

Вопросы к экзамену по дисциплине «Математический анализ» I семестр

1. Существование точных нижней и верхней граней числовых множеств.
2. Теорема о единственности предела последовательности.
3. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, связь между ними.
4. Подпоследовательности. Связь между пределом последовательности и пределами ее подпоследовательностей.
5. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности.
6. Теорема о сходимости монотонной и ограниченной последовательности.
7. Теорема о двух милиционерах.
8. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Идея доказательства.
9. Критерий сходимости Коши для последовательностей. Идея доказательства.
10. Первый замечательный предел.
11. Второй замечательный предел. Число e .
12. Два определения предела функции и их эквивалентность.
13. Теорема Вейерштрасса о функции, непрерывной на отрезке.
14. Теорема Больцано-Коши о промежуточных значениях непрерывной функции.
15. Алгебраические свойства производной.
16. Производная сложной функции.
17. Теорема Ролля.
18. Теорема Лагранжа.
19. Теорема Коши о среднем значении.
20. Правило Лопиталя.
21. Необходимое условие экстремума (теорема Ферма).
22. Теорема об остаточном члене в форме Лагранжа в формуле Тейлора.
23. Теорема об остаточном члене в форме Пеано в формуле Тейлора.
24. Теорема о единственности представления функции по формуле Тейлора.
25. Достаточные условия выпуклости, вогнутости графика функции.
26. Достаточные условия экстремума со старшими производными.
27. Условия существования наклонной асимптоты.
28. Теорема о структуре множества первообразных данной функции.
29. Замена переменной в интеграле.
30. Интегрирование по частям в определенном и неопределенном интеграле.
31. Вывод рекуррентных формул для интегралов $I_n = \int \frac{dx}{(ax^2+b)^n}$.
32. Свойства определенного интеграла.
33. Основное свойство интеграла с переменным верхним пределом.
34. Вывод формулы площади плоской фигуры в полярных координатах.
35. Вывод формулы длины плоской кривой.
36. Теоремы сравнения и Дирихле о сходимости несобственных интегралов.
37. Исследование несобственных интегралов $\int_1^\infty \frac{dx}{x^\alpha}$, $\int_0^1 \frac{dx}{x^\alpha}$ и $\int_a^b \frac{dx}{(x-a)^\alpha}$.
38. Теорема об абсолютно сходящихся несобственных интегралах.
39. Необходимое, достаточное условия дифференцируемости функции нескольких переменных.
40. Производная вектор-функции скалярного аргумента. Касательная плоскость к графику функции двух переменных. Вывод уравнения.
41. Производная по направлению: определение, вычисление. Градиент функции, его геометрический смысл.
42. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.
43. Условия экстремума функции нескольких переменных. Седловые точки.
44. Условный экстремум; множители Лагранжа.
45. Частные производные сложных функций.