) = A(x + 2y)$. Найти:
- 1) коэффициент A ;
 - 2) вероятность $P((\xi, \eta) \in G)$, где $G = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$;
 - 3) одномерные плотности распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$;
 - 4) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 5) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 6) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 7) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$.
10. Для выборки $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\vartheta > 0$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Плотность распределения равна $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\vartheta^2} e^{-x/\vartheta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$
- БОНУС. Проверить несмещенность, эффективность и состоятельность полученных оценок.
11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.
- 22,59 -2,61 11,87 1,37 5,92 -5,10 5,38 14,71 7,55 3,91 1,23 8,50 -5,58 -1,97
17,93 9,42 11,99 9,39 4,78 5,43 9,40 8,68 2,20 7,15 14,78 14,77 -15,16
12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке $[0; 2]$. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.
- 1,49 1,96 0,64 0,76 0,01 0,82 0,23 0,82 1,96
1,28 1,49 1,07 1,92 0,17 1,68 1,01 0,48
13. Для заданных массивов найти уравнение линейной регрессии y на x , оценить величину среднеквадратического отклонения.
- x_i : -0,912 -0,603 -0,309 -0,006 0,294 0,592 0,897 1,214 1,491 1,776
 y_i : -1,015 -1,094 -1,172 -1,248 -1,327 -1,441 -1,482 -1,563 -1,734 -1,709

Вариант № 10

1. Из полного набора костей домино наудачу берутся пять костей. Найти вероятность того, что среди них будет хотя бы одна с шестеркой.
2. На линейке наудачу поставлены 2 точки. Какова вероятность того, что расстояние между ними окажется больше половины длины линейки?
3. Два стрелка поочередно стреляют по одной и той же мишени. У каждого стрелка 2 патрона. При первом попадании стрельба прекращается. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка $0,3$, для второго — $0,4$. Найти вероятность того, что оба стрелка израсходуют весь свой боезапас.
4. Первое орудие 2-орудийной батареи пристреляно так, что вероятность попадания для него равна $\frac{3}{11}$. Для второго орудия она равна $\frac{1}{5}$. Батарея дала залп по цели. Найти вероятность того, что цель поражена. Найти вероятность того, что первое орудие попало в цель, если известно, что цель была поражена. Для поражения цели достаточно одного попадания.
5. Вероятность приема отдельного сигнала равна $0,15$. Радиосигнал передается 4 раза. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа принятых сигналов. Построить график функции распределения. Найти вероятность того, что принятых сигналов будет не меньше 2, но не больше 3.
6. Радиус круга является случайной величиной, равномерно распределенной на отрезке $[0, 1]$. Найти плотность распределения, функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию площади круга. Найти вероятность того, что площадь превосходит $\frac{\pi}{16}$. Начертить графики плотности распределения и функции распределения.
7. В случаях 1), 2) и 3) рассматриваются серии из n независимых испытаний с двумя исходами в каждом — «успех» или «неуспех». Вероятность «успеха» равна p , «неуспеха» $q = 1 - p$ в каждом испытании. Случайная величина ξ — число успехов в серии из n испытаний. Требуется:
 - 1) для $n = 5$ и $p = 0,7$ построить ряд распределения и график функции распределения случайной величины ξ , найти вероятность $P(\xi \leq 2)$;
 - 2) для $n = 100$ и $p = 0,007$ найти вероятность $P(\xi \leq 2)$ приближенно с помощью распределения Пуассона, оценить точность приближения;
 - 3) для $n = 150$ и $p = 0,6$ найти вероятность $P(86 \leq \xi \leq 96)$ приближенно с помощью теоремы Муавра–Лапласа.
8. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (ξ, η) задан таблицей.

	$\eta = -3$	$\eta = -2$	$\eta = -1$
$\xi = -3$	0	0,1	0,2
$\xi = -2$	0,1	0	0,1
$\xi = -1$	0,2	0,1	0,2

Найти:

- 1) частные законы распределения случайных величин ξ и η ;
- 2) математические ожидания M_ξ и M_η ;

- 3) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 4) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 5) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$;
 - 6) условный закон распределения случайной величины ξ при условии, что случайная величина η принимает свое наименьшее значение.
9. БОНУС. Вне области $U = \{x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$ плотность распределения двумерной случайной величины (ξ, η) равна нулю. В области U плотность $f(x, y) = A(x + y)$. Найти:
- 1) коэффициент A ;
 - 2) вероятность $P((\xi, \eta) \in G)$, где $G = \left\{0 \leq x \leq \frac{1}{2}, 0 \leq y \leq \frac{1}{2}\right\}$;
 - 3) одномерные плотности распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$;
 - 4) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 5) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 6) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 7) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$.
10. Для выборки $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\vartheta > 0$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Плотность распределения равна $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2\vartheta^3} e^{-x/\vartheta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$
- БОНУС. Проверить несмещенность, эффективность и состоятельность полученных оценок.
11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.
- 9,36 19,48 3,89 4,45 15,11 15,90 24,94 1,72 3,25 -3,77 12,17 10,08 14,36 9,39
1,27 7,89 8,68 1,59 10,57 3,21 -6,11 15,61 10,82 1,68 5,63 6,79 20,27 -2,15
12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке $[0; 2]$. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.
- 0,46 1,43 0,40 1,23 1,40 0,76 1,09 1,65 1,32
1,24 1,39 0,81 0,39 0,76 1,14 1,24 1,69 1,58
13. Для заданных массивов найти уравнение линейной регрессии y на x , оценить величину среднеквадратического отклонения.
- x_i : 0,100 0,501 0,896 1,305 1,691 2,109 2,490 2,913 3,368 3,704
 y_i : -1,383 -1,512 -1,626 -1,708 -1,817 -1,974 -2,093 -2,161 -2,322 -2,350

Вариант № 11

1. В ящике лежат 3 черных и 3 белых шара. Найти вероятность того, что при последовательном случайном извлечении шаров из ящика сначала вынут все белые шары.
2. На отрезке единичной длины наудачу поставлены две точки, в результате чего этот отрезок оказывается разделенным на три части. Определить вероятность того, что длина каждой из трех получившихся частей не меньше $\frac{2}{3}$.
3. Вероятность изготовления некачественной детали равна 0,2. Найти вероятность того, что из 4 деталей найдется хотя бы одна качественная.
4. Запрос абонента автоматически с равными вероятностями направляется на один из двух серверов. Вероятность возникновения сбоя в работе первого сервера равна 0,1, второго — 0,01. Какова вероятность того, что запрос будет обслужен без сбоя? Какова вероятность того, что абонент обслуживался на первом сервере, если известно, что он был обслужен без сбоя?
5. Вероятность попадания в мишень равна 0,8 при каждом выстреле. Стрельба ведется одиночными выстрелами до первого попадания, пока не будет израсходован боезапас. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа произведенных выстрелов, если боезапас составляет 4 единицы. Построить график функции распределения.
6. Точку бросают наудачу в шар радиуса R . Случайная величина ξ — расстояние от точки до центра шара. Найти функцию распределения, плотность распределения, математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины ξ . Найти вероятность того, что ξ примет значение, большее половины радиуса шара. Начертить графики плотности распределения и функции распределения.
7. В случаях 1), 2) и 3) рассматриваются серии из n независимых испытаний с двумя исходами в каждом — «успех» или «неуспех». Вероятность «успеха» равна p , «неуспеха» $q = 1 - p$ в каждом испытании. Случайная величина ξ — число успехов в серии из n испытаний. Требуется:
 - 1) для $n = 5$ и $p = 0,8$ построить ряд распределения и график функции распределения случайной величины ξ , найти вероятность $P(\xi \leq 2)$;
 - 2) для $n = 50$ и $p = 0,002$ найти вероятность $P(\xi \leq 2)$ приближенно с помощью распределения Пуассона, оценить точность приближения;
 - 3) для $n = 192$ и $p = 0,75$ найти вероятность $P(130 \leq \xi \leq 150)$ приближенно с помощью теоремы Муавра–Лапласа.
8. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (ξ, η) задан таблицей.

