Моделирование и автоматизация процессов геометрического проектирования

В.Д. Фроловский

Новосибирск-2019

д.т.н. профессор

Владимир Дмитриевич
Фроловский

Телефон: 346-11-00
Расположение: 7 корпус НГТУ, к. 807
Часы приема: по расписанию
Эл. почта: frolovskij@corp.nstu.ru
vdf-nstu@yandex.ru

Образование

Учимся читать и писать.

Читать это воспринимать и понимать то, что создано другими и доступно в виде музыкальных, художественных произведениях, научно-технических публикациях и прочее.

Писать это умение создавать новое, решать задачи, разрабатывать алгоритмы, писать программы, отчеты, научно-технические статьи и прочее.

Уровень образования определяется уровнем соответствующего материала, его разносторонностью и глубиной содержания.

Предисловие

Информационные технологии давно стали неотъемлемым инструментом практически любой сферы деятельности. Без помощи компьютера не обходятся конструкторы, технологи, экономисты и даже медики, музыканты, художники и многие другие. В отечественной терминологии сложилось и закрепилось название АСУ – автоматизированные системы управления: АСУ, АСУП, АСУ ТП, АСУ ЕСТПП, САПР и т.п.

В мировой практике CAD /CAM/ CAE – системы: CAD System - Computer Aided Design System – системы компьютерной помощи в проектировании, CAM - Computer Aided Manufacturing - общий термин для обозначения системы автоматизированной подготовки производства, CAE – Computer Aided Engineering - общий термин для обозначения информационного обеспечения условий автоматизированного анализа проекта, имеет целью обнаружение ошибок (прочностные расчеты) или оптимизация производственных возможностей и проч.

Интегрирующими терминами стали: информационные системы, информационные методы и технологии.

Дойдя до конца, вернись к началу

Древняя китайская притча гласит: *«Дайте человеку одну рыбу, и он получит пропитание на день, дайте уму удочку и научите его ловить рыбу, и он получит пропитание на всю жизнь».*

Правила для руководства ума

Годы жизни Декарта - 1596-1650.

ПРАВИЛО I

Целью научных занятий должно быть направление ума таким образом, чтобы он выносил прочные и истинные суждения обо всех встречающихся предметах.

ПРАВИЛО II

Нужно заниматься только такими предметами, о которых наш ум кажется способным достичь достоверных и несомненных познаний.

ПРАВИЛО III

В предметах нашего исследования надлежит отыскивать не то, что о них думают, другие или что мы предполагаем о них сами, но то, что мы ясно и очевидно можем усмотреть или надежно дедуцировать, ибо знание не может быть достигнуто иначе.

ПРАВИЛО IV

Метод необходим для отыскания истины.

ПРАВИЛО V

Весь метод состоит в порядке и размещении того, на что должно быть направлено острие ума в целях открытия какой-либо истины. Мы строго соблюдем его, если будем постепенно сводить темные и смутные положения к более простым и затем пытаться, исходя из интуиции простейших, восходить по тем же ступеням к познанию всех остальных.

ПРАВИЛО VI

Для того чтобы отделять наиболее простые вещи от трудных и придерживаться при этом порядка, необходимо, во, всяком ряде вещей в котором мы непосредственно выводим какие-либо истины из других истин, следить, какие из них являются самыми простыми и как отстоят от них другие: дальше, ближе или одинаково.

ПРАВИЛО VII

Для завершения знания надлежит все, относящееся к нашей задаче, вместе и порознь обозреть последовательным и непрерывным движением мысли и охватить достаточной и методической нумерацией.

ПРАВИЛО VIII

Если в ряде исследуемых вещей встретится какая-либо одна, которую наш ум не может достаточно хорошо понять, то нужно на ней остановиться и не исследовать других, идущих за ней, воздерживаясь от лишнего труда.

ПРАВИЛО IX

Нужно обращать острие ума на самые незначительные и простые вещи и долго останавливаться на них, пока не привыкнем отчетливо и ясно прозревать в них истину.

ПРАВИЛО X

Для того чтобы сделать ум проницательным, необходимо упражнять его в исследовании вещей, уже найденных другими, и методически, изучать, все, даже, самые, незначительные, искусства, но в особенности те, которые объясняют или предполагают порядок.

ПРАВИЛО XI

После того как мы усвоим несколько простых положений и выведем из них какое-либо иное, полезно обозреть их путем последовательного и непрерывного движения мысли, обдумать их взаимоотношения и отчетливо представить одновременно наибольшее их количество; благодаря этому наше знание сделается более достоверным и наш ум приобретет больший кругозор.

ПРАВИЛО XII

Наконец, нужно использовать все вспомогательные средства интеллекта, воображения, чувств и памяти как для отчетливой интуиции простых положений и для верного сравнения искомого с известным, чтобы таким путем открыть его, так еще и для того, чтобы находить те положения, которые должны быть сравниваемы между собой; словом, не нужно пренебрегать ни одним из средств, находящихся в распоряжении человека.

ПРАВИЛО XIII

Когда мы хорошо понимаем вопрос, нужно освободить его от всех излишних представлений, свести его к простейшим элементам и разбить его на такое же количество возможных частей посредством нумерации.

ПРАВИЛО XIV

Сказанное следует отнести и к реальному протяжению тел; это протяжение нужно всецело представлять в виде простых фигур: таким образом оно сделается более понятным для интеллекта.

ПРАВИЛО XV

Большей частью также полезно чертить эти фигуры и преподносить их внешним чувствам, для того чтобы таким образом нам было легче сосредоточивать внимание нашего ума.

ПРАВИЛО XVI

Что же касается измерений, не требующих в данный момент внимания нашего ума, хотя и необходимых для заключения, то лучше изображать их в виде сокращенных знаков, чем полных фигур. Таким образом, именно память не будет нам изменять и вместе с тем мысль не будет разбрасываться, чтобы удержать в себе эти измерения, в то время как она занята выведением других.

ПРАВИЛО XVII

Встретившуюся трудность надо просматривать прямо, не обращая внимания на то, что некоторые из ее терминов известны, а некоторые неизвестны, и интуитивно следовать правильным путем по их взаимной зависимости.

ПРАВИЛО XVIII

Для этой цели необходимы только четыре действия: сложение, вычитание, умножение и деление. Двумя последними из них часто здесь даже нет надобности пользоваться как во избежание ненужных усложнений, так и потому, что в дальнейшем они могут быть более легко выполнимы.

ПРАВИЛО XIX

Путем такого метода вычислений нужно отыскивать столько величин, выраженными двумя различными способами, сколько неизвестных терминов мы предполагаем известными, для того чтобы исследовать трудность прямым путем. Именно таким образом мы получим столько же сравнений между двумя равными величинами.

ПРАВИЛО XX

Составив уравнения, мы должны совершить ранее отложенные нами действия, никогда не пользуясь умножением, если уместно деление.

ПРАВИЛО XXI

Если имеется много таких уравнений, то нужно их привести все к одному, а именно к тому, термины которого займут наименьшее количество ступеней в ряде последовательно пропорциональных величин, где они и должны быть расставлены в соответствующем порядке

Правила Декарта для руководства ума

1. Целью научных занятий должно быть направление ума таким образом, чтобы он выносил **прочные** и истинные суждения обо всех встречающихся предметах.
2. Нужно заниматься только такими предметами, о которых наш ум кажется способным достичь достоверных и несомненных познаний. В предметах нашего исследования надлежит отыскивать не то, что о них думают, другие или что мы предполагаем о них сами, но то, что мы ясно и очевидно можем усмотреть или надежно **дедуцировать,** ибо знание не может быть достигнуто иначе.
3. **Метод** необходим для отыскания истины.
4. Для того чтобы сделать ум проницательным, необходимо упражнять его в исследовании вещей, уже найденных другими, и методически, изучать, все, даже, самые, незначительные, искусства, но в особенности те, которые объясняют или предполагают **порядок**.
5. Когда мы хорошо понимаем вопрос, нужно освободить его от всех излишних представлений, свести его к простейшим элементам и разбить его на такое же количество возможных частей посредством **нумерации.**

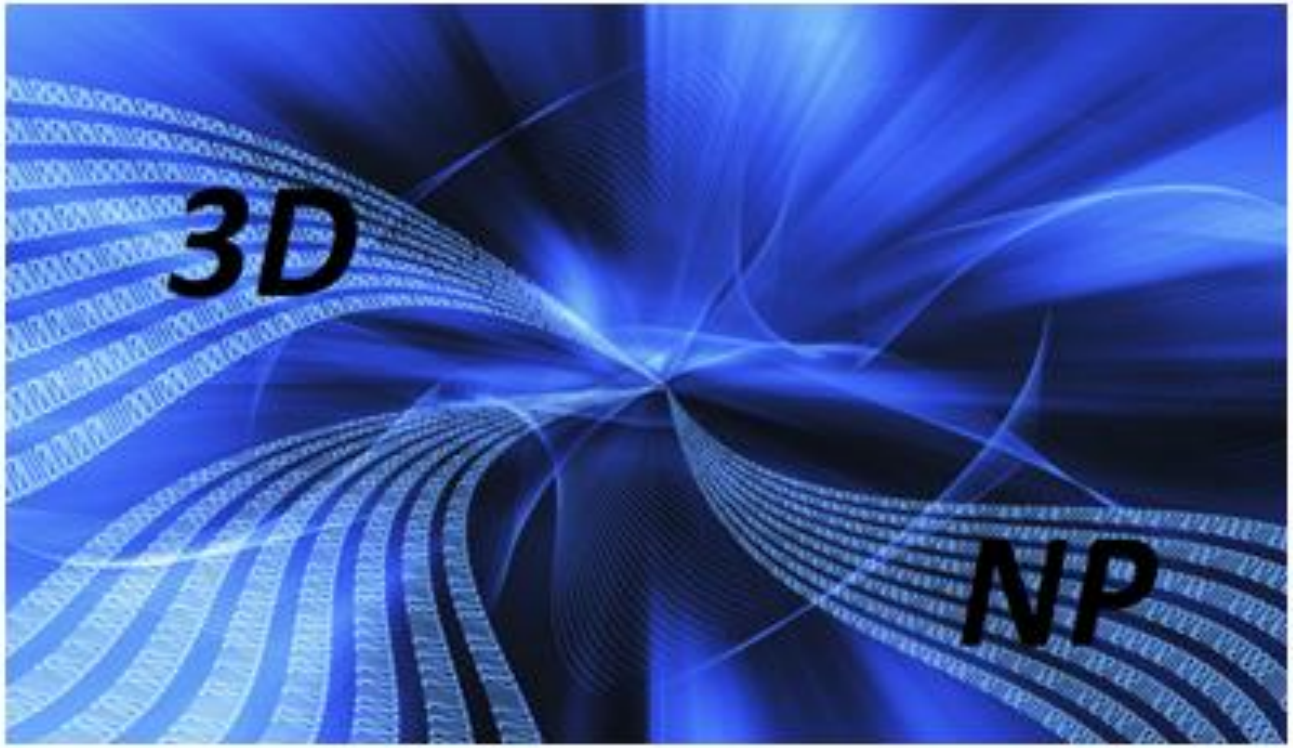
Современные формулировки и интерпретации правил Декарта

Выделяют четыре правила дедукции:

1) принимать за истинное всё то, что воспринимается ясно и отчётливо и не даёт повода к сомнению (т.е. интуиция рассматривается как исходный элемент познания);
2) делить каждую сложную вещь на более простые составляющие, не поддающиеся дальнейшему делению умом на составляющие части с целью открытия исходных элементов знания;
3) познание мыслью следует идти от простейших, элементарных и наиболее доступных для нас вещей к вещам более сложным и трудным для понимания;
4) энумерация, т.е. полное перечисление, обзор элементов, создание как можно более полной классификации, приближение к максимальной полноте рассмотрения.

Название научного направления
Моделирование и автоматизация процессов геометрического проектирования

Логотип научного направления



3D

-

Построение базовой трехмерной модели изделия $S_{БМ}$ *(s, P)* заданной формы *{s}* и фиксированными метрическими характеристиками *{P}*, отвечающими среднестатистическим значениям объектов данного класса.

Параметризация базовой модели S_{MU} *(s, P, U)*, обеспечивающая возможность генерации индивидуальных моделей, с заданными параметрами U^* : $S_{MU}{}^*$ *(s, P, U*)*.

3D -> 2D

-

Разбиение трехмерной поверхности на отдельные сегменты S_{Mi} (s_i, P_i, U_i^*), развертка трехмерных сегментов (проектирование заготовок): $S=\{S, S,..., S_N\}$.

2D

-

Оптимизация размещения геометрических объектов (проектирование карт раскроя материалов, максимальные геометрические покрытия) : $R=(R_1,...,R_K)$.

Автоматизация проектирования управляющих программ, оптимизация маршрутов движения режущих механизмов при тепловой резке металлов.

2D -> 3D

Моделирование сборки исходной трехмерной поверхности из плоских заготовок.

3D

-

Визуализация результатов проектирования, моделирование условий функционирования проектируемого изделия.

Параметрическое моделирование сложных объектов

$3D$

Рассматривается задача параметризации сложных поверхностей с сохранением семантической целостности моделируемых объектов на основе порождающих моделей.

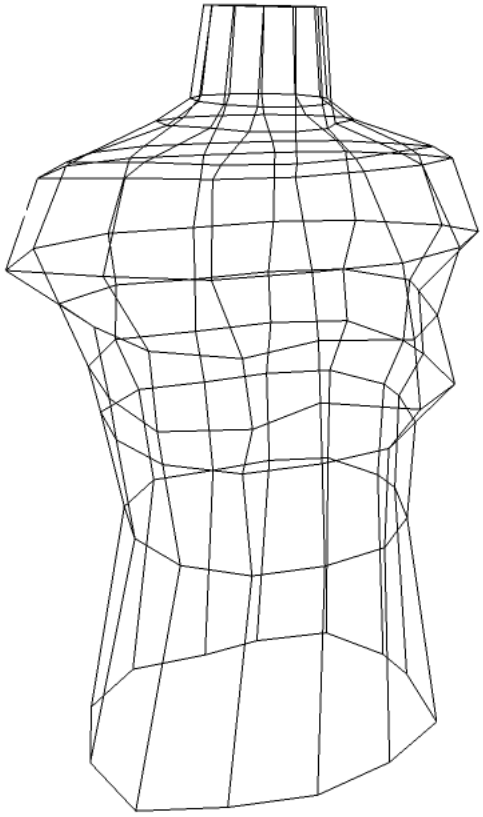
При этом достигаются следующие цели:

1) сжатие геометрической информации на уровне множества параметров малой размерности;

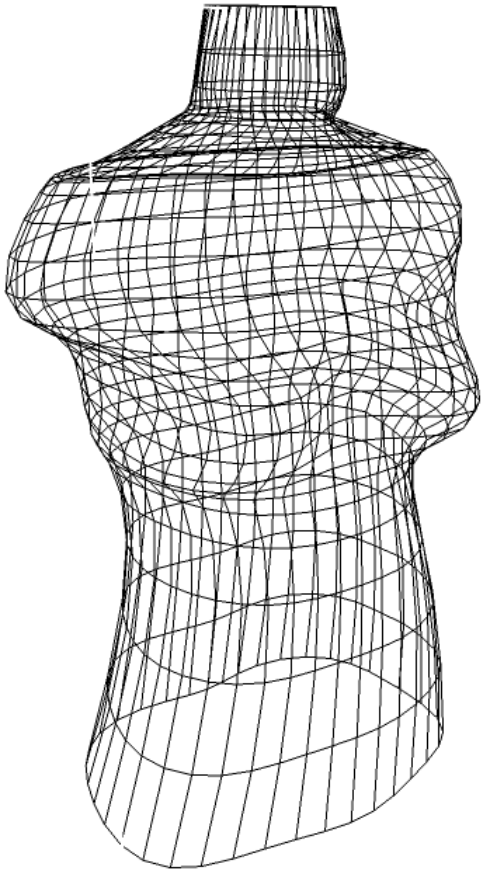
2) возможность автоматической генерации моделей с заданными параметрами без использования интерактивных процедур.

