

Задача 11.1. Исследуйте ряд на сходимость.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{\sqrt{n^4 + n \arctg \frac{1}{n}}}.$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{\sqrt[4]{n^5 + \sqrt{n+1}}}.$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg n}{\sqrt{n^3 + n\sqrt{n+1}}}.$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin \frac{1}{\sqrt{n^2 + 4}}}{\sqrt{n + \sqrt{n + \sqrt{n}}}}.$
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n} \cdot \arctg \frac{1}{n^3}.$
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}} \left(e^{\frac{1}{\sqrt[4]{4n+3}}} - 1 \right).$
7. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n+3} \ln \frac{n^2 + 1}{n^2 + n + 2}.$
8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + \sqrt{n+1}}} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}.$
9. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n + \sqrt{n^3 + 1}} \ln \frac{n^2 + 5}{n^2 + 4}.$
10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n + \sqrt{n+2}}} \sin \frac{1}{n+3}.$
11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2 + 3)^2 \sin^2(3n)}{n^6 + 1}.$
12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2 + 1} \cos^2 n}{n^3 + \sqrt{n+2}}.$
13. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[4]{n^4 + n^3 + 1} \sin \frac{1}{\sqrt[3]{n^4}}.$
14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n+1}} \arctg \frac{n}{n^2 + 1}.$
15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin \frac{1}{\sqrt{n^2 + 4}}}{\sqrt{n + \sqrt{n + \sqrt{n}}}}.$
16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n^2 + \ln^2 n}.$
17. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2 + n + 1}}{\sqrt[4]{n^4 + n^3 + 2}} \sin \frac{n+1}{n\sqrt[4]{n+5}}.$
18. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(e^{\frac{\sqrt{n}}{n^3 - 1}} - 1 \right) \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}.$
19. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{1 + n^2} \sin \frac{n+2}{n^3 + 1}.$
20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1 - \cos \frac{1}{n^2} \right) n^2}{\sqrt{n + \sqrt{n+1}}}.$
21. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{\sqrt{n^2 + 2}} \arctg \frac{n+1}{n^2 + 2}.$
22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{\sqrt[3]{n^4 + n\sqrt{n+1}}}.$
23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}}}{n^2 + \ln n}.$
24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n}}}{n + \ln n}.$
25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[4]{n+1}}{\sqrt[3]{n^5 - n + 1}} \cos^2 n.$
26. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + \sqrt{n+1}}{\sqrt[4]{n^5 + 3}} \sin \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}}.$
27. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + n - 2}} \ln \frac{n+4}{n+3}.$
28. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n^2 + \ln n}.$
29. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{\operatorname{tg} \frac{1}{n}}}{\sqrt{n^2 + \arctg n}}.$
30. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg^2 n}{\sqrt[4]{n^5 + \sqrt{n+1}}}.$

Задача 11.2. Исследуйте ряд на сходимость.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (n^2 + 1)}{(n+1)!}.$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n+1) \cdot 2^n}.$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! 2^n}{(2n)! \sqrt{n}}.$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{2^n n!}.$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{(n+5) \cdot 3^n}.$
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)}{(n+1)!} \sin \frac{1}{2^n}.$
7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg \frac{2}{n}}{(n+1)!}.$
8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(n+1)! \sqrt{n}}.$
9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{(n+1)!}.$
10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(3n)!}.$
11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \sqrt{n+1}}{(2n)!}.$
12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2 \cdot 6^n}{n!}.$
13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{4^n}.$
14. $\sum_{n=1}^{\infty} n! \sin \frac{\pi}{2^n}.$
15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n}.$
16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin \frac{n+1}{n^2+1}}{(n+1)!}.$
17. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 \arctg(n^2+n+4)}{(n+2)!}.$
18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (n^3+1)}{n!}.$
19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{\sqrt{2^n+5}}.$
20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^n (n+1)!}.$
21. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n(n+1)!}{(2n)!}.$
22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{4^n}.$
23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^4+n^2+1}}{(n+1)!}.$
24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!} \operatorname{tg} \frac{1}{3^n}.$
25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \sqrt{n^2+1}}{(n+1)!}.$
26. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!} \sin \frac{1}{\sqrt{n}}.$
27. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \sqrt[3]{n^2}}{(n+1)!}.$
28. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin \frac{n+1}{n^2+1}}{(n+1)!}.$
29. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (n^3+1)}{n!}.$
30. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{n 4^n}.$

Задача 11.3. Исследуйте ряд на сходимость.

1. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n^2+1}{(n^3+4) \ln(n-1)}.$
2. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(2n+3) \ln^2(n+1)}.$
3. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2+1}}{(n^2+2) \ln^2(3n+1)}.$
4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+3) \ln^2(2n+1)}.$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{(2n^2+3)\ln^2(2n+1)}.$$

$$7. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2+2}}{(n^2+5)\ln^2(n+1)}.$$

$$9. \sum_{n=5}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2-1}}{(n^2-2)\sqrt{\ln(n-3)}}.$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin \frac{1}{n}}{\ln^2(n+1)}.$$

$$13. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{\sin \frac{1}{n^2}}}{\ln^2 n}.$$

$$15. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+3)\ln^2(2n-1)}.$$

$$17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}}{\ln^2(n+2)}.$$

$$19. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n \ln \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)}{\sqrt{\ln(n-1)}}.$$

$$21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n+2}}}{\ln^2(n+2)}.$$

$$23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\frac{1}{\sqrt{n}}} - 1}{\sqrt{n+2} \ln^2(n+2)}.$$

$$25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+4)\ln^2(2n+1)}.$$

$$27. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{tg\left(\frac{4}{n^2}\right)}}{\ln n}.$$

$$29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+1}{(n^4+1)\ln(n+2)}.$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+4}}{\sqrt{9n^3+4} \ln^2(5n+2)}.$$

$$8. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{(n^3+2)\ln(3n-1)}}.$$

$$10. \sum_{n=4}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} \frac{1}{n}}{\sqrt{\ln(n-2)}}.$$

$$12. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{e^{\frac{1}{n}} - 1}{\ln^2(n+7)}.$$

$$14. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{n}} - 1}{\ln n}.$$

$$16. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\left(e^{\frac{1}{\sqrt{n}}} - 1\right)^2}{\ln^2(3n+1)}.$$

$$18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln \frac{n+1}{n}}{\sqrt{\ln(n+2)}}.$$

$$20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{n}}}{\sqrt{n+2} \ln(n+1)}.$$

$$22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{1}{\sqrt{n+1}}}{\sqrt{n+3} \ln^2(n+3)}.$$

$$24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{\sqrt{n^2+1} \ln^2(n+4)}.$$

$$26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{(n+2)\ln^2(n+3)}.$$

$$28. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\left(e^{\frac{1}{\sqrt{n}}} - 1\right)^2}{\ln^2(3n+1)}.$$

$$30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+4)\ln^2(n+2)}.$$

Задача 11.4. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{n^4 - n^2 + 1}.$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(n+1)}.$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin \frac{\pi}{\sqrt{n}}}{\sqrt{3n+1}}.$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}.$
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln(n+1)}.$
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n!}.$
7. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{tg} \frac{1}{n}.$
8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(n+1) \cdot 2^{2n}}.$
9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} 2^{2n}}{(n+1) \cdot 3^{2n}}.$
10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+3)}{\ln(n+4)}.$
11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{5n-1}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{4\sqrt{n}}.$
12. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin^2(n\sqrt{n})}{n\sqrt{n}}.$
13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n (\ln \ln n)}.$
14. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n.$
15. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}.$
16. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^n.$
17. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \sin \frac{1}{n^2}.$
18. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \left(1 + \frac{1}{n^2} \right).$
19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + \sin^2 n}.$
20. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1) \cdot 2^{2n+1}}.$
21. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{\sqrt{n^3}}.$
22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{n^2}.$
23. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln(n+1)}.$
24. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{\pi}{6n}.$
25. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \sqrt[4]{2n+3}}.$
26. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1) \ln n}.$
27. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin^2 3^n}{3^n}.$
28. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^n.$
29. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n+2}}.$
30. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(n^2+1)}.$

Задача 11.5. Вычислите приближенно сумму ряда с заданной точностью ε . Укажите N — наименьшее число членов ряда, которое обеспечивает заданную точность суммы ряда.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(2n+1)}, \varepsilon = 10^{-3}.$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2(n+3)}, \varepsilon = 10^{-3}.$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}, \varepsilon = 10^{-3}.$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n!}, \varepsilon = 10^{-3}.$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{3^n}, \varepsilon = 10^{-2}.$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}, \varepsilon = 10^{-3}.$

7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left(-\frac{2}{5}\right)^n, \varepsilon = 10^{-3}.$

8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(-\frac{2}{3}\right)^n, \varepsilon = 10^{-3}.$

9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n!}, \varepsilon = 10^{-3}.$

10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n+1)}{(2n)! n!}, \varepsilon = 10^{-3}.$

11. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{3^n n!}, \varepsilon = 10^{-4}.$

12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \pi n}{3^n (n+1)}, \varepsilon = 10^{-3}.$

13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)^n}, \varepsilon = 10^{-3}.$

14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \pi n\right)}{n^3}, \varepsilon = 10^{-3}.$

15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n!}, \varepsilon = 10^{-3}.$

16. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{3n^2}, \varepsilon = 10^{-3}.$

17. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2^n n!}, \varepsilon = 10^{-4}.$

18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(2n)!}, \varepsilon = 10^{-3}.$

19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)! 2n}, \varepsilon = 10^{-3}.$

20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!}, \varepsilon = 10^{-3}.$

21. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{7^n}, \varepsilon = 10^{-3}.$

22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!!}, \varepsilon = 10^{-3}.$

23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{(2n-1)^2 (2n+1)^2}, \varepsilon = 10^{-3}.$

24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{2^n}, \varepsilon = 10^{-3}.$

25. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(2n)^3}, \varepsilon = 10^{-3}.$

26. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n^3 (n+1)}, \varepsilon = 10^{-3}.$

27. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 (n+3)}, \varepsilon = 10^{-3}.$

28. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{3n^2}, \varepsilon = 10^{-3}.$

29. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(n+2)}, \varepsilon = 10^{-3}.$

30. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3 (n+3)}, \varepsilon = 10^{-3}.$