	$\eta = 1$	$\eta = 2$	$\eta = 3$
$\xi = -1$	0,1	0,1	0
$\xi = 0$	0,2	0,2	0,1
$\xi = 1$	0,2	0,1	0

Найти:

- 1) частные законы распределения случайных величин ξ и η ;
- 2) математические ожидания M_ξ и M_η ;

- 3) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 4) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 5) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$;
 - 6) условный закон распределения случайной величины ξ при условии, что случайная величина η принимает свое наименьшее значение.
9. БОНУС. Вне области $U = \{x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$ плотность распределения двумерной случайной величины (ξ, η) равна нулю. В области U плотность $f(x, y) = A(2x + y)$. Найти:
- 1) коэффициент A ;
 - 2) вероятность $P((\xi, \eta) \in G)$, где $G = \left\{0 \leq x \leq \frac{1}{2}, 0 \leq y \leq \frac{1}{2}\right\}$;
 - 3) одномерные плотности распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$;
 - 4) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 5) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 6) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 7) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$.
10. Для выборки $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\vartheta > 3$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Плотность распределения равна $f(x) = \begin{cases} (\vartheta - 1)x^{-\vartheta} & \text{при } x > 1; \\ 0 & \text{при } x \leq 1. \end{cases}$
- БОНУС. Проверить несмещенность, эффективность и состоятельность полученных оценок.
11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.
- 1,87 1,26 1,58 2,11 0,01 1,35 2,05 0,76 1,65 1,61 0,12 2,03 1,07 1,10
3,06 0,38 0,64 1,63 0,54 2,65 0,82 1,21 0,73 1,99 2,44 0,93 0,47 0,88
12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке $[0; 2]$. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.
- 0,46 0,68 0,59 1,97 1,03 0,62 0,89 1,93 0,88
1,66 1,34 1,99 0,59 0,00 0,46 1,48 1,35 1,74
13. Для заданных массивов найти уравнение линейной регрессии y на x , оценить величину среднеквадратичного отклонения.
- x_i : 0,240 0,342 0,439 0,543 0,637 0,744 0,838 0,945 1,063 1,143
 y_i : -0,822 -0,641 -0,418 -0,284 -0,114 0,075 0,291 0,431 0,645 1,012

Вариант № 12

1. Бросают 4 игральные кости. Какова вероятность того, что на них выпадут только «5» и «6»?
2. На отрезке единичной длины наудачу поставлены две точки, в результате чего этот отрезок оказывается разделенным на три части. Определить вероятность того, что длина максимальной части из трех получившихся частей не превосходит $\frac{4}{5}$.
3. Радиосигнал передается последовательно через 3 ретранслятора. На каждом ретрансляторе может возникнуть помеха независимо от остальных ретрансляторов с вероятностями 0,02, 0,03 и 0,04 соответственно. Найти вероятность получения радиосигнала без помехи.
4. Одинаковые детали поступают на сборку с трех заводов. Первый завод дает 10%, второй 40%, третий 50% всех деталей, необходимых для сборки. Брак в продукции первого завода составляет 2%, второго — 3%, третьего — 4%. Найти вероятность поступления на сборку бракованной детали. Найти вероятность того, что оказавшаяся бракованной деталь изготовлена на первом заводе.
5. Для трех саженцев вероятности успешно вынести пересадку равны 0,7, 0,8 и 0,85. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа вынесших пересадку саженцев. Построить график функции распределения.
6. Распределение Парето приближенно описывает распределение доходов физических лиц. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{A}{x^{\alpha+1}} & \text{при } x \geq \vartheta; \\ 0 & \text{при } x < \vartheta. \end{cases}$$

Здесь $\alpha > 1$, $\vartheta > 0$ — параметры распределения, A — нормирующая константа. Найти константу A . Вычислить значение параметра α , при котором математическое ожидание превосходит значение параметра ϑ в 10 раз.

7. В случаях 1), 2) и 3) рассматриваются серии из n независимых испытаний с двумя исходами в каждом — «успех» или «неуспех». Вероятность «успеха» равна p , «неуспеха» $q = 1 - p$ в каждом испытании. Случайная величина ξ — число успехов в серии из n испытаний. Требуется:
 - 1) для $n = 4$ и $p = 0,1$ построить ряд распределения и график функции распределения случайной величины ξ , найти вероятность $P(\xi \leq 2)$;
 - 2) для $n = 40$ и $p = 0,001$ найти вероятность $P(\xi \leq 2)$ приближенно с помощью распределения Пуассона, оценить точность приближения;
 - 3) для $n = 100$ и $p = 0,1$ найти вероятность $P(8 \leq \xi \leq 20)$ приближенно с помощью теоремы Муавра–Лапласа.
8. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (ξ, η) задан таблицей.

	$\eta = 2$	$\eta = 3$	$\eta = 4$
$\xi = -1$	0,1	0,1	0,1
$\xi = 0$	0,2	0,2	0,2
$\xi = 1$	0,1	0	0

Найти:

- 1) частные законы распределения случайных величин ξ и η ;
 - 2) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 3) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 4) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 5) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$;
 - 6) условный закон распределения случайной величины ξ при условии, что случайная величина η принимает свое наименьшее значение.
9. БОНУС. Вне области $U = \{x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$ плотность распределения двумерной случайной величины (ξ, η) равна нулю. В области U плотность $f(x, y) = A(x + 2y)$. Найти:
- 1) коэффициент A ;
 - 2) вероятность $P((\xi, \eta) \in G)$, где $G = \left\{0 \leq x \leq \frac{1}{2}, 0 \leq y \leq \frac{1}{2}\right\}$;
 - 3) одномерные плотности распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$;
 - 4) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 5) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 6) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 7) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$.
10. Для выборки $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\vartheta > 0$ по второму моменту и методом максимального правдоподобия. Плотность распределения равна $f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{\vartheta^2} e^{-x^2/\vartheta^2} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$
- БОНУС. Проверить несмещенность, эффективность и состоятельность полученных оценок.
11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.
- 3,50 0,80 0,32 3,31 1,12 3,29 3,87 2,65 2,01 2,65 1,19 -0,85 4,07 1,23
3,38 5,17 1,51 2,20 5,41 1,22 1,89 2,02 3,17 -1,02 2,73 1,10 3,87
12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке $[0; 2]$. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.
- 1,42 1,25 0,87 0,54 0,48 1,20 1,79 0,62 0,75 0,55
0,46 1,02 1,71 1,91 0,83 0,99 1,46 1,09 0,94
13. Для заданных массивов найти уравнение линейной регрессии y на x , оценить величину среднеквадратичного отклонения.
- x_i : 2,100 3,179 4,311 5,363 6,522 7,564 8,732 9,998 10,908 11,899
 y_i : 0,389 0,980 2,120 3,925 3,834 4,654 5,572 6,535 7,272 8,016

Вариант № 13

1. В студенческой группе 10 юношей и 15 девушек. На университетский праздничный бал группа получила только 3 пригласительных билета, которые разыгрываются по жребию. Какова вероятность того, что на бал попадут три девушки?
2. На отрезке единичной длины наудачу поставлены две точки, в результате чего этот отрезок оказывается разделенным на три части. Определить вероятность того, что длина минимальной части из трех получившихся частей не превосходит $\frac{4}{5}$.
3. Системный администратор обслуживает 4 сервера, работающих независимо друг от друга. Вероятность того, что в течение рабочего дня сервер не потребует внимания администратора, равна для первого и второго сервера 0,8, для третьего и четвертого — 0,10. Найти вероятность того, что хотя бы один из серверов не потребует внимания администратора.
4. Фирма распространяет 2 вида рекламных листовок A и B , причем количества листовок двух видов находятся в соотношении 2:3. На листовку вида A положительно реагируют 20% получателей, на листовку вида B — 10% получателей. Найти вероятность положительной реакции получателя листовки. Найти вероятность того, что получена листовка вида A , если известно, что реакция была положительной.
5. Вероятность попадания баскетбольного мяча в кольцо при бросании начинающим спортсменом равна $\frac{1}{5}$. Мяч бросают до первого попадания, но дают не более 5 попыток. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа промахов. Построить график функции распределения.
6. Скорость автомобиля на дистанции в 100 км является случайной величиной, равномерно распределенной на отрезке от 40 км/ч до 80 км/ч. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение времени, затраченного на преодоление дистанции. Найти вероятность того, что это время превысит 2 часа.
7. В случаях 1), 2) и 3) рассматриваются серии из n независимых испытаний с двумя исходами в каждом — «успех» или «неуспех». Вероятность «успеха» равна p , «неуспеха» $q = 1 - p$ в каждом испытании. Случайная величина ξ — число успехов в серии из n испытаний. Требуется:
 - 1) для $n = 5$ и $p = 0,3$ построить ряд распределения и график функции распределения случайной величины ξ , найти вероятность $P(\xi \leq 2)$;
 - 2) для $n = 500$ и $p = 0,003$ найти вероятность $P(\xi \leq 2)$ приближенно с помощью распределения Пуассона, оценить точность приближения;
 - 3) для $n = 400$ и $p = 0,8$ найти вероятность $P(300 \leq \xi \leq 330)$ приближенно с помощью теоремы Муавра–Лапласа.
8. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (ξ, η) задан таблицей.