Детализация поверхности

O B J E C T



TIS - метод



Гладкая вещественнозначная функция ϕ от p переменных, определена на p-мерном кубе $V = [-1, 1] \times \ldots \times [-1, 1]$

$$\Phi(\upsilon_1,\ldots,\upsilon_p) = \sum_{k_1,\ldots,k_p} C(\phi)_{k_1,\ldots,k_p} \times exp\left(\sum_{j=1}^{p} i\pi\, k_j(\upsilon_j+1)\right) \quad \textbf{(1)}$$

$$C(\phi)_{k_1,\ldots,k_p} = \frac{1}{T}\sum_{t_1,\ldots,t_p} \phi(s_1\text{-}1,\ldots,s_p\text{-}1) \times exp\left(-\sum_{j=1}^{p} i\pi\, k_j s_j\right) \quad \textbf{(2)}$$

$k_j, t_j = 0,\ldots,2N_j-1 \qquad s_j = \dfrac{t_j}{N_j} \qquad j = 1,\ldots,p \qquad i = \sqrt{-1}$

Одномерный случай

Задана гладкая вещественнозначная функция $\psi(u) \quad u \in [0,1]$

Требуется построить аппроксимацию Ψ исходя из значения $\psi(u)$ на множестве точек $\psi(\frac{i}{N}) \quad i = 0,\ldots,N$

Для ускорения сходимости аппроксимации вводится вспомогательная периодическая функция ϕ с ограниченной производной на всей области определения, включая границу. Тогда

$$\Phi(u) = \sum_{k=0}^{2N-1} C_k\, exp\big(i\pi\, k(u+1)\big) \quad \textbf{(3)}$$

$$C_k = \frac{1}{2N}\sum_{t=0}^{2N-1} \phi(\frac{t}{N}-1)\, exp\left(-i\pi\, k\frac{t}{N}\right) \quad \textbf{(4)}$$

$$\phi(\upsilon) = \begin{cases} \psi(\upsilon)-h(\upsilon) & \text{для } 0 \le \upsilon \le 1, \\ -\phi(-\upsilon) & \text{для } -1 \le \upsilon \le 0, \end{cases} \quad \textbf{(5)}$$

$$\Psi(u) = \Phi(u) + h(u) \quad \textbf{(6)}$$

$$\left|\psi(u)-\Psi(u)\right| \le C\frac{log(N)}{N} \quad \textbf{(7)}$$

$$h(u) = \psi(0)(1-u) + \psi(1)(u) \quad \textbf{(8)}$$

Двухмерный случай

$$\Psi(s,t)=\Phi(s,t)+H(s,t) \tag{9}$$

$$\Phi(s,t)=\sum_{k=0}^{2N_1-1}\left(\sum_{j=0}^{2N_2-1}C_{k,j}\,exp\big(i\pi\,k(s+1)\big)\times\,exp\big(i\pi\,j(t+1)\big)\right) \tag{10}$$

$$C_{k,j}=\frac{1}{2N_2}\sum_{n=0}^{2N_2-1}C_k\left(\frac{n}{N_2}-1\right)\times exp\left(-i\pi\cdot j\frac{n}{N_2}\right) \tag{11}$$

$$C_k(t)=\frac{1}{2N_1}\sum_{n=0}^{2N_1-1}\phi\left(\frac{n}{N_1}-1,\ t\right)\times exp\left(-i\pi\,k\frac{n}{N_1}\right) \tag{12}$$

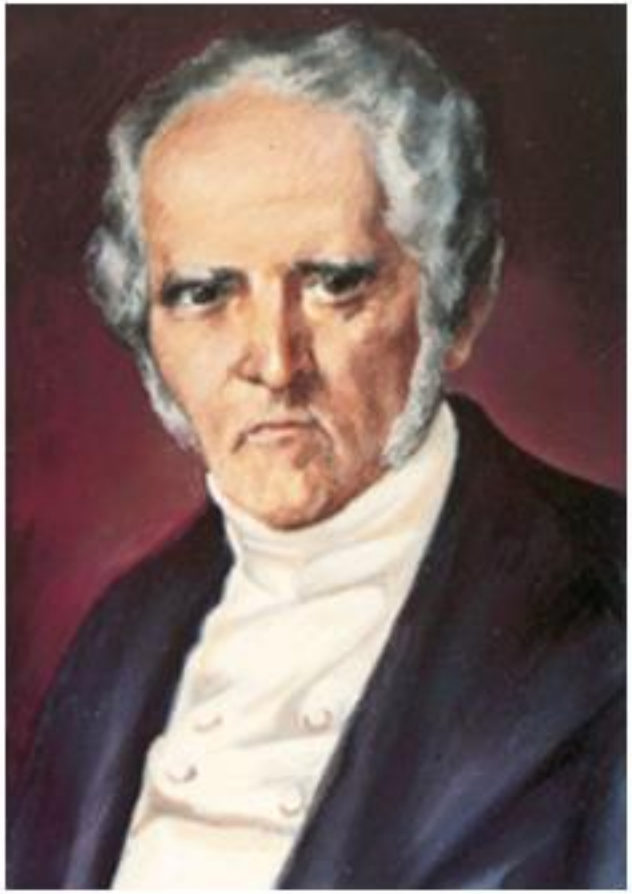
$$\phi(\upsilon_1,\upsilon_2)=\begin{cases}\psi(\upsilon_1,\upsilon_2)-h(\upsilon_1,\upsilon_2) & \text{, для } 0\le\ \upsilon_1\le 1,\ 0\le\upsilon_2\le 1\\ -\phi(-\upsilon_1,\upsilon_2) & \text{, для } -1\le\upsilon_1\le 0,\ 0\le\upsilon_2\le 1\\ -\phi(\upsilon_1,-\upsilon_2) & \text{, для } 0\le\upsilon_1\le 1,\ -1\le\upsilon_2\le 0\\ \phi(-\upsilon_1,-\upsilon_2) & \text{, для } -1\le\upsilon_1\le 0,\ -1\le\upsilon_2\le 0\end{cases} \tag{13}$$

$$h(s,t)=\big(W_2\kappa\big)(s,t)+\big(W_1\psi\big)(s,t) \tag{14}$$

$$\kappa(s,t)=\psi(s,t)-\big(W_1\psi\big)(s,t) \tag{15}$$

$$\big(W_1 f\big)\big(s,t\big)=f\big(0,t\big)\big(1-s\big)+f\big(1,t\big)s \tag{16}$$

$$\big(W_2 f\big)\big(s,t\big)=f\big(s,0\big)\big(1-t\big)+f\big(s,1\big)t \tag{17}$$

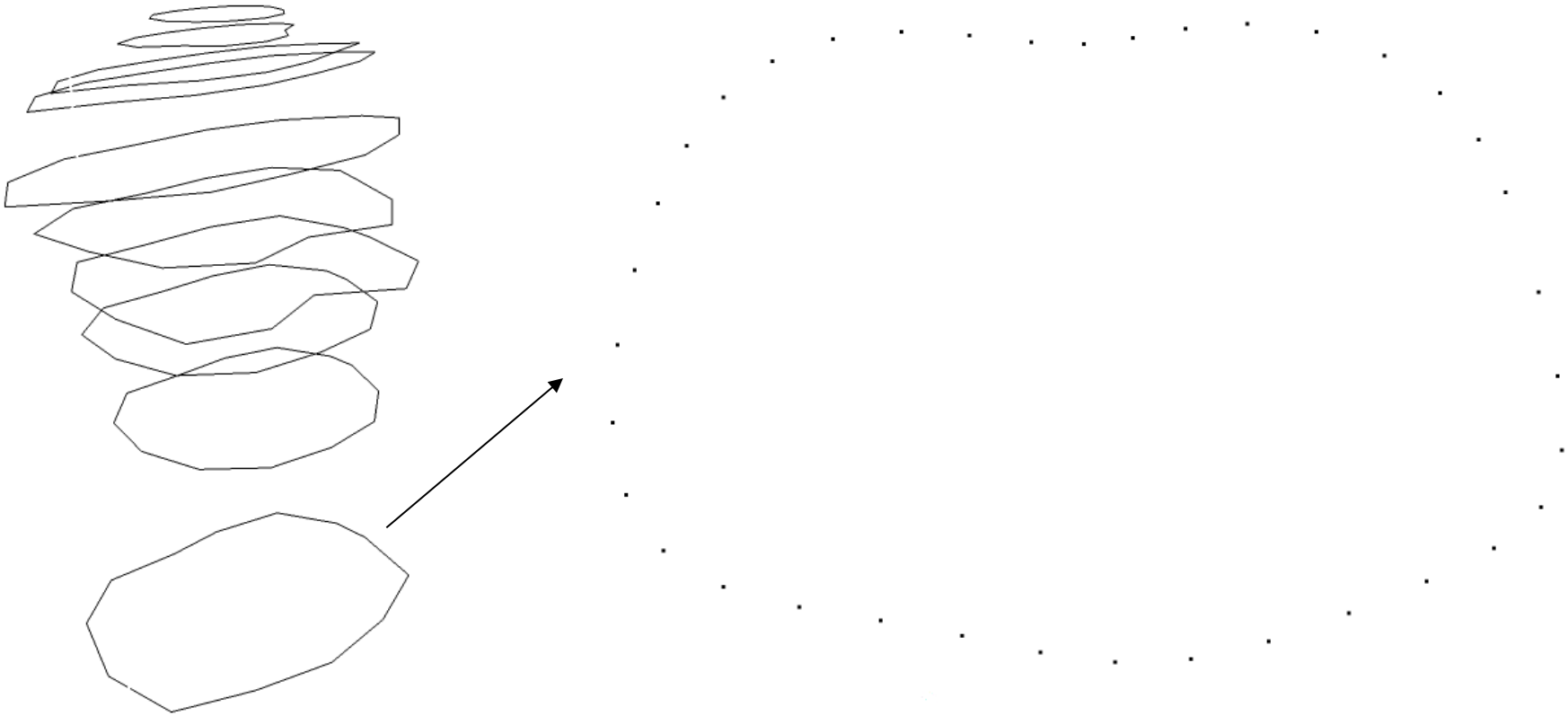


Франсуа́ Мари́ Шарль Фурье́
Французский философ, социолог, один из представителей утопического социализма, основатель системы фурьеризма; автор термина «феминизм». Его идеи получили название фурьеристических, а последователей прозвали фурьеристами.

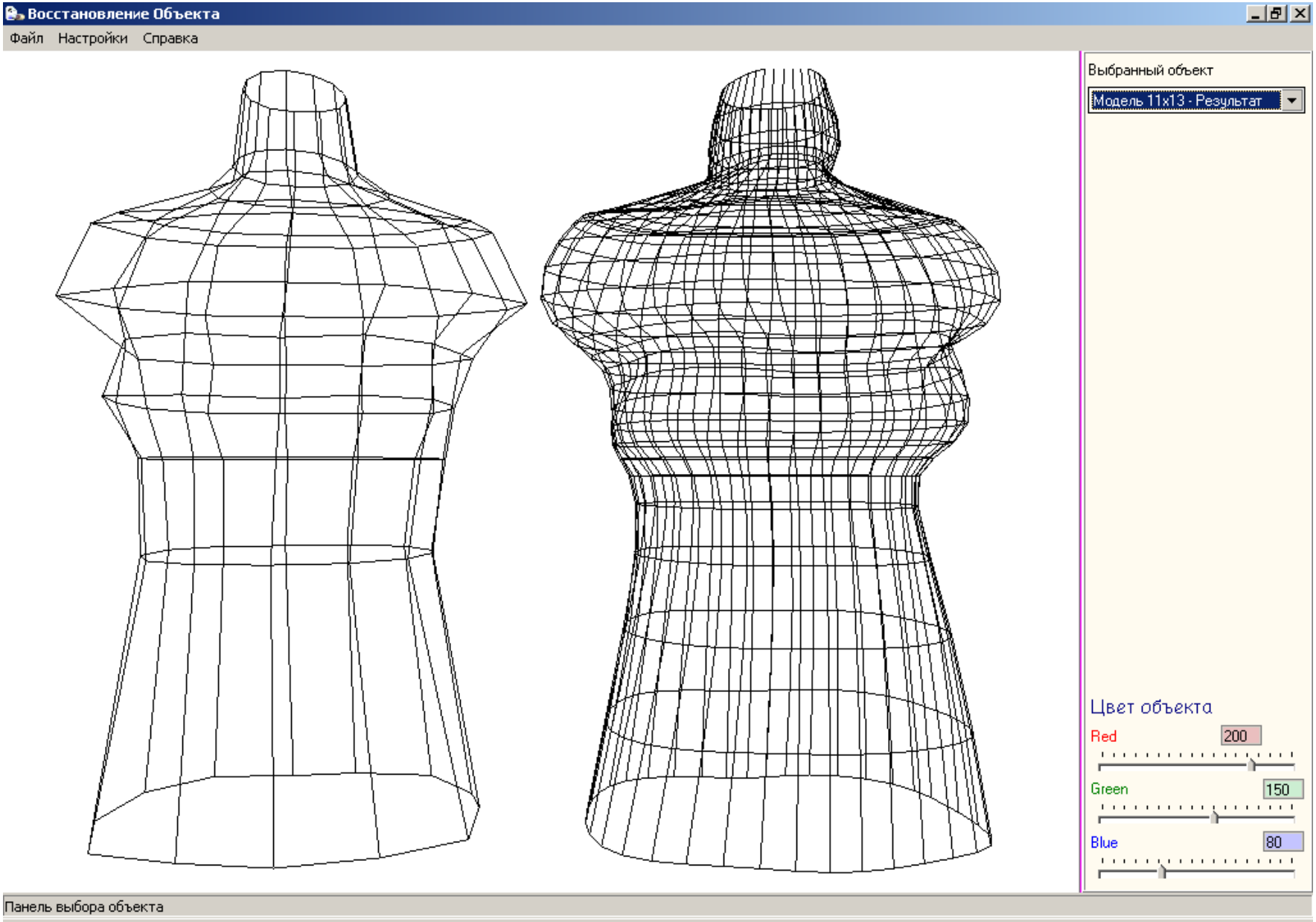
- **Родился:** 7 апреля 1772 г., Безансон, Королевство Франция
- **Умер:** 10 октября 1837 г. (65 лет), Париж, Королевство Франция

