

ВОПРОСЫ ПО КУРСУ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ» МТФ, 1 КУРС, 2 СЕМЕСТР

ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

1. Функции многих переменных: основные определения, предела, непрерывности.
2. Частные производные, дифференциал функций нескольких переменных.
3. Дифференцирование сложной функции многих переменных.
4. Дифференцирование неявной функции многих переменных.
5. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости.
6. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о равенстве старших смешанных производных.
7. Формула Тейлора функции многих переменных..
8. Экстремум функций нескольких переменных. Необходимые условия существования экстремума функции многих переменных.
9. Достаточные условия существования экстремума функции двух переменных.
10. Достаточные условия существования экстремума функции многих переменных.
11. Условный экстремум функции многих переменных.. Его нахождение методом сведения к функции одной переменной и методом Лагранжа.
12. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции в области.
13. Понятия линии и поверхности уровня. Градиент, его основные свойства. Производная по направлению.
14. Нормаль и касательная плоскость к поверхности.

КРАТНЫЕ, КРИВОЛИНЕЙНЫЕ И ПОВЕРХНОСТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ, ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОЛЯ

15. Двойной интеграл. Физический и геометрический смысл. Сведение к повторному. Расстановка пределов интегрирования.
 16. Тройной интеграл. Сведение к повторному. Расстановка пределов интегрирования.
 17. Теорема о замене переменных в кратном интеграле. Якобиан отображения.
 18. Переход в двойном интеграле к полярным координатам.
 19. Переход в тройном интеграле к цилиндрическим и сферическим координатам.
 20. Применение двойных и тройных интегралов к вычислению площадей и объемов, к решению задач механики и физики.
 21. Криволинейный интеграл первого рода. Вычисление длины дуги.
 22. Криволинейный интеграл второго рода.
 23. Формула Грина.
 24. Задачи, приводящие к понятию поверхностного интеграла. Поверхностный интеграл первого рода.
 25. Ориентация поверхности в пространстве. Поверхностный интеграл второго рода. Вычисление поверхностного интеграла второго рода с помощью поверхностного интеграла первого рода. Вычисление поверхностного интеграла второго рода по координатам.
 26. Формула Стокса.
 27. Формула Гаусса-Остроградского.
 28. Поток векторного поля через поверхность. Вычисление потока.
 29. Дивергенция векторного поля, ее физический смысл.
 30. Циркуляция векторного поля. Работа силового поля. Ротор (вихрь) векторного поля. Вычисление ротора.
 31. Дифференциальные операторы, оператор Гамильтона, дифференциальные операторы второго рода.
 32. Потенциальные, соленоидальные поля и гармонические поля.
- ### **ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**
33. Понятие дифференциального уравнения. Задача Коши. Общее и частное решения

- дифференциального уравнения.
34. Интегрируемые типы дифференциальных уравнений: уравнения с разделяющимися переменными
 35. Интегрируемые типы дифференциальных уравнений: однородные дифференциальные уравнения, уравнения, приводящиеся к однородным.
 36. Интегрируемые типы дифференциальных уравнений: линейные дифференциальные уравнения; уравнения Бернулли.
 37. Интегрируемые типы дифференциальных уравнений: уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель.
 38. Огибающая семейства интегральных кривых, особое решения для дифференциального уравнения первого порядка.
 39. Дифференциальные уравнения высших порядков. Общие понятия. Задача Коши.
 40. Дифференциальные уравнения высших порядков. Уравнения, допускающие понижение порядка.
 41. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка. Однородные уравнения. Свойства решений. Линейно зависимые (независимые) решения.
 42. Определитель Вронского и его свойства. Структура общего решения. Фундаментальная система решений.
 43. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных для нахождения общего решения неоднородного линейного дифференциального уравнения n -го порядка.
 44. Теорема о структуре общего решения неоднородного линейного дифференциального уравнения n -го порядка.
 45. Линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами n -го порядка. Характеристическое уравнение. Фундаментальная система решений однородного линейного дифференциального уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.
 46. Решение неоднородного линейного дифференциального уравнения n -го порядка со специальной правой частью (метод подбора).
 47. Системы линейных дифференциальных уравнений. Определения. Запись в матричном виде.
 48. Связь линейных дифференциальных уравнений и систем. Структура пространства решений системы линейных дифференциальных уравнений.
 49. Решение однородных систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами (случай вещественных различных собственных чисел).

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ РЯДОВ

50. Определение числового ряда. Сходимость и сумма ряда, необходимый признак сходимости; простейшие свойства сходящихся рядов; гармонический ряд.
51. Ряды с положительными членами: признаки сравнения в форме неравенства и в предельной форме.
52. Ряды с положительными членами: признак Даламбера.
53. Ряды с положительными членами: признак Коши радикальный.
54. Ряды с положительными членами: признак Коши интегральный.
55. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости ряда.
56. Свойства условно и абсолютно сходящихся рядов.
57. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.
58. Функциональные ряды. Область сходимости; определение и нахождение с помощью признака Даламбера.
59. Равномерная сходимость функционального ряда. Признак Вейерштрасса.
60. Свойства равномерно сходящихся рядов: непрерывность суммы; почленное интегрирование и дифференцирование.
61. Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости.

- 62. Степенные ряды. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов.
- 63. Ряды Тейлора и Маклорена. Условие разложимости функции в ряд Тейлора.
- 64. Приложения рядов: приближенное вычисление значений функций; приближенное вычисление определенного интеграла.

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ РЯДОВ И ИНТЕГРАЛОВ ФУРЬЕ

- 65. Системы ортогональных на отрезке $[a,b]$ функций. Пример – тригонометрическая система.
- 66. Разложение функции по ортогональной системе – ряд Фурье. Нахождение коэффициентов разложения. Коэффициенты разложения по тригонометрической системе.
- 67. Условия Дирихле и теорема о разложимости функции в ряд Фурье.
- 68. Разложение в ряд Фурье периодических функций. Ряд Фурье для четной (нечетной) функции.
- 69. Интеграл Фурье.