	$\eta = -3$	$\eta = 0$	$\eta = 1$
$\xi = -1$	0	0,1	0,2
$\xi = 1$	0,1	0,2	0,1
$\xi = 2$	0,1	0,1	0,1

Найти:

- 1) частные законы распределения случайных величин ξ и η ;
 - 2) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 3) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 4) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 5) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$;
 - 6) условный закон распределения случайной величины ξ при условии, что случайная величина η принимает свое наименьшее значение.
9. БОНУС. Вне области $U = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ плотность распределения двумерной случайной величины (ξ, η) равна нулю. В области U плотность $f(x, y) = A(x^2 + y)$. Найти:
- 1) коэффициент A ;
 - 2) вероятность $P((\xi, \eta) \in G)$, где $G = \{x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$;
 - 3) одномерные плотности распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$;
 - 4) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 5) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 6) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 7) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$.
10. Для выборки $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\vartheta > 0$ по третьему моменту и методом максимального правдоподобия. Плотность распределения равна $f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2}{\vartheta^2} e^{-x^3/\vartheta^2} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$
- БОНУС. Проверить несмещенность, эффективность и состоятельность полученных оценок.
11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.
- 8,16 3,33 7,35 3,05 2,54 1,91 1,77 2,92 5,95 2,31 0,27 5,12 6,60 -1,58 5,42
5,67 6,28 -0,09 2,74 2,45 1,11 6,97 -1,59 -1,41 2,69 4,99 7,24 1,75 4,76
12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке $[0; 2]$. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.
- 1,94 1,42 0,61 2,00 0,59 0,58 1,18 1,58 1,01 0,57
0,05 0,25 0,17 1,30 0,52 0,91 0,84 1,66 1,24
13. Для заданных массивов найти уравнение линейной регрессии y на x , оценить величину среднеквадратического отклонения.
- x_i : 5,651 6,094 6,655 7,082 7,660 8,091 8,664 9,329 9,651 10,055
 y_i : 7,855 9,006 9,630 10,629 12,605 12,652 13,194 14,214 15,682 15,977

Вариант № 14

1. Первая выбранная наудачу из 28 костей домино не оказалась дублем. Найти вероятность того, что вторую также взятую наудачу кость можно приставить к первой согласно правилам игры.
2. Встречные поезда приходят на станцию в случайные моменты времени в течение суток. Один поезд стоит на станции 30 минут, другой 40 минут. Найти вероятность встречи поездов на станции.
3. Предназначенный к печати текст проверяется сначала автором, затем редактором. Автор находит в среднем 80% допущенных в тексте опечаток, редактор — 90% из оставшихся опечаток. Найти вероятность того, что будут исправлены все 4 содержащиеся в первоначальном тексте опечатки.
4. Вероятность того, что изделие удовлетворяет стандарту, равна 0,8. На заводе принята система из трех независимых испытаний, каждое из которых изделие, удовлетворяющее стандарту, проходит с вероятностью 0,9, а не удовлетворяющее — с вероятностью 0,3. Какова вероятность того, что наудачу взятое изделие выдержит испытания? Какова вероятность того, что изделие, выдержавшее испытания, удовлетворяет стандарту?
5. Вероятность успешного соединения компьютера с сервером равна 0,6. Попытки соединения производятся до установления соединения, но не более 6 попыток. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа попыток соединения. Построить график функции распределения.
6. Мощность W , выделяемая на сопротивлении R , вычисляется по закону $W = U^2/R$, где U — напряжение в сети. Предполагается, что напряжение — случайная величина, распределенная равномерно на отрезке от 200 до 250 вольт. Найти плотность распределения и математическое ожидание мощности, выделяемой на сопротивлении в 100 Ом. Найти вероятность того, что мощность превысит 500 Вт.
7. В случаях 1), 2) и 3) рассматриваются серии из n независимых испытаний с двумя исходами в каждом — «успех» или «неуспех». Вероятность «успеха» равна p , «неуспеха» $q = 1 - p$ в каждом испытании. Случайная величина ξ — число успехов в серии из n испытаний. Требуется:
 - 1) для $n = 5$ и $p = 0,08$ построить ряд распределения и график функции распределения случайной величины ξ , найти вероятность $P(\xi \leq 2)$;
 - 2) для $n = 500$ и $p = 0,004$ найти вероятность $P(\xi \leq 2)$ приближенно с помощью распределения Пуассона, оценить точность приближения;
 - 3) для $n = 600$ и $p = 0,6$ найти вероятность $P(340 \leq \xi \leq 380)$ приближенно с помощью теоремы Муавра–Лапласа.
8. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (ξ, η) задан таблицей.

	$\eta = -3$	$\eta = -2$	$\eta = 0$
$\xi = 1$	0,1	0,2	0,2
$\xi = 2$	0,1	0,1	0,1
$\xi = 3$	0	0	0,2

Найти:

- 1) частные законы распределения случайных величин ξ и η ;

- 2) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 3) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 4) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 5) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$;
 - 6) условный закон распределения случайной величины ξ при условии, что случайная величина η принимает свое наименьшее значение.
9. БОНУС. Вне области $U = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ плотность распределения двумерной случайной величины (ξ, η) равна нулю. В области U плотность $f(x, y) = A(x + y^2)$. Найти:
- 1) коэффициент A ;
 - 2) вероятность $P((\xi, \eta) \in G)$, где $G = \{x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$;
 - 3) одномерные плотности распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$;
 - 4) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 5) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 6) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 7) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$.
10. Для выборки $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\vartheta > 0$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Плотность распределения равна $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\vartheta^2 \sqrt{x}} e^{-\sqrt{x}/\vartheta^2} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$
- БОНУС. Проверить несмещенность, эффективность и состоятельность полученных оценок.
11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.
- 1,07 -0,72 -4,46 -3,24 2,42 -1,70 -1,24 -0,07 6,20 2,67 1,80 0,26 9,61 2,51
 1,44 -3,65 5,50 4,17 -2,06 7,48 2,60 7,61 2,54 9,77 9,67 7,36 7,86 11,22 3,38
12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке $[0; 2]$. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.
- 0,06 1,44 0,70 1,33 0,74 0,61 1,03 1,25 0,85
 0,81 1,04 0,76 0,80 1,55 1,61 0,82 1,70 1,63
13. Для заданных массивов найти уравнение линейной регрессии y на x , оценить величину среднеквадратического отклонения.
- x_i : -10,000 -9,800 -9,402 -9,196 -8,795 -8,592 -8,214 -7,988 -7,840 -7,391
 y_i : 27,170 25,095 24,498 23,377 22,788 21,768 20,115 20,704 19,442 18,401

Вариант № 15

1. В шахматном турнире участвуют 16 человек, которые разбиваются на пары по жребию и играют по олимпийской системе (проигравший выбывает из игры, ничьих нет). Какова вероятность того, что второй по силе шахматист не попадет в финал?
2. На отрезке единичной длины наудачу поставлены две точки, в результате чего этот отрезок оказывается разделенным на три части. Определить вероятность того, что сумма длин первых двух частей не превосходит длины последней части.
3. На трех телеканалах часть времени занята рекламой: на первом — 50% времени, на втором — 35%, на третьем — 20%. Найти вероятность того, что в случайный момент времени нет рекламы хотя бы на одном из каналов.
4. На сборку поступают детали с трех автоматов. Первый автомат дает 50%, а второй 30% всех деталей, необходимых для сборки. Брак в продукции первого автомата составляет 1%, второго — 2%, а третьего — 4%. Деталь, изготовленная автоматом, оказалась бракованной. Какова вероятность того, что она изготовлена на первом автомате?
5. Вероятность отказа сервера при каждом из независимых подключений с помощью модема равна 0,2. Попытки подключения производятся до установления связи. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа произведенных попыток подключения, если число попыток ограничено пятью. Построить график функции распределения.
6. Закон Эрланга с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} Ax^2 e^{-\alpha x} & \text{при } x \geq 0; \\ 0 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

описывает распределение времени прибытия двух вызовов в пуассоновском потоке. Найти коэффициент A , математическое ожидание и дисперсию. (Рекомендуется использовать таблицы определенных интегралов). Построить график плотности распределения.

7. В случаях 1), 2) и 3) рассматриваются серии из n независимых испытаний с двумя исходами в каждом — «успех» или «неуспех». Вероятность «успеха» равна p , «неуспеха» $q = 1 - p$ в каждом испытании. Случайная величина ξ — число успехов в серии из n испытаний. Требуется:
 - 1) для $n = 6$ и $p = 0,3$ построить ряд распределения и график функции распределения случайной величины ξ , найти вероятность $P(\xi \leq 2)$;
 - 2) для $n = 60$ и $p = 0,01$ найти вероятность $P(\xi \leq 2)$ приближенно с помощью распределения Пуассона, оценить точность приближения;
 - 3) для $n = 768$ и $p = 0,75$ найти вероятность $P(580 \leq \xi \leq 610)$ приближенно с помощью теоремы Муавра–Лапласа.
8. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (ξ, η) задан таблицей.