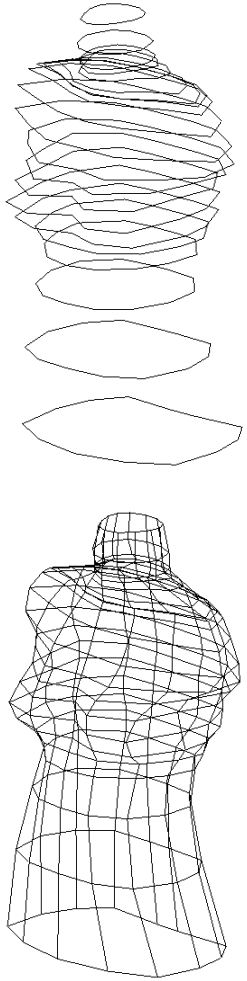
Исходные данные

Расположение точек на линиях уровней

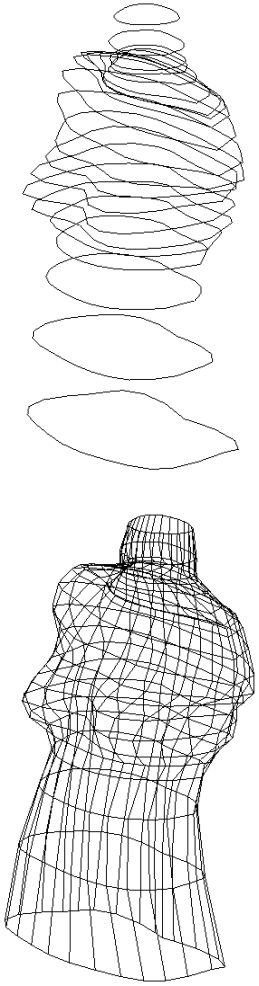


Результаты TIS - интерполяции

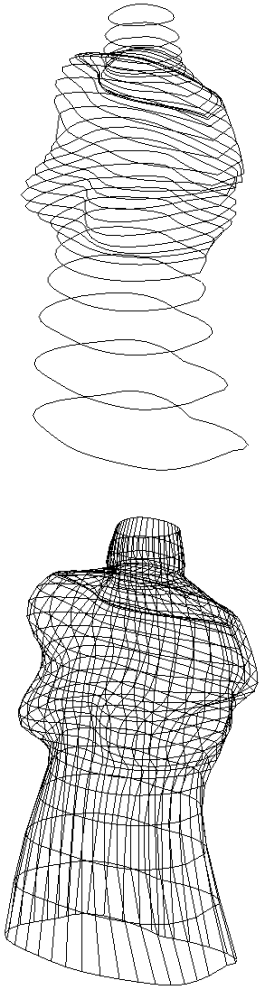




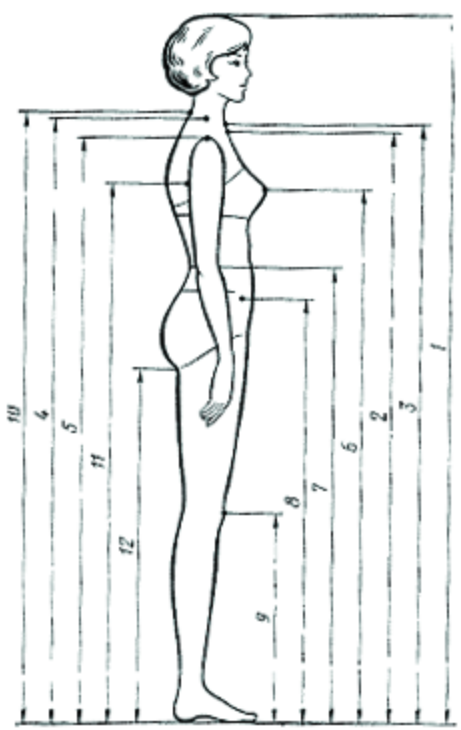
21 level, 13 point



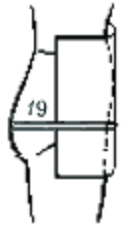
21 level, 25 point



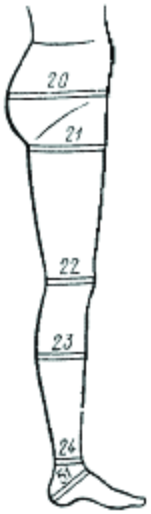
31 level, 37 point



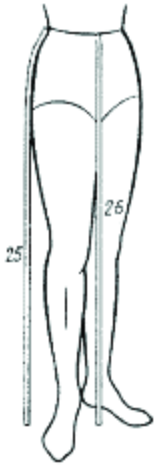
Черт 6



Черт 7

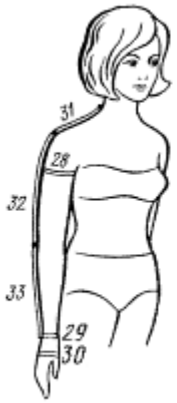


Черт 8



Черт 9

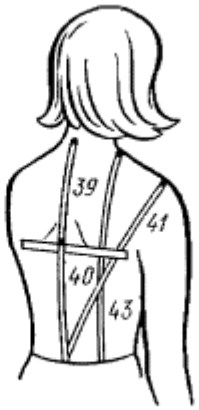
Черт 10



Черт. 11

Черт. 12

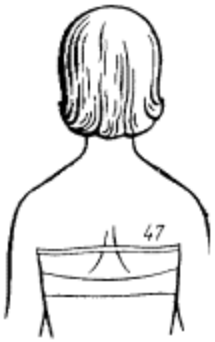
Черт. 13



Черт. 14

Черт 15

Черт 16



Черт 17

Черт 18

Черт 19

Черт 20

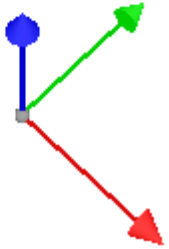
Main stages

- Determination of information about structure of surface of object
- Choice of parameters of object
- Building of surface
- Visualization of results

Information about structure of surface of object

Horizontal layers

information about structure of surface of object

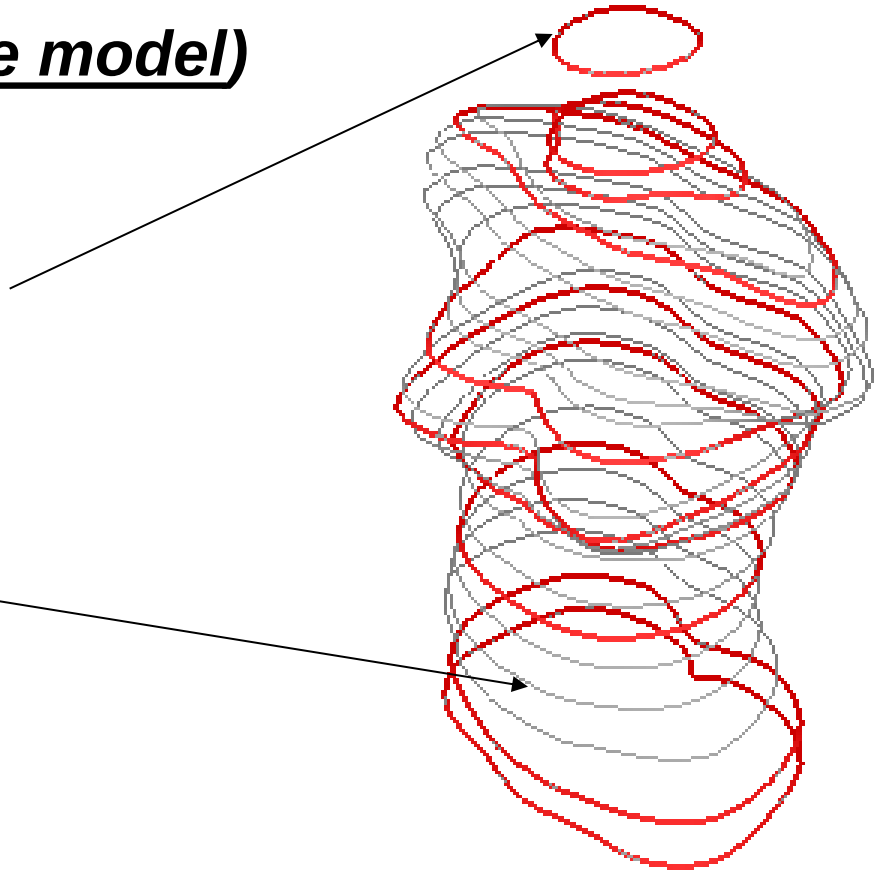


Information about structure of surface of object

Horizontal layers (<u>Base model</u>)

main layers

auxiliary layers

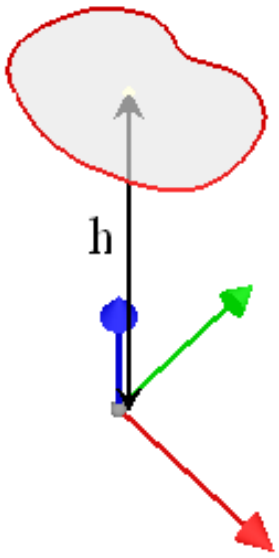


Base model

Parameters of object

Parameters

- **Heights of layers**



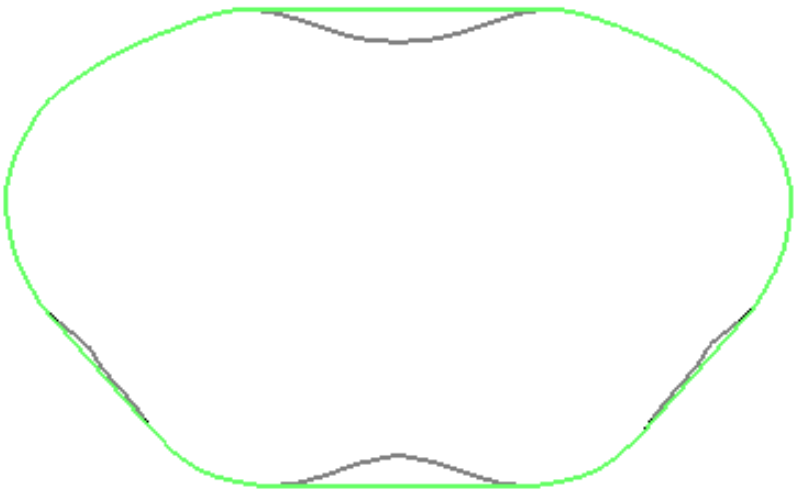
<u>Measurement</u>:

heights of anthropometrical points

Parameters of object

Parameters

- **Girths of layers**



L *- length*

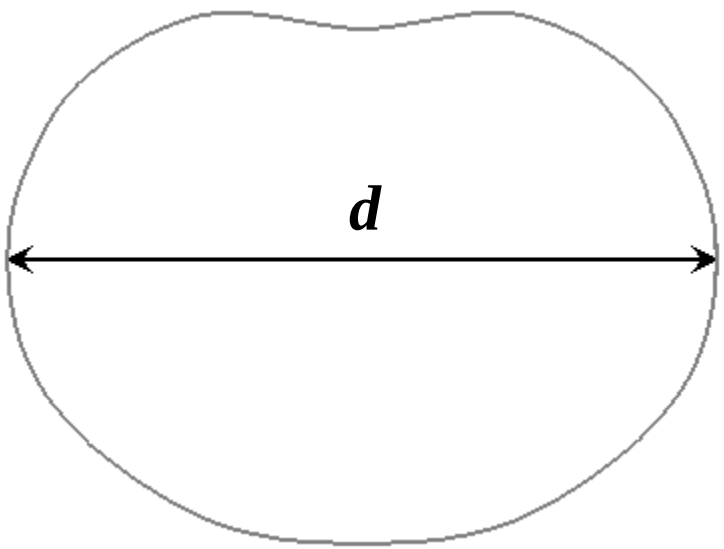
<u>*Measurement*</u>*:*

lengths of layer's convex hulls

Parameters of object

Parameters

- **Diameters of layers**



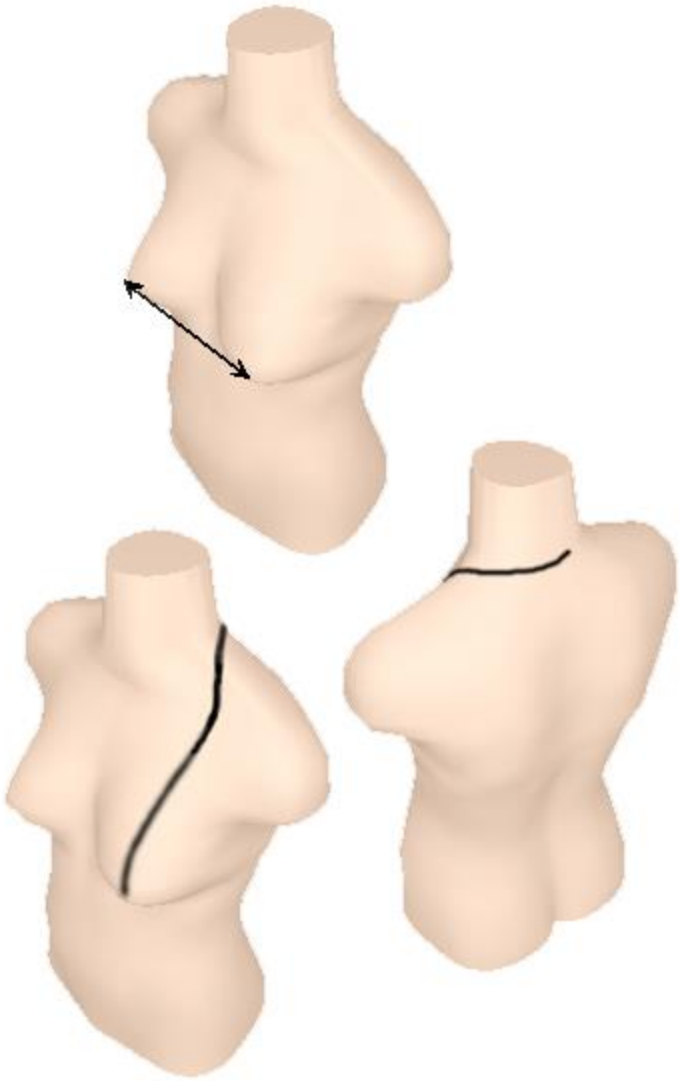
<u>Measurement</u>:

transverse diameters

Parameters of object

Parameters

- **Distances and lengths**



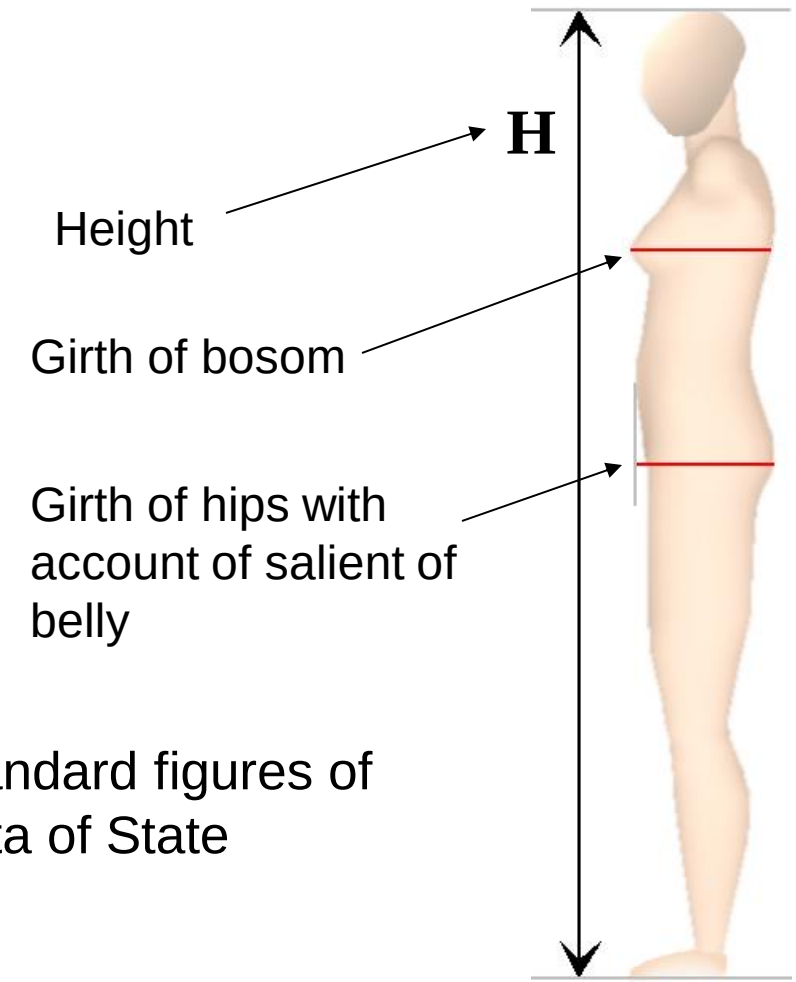
<u>Measurement</u>:

distances and lengths between anthropometrical points

Parameters of object

Parameters

- **Main parameters:**
  - ✓Height
  - ✓Girth of bosom
  - ✓Girth of hips



Other parameters for main layers of standard figures of body are found according to tabular data of State standard, using main parameters.

