

Вариант 1

1. Дана матрица $A = \begin{bmatrix} 100 & -10 & 0 & 0 \\ -10 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 101 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ и вектор $f = (1, 1, 0, 0)^T$. Решить СЛАУ $Ax = f$ методом квадратного корня. (3 балла)

2. Дана матрица в разреженном строчном формате с выделенной диагональю:

di = 3, 1, 2, 8, 9, 2, 2, 11

ig = 1, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9

jj = 1, 1, 1, 2, 4, 4, 6, 2

gg = -1, 1, 1, 3, 5, -2, 1, 3

Записать её в формате матрицы nxn. (2 балла)

3. Указать элементы матрицы L, которые могут быть ненулевыми при построении LU разложения матрицы задачи 2. (2 балла)

4. Дана матрица $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -0.1 & 0 \\ 0 & 100 & -10 & 0 & -1 \\ 0 & -10 & 100 & 0 & 0 \\ -0.1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}$

Представить её в разреженном строчном формате с выделенной диагональю. (2 балла)

5. Вычислить нижнюю треугольную матрицу неполного разложения Холецкого для матрицы $\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 101 & 0 \\ -1 & 0 & 101 \end{bmatrix}$. (3 балла)

6. Для матрицы из задачи 4, правой части (0.9, 89, 90, 0.9, 99) и нулевого начального приближения выполнить одну итерацию метода последовательной верхней релаксации с коэффициентом релаксации $\omega = 1.1$. Результирующий вектор округлить до трёх значащих цифр. (4 балла)

7. Оценить число обусловленности матрицы из задания 4. С помощью числа обусловленности оценить относительную погрешность задачи 6 по относительной невязке. (4 балла)

8. Сделать одну итерацию метода Ньютона для решения системы нелинейных уравнений

$$\begin{cases} x + y^2 = 1 \\ x - y = 0 \end{cases} \text{ для начального приближения } (1, 1). \text{ (4 балла)}$$

9. Известно, что кубический сплайн построен на отрезке $[0, 6]$ с узловыми точками 0, 1, 3, 5, 6. Его значения и значения его производных в узловых точках приведены в таблице.

X	0	1	3	5	6
S(x)	0	1	-3	5	6
S'(x)	1	1	-1	1	-1

Вычислить значение сплайна в точке $x=2$ (4 балла)

10. Вычислить локальную матрицу массы треугольника с линейными базисными функциями в цилиндрических координатах, если его координаты вершин (0.5, 0), (2, 0), (0, 1). Результаты округлить до 3 значащих цифр (4 балла)

11. Одномерный элемент с квадратичными лагранжевыми базисными функциями определен на отрезке $[1.0, 3.0]$. Узел с координатой 1.0 имеет номер 1, с координатой 2.0 номер 2, с координатой 3.0 номер 3. Вычислите значение решения в точке 1.5, если веса решения в той же нумерации 2.0, 5.0, 10.0. (4 балла)

12. Для матрицы из задачи 1 выполнить 2 итерации метода поиска минимального по модулю собственного числа. (4 балла)