	$\eta = 0$	$\eta = 2$	$\eta = 3$
$\xi = -2$	0,1	0,1	0
$\xi = -1$	0,2	0,2	0,1
$\xi = 0$	0,1	0,1	0,1

Найти:

- 1) частные законы распределения случайных величин ξ и η ;
 - 2) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 3) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 4) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 5) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$;
 - 6) условный закон распределения случайной величины ξ при условии, что случайная величина η принимает свое наименьшее значение.
- 9. БОНУС.** Вне области $U = \{0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}$ плотность распределения двумерной случайной величины (ξ, η) равна нулю. В области U плотность $f(x, y) = A(x^2 + y)$. Найти:
- 1) коэффициент A ;
 - 2) вероятность $P((\xi, \eta) \in G)$, где $G = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$;
 - 3) одномерные плотности распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$;
 - 4) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 5) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 6) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 7) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$.
- 10.** Для выборки $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\vartheta > 0$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Плотность распределения равна $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\vartheta^2} e^{-x/\vartheta^2} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$
- БОНУС.** Проверить несмещенность, эффективность и состоятельность полученных оценок.
- 11.** Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.
- 5,38 -1,10 13,11 10,84 9,45 8,56 7,87 7,34 -4,06 3,48 4,70 7,13 -1,08
 4,53 13,56 2,66 7,29 9,41 11,86 9,54 10,86 2,50 -2,84 11,21 8,93
- 12.** По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке $[0; 2]$. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.
- 1,23 0,49 1,12 1,98 0,25 1,52 0,52 0,03 1,10
 1,59 0,27 1,30 1,79 1,93 0,23 1,84 1,04
- 13.** Для заданных массивов найти уравнение линейной регрессии y на x , оценить величину среднеквадратичного отклонения.
- x_i : -7,350 -7,174 -6,852 -6,670 -6,347 -6,167 -5,861 -5,664 -5,522 -5,167
 y_i : -3,192 -3,095 -3,042 -2,972 -2,919 -2,829 -2,772 -2,748 -2,888 -2,570

Вариант № 16

1. На полке в случайном порядке расставлены 8 книг, в том числе двухтомник Мандельштама. Найти вероятность того, что один из томов Мандельштама окажется у правого края полки, а другой — у левого.
2. На отрезке единичной длины наудачу поставлены две точки, в результате чего этот отрезок оказывается разделенным на три части. Определить вероятность того, что сумма длин последних двух частей не превосходит длины первой части.
3. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,9. По мишени стреляют одиночными выстрелами до первого попадания, после чего стрельбу прекращают. Найти вероятность того, что будет сделано более трех выстрелов.
4. Студент выучил к экзамену только 30 вопросов из 40. Для сдачи экзамена достаточно ответить на два из четырех разных вопросов. Какова вероятность того, что экзамен будет сдан? Какова вероятность того, что студент ответил на все четыре вопроса, если известно, что он сдал экзамен?
5. Пользователь компьютера забыл пароль и перебирает наудачу 6 возможных. После трех неудачных попыток компьютер блокируется. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа попыток. Построить график функции распределения.
6. Время достижения стандартным броуновским движением уровня a имеет плотность распределения $f(t) = \begin{cases} At^{-3/2}e^{-a^2/(2t)} & \text{при } t \geq 0; \\ 0 & \text{при } t < 0. \end{cases}$ Найти нормирующую константу A . Доказать, что математическое ожидание времени достижения не существует. (Сделать замену $a/\sqrt{t} = y$. Можно использовать таблицы определенных интегралов).
7. В случаях 1), 2) и 3) рассматриваются серии из n независимых испытаний с двумя исходами в каждом — «успех» или «неуспех». Вероятность «успеха» равна p , «неуспеха» $q = 1 - p$ в каждом испытании. Случайная величина ξ — число успехов в серии из n испытаний. Требуется:
 - 1) для $n = 5$ и $p = 0,1$ построить ряд распределения и график функции распределения случайной величины ξ , найти вероятность $P(\xi \leq 2)$;
 - 2) для $n = 60$ и $p = 0,02$ найти вероятность $P(\xi \leq 2)$ приближенно с помощью распределения Пуассона, оценить точность приближения;
 - 3) для $n = 400$ и $p = 0,1$ найти вероятность $P(35 \leq \xi \leq 50)$ приближенно с помощью теоремы Муавра–Лапласа.
8. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (ξ, η) задан таблицей.

	$\eta = -3$	$\eta = 0$	$\eta = 2$
$\xi = 1$	0,1	0,2	0,1
$\xi = 2$	0,1	0,2	0,1
$\xi = 3$	0	0,1	0,1

Найти:

- 1) частные законы распределения случайных величин ξ и η ;
- 2) математические ожидания M_ξ и M_η ;

- 3) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 4) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 5) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$;
 - 6) условный закон распределения случайной величины ξ при условии, что случайная величина η принимает свое наименьшее значение.
9. БОНУС. Вне области $U = \{0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}$ плотность распределения двумерной случайной величины (ξ, η) равна нулю. В области U плотность $f(x, y) = A(x + y^2)$. Найти:
- 1) коэффициент A ;
 - 2) вероятность $P((\xi, \eta) \in G)$, где $G = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$;
 - 3) одномерные плотности распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$;
 - 4) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 5) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 6) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 7) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$.
10. Для выборки $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\vartheta > 0$ по третьему моменту и методом максимального правдоподобия. Плотность распределения равна $f(x) = \begin{cases} \frac{3\sqrt{x}}{2\vartheta^2} e^{-x\sqrt{x}/\vartheta^2} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$
- БОНУС. Проверить несмещенность, эффективность и состоятельность полученных оценок.
11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.
- 4,61 6,70 2,88 9,09 -2,06 6,25 6,46 4,25 16,16 7,07 1,35 13,58 7,96 14,64
-2,14 10,81 2,50 2,24 -1,04 5,31 11,93 16,20 7,49 -5,21 5,90 5,63 7,26
12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке $[0; 2]$. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.
- 1,64 0,79 0,64 1,06 0,42 0,69 1,65 0,45 0,43
1,48 0,44 0,97 1,49 0,46 1,29 0,37 0,45
13. Для заданных массивов найти уравнение линейной регрессии y на x , оценить величину среднеквадратичного отклонения.
- x_i : 3,119 4,288 5,531 6,670 7,943 9,072 10,353 11,750 12,727 13,800
 y_i : -6,435 -9,766 -14,077 -16,734 -19,682 -27,670 -26,383 -30,148 -33,798 -36,750

Вариант № 17

- Из колоды карт в 36 листов вынимаются три карты. Найти вероятность того, что среди них окажутся хотя бы две красные карты.
- На отрезке AB наудачу выбираются две точки M и N . Какова вероятность того, что точка M окажется по крайней мере втрое ближе к точке N , чем к точке A ?
- Интервал движения между автобусами маршрута № 1331 — 15 минут, маршрута № 1232 — 10 минут, маршрута № 1113 — 5 минут. Пассажир приходит на остановку в случайный момент времени. Какова вероятность того, что хотя бы один автобус придет в течение 4 минут после прихода пассажира?
- Прибор состоит из трех независимо работающих блоков, вероятности отказа которых за смену равны соответственно 0,01, 0,05 и 0,08. Вероятность выхода из строя прибора при отказе одного из блоков равна 0,5; при отказе двух блоков — 0,8, при отказе всех трех блоков — 1. Определить вероятность выхода прибора из строя за смену. Найти вероятность того, что отказали все три блока, если известно, что прибор вышел из строя.
- При игре с автоматом игрок получает 50 рублей с вероятностью 0,1, 10 рублей с вероятностью 0,3. Для участия в игре игрок бросает в автомат 5 рублей. Найти сумму x рублей, которую игрок бросает в автомат и теряет в случае проигрыша, если математическое ожидание выигрыша равно -2 рублям. (В случае проигрыша сумма выигрыша считается отрицательным числом, равным сумме проигрыша, взятой со знаком «минус».) Найти ряд распределения и дисперсию суммы выигрыша. Построить график функции распределения.
- Плотность распределения вероятностей случайной величины ξ имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} \frac{A}{1 + (x/\vartheta)^2} & \text{при } |x| \leq \vartheta; \\ 0 & \text{при } |x| > \vartheta. \end{cases}$$
 (усеченное распределение Коши). Найти коэффициент A , вычислить математическое ожидание и стандартное отклонение. Найти вероятность того, что случайная величина ξ примет значение, большее $\frac{\vartheta}{\sqrt{3}}$.
- В случаях 1), 2) и 3) рассматриваются серии из n независимых испытаний с двумя исходами в каждом — «успех» или «неуспех». Вероятность «успеха» равна p , «неуспеха» $q = 1 - p$ в каждом испытании. Случайная величина ξ — число успехов в серии из n испытаний. Требуется:
 - для $n = 5$ и $p = 0,6$ построить ряд распределения и график функции распределения случайной величины ξ , найти вероятность $P(\xi \leq 2)$;
 - для $n = 50$ и $p = 0,01$ найти вероятность $P(\xi \leq 2)$ приближенно с помощью распределения Пуассона, оценить точность приближения;
 - для $n = 400$ и $p = 0,9$ найти вероятность $P(350 \leq \xi \leq 365)$ приближенно с помощью теоремы Муавра–Лапласа.
- Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (ξ, η) задан таблицей.