Building of surface

Deformations of base model

Operations for layers:

- Displacement
- Scaling

<u>Scaling</u>

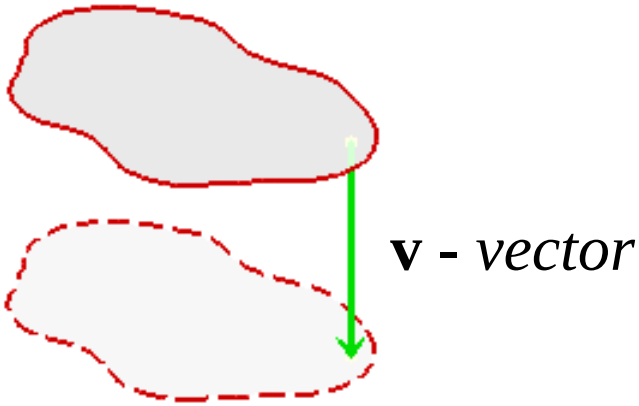
Scaling realized along each coordinate axis with own scaling factor.

Building of surface

Deformations of base model. ***Displacement***

Operation for layers:

- Displacement along vector



Building of surface

Deformations of base model. ***Scaling***

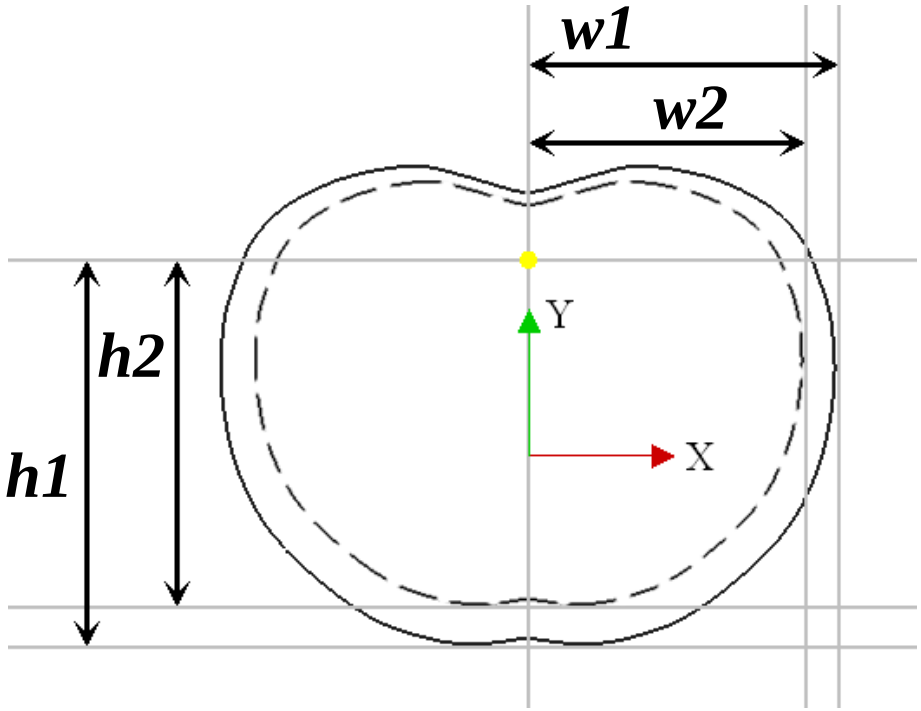
Operation for layers:

- Scaling

Scaling factors:

along X $\alpha_i = \dfrac{w2}{w1}$

along Y $\alpha_{2i} = \dfrac{h2}{h1}$

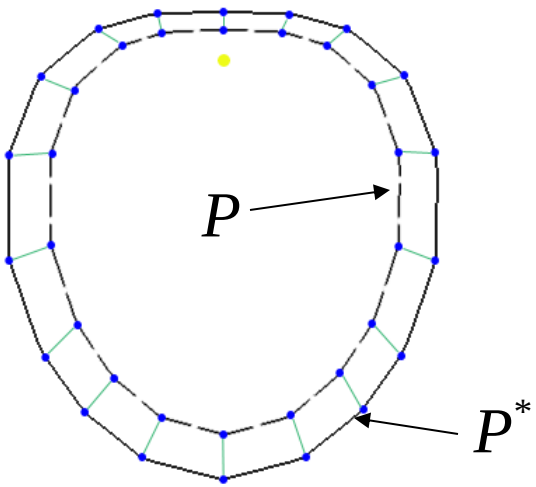


Building of surface

Method

Main goal:

- minimum deformations



$P^* = \{p^*_{i,j}\}$ - set of points of base model

$P = \{p_{i,j}\}$ - set of points of built model

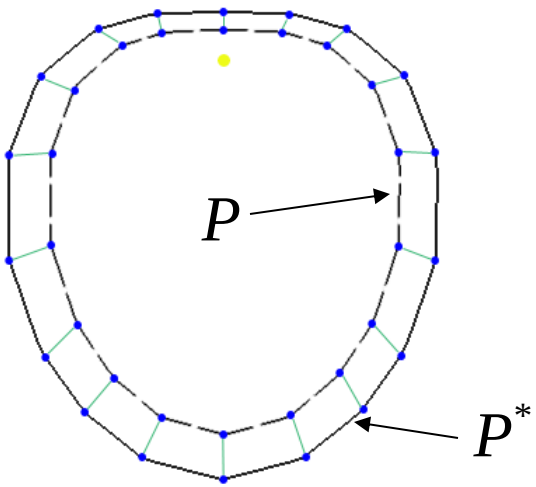
If we use scaling factors then $P \equiv P(\overline{\alpha})$.

Building of surface

Method

Main goal:

- minimum deformations



Points displacement function:

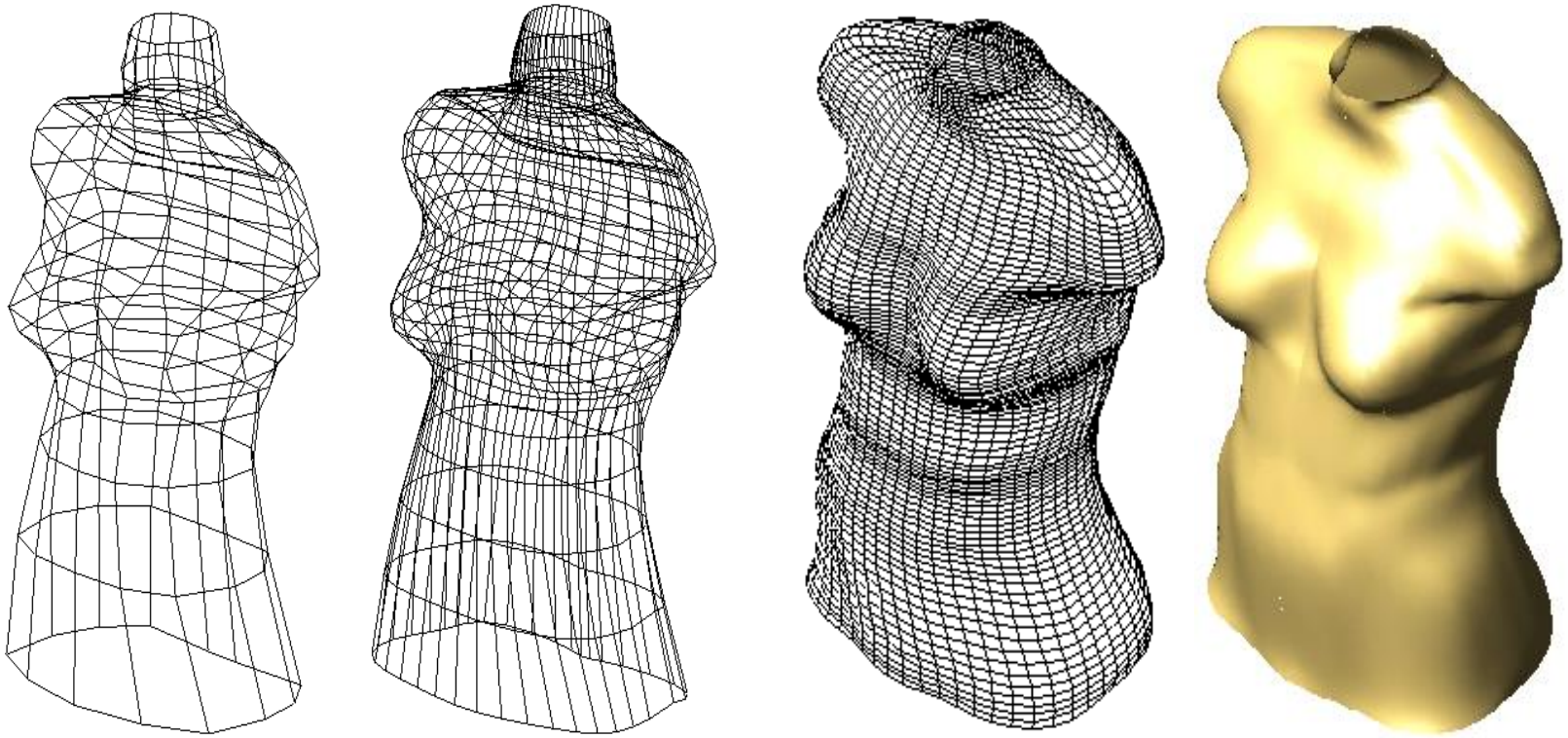
$$f(P) = (P^* - P)(P^* - P)^T$$

Minimum deformations: $f(P(\overline{\alpha})) \to \min_{\overline{\alpha}}$

Constraints: $h_i(P(\overline{\alpha})) = 0$

must be satisfied

- optimization problem



Деформация базовой модели

$P^* = \left\{ P_{ij}^* \right\}$ – множество точек базовой модели

$P = \left\{ P_{ij} \right\}$ – множество точек модели, полученной из базовой модели применением серии деформационных преобразований и соответствующей индивидуальным характеристикам.

$$P = M_3 M_2 M_1 P^*$$

M_1 – оператор масштабирования по оси z, M_2 – оператор переноса, M_3 – оператор растяжения (сжатия).

$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

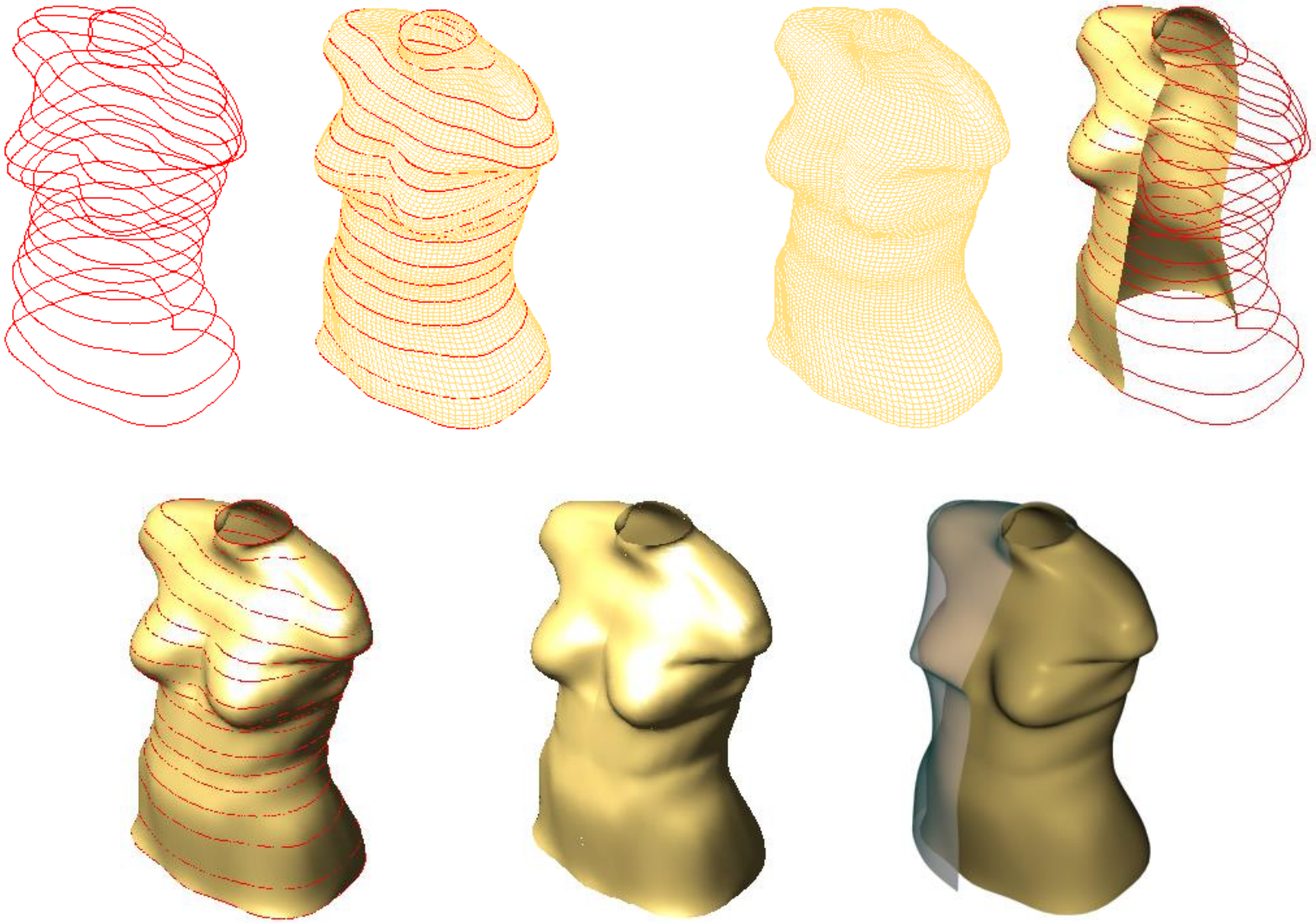
γ - параметр масштабирования по оси аппликат

$$M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \lambda & \mu & \nu & 1 \end{bmatrix}$$

(λ, μ, ν) – вектор переноса соответственно по осям абсцисс, ординат, аппликат.

$$M_3 = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

α, β, γ – коэффициенты растяжения (сжатия) вдоль осей координат.



