

Экзаменационные вопросы по дисциплине
«Специальные главы математического анализа» (3-й семестр)

1. Комплексные числа и операции над ними. Модуль, аргумент, алгебраическое, тригонометрическое, показательное представление комплексного числа.
2. Формула Эйлера. Формула Муавра.
3. Функции комплексного переменного. Отображение. Однолистное отображение, не однолистное отображение.
4. Предел функции комплексного переменного. Критерий Коши существования предела. Непрерывность функции комплексного переменного.
5. Основные трансцендентные функции комплексного переменного: дробно-рациональная функция, показательная функция, тригонометрические функции, гиперболические функции, степенная функция, логарифмическая функция, обратные тригонометрические и гиперболические функции, обобщённая степенная функция.
6. Дифференцирование функции комплексного переменного. Производная функции комплексного переменного.
7. Условия Коши-Римана. Аналитические функции. Гармонические функции, связь аналитических и гармонических функций.
8. Восстановление аналитической функции по её вещественной или мнимой части.
9. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформное отображение.
10. Интеграл от функций комплексного переменного. Свойства. Спрямолинейная кривая, односвязная, многосвязная область. Теорема Коши для простого контура и сложного контура.
11. Первообразная. Формула Ньютона-Лейбница.
12. Интегральная формула Коши. Формулы для производных высшего порядка. Вычисление интегралов по замкнутому контуру от функции комплексного переменного.
13. Функциональная последовательность, область сходимости функциональной последовательности. Функциональные ряды. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости.

14. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус и круг сходимости степенного ряда. Ряд Тейлора.
15. Ряд Лорана. Область сходимости ряда Лорана.
16. Нули аналитических функций. Изолированные особые точки аналитической функции. Теорема Пикара. Теорема Сохоцкого. Ряд Лорана в окрестности особой точки. Бесконечно удалённая особая точка.
17. Вычеты. Вычисление вычетов в изолированных особых точках. Основная теорема о вычетах.
18. Применение вычетов к вычислению контурных интегралов.
19. Применение вычетов к вычислению интегралов от функции действительной переменной. Вычисление несобственных интегралов с помощью вычетов.
20. Операционное исчисление. Оригинал, изображение, необходимое условие изображения, пространство изображений. Преобразование Лапласа. Теорема о сходимости интеграла Лапласа.
21. Свойства преобразования Лапласа: линейность, подобие, запаздывание, смещение, дифференцирование оригинала, дифференцирование изображения, интегрирование оригинала и изображения.
22. Теорема Бореля, интеграл Дюамеля. Связь «начальных» и «конечных» значений оригинала и изображения.
23. Нахождение изображения по оригиналу. Изображение периодических сигналов. Изображение дельта-функции Дирака.
24. Нахождение оригинала по изображению. Теоремы разложения. Вычисление оригиналов с помощью вычетов.
25. Применение преобразования Лапласа к решению линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
26. Единичная переходная функция, импульсная переходная функция, применение интеграла Дюамеля и теоремы Бореля к решению линейных дифференциальных уравнений.
27. Линейные нормированные пространства, расстояния между элементами. Линейная независимость ортогональных элементов. Бесконечномерные функциональные пространства.

28. Понятие полноты ортонормированной системы функций. Обобщённый ряд Фурье, коэффициенты Фурье.
29. Теорема Парсеваля, равенство Парсеваля.
30. Энергия сигнала, мощность сигнала. Доля k -й гармоники в общей энергии спектра.
31. Тригонометрический ряд Фурье, теорема Дирихле. Сходимость ряда Фурье.
32. Ряд Фурье для функций с произвольным периодом. Ряд Фурье для чётных и нечётных функций.
33. Ряд Фурье в комплексной форме.
34. Эффект Гиббса.
35. Интеграл Фурье, преобразование Фурье его свойства и применение.
36. Гармонический анализ периодических сигналов. Спектры периодического сигнала (амплитудный и фазовый).