	$\eta = -3$	$\eta = 2$	$\eta = 4$
$\xi = -1$	0,1	0,1	0,1
$\xi = 0$	0,1	0,2	0
$\xi = 1$	0,2	0,2	0

Найти:

- 1) частные законы распределения случайных величин ξ и η ;
 - 2) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 3) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 4) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 5) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$;
 - 6) условный закон распределения случайной величины ξ при условии, что случайная величина η принимает свое наименьшее значение.
- 9. БОНУС.** Вне области $U = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ плотность распределения двумерной случайной величины (ξ, η) равна нулю. В области U плотность $f(x, y) = A(2x^2 + y)$. Найти:
- 1) коэффициент A ;
 - 2) вероятность $P((\xi, \eta) \in G)$, где $G = \{x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$;
 - 3) одномерные плотности распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$;
 - 4) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 5) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 6) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 7) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$.
- 10.** Для выборки $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $1 < \vartheta < 2$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Плотность распределения равна $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\vartheta - 1} x^{-\vartheta/(\vartheta-1)} & \text{при } x > 1; \\ 0 & \text{при } x \leq 1. \end{cases}$
- БОНУС.** Проверить несмещенность, эффективность и состоятельность полученных оценок.
- 11.** Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.
- 2,92 12,70 10,80 -10,19 4,32 12,02 13,68 3,75 -0,90 2,94 15,07 2,08 16,22
 13,42 1,55 -6,05 15,70 12,35 13,94 -0,56 24,10 7,45 3,60 -0,24 16,84 6,13
 -5,28 3,00 10,04
- 12.** По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке $[0; 2]$. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.
- 1,82 1,13 1,78 0,65 0,55 1,02 0,88 0,76 0,57
 1,71 0,62 1,69 0,15 0,23 1,99 1,53 1,91 1,57
- 13.** Для заданных массивов найти уравнение линейной регрессии y на x , оценить величину среднеквадратического отклонения.
- x_i : 3,280 3,497 3,782 3,991 4,284 4,496 4,786 5,127 5,280 5,477
 y_i : -0,120 0,045 0,067 0,177 0,261 0,305 0,444 0,556 0,692 0,742

Вариант № 18

1. Номер лотерейного билета состоит из 6 цифр. Какова вероятность того, что хотя бы две цифры взятого наудачу билета совпадают?
2. Стержень единичной длины AB разломан в двух наудачу выбранных точках X и Y . С какой вероятностью расстояние между этими точками не превзойдет максимального из двух отрезков AX или AY ?
3. По мишени по одному разу стреляют 4 стрелка. Вероятность попадания для первого равна $0,5$, для второго — $0,6$, для третьего — $0,7$, для четвертого — $0,9$. Найти вероятность ровно двух попаданий.
4. В семи урнах содержится по 3 белых и 2 черных шара, а в трех урнах по 7 белых и 3 черных шара. Какова вероятность, что из урны, взятой наудачу, будет извлечен белый шар? Найти вероятность, что шар извлечен из урны с 7 белыми и 3 черными шарами, если он оказался белым.
5. Прибор состоит из трех малонадежных элементов. Отказы элементов за некоторый период времени независимы, а их вероятности равны соответственно $0,2$; $0,3$; $0,4$. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа отказавших элементов. Построить график функции распределения.
6. Точка M движется по оси Ox по закону $x = vt - at^2$. В случайный момент времени, равномерно распределенный на отрезке $[0; T]$, наблюдается координата ξ точки M . Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины ξ . При $v = 10 \text{ м/сек}$, $a = 10 \text{ м/сек}^2$, $T = 3 \text{ с}$ найти вероятность того, что $\xi > 0$.
7. В случаях 1), 2) и 3) рассматриваются серии из n независимых испытаний с двумя исходами в каждом — «успех» или «неуспех». Вероятность «успеха» равна p , «неуспеха» $q = 1 - p$ в каждом испытании. Случайная величина ξ — число успехов в серии из n испытаний. Требуется:
 - 1) для $n = 4$ и $p = 0,5$ построить ряд распределения и график функции распределения случайной величины ξ , найти вероятность $P(\xi \leq 2)$;
 - 2) для $n = 200$ и $p = 0,0085$ найти вероятность $P(\xi \leq 2)$ приближенно с помощью распределения Пуассона, оценить точность приближения;
 - 3) для $n = 900$ и $p = 0,2$ найти вероятность $P(170 \leq \xi \leq 200)$ приближенно с помощью теоремы Муавра–Лапласа.
8. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (ξ, η) задан таблицей.

	$\eta = 0$	$\eta = 3$	$\eta = 4$
$\xi = -2$	0,2	0,1	0
$\xi = -1$	0,2	0,1	0,1
$\xi = 0$	0,1	0,1	0,1

Найти:

- 1) частные законы распределения случайных величин ξ и η ;
- 2) математические ожидания M_ξ и M_η ;

- 3) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 4) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 5) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$;
 - 6) условный закон распределения случайной величины ξ при условии, что случайная величина η принимает свое наименьшее значение.
9. БОНУС. Вне области $U = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ плотность распределения двумерной случайной величины (ξ, η) равна нулю. В области U плотность $f(x, y) = A(x^2 + 2y)$. Найти:
- 1) коэффициент A ;
 - 2) вероятность $P((\xi, \eta) \in G)$, где $G = \{x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$;
 - 3) одномерные плотности распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$;
 - 4) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 5) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 6) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 7) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$.
10. Для выборки $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\vartheta > 2$ по второму моменту и методом максимального правдоподобия. Плотность распределения равна $f(x) = \begin{cases} \vartheta x^{-(\vartheta+1)} & \text{при } x > 1; \\ 0 & \text{при } x \leq 1. \end{cases}$
 БОНУС. Проверить несмещенность, эффективность и состоятельность полученных оценок.
11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.
 13,29 7,48 2,82 22,84 7,49 8,98 13,84 14,17 7,07 9,69 -8,35 12,77 14,93 5,81
 8,62 11,22 3,85 2,86 9,52 15,93 9,43 19,48 19,19 12,20 19,40 12,09 8,47 6,79
12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке $[0; 2]$. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.
 0,19 0,91 0,30 1,34 0,61 1,12 1,00 0,53 1,58 0,62
 0,41 0,89 1,20 1,51 0,78 1,44 0,46 0,69 1,33
13. Для заданных массивов найти уравнение линейной регрессии y на x , оценить величину среднеквадратического отклонения.
 x_i : -2,430 -1,806 -1,224 -0,610 -0,017 0,583 1,188 1,811 2,377 2,953
 y_i : -0,532 -0,615 -0,817 -0,909 -1,102 -1,247 -1,388 -1,575 -1,685 -1,769

Вариант № 19

1. В бригаде 4 рабочих. Какова вероятность того, что по крайней мере трое из них родились в один и тот же день недели? Считать, что вероятности родиться в каждый из дней одинаковы.
2. Стержень AB единичной длины разломан в двух наудачу выбранных точках X и Y . С какой вероятностью расстояние между этими точками не превзойдет длины отрезка AX ?
3. Вероятность установления соединения с сервером при каждой попытке равна 0,8. Найти вероятность того, что соединение не будет установлено с первых трех попыток.
4. Телеграфное сообщение состоит из сигналов «точка» и «тире». Известно, что среди передаваемых сигналов «точка» и «тире» встречаются в отношении 7:3. Из-за помех искажается в среднем 25% сигналов «точка» и 20% сигналов «тире», причем «точка» искажается в «тире», а «тире» в «точку». Найти вероятность искажения сигнала. Определить вероятность того, что передавали «точку», если известно, что приняли «тире».
5. Два игрока играют в шахматы на деньги. Известно, что в среднем из 5 партий одну выигрывает первый игрок, две заканчиваются вничью, и две выигрывает второй игрок. В случае проигрыша первый игрок платит второму 50 рублей. Сколько он должен получать в случае выигрыша, чтобы математическое ожидание его выигрыша равнялось нулю? Найти ряд распределения и дисперсию суммы выигрыша (отрицательная сумма выигрыша — это сумма проигрыша, взятая со знаком «минус»). Построить график функции распределения.
6. Случайная величина ξ имеет плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-a)^2/(2\sigma^2)} & \text{при } |x-a| \leq 2\sigma; \\ 0 & \text{при } |x-a| > 2\sigma. \end{cases}$$

Найти нормирующую константу A , вычислить математическое ожидание. Построить график плотности распределения при $a = \sigma = 1$.