Some results

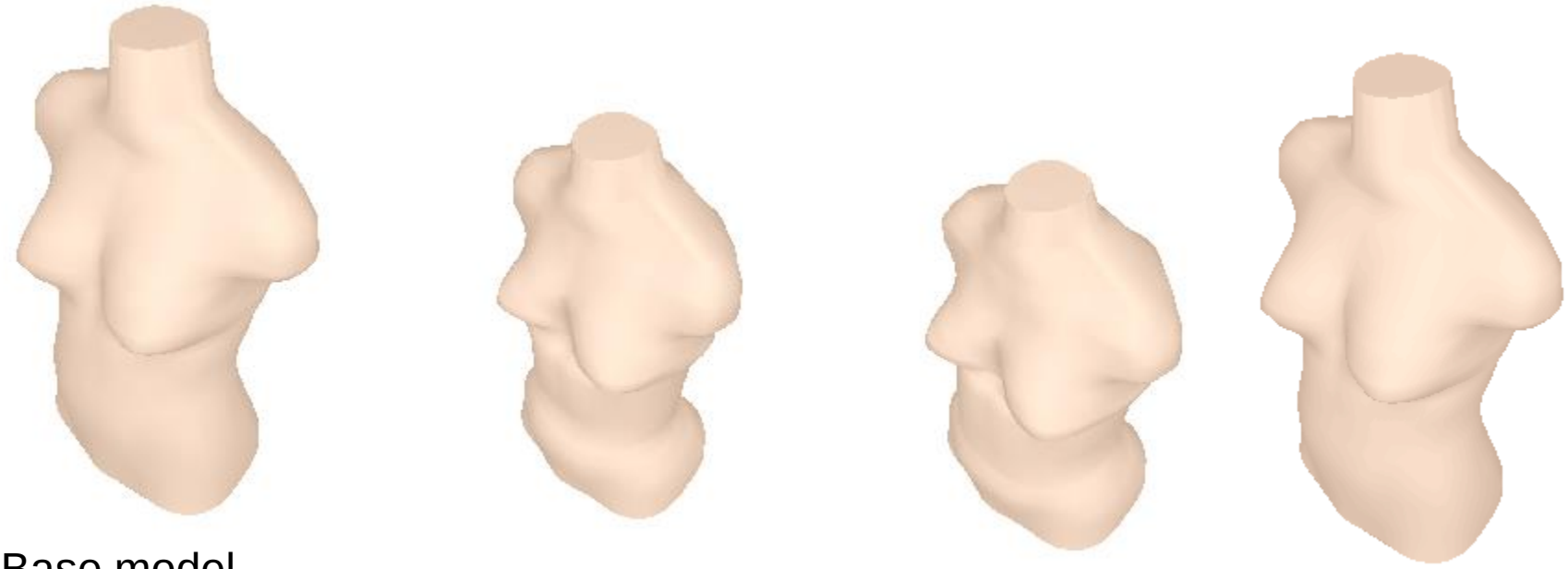
Body surface. ***Front view***

Base model

H : 185,3 cm.	H : 170 cm.	H : 164 cm.
GB: 94,96 cm.	GB: 88 cm.	GB: 96 cm.
GH: 97,34 cm.	GH: 92 cm.	GH: 104 cm.

H – height, GB – girth of bosom, GH – girth of hips

Body surface. ***3D view***



Base model

H : 185,3 cm.	H : 170 cm.	H : 164 cm.
GB: 94,96 cm.	GB: 88 cm.	GB: 96 cm.
GH: 97,34 cm.	GH: 92 cm.	GH: 104 cm.

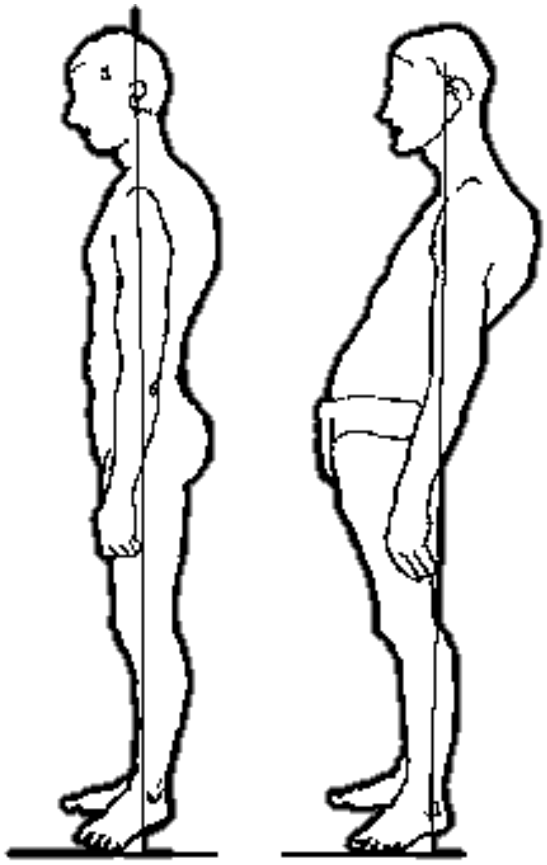
H – height, GB – girth of bosom, GH – girth of hips

Нарушения осанки: в сагиттальной плоскости

Физиологические изгибы позвоночника:

- **Кифоз** — искривление позвоночника кзади в сагиттальной плоскости (имеет место в грудном и крестцовом отделах).
- **Лордоз** — искривление позвоночника кпереди в сагиттальной плоскости (имеет место в шейном и поясничном отделах).

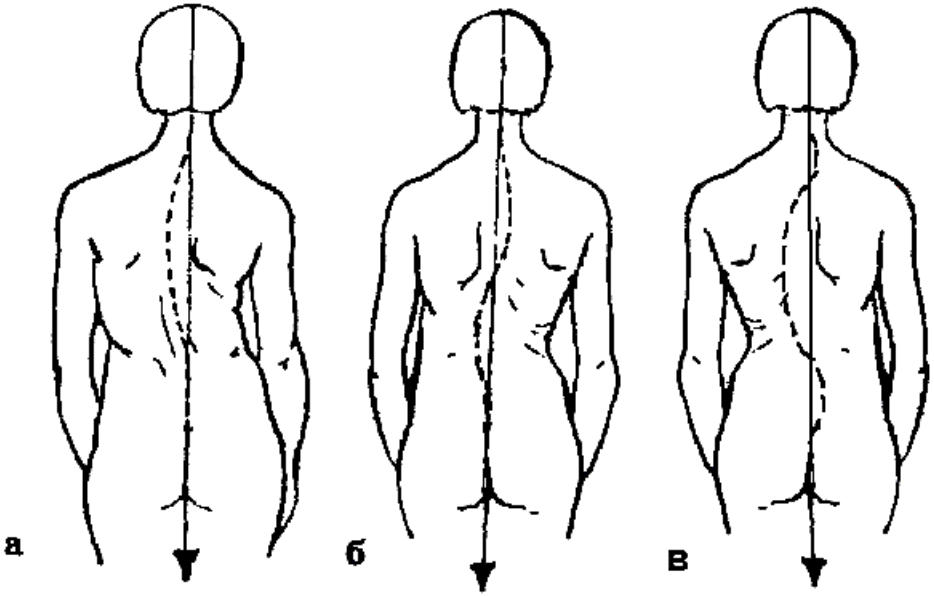
Нарушения могут носить компенсированный (а) и некомпенсированный (б) характер.



Нарушения осанки: во фронтальной плоскости

I По форме искривления выделяют:

- *С-образный сколиоз* (с одной дугой искривления, а);
- *S-образный сколиоз* (с двумя дугами искривления, б);
- *Σ- образный сколиоз* (с тремя дугами искривления, в).

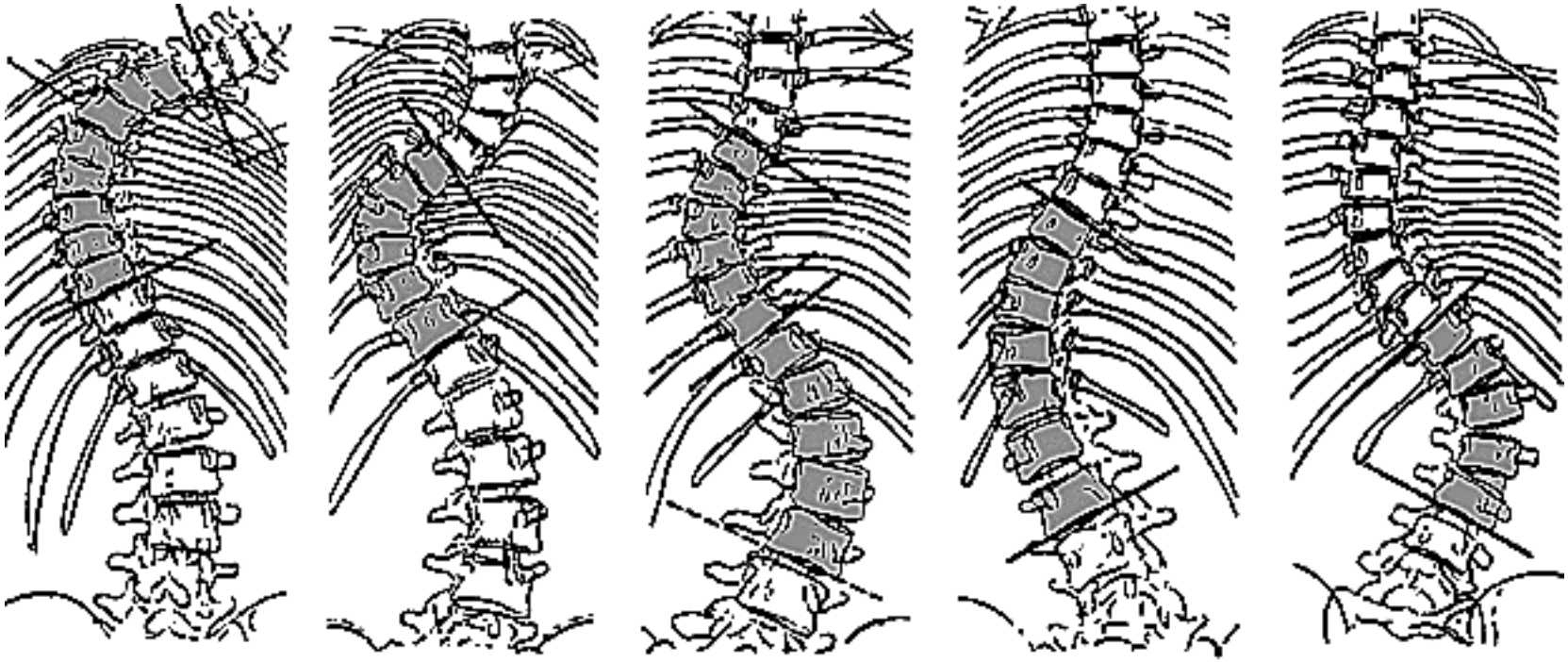


II По направленности искривления выделяют:

- *правостороннее;*
- *левостороннее.*

Подходы к моделированию сложных трехмерных объектов

III По локализации искривления выделяют:

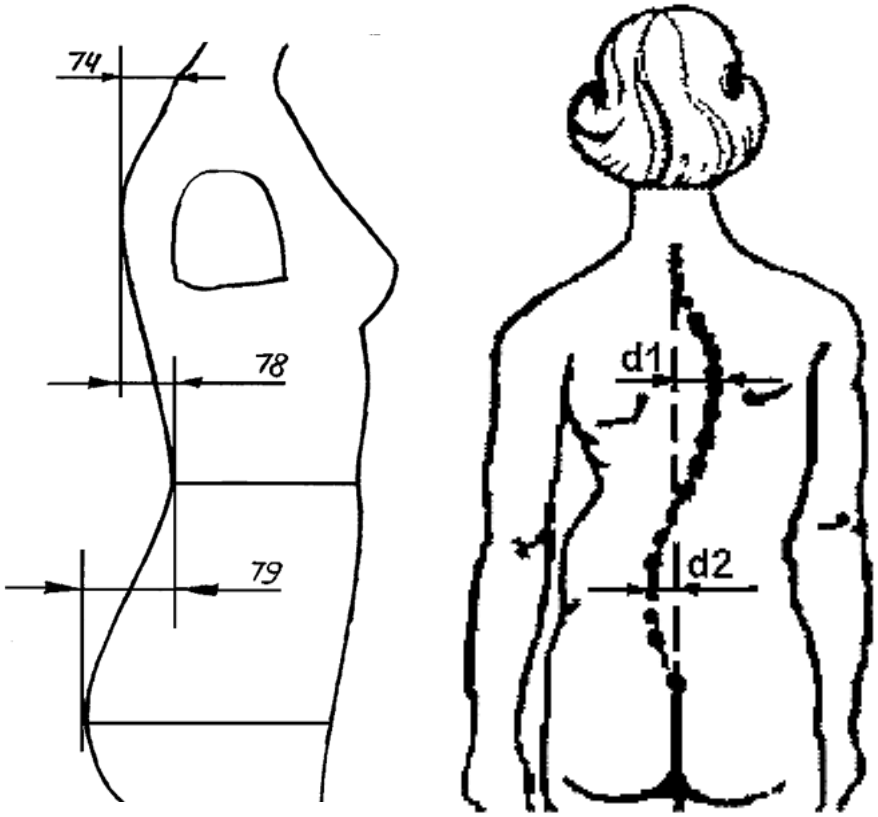


а б в г д

А – шейно-грудной; б – грудной; в – комбинированный; г – грудопоясничный; д – поясничный.