7. В случаях 1), 2) и 3) рассматриваются серии из n независимых испытаний с двумя исходами в каждом — «успех» или «неуспех». Вероятность «успеха» равна p , «неуспеха» $q = 1 - p$ в каждом испытании. Случайная величина ξ — число успехов в серии из n испытаний. Требуется:
 - 1) для $n = 6$ и $p = 0,25$ построить ряд распределения и график функции распределения случайной величины ξ , найти вероятность $P(\xi \leq 2)$;
 - 2) для $n = 150$ и $p = 0,005$ найти вероятность $P(\xi \leq 2)$ приближенно с помощью распределения Пуассона, оценить точность приближения;
 - 3) для $n = 1350$ и $p = 0,4$ найти вероятность $P(500 \leq \xi \leq 550)$ приближенно с помощью теоремы Муавра–Лапласа.
8. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (ξ, η) задан таблицей.

	$\eta = -1$	$\eta = 0$	$\eta = 2$
$\xi = -1$	0,1	0,1	0,1
$\xi = 0$	0,1	0,2	0,1
$\xi = 2$	0,1	0,1	0,1

Найти:

- 1) частные законы распределения случайных величин ξ и η ;
 - 2) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 3) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 4) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 5) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$;
 - 6) условный закон распределения случайной величины ξ при условии, что случайная величина η принимает свое наименьшее значение.
9. БОНУС. Вне области $U = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ плотность распределения двумерной случайной величины (ξ, η) равна нулю. В области U плотность $f(x, y) = A(2x + y^2)$. Найти:
- 1) коэффициент A ;
 - 2) вероятность $P((\xi, \eta) \in G)$, где $G = \{x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$;
 - 3) одномерные плотности распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$;
 - 4) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 5) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 6) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 7) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$.
10. Для выборки $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\vartheta > 0$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Плотность распределения равна $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\vartheta^4} e^{-x/\vartheta^2} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$
- БОНУС. Проверить несмещенность, эффективность и состоятельность полученных оценок.
11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.
- 23,95 -2,61 11,87 1,37 5,92 -5,10 5,38 14,71 7,55 3,91 1,23 8,50 -5,58
 -1,97 17,93 9,42 11,99 9,39 4,78 5,43 9,40 8,68 2,20 7,15 14,78 14,77 -15,16
12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке $[0; 2]$. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.
- 2,94 1,96 0,64 0,76 0,01 0,82 0,23 0,82 1,96
 1,28 1,49 1,07 1,92 0,17 1,68 1,01 0,48
13. Для заданных массивов найти уравнение линейной регрессии y на x , оценить величину среднеквадратичного отклонения.
- x_i : 1,800 2,018 2,198 2,420 2,593 2,822 2,996 3,223 3,485 3,618
 y_i : -2,873 -2,998 -3,173 -3,589 -3,520 -3,633 -3,812 -4,056 -4,126 -4,296

Вариант № 20

1. Некто написал трем адресатам письма, в каждый конверт вложил по одному письму, и затем наудачу написал на каждом конверте один из трех адресов. Найти вероятность, что хотя бы одно письмо попало по назначению.
2. На линейке наудачу поставлены 2 точки. Какова вероятность того, что расстояние между ними окажется больше четверти длины линейки?
3. Три стрелка поочередно стреляют по одной и той же мишени. У каждого стрелка 2 патрона. При первом попадании стрельба прекращается. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка 0,3, для второго — 0,4, для третьего — 0,6. Найти вероятность того, что все стрелки израсходуют весь свой боезапас.
4. Первое орудие 3-орудийной батареи пристреляно так, что вероятность попадания для него равна $\frac{3}{11}$. Для второго и третьего орудия она равна $\frac{1}{5}$. Батарея дала залп по цели. Найти вероятность того, что цель поражена. Найти вероятность того, что первое орудие попало в цель, если известно, что цель была поражена. Для поражения цели достаточно одного попадания.
5. Вероятность приема отдельного сигнала равна 0,05. Радиосигнал передается 5 раз. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа принятых сигналов. Построить график функции распределения. Найти вероятность того, что принятых сигналов будет не меньше 2, но не больше 3.
6. Катет равнобедренного прямоугольного треугольника является случайной величиной, равномерно распределенной на отрезке $[0; 1]$. Найти плотность распределения, функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию площади треугольника. Найти вероятность того, что площадь превосходит $\frac{1}{8}$. Начертить графики плотности распределения и функции распределения.
7. В случаях 1), 2) и 3) рассматриваются серии из n независимых испытаний с двумя исходами в каждом — «успех» или «неуспех». Вероятность «успеха» равна p , «неуспеха» $q = 1 - p$ в каждом испытании. Случайная величина ξ — число успехов в серии из n испытаний. Требуется:
 - 1) для $n = 6$ и $p = 0,75$ построить ряд распределения и график функции распределения случайной величины ξ , найти вероятность $P(\xi \leq 2)$;
 - 2) для $n = 60$ и $p = 0,015$ найти вероятность $P(\xi \leq 2)$ приближенно с помощью распределения Пуассона, оценить точность приближения;
 - 3) для $n = 900$ и $p = 0,1$ найти вероятность $P(75 \leq \xi \leq 100)$ приближенно с помощью теоремы Муавра–Лапласа.
8. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (ξ, η) задан таблицей.

	$\eta = 0$	$\eta = 2$	$\eta = 4$
$\xi = 1$	0,2	0,1	0,1
$\xi = 2$	0,1	0,2	0,1
$\xi = 3$	0,1	0,1	0

Найти:

- 1) частные законы распределения случайных величин ξ и η ;
- 2) математические ожидания M_ξ и M_η ;

- 3) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 4) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 5) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$;
 - 6) условный закон распределения случайной величины ξ при условии, что случайная величина η принимает свое наименьшее значение.
9. БОНУС. Вне области $U = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ плотность распределения двумерной случайной величины (ξ, η) равна нулю. В области U плотность $f(x, y) = A(x + 2y^2)$. Найти:
- 1) коэффициент A ;
 - 2) вероятность $P((\xi, \eta) \in G)$, где $G = \{x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$;
 - 3) одномерные плотности распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$;
 - 4) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 5) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 6) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 7) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$.
10. Для выборки $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\vartheta > 0$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Плотность распределения равна $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2\vartheta^6} e^{-x/\vartheta^2} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$
- БОНУС. Проверить несмещенность, эффективность и состоятельность полученных оценок.
11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.
- 10,63 19,48 3,89 4,45 15,11 15,90 24,94 1,72 3,25 -3,77 12,17 10,08 14,36 9,39
1,27 7,89 8,68 1,59 10,57 3,21 -6,11 15,61 10,82 1,68 5,63 6,79 20,27 -2,15
12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке $[0; 2]$. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.
- 1,64 1,43 0,40 1,23 1,40 0,76 1,09 1,65 1,32
1,24 1,39 0,81 0,39 0,76 1,14 1,24 1,69 1,58
13. Для заданных массивов найти уравнение линейной регрессии y на x , оценить величину среднеквадратического отклонения.
- x_i : 2,823 3,295 3,828 4,286 4,833 5,289 5,837 6,448 6,825 7,257
 y_i : -0,535 -0,429 -0,297 -0,144 0,048 0,156 0,279 0,486 0,377 0,772

Вариант № 21

- В чулане лежат три разных пары ботинок. Случайно выбираются три ботинка. Чему равна вероятность того, что среди них не будет ни одной пары?
- На линейке наудачу поставлены 2 точки. Какова вероятность того, что расстояние между ними окажется меньше трети длины линейки?
- Вероятность установления соединения с сервером при каждой попытке равна 0,9. Найти вероятность того, что соединение будет установлено не раньше четвертой попытки.
- Первое орудие 4-орудийной батареи пристреляно так, что вероятность попадания для него равна $\frac{1}{2}$. Для остальных орудий она равна $\frac{2}{5}$. Батарея дала залп по цели. Найти вероятность того, что цель поражена. Найти вероятность того, что первое орудие попало в цель, если известно, что цель была поражена. Для поражения цели достаточно одного попадания.
- Вероятность приема отдельного сигнала равна 0,3. Радиосигнал передается 6 раз. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа принятых сигналов. Построить график функции распределения. Найти вероятность того, что принятых сигналов будет не меньше 2, но не больше 4.
- Диаметр круга является случайной величиной, равномерно распределенной на отрезке $[0, d]$. Найти плотность распределения, функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию площади круга. Найти вероятность того, что площадь превосходит $\frac{\pi d^2}{32}$. Начертить графики плотности распределения и функции распределения.
- В случаях 1), 2) и 3) рассматриваются серии из n независимых испытаний с двумя исходами в каждом — «успех» или «неуспех». Вероятность «успеха» равна p , «неуспеха» $q = 1 - p$ в каждом испытании. Случайная величина ξ — число успехов в серии из n испытаний. Требуется:
 - для $n = 4$ и $p = \frac{2}{3}$ построить ряд распределения и график функции распределения случайной величины ξ , найти вероятность $P(\xi \leq 2)$;
 - для $n = 40$ и $p = 0,02$ найти вероятность $P(\xi \leq 2)$ приближенно с помощью распределения Пуассона, оценить точность приближения;
 - для $n = 900$ и $p = 0,8$ найти вероятность $P(710 \leq \xi \leq 735)$ приближенно с помощью теоремы Муавра–Лапласа.
- Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (ξ, η) задан таблицей.