Параметризация нарушений осанки

- РП №74 – глубина шеи;
- РП №78 – глубина талии I;
- РП №78 – глубина талии II;
- Тип сколиоза – зона локализации солиотической дуги;
- Направленность дуги;
- d1 – смещение вершины дуги (верхней);
- d2 – смещение вершины нижней дуги;



Моделирование нарушений осанки в сагиттальной плоскости

Для моделирования нарушений осанки в сагиттальной плоскости был выбран метод деформации свободной формы. На i-ый слой базовой модели P_i^* было наложено преобразование - перенос $M_i^{(1)}$ по оси ординат. Тогда точки данного слоя новой модели P_i можно найти по соотношению:

$$P_i = M_i^{(1)} P_i^*$$

Точки i-ого слоя базовой и новой модели, а также оператор переноса можно представить в матричном виде:

$$P_i^* = \begin{bmatrix} x_{i,j}^* \\ y_{i,j}^* \\ z_i^* \\ 1 \end{bmatrix} \qquad M_i^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \mu_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad P_i^* = \begin{bmatrix} x_{i,j}^* \\ y_{i,j}^* \\ z_i^* \\ 1 \end{bmatrix}$$

μ_i – значение переноса по оси ординат для i-ого слоя.

Моделирование нарушений осанки во фронтальной плоскости

Для моделирования нарушений осанки во фронтальной плоскости был использован метод деформации с помощью шнура. Шнур определяется набором параметров:

$$\langle W, R, s, r, f \rangle$$

R — исходная параметрическая кривая;

W — параметрическая кривая шнура;

s — скаляр, контролирующий радиус масштабирования округ кривой;

r — скаляр, контролирующий радиус влияния вокруг кривой;

$f : R^{+} \rightarrow [0,1]$ — непрерывная монотонно убывающая функция влияния кривой шнура.

Моделирование нарушений осанки во фронтальной плоскости

В нашем случае исходная кривая R повторяет форму спины базовой модели. Она задается набором точек в трехмерном пространстве:

$$p_i^R = (x_i^R, y_i^R, z_i^R).$$

Координаты R для i-ого слоя совпадают с координатами точки середины спины соответствующего слоя базовой модели:

$$x_i^R = x_{i,50}^* = 0, \qquad y_i^R = y_{i,50}^* + \mu_i, \qquad z_i^R = z_i^*.$$

Кривая шнура моделирует нарушение осанки и определяется набором точек:

$$p_i^W = (x_i^W, y_i^W, z_i^W).$$

Координаты шнура W для i-ого слоя осям ординат и аппликат совпадают с координатами исходной кривой R, координату шнура по оси абсцисс назовем смещением точки шнура и будем обозначать

$$\lambda_i.$$

$$x_i^W = \lambda_i, \qquad y_i^W = y_i^R, \qquad z_i^W = z_i^R.$$

Моделирование нарушений осанки во фронтальной плоскости

Смещение *j*–ой точки *i*–ого слоя новой модели $\lambda_{i,j}$. можно определить по соотношению:

$$\lambda_{i,j} = (\lambda_i - x_i^R) \cdot F(P_{i,j}, p_i^R)$$

где $F(x_{i,j}, x_i^R) = (g^2 - 1)^2$. В данной формуле

$$g = \frac{\sqrt{(x_{i,j}^* - x_i^R)^2 + (y_{i,j}^* + \mu_i - y_i^R)^2}}{r}$$

Тогда координаты точек новой модели с учетом возможных нарушений осанки в сагиттальной плоскости можно записать соотношением:

$$P_{i,j} = M_{i,j}^{(2)} M_i^{(1)} P_{i,j}^*$$

Оператор $M_{i,j}^{(2)}$ может быть представлен в матричном виде:

$$M_{i,j}^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \lambda_{i,j} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Тогда

$$M_{i,j}^{(2)} M_i^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \lambda_{i,j} \\ 0 & 1 & 0 & \mu_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Оптимизационная задача

Для того чтобы деформации, применяемые к базовой модели, были минимальными, необходимо решит оптимизационную задачу, целевая функция которой имеет вид:

$$Q(P(\overline{\mu},\overline{\lambda})) = P^{*} - P = \sum_{i}^{N}\sum_{j}^{K}(\mu_i + \lambda_{i,j})$$

Т.к. нам необходимо, чтобы перемещение точек сечений базового манекена было минимальным, то задача будем вид:

$$Q(P(\overline{\mu},\overline{\lambda})) \to \min_{\overline{\mu},\overline{\lambda}}.$$

Параметры, задаваемые пользователем, образуют систему ограничений, общий вид которых можно представить следующей формулой:

$$h_k(P) - d_k = 0.$$

Ограничения

Ограничения, фиксирующие нарушения осанки в сагиттальной плоскости, имеют вид;

$$h_k(P) = \sqrt{((y_{i1,j1} + \mu_{i1}) - (y_{i2,j2} + \mu_{i2}))^2} - d_k = 0,$$

Ограничения, фиксирующие нарушения осанки в сагиттальной плоскости, имеют вид;

$$h_k(P) = \sqrt{((x_{i,j1} + \lambda_{i,j1}) - (x_{i,j2} + \lambda_{i,j2}))^2} - d_k = 0,$$

Ограничения

№ Огр.	Наименование	РП	Слои
1	глубина шеи	№74	1, 10
2	глубина талии I	№78	10, 20
3	глубина талии II	№79	20, 24
		Тип сколиоза	
4	Смещение вершины дуги	Шейно-грудной	№ 7
		Грудной	№ 13.
		Грудопоясничный	№ 17
		Поясничный	№ 19
	Смещение вершины верхней дуги	Комбинированный	№ 13
5	Смещение вершины нижней дуги		№ 20

Методы решения оптимизационной задачи

Для того чтобы перейти к задаче без ограничений был использован метод штрафных функций. Тогда целевая функция задачи приобрела вид:

$$Q(P(\overline{\mu},\overline{\lambda})) = \sum_{i}^{N}\sum_{j}^{K}(\mu_i + \lambda_{i,j}) + \sum_{k=1}^{M} r_k H(h(P(\overline{\mu},\overline{\lambda}))) \to \min_{\overline{\mu},\overline{\lambda}}$$

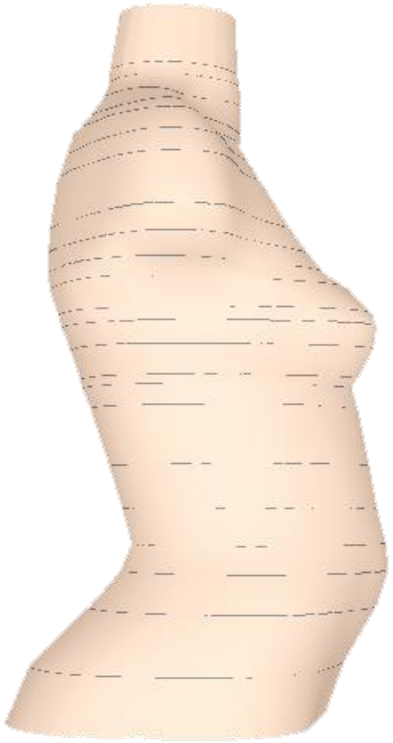
где r_k коэффициент трафа;

$H(h(P(\overline{\mu},\overline{\lambda}))) = h^2(P(\overline{\mu},\overline{\lambda}))$ - функция штрафа;

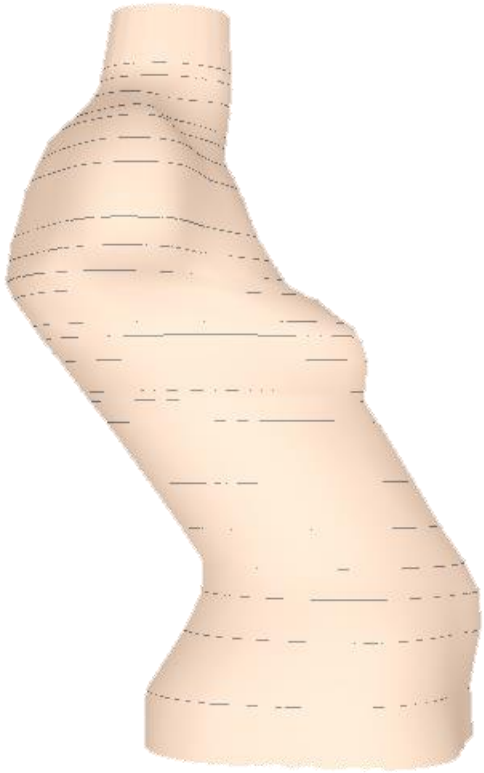
Далее для решения задачи без ограничений был использован метод сопряженных градиентов Флетчера-Ривза, а для одномерного поиска минимума функции был использован метод дихотомии.

Результаты моделирования

Р: 158 мс; Ог: 92 см; Об: 96 см

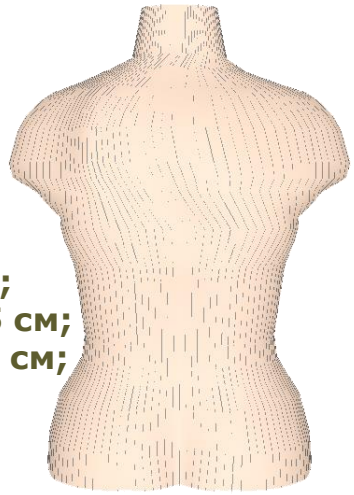


Гш: 5 см; $Гт_1$: 6 см; $Гт_2$: 8.5 см



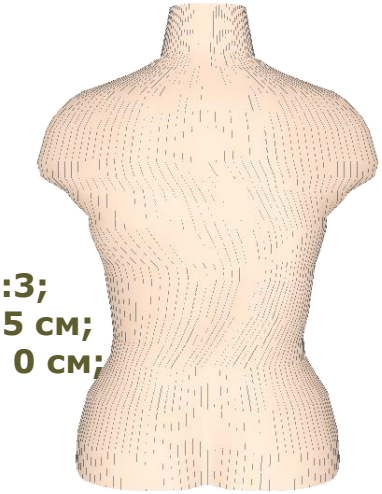
Гш: 8 см; $Гт_1$: 13 см; $Гт_2$: 4 см

Результаты моделирования



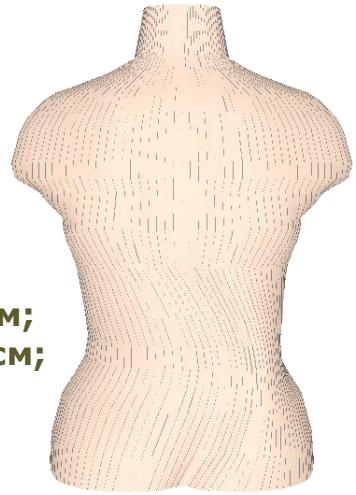
Тип:1;
d1: -5 см;
d2: 0 см;

Тип:2;
d1: 5 см;
d2: 0 см;



Тип:3;
d1: 5 см;
d2: 0 см;

Р: 158 мс;
Ог: 92 см;
Об: 96 см

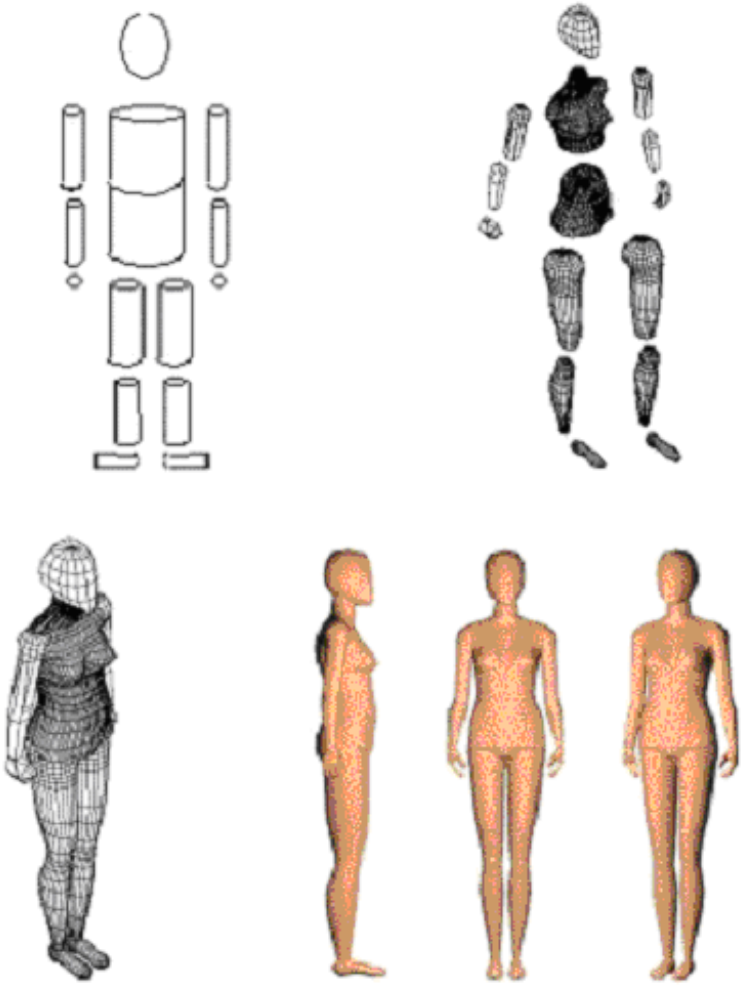


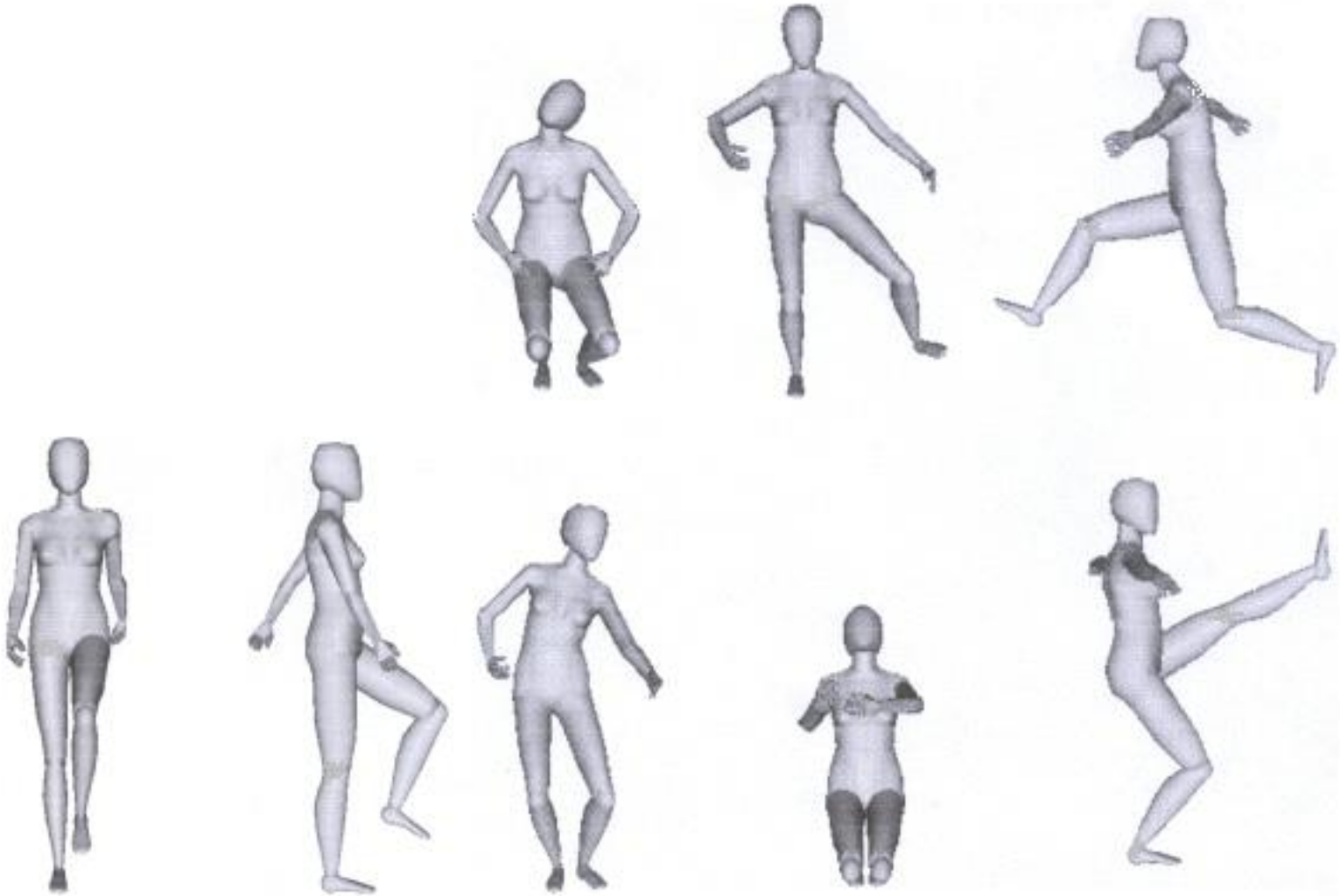
Тип:4;
d1: 5 см;
d2: 0 см;

Тип:5;
d1: 5 см;
d2: -4 см;

Тип:
1 – шейно-груднлй;
2 – грудной;
3 – грудопоясничный;
4 – поясничный;
5 – комбинированный.

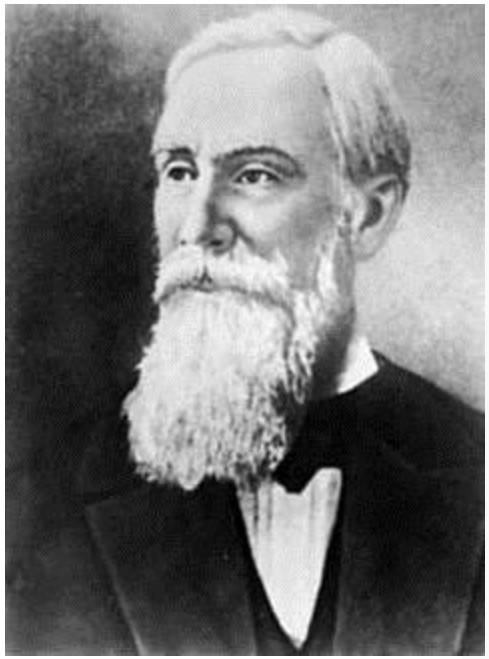
Animation





$$3D \quad \Rightarrow \quad 2D$$

Квазиразвертка поверхностей с ненулевой гаусовой кривизной

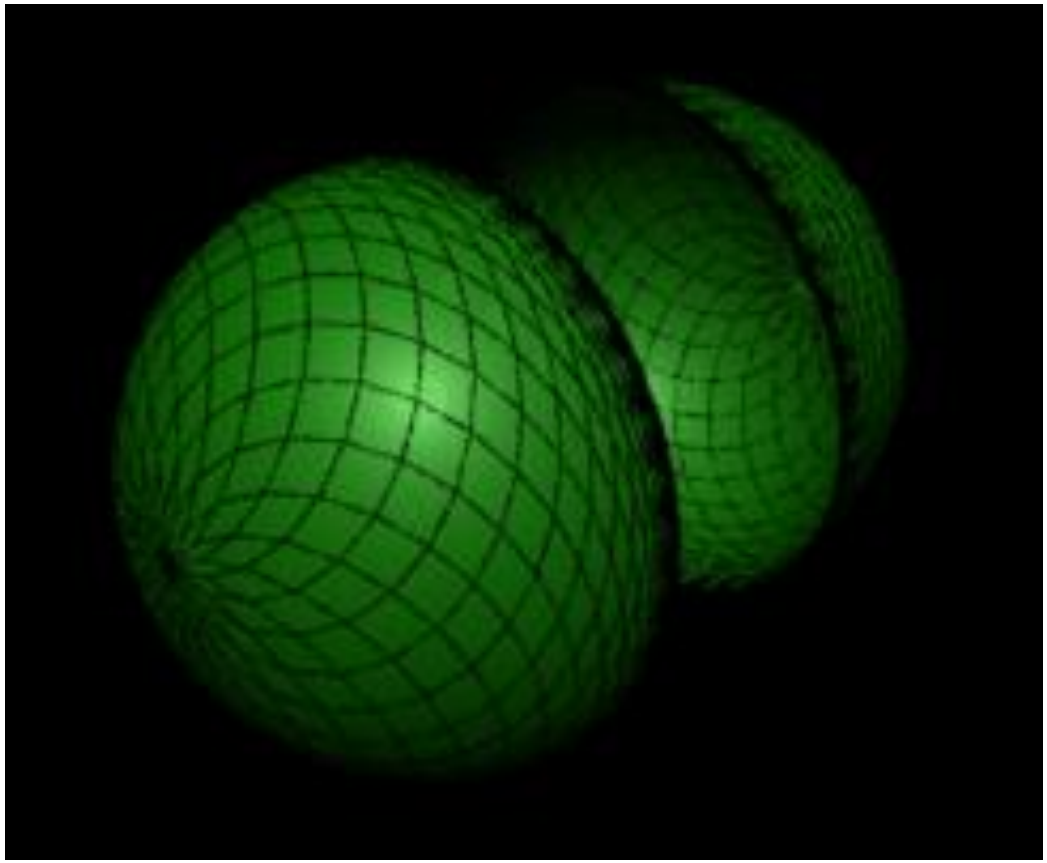


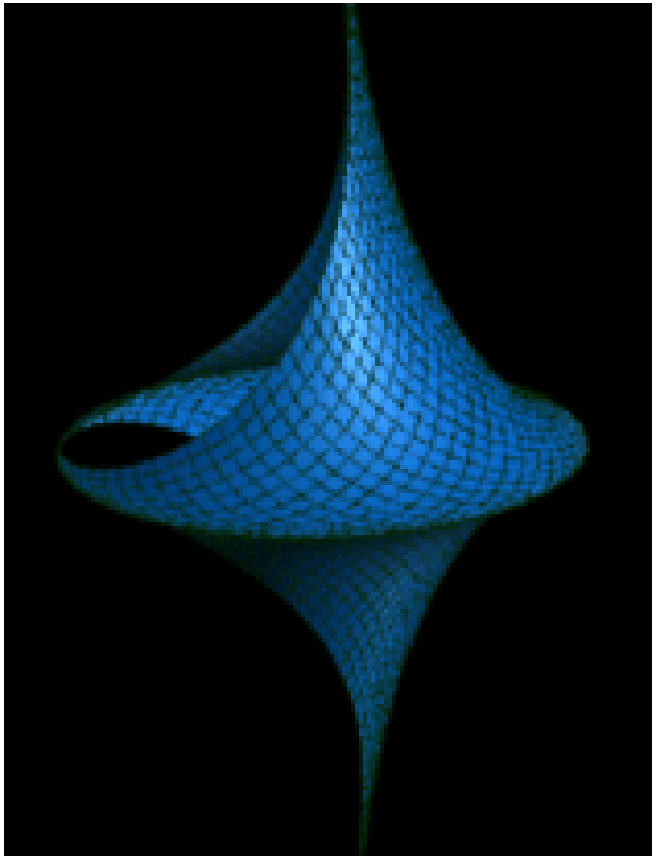
Пафнутий Львович Чебышев

Дата рождения:	4 (16) мая 1821(1821-05-16)
Место рождения:	Окатово, Калужская губерния, Российская империя
Дата смерти:	8 (26) декабря 1894(1894-12-26) (73 года)
Место смерти:	Санкт-Петербург,

Выдающийся математик и механик П. Л. Чебышёв родился 16 мая 1821 года в семье богатого землевладельца, представителя старинного русского дворянского рода Чебышёвых Льва Павловича Чебышёва – участника Отечественной войны 1812 года и взятия Парижа в 1814 году. Получив домашнее образование, летом 1837 года 16-летний Чебышёв начинает изучение математики в Московском университете на втором физико-математическом отделении философского факультета. В 1841 году Чебышёв окончил Московский университет. В 1846 году защитил магистерскую диссертацию. В 1847 году был утверждён в звании доцента и начал читать лекции по алгебре и теории чисел в Петербургском университете. В 1849 году он защитил докторскую диссертацию, после чего в 1850 году стал профессором Петербургского университета. В 1856 году П. Л. Чебышёв был избран академиком Петербургской академии наук. П. Л. Чебышёв был избран членом Берлинской АН (1871), Болонской АН (1873), Парижской АН (1874), Лондонского королевского общества (1877), Шведской АН (1893) и почетным членом многих других русских и иностранных научных обществ, академий и университетов.

Чебышевские сети на сфере и псевдосфере





An integrable class of Chebyshev nets

M. Marvan

Silesian University in Opava, Czech Republic

String bags

Авоська

A timber roof

Деревянная крыша

Workshop on
Integrable Nonlinear Equations
Mikulov, October 18–24, 2015

An interesting comment from Clive J. Grant reads:
http://www.mathsoc.spb.ru/pantheon/chebyshe/nets.html

What nobody writes about is something you may wish to consider as a useful topic for inclusion in a history of mathematics and their application to engineering problems. (Most engineers don't have the foggiest idea of who Chebyshev was, even from his mathematical works.)

Not unlike some of his modern counterparts, Chebyshev was paid a pittance by his university. To supplement his income, he took on private clients. Among the latter was the owner of a huge textile business. With the onset of the Crimean War, there was a huge demand for army uniforms. Chebyshev was assigned the task of developing a means of cutting fabrics more economically. All concerned seemed to believe that the difficulty of forming the shoulder seam should be the first task that Chebyshev took on. As might be expected, he saw the fabric, not as a limp piece of material, but as a kind of net. He became so interested in this that he abandoned his client and went on to develop a very important theory of cable nets. He wrote a book on the subject, but it has never been translated. In addition to the arcane mathematical notations of mid-nineteenth century Russia, the topic, per se, is of little interest except to a very narrow group of engineers. I think there may be fifteen of us all told. The class of cable-net structures Chebyshev described are now referred to as Chebyshev Nets.

Чебышев платил за свое обучение в университете большие деньги. Чтобы дополнить свой доход, он давал уроки частным клиентам (репетиторствовал). Среди них был обладатель огромного текстильного бизнеса. С началом Крымской войны, был огромный спрос на военную форму. Чебышеву была поставлена задача разработать методы более экономичного раскроя ткани. Как и следовало ожидать, он увидел ткань, а не как вялый кусок материала, но как некий объем.
Он настолько заинтересовался этим, что отказался от своего клиента и занялся развитием очень важной теории сетей.
Он написал книгу на эту тему, но она никогда не переводилась.
Класс сетей, описанных Чебышевым, сейчас называют сетями Чебышева.

Квазиразвертка

Плоская область такой формы, из которой путем деформации можно получить заданный сегмент поверхности.

Чебышев П.Л. О кройке одежды // Успехи математических наук. Том 1, № 2(12). 1946. – С. 38–42.

$$y = U - \left(\frac{K_0}{2} U + \frac{K_2}{4} U^2\right) x^2 - \frac{K_1 U}{6} x^3 \ldots \tag{5}$$

§ 12. Принимая во внимание уравнение (5), получаем

$$s = \int_0^x \sqrt{y'^2 + 1 + 2y' \cos\varphi}\, dx$$

$$s = x - \frac{1}{6}\left(K_0^2 U^2 + K_0 K_2 U^3 + \frac{1}{4} K_2^2 U^4\right) x^3 - \frac{1}{8}\left(K_0 K_1 U^2 + \frac{1}{2} K_1 K_2 U^3\right) x^4 + \ldots \tag{6}$$

Это уравнение даст нам общее выражение кратчайшего расстояния от оси oy; здесь координата x имеет любое значение, а координата y имеет величину, определяемую формулой (5).

Что касается значения U, то оно определяет на оси oy точку, ближайшую к точке x, y. Эта величина вместе с величиной s даёт нам удобную систему координат. Этой системой координат мы и будем пользоваться в дальнейшем.

§ 13. Обращая ряд (6), получаем

$$x = s + \frac{1}{6}\left(K_0^2 U^2 + K_0 K_2 U^3 + \frac{1}{4} K_2^2 U^4\right) s^3 + \\ + \frac{1}{8}\left(K_0 K_1 U^2 + \frac{1}{2} K_1 K_2 U^3\right) s^4 + \ldots, \tag{7}$$

Чебышев П.Л. О кройке одежды // Успехи математических наук. Том 1, № 2(12). 1946. – С. 38–42.

Чебышев П. Л. Исследование «О кройке одежды» // Архив истории науки и техники. Вып. 9. М. – Л.: 1936. – С. 347-364.

§ 14. Чтобы показать на примере употребление этих формул, мы определили по ним форму, которую надо придать кускам материи, чтобы сделать оболочку, плотно прилегающую к шару, состоящую из двух частей, из которых каждая покроет полностью одно полушарие.

Такой формой будет четырёхсторонняя фигура, состоящая из кривых, углы которых округлены. Первоначальное положение нитей совпадает с диагоналями фигуры.

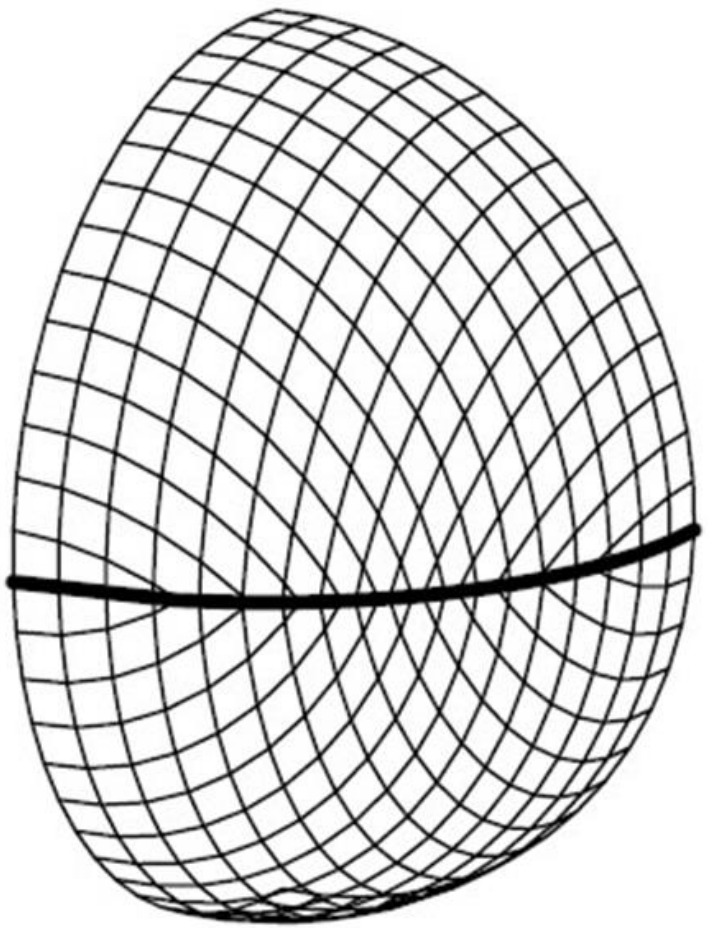
Вид ограничивающих фигуру кривых приближается к гиперболе.