	$\eta = -1$	$\eta = 2$	$\eta = 4$
$\xi = 0$	0,1	0,2	0,2
$\xi = 1$	0,1	0,1	0,1
$\xi = 2$	0,1	0,1	0

Найти:

- частные законы распределения случайных величин ξ и η ;
- математические ожидания M_ξ и M_η ;
- дисперсии D_ξ и D_η ;
- корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;

- 5) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$;
- 6) условный закон распределения случайной величины ξ при условии, что случайная величина η принимает свое наименьшее значение.
9. БОНУС. Вне области $U = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ плотность распределения двумерной случайной величины (ξ, η) равна нулю. В области U плотность $f(x, y) = A(x^2 + y^2)$. Найти:
- 1) коэффициент A ;
 - 2) вероятность $P((\xi, \eta) \in G)$, где $G = \{x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$;
 - 3) одномерные плотности распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$;
 - 4) математические ожидания M_ξ и M_η ;
 - 5) дисперсии D_ξ и D_η ;
 - 6) корреляционный момент $K_{\xi\eta}$;
 - 7) коэффициент корреляции $\rho_{\xi\eta}$.
10. Для выборки $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\vartheta > 0$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Плотность распределения равна $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2\vartheta^9} e^{-x/\vartheta^3} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$
- БОНУС. Проверить несмещенность, эффективность и состоятельность полученных оценок.
11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.
- 9,63 19,48 3,89 4,45 15,11 15,90 24,94 1,72 3,25 -3,77 12,17 10,08
 14,36 9,39 1,27 7,89 8,68 1,59 10,57 3,21 -6,11 15,61 10,82 1,68
 5,63 6,79 20,27 -2,15
12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке $[0; 2]$. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.
- 0,64 1,43 0,40 1,23 1,40 0,76 1,09 1,65 1,32
 1,24 1,39 0,81 0,39 0,76 1,14 1,24 1,69 1,58
13. Для заданных массивов найти уравнение линейной регрессии y на x , оценить величину среднеквадратичного отклонения.
- x_i : 0,504 0,599 0,705 0,797 0,906 0,998 1,107 1,228 1,304 1,391
 y_i : -1,510 -1,645 -1,715 -1,803 -1,969 -1,958 -2,027 -2,117 -2,204 -2,271

Приложения

Распределение Пуассона

Значение функции $p_k(\lambda) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$

$k \backslash \lambda$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0	0,90484	0,81873	0,74082	0,67032	0,60653
1	0,09048	0,16375	0,22225	0,26813	0,30327
2	0,00452	0,01638	0,03334	0,05363	0,07582
3	0,00015	0,00109	0,00333	0,00715	0,01264
4		0,00006	0,00025	0,00072	0,00158
5			0,00002	0,00006	0,00016
6					0,00001

$k \backslash \lambda$	0,6	0,7	0,8	0,9
0	0,54881	0,49659	0,44933	0,40657
1	0,32929	0,34761	0,35946	0,36591
2	0,09879	0,12161	0,14379	0,16466
3	0,01976	0,02839	0,03834	0,04940
4	0,00296	0,00497	0,00767	0,01112
5	0,00036	0,00070	0,00123	0,00200
6	0,00004	0,00008	0,00016	0,00030
7		0,00001	0,00002	0,00004

$k \backslash \lambda$	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
0	0,36788	0,13534	0,04979	0,01832	0,00674
1	0,36788	0,27067	0,14936	0,07326	0,03369
2	0,18394	0,27067	0,22404	0,14653	0,08422
3	0,06131	0,18045	0,22404	0,19537	0,14037
4	0,01533	0,09022	0,16803	0,19537	0,17547
5	0,00307	0,03609	0,10082	0,15629	0,17547
6	0,00051	0,01203	0,05041	0,10419	0,14622
7	0,00007	0,00344	0,02160	0,05954	0,10445
8	0,00001	0,00086	0,00810	0,02977	0,06528
9		0,00019	0,00270	0,01323	0,03627
10		0,00004	0,00081	0,00529	0,0813
11		0,00001	0,00022	0,00193	0,00824
12			0,00006	0,00064	0,00343
13			0,00001	0,00020	0,00132
14				0,00006	0,00047
15				0,00002	0,00016
16					0,00005
17					0,00001

Значения функции $\sum_{m=0}^k \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!}$

$k \backslash \lambda$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
0	0,90484	0,81873	0,74081	0,67032	0,60653	0,54881
1	0,99532	0,98248	0,96306	0,93845	0,90980	0,80781
2	0,99984	0,99885	0,99640	0,99207	0,98561	0,97688
3	1,00000	0,99994	0,99973	0,99922	0,99825	0,99664
4		1,00000	0,99998	0,99994	0,99982	0,99960
5			1,00000	1,00000	1,00000	1,00000

$k \backslash \lambda$	0,7	0,8	0,9	1,0	2,0	3,0
0	0,49658	0,44933	0,40657	0,36790	0,23534	0,04979
1	0,84420	0,80880	0,77248	0,73576	0,40601	0,19915
2	0,96586	0,95258	0,93714	0,91970	0,67668	0,42319
3	0,99425	0,99092	0,98654	0,98101	0,85712	0,64723
4	0,99921	0,99859	0,99766	0,99634	0,94735	0,81526
5	0,99991	0,99982	0,99966	0,99941	0,98344	0,91600
6	0,99999	0,99998	0,99996	0,99992	0,99547	0,96649
7	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99890	0,98810
8					0,99976	0,99620
9					0,99995	0,99890
10					0,99999	0,99971
11						0,99993
12						0,99998
13						1,00000

$k \backslash \lambda$	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0
0	0,01832	0,00674	0,00248	0,00091	0,00034	0,00012
1	0,09158	0,04042	0,01735	0,00730	0,00302	0,00123
2	0,23810	0,12465	0,06197	0,02964	0,01375	0,00623
3	0,43347	0,26503	0,15120	0,08176	0,04238	0,02123
4	0,62883	0,44049	0,28506	0,17299	0,09963	0,05496
5	0,78513	0,61596	0,44568	0,30071	0,19124	0,11569
6	0,88933	0,76218	0,60630	0,44971	0,31337	0,20678
7	0,94887	0,86662	0,74398	0,59871	0,45296	0,32390
8	0,97864	0,93181	0,84724	0,72909	0,59255	0,45565
9	0,99187	0,96817	0,91608	0,83050	0,71662	0,58741
10	0,99716	0,98630	0,95738	0,90148	0,81589	0,70599
11	0,99908	0,99455	0,97991	0,94665	0,88808	0,80301
12	0,99973	0,99798	0,99117	0,97300	0,93620	0,87577
13	0,99992	0,99920	0,99637	0,98719	0,96582	0,92615
14	0,99998	0,99977	0,99860	0,99428	0,98274	0,95853

$k \backslash \lambda$	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0
15	0,99999	0,99993	0,99949	0,99759	0,99177	0,97796
16	1,00000	0,99998	0,99982	0,99904	0,99628	0,98889
17		0,99999	0,99994	0,99964	0,99841	0,99468
18		1,00000	0,99998	0,99987	0,99935	0,99757
19			0,99999	0,99995	0,99974	0,99894
20			1,00000	0,99998	0,99991	0,99956
21				1,00000	0,99997	0,99982
22					0,99999	0,99993
23					1,00000	0,99997
24						0,99999
25						1,00000

Нормальное распределение

Значения функции $\Phi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$.

Для закона $N(0, 1)$ функция распределения $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 0,5 + \Phi_0(x)$.

x	сотые доли										x
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0200	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359	0,0
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753	0,1
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141	0,2
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517	0,3
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879	0,4
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224	0,5
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549	0,6
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2703	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852	0,7
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133	0,8
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389	0,9
1,0	0,3413	0,3437	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621	1,0
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830	1,1
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015	1,2
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177	1,3
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319	1,4
1,5	0,4332	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441	1,5
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545	1,6
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633	1,7
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706	1,8
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4764	0,4767	1,9
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817	2,0
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857	2,1
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890	2,2
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916	2,3
2,4	0,4918	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936	2,4
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952	2,5
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964	2,6
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974	2,7
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981	2,8
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4985	0,4986	2,9
3,0	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990	3,0

Таблица равномерно распределенных на $[0, 1]$ случайных чисел

0,5916	3406	6079	4101	5314	6562	7463	8203	1643	5825
3127	1413	9711	6253	4135	0690	0120	3993	3136	3821
3617	6700	5940	9629	1094	7128	6396	6787	3147	2625
6635	5477	9121	4513	6213	9162	3901	7480	6319	2645
9313	5889	0399	2226	7919	8216	8851	4184	0471	9664
9470	2099	1992	0836	5050	3361	6387	3374	4963	1255
5303	5501	4237	5307	8954	1039	9430	6838	4188	2383
9031	4215	1197	8764	8382	9481	4474	8315	1752	8546
8922	6145	5759	5489	1479	5725	6542	2141	7449	1653
4398	7198	5643	3687	2311	3652	5889	8865	2378	2198
9612	0448	9632	3741	4776	6836	0101	8861	2786	5132
4601	8247	6883	2196	6570	9154	7397	3584	2139	1019
2212	8036	6484	9953	8382	7158	2036	5270	7441	4387
9192	9019	7880	4728	0115	3072	2267	6512	5673	2943
2380	4955	7803	1907	5803	3290	8562	2558	5986	1904
4448	1790	1932	0833	7005	7042	4161	9279	4049	1693
5978	5412	2154	9202	7586	7147	7403	5033	8549	6005
3617	6700	5940	9629	1094	4386	9362	6122	0193	1987
2210	9405	5860	9709	3433	5072	5682	4829	4052	4201
1374	6700	7818	4754	0610	3676	6679	5190	3647	6493

Таблица распределения χ^2 .

Квантили распределения: $p = \int_0^{\chi_{p,n}^2} k_n(x) dx = \frac{1}{2^{n/2}\Gamma(n/2)} \cdot \int_0^{\chi_{p,n}^2} x^{n/2-1} e^{-x/2} dx$

$n \backslash p$	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	0,95	0,999	0,9999
1	0,016	0,148	0,455	1,07	2,71	3,84	6,63	10,8
2	0,211	0,713	1,39	2,41	4,61	5,99	9,21	13,8
3	0,584	1,42	2,37	3,67	6,25	7,82	11,3	16,3
4	1,06	2,20	3,36	4,88	7,78	9,49	13,3	18,5
5	1,61	3,00	4,35	6,06	9,24	11,1	15,1	20,5
6	2,20	3,83	5,35	7,23	10,6	12,6	16,8	22,5
7	2,83	4,67	6,35	8,38	12,0	14,1	18,5	24,3
8	3,49	5,53	7,34	9,52	13,4	15,5	20,1	26,1
9	4,17	6,39	8,34	10,7	14,7	16,9	21,7	27,9
10	4,87	7,27	9,34	11,8	16,0	18,3	23,2	29,6
11	5,58	8,15	10,3	12,9	17,3	19,7	24,7	31,3
12	6,30	9,03	11,3	14,0	18,5	21,0	26,2	32,9
13	7,04	9,93	12,3	15,52	19,4	22,0	27,0	34,0
14	7,79	10,08	13,3	16,2	20,1	22,7	27,7	34,7
15	8,55	11,7	14,3	17,3	21,3	23,7	28,9	35,8
16	9,31	12,6	15,3	18,4	22,3	24,6	29,9	36,8
17	10,09	13,5	16,3	19,5	23,5	25,6	30,9	37,8
18	10,9	14,4	17,3	20,6	24,6	26,6	31,9	38,9
19	11,7	15,4	18,3	21,7	25,7	27,6	32,9	39,9
20	12,4	16,3	19,3	22,8	26,8	28,6	33,9	40,9
21	13,2	17,2	20,3	23,9	27,9	29,6	34,9	41,9
22	14,0	18,1	21,3	24,9	29,0	30,6	35,9	42,9
23	14,8	19,0	22,3	26,0	30,1	31,6	36,9	43,9
24	15,7	19,9	23,3	27,1	31,2	32,6	37,9	44,9
25	16,5	20,9	24,3	28,2	32,3	33,7	38,9	45,9
26	17,3	21,8	25,3	29,2	33,4	34,8	39,9	46,9
27	18,1	22,7	26,3	30,3	34,5	35,8	40,9	47,9
28	18,9	23,6	27,3	31,4	35,6	36,9	41,9	48,9
29	19,8	24,6	28,3	32,5	36,7	37,9	42,9	49,9
30	20,6	25,5	29,3	33,5	37,8	38,9	43,9	50,9

Таблица распределения Стьюдента

Значение функции $t_{\gamma,n}$

$$\frac{1+\gamma}{2} = \int_{-\infty}^{t_{\gamma,n}} s_n(x) dx = \frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\Gamma(\frac{n}{2})\sqrt{\pi n}} \cdot \int_{-\infty}^{t_{\gamma,n}} \left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-(n+1)/2} dx$$

$n \backslash \gamma$	0,9	0,95	0,98	0,99
1	6,314	12,706	31,821	63,657
2	2,920	4,303	6,965	9,925
3	2,353	3,182	4,541	5,841
4	2,132	2,776	3,747	4,604
5	2,015	2,571	3,365	4,032
6	1,943	2,447	3,143	3,707
7	1,895	2,365	2,998	3,499
8	1,860	2,306	2,896	3,355
9	1,833	2,262	2,821	3,250
10	1,812	2,228	2,764	3,169
12	1,782	2,179	2,681	3,055
14	1,761	2,145	2,625	2,977
16	1,746	2,120	2,584	2,921
18	1,734	2,101	2,552	2,878
20	1,725	2,086	2,528	2,845
22	1,717	2,074	2,508	2,819
24	1,711	2,064	2,492	2,797
26	1,706	2,056	2,479	2,779
28	1,701	2,048	2,467	2,763
30	1,697	2,042	2,457	2,750
∞	1,645	1,960	2,326	2,576

Критерий Колмогорова

Значения функции $\lambda_p : p = \mathbf{P} \left(D_n = \sup_x |F_n(x) - F(x)| > \lambda_p \right)$

$n \backslash p$	0,10	0,05	0,01	$n \backslash p$	0,10	0,05	0,01
1	0,950	0,975	0,995	19	0,271	0,301	0,361
2	0,776	0,842	0,929	20	0,265	0,294	0,352
3	0,636	0,708	0,829	25	0,238	0,264	0,317
4	0,565	0,624	0,734	30	0,218	0,242	0,290
5	0,509	0,563	0,669	35	0,202	0,224	0,269
6	0,468	0,519	0,617	40	0,189	0,210	0,252
7	0,436	0,483	0,576	45	0,179	0,198	0,238
8	0,410	0,454	0,542	50	0,170	0,188	0,226
9	0,387	0,430	0,513	55	0,162	0,180	0,216
10	0,369	0,409	0,489	60	0,155	0,172	0,207
11	0,352	0,391	0,468	65	0,149	0,166	0,199
12	0,338	0,375	0,449	70	0,144	0,160	0,192
13	0,325	0,361	0,432	75	0,139	0,154	0,185
14	0,314	0,349	0,418	80	0,135	0,150	0,179
15	0,304	0,338	0,404	85	0,131	0,145	0,174
16	0,295	0,327	0,392	90	0,127	0,141	0,169
17	0,286	0,318	0,381	95	0,124	0,137	0,165
18	0,279	0,309	0,371	100	0,121	0,134	0,161

Список литературы

1. Холл М. Комбинаторика. — М.: Мир, 1970.
2. Бородихин В.М. Теория вероятностей и математическая статистика. Практикум. Часть1: Учебное пособие. — Новосибирск: 2004.
3. Бородихин В.М. Теория вероятностей и математическая статистика. Практикум. Часть2: Учебное пособие. — Новосибирск: 2001.
4. Аркашов Н.С., Бородихин В.М., Ковалевский А.П. Высшая математика: Учеб. пос. — Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2008. — Т. 4.2: Теория вероятностей и математическая статистика. ЭЛЕКТРОННЫЙ ВАРИАНТ В ФОРМАТЕ PDF ВЫЛОЖЕН НА САЙТЕ КАФЕДРЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ ПОД НАЗВАНИЕМ: [«Высшая математика. Том 4.2».](#)
5. Васильчик М.Ю., Аркашов Н.С., Ковалевский А.П. и др. Теория вероятностей. Примеры и задачи: Учеб. пос. — Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2011. ЭЛЕКТРОННЫЙ ВАРИАНТ В ФОРМАТЕ PDF ВЫЛОЖЕН НА САЙТЕ КАФЕДРЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ ПОД НАЗВАНИЕМ: [«Теория вероятностей. Примеры и задачи».](#)
6. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. — М.: Наука, 1982. — 256 стр.
7. Коваленко И.Н., Филиппова А.А. Теория вероятностей и математическая статистика. — М.: Высшая школа, 1982. — 256 с.
8. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов. — М.: Высшая школа, 1997—2005 гг. — 479 с.
9. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. Учебное пособие для вузов. — М.: Высшая школа, 1997—2005 гг. — 400 с.
10. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учебник для вузов. — М.: Высшая школа, 1998—2003 гг.

Литература для продвинутых

11. Боровков, А.А. Теория вероятностей. — М.: Наука, 1986.
12. Боровков, А.А. Математическая статистика. — М.: Наука, 1984.