Чтобы проверить этот результат исчисления, я сделал чехол для шара, разрезая куски сообразно вышесказанному.

Два куска указанной формы, будучи скроены и сшиты, сообразно с тем, что мы описали, дали результат, не оставляющий желать лучшего, как вы сами можете судить. Это доказывает, насколько вышеизложенные соображения согласуются с практикой.

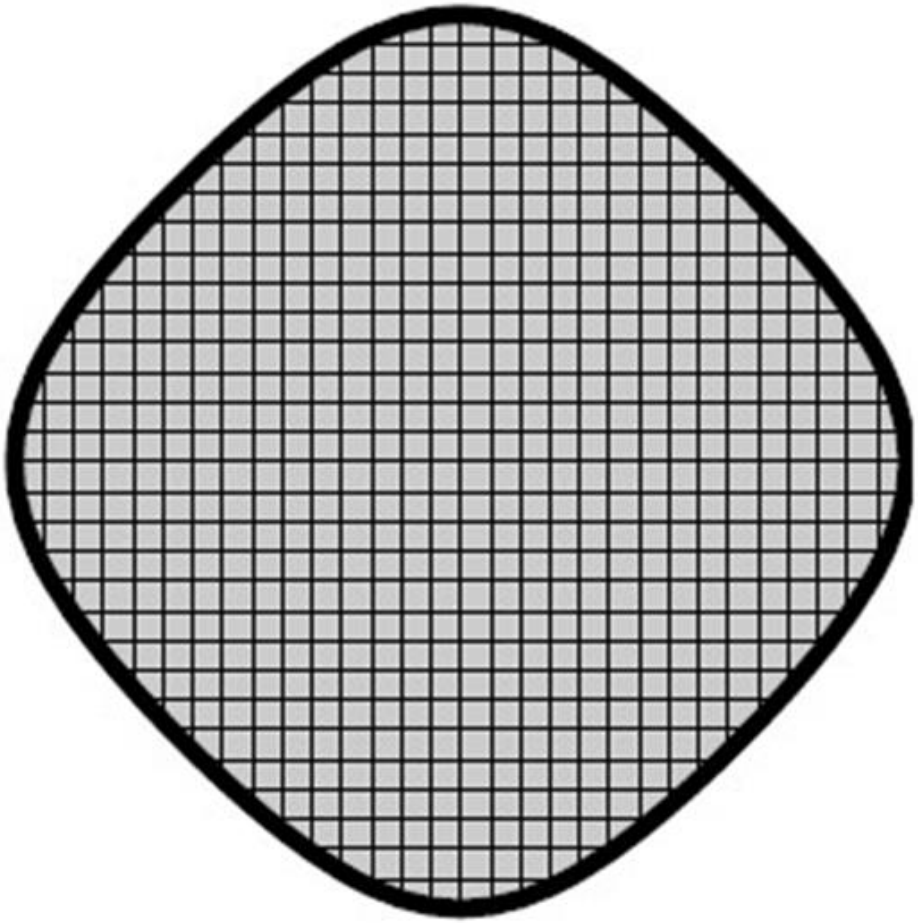
26 августа, Париж.

Четвертая часть сферы, покрытой сетью Чебышева



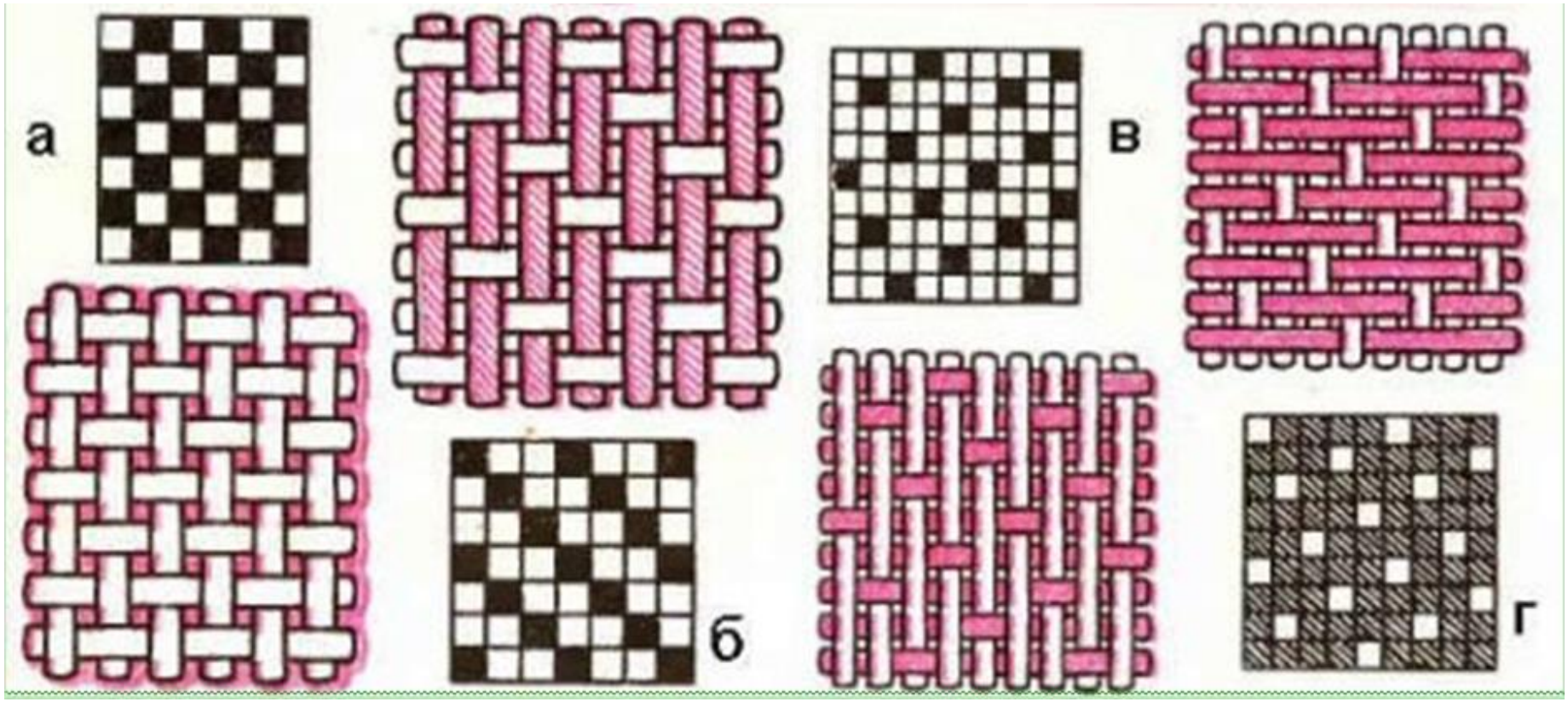
Плоское отображение сети Чебышева, покрывающей верхнюю полусферу

Jan Koendrink, Andrea van Doorn. Shape from Chebyshev Nets. In Computer Vision ECCV'98 5th European Conference on Computer Vision, Freiburg, Germany, June 2-6, 1998 Proceedings, Volume II, Springer, 1999. - P. 2-15-225

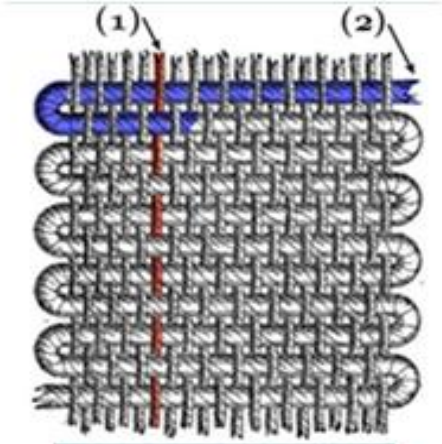


Основные виды тканевого плетения:

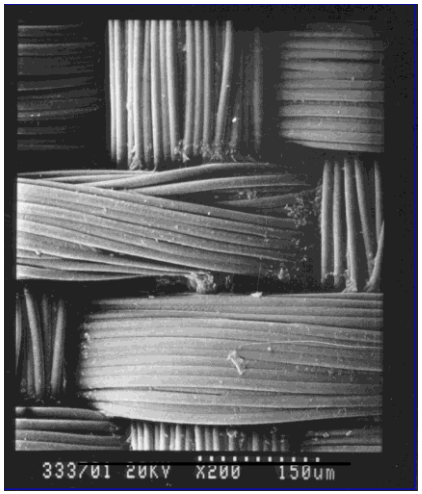
а — полотняное, б — саржевое, в — атласное, г — сатиновое

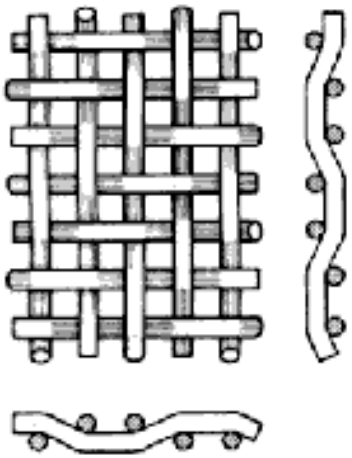


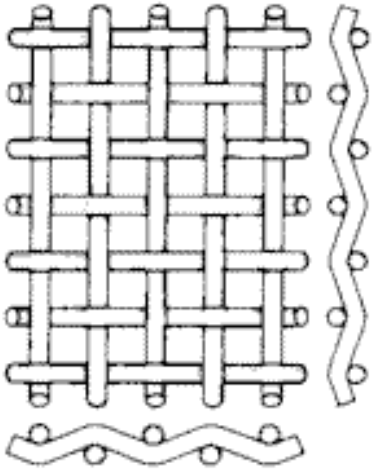
Тканое полотно



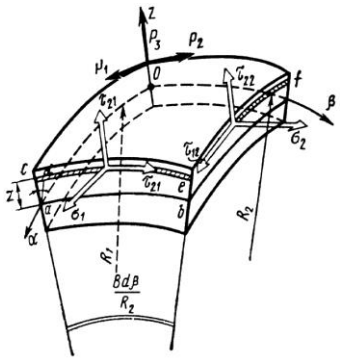
Примеры тканых материалов

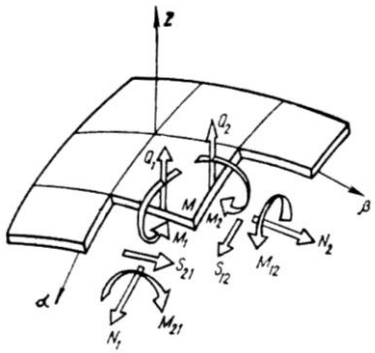






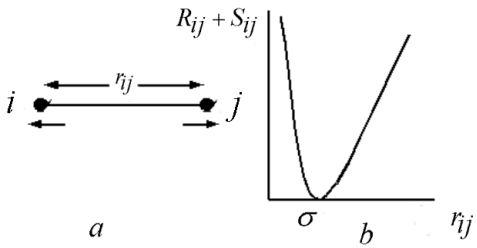
Метод энергетических функций

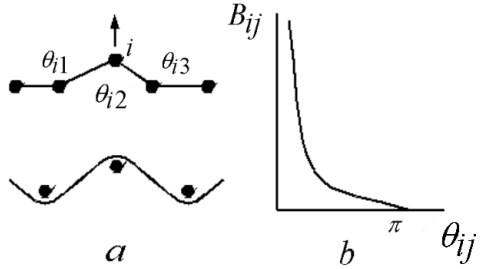


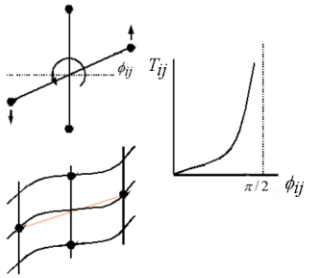


S – исходная трехмерная поверхность, заданная набором трехмерных точек , $i=1,...,N; j=1,...,M$ и - $P_{i,j}$ ребра остовного графа.

Энергетические функции







$$E_{сж} = \sum_{|i-k|=1,\,|j-l|=1} \Omega_2 \left(S \left(P_{i,j}, P_{k,l} \right) \right)$$

$$E_{и} = \sum_{i=\overline{1,N},\, j=\overline{1,M}} \Omega_4 \left(T \left(P_{i,j} \right) \right)$$

$$E_{сдв} = \sum_{i=\overline{1,N},\, j=\overline{1,M}} \Omega_3 \left(B \left(P_{i,j} \right) \right)$$

$$E_{p} = \sum_{|i-k|=1,\,|j-l|=1} \Omega_1 \left(R \left(P_{i,j}, P_{k,l} \right) \right)$$

$$E_{o} = E_{p} + E_{сж} + E_{сдв} + E_{и} \rightarrow \quad min$$

Энергетическая функция растяжения-сжатия для ткани

$$E_p + E_{сж} = R\left(P_{i,j}, P_{k,l}\right) + S\left(P_{i,j}, P_{k,l}\right) = \frac{1}{2}\left(\mu_o \sum_{\substack{|i-k|=1 \\ j=l}} l^2\left(P_{i,j}, P_{k,l}\right) + \mu_y \sum_{\substack{i=k \\ |j-l|=1}} l^2\left(P_{i,j}, P_{k,l}\right)\right)$$

,

μ_o , μ_y - Модули Юнга соответственно по основе и утку.

Энергетическая функция сдвига

$$E_{сдв} = \sum_{i=\overline{1,N},\, j=\overline{1,M}} B\left(P_{i,j}\right) = \sum_{i=\overline{1,N},\, j=\overline{1,M}} \sum_{r=1}^{4} \mu_{сдв} \frac{l_v\left(P_{i,j}, P_{k,j}\right) \cdot l_u\left(P_{i,j}, P_{i,l}\right)}{2} \left(\Theta'_r\left(P_{i,j}\right) - \Theta_r\left(P_{i,j}\right)\right)^2$$

$$B\left(P_{i,j}\right) = \sum_{r=\overline{1,2,3,4}} B_r\left(P_{i,j}\right)$$

,

$$B_r\left(P_{i,j}\right) = \mu_{сдв} \frac{l_v\left(P_{i,j}, P_{k,j}\right) \cdot l_u\left(P_{i,j}, P_{i,l}\right)}{2} \left(\Theta'_r\left(P_{i,j}\right) - \Theta_r\left(P_{i,j}\right)\right)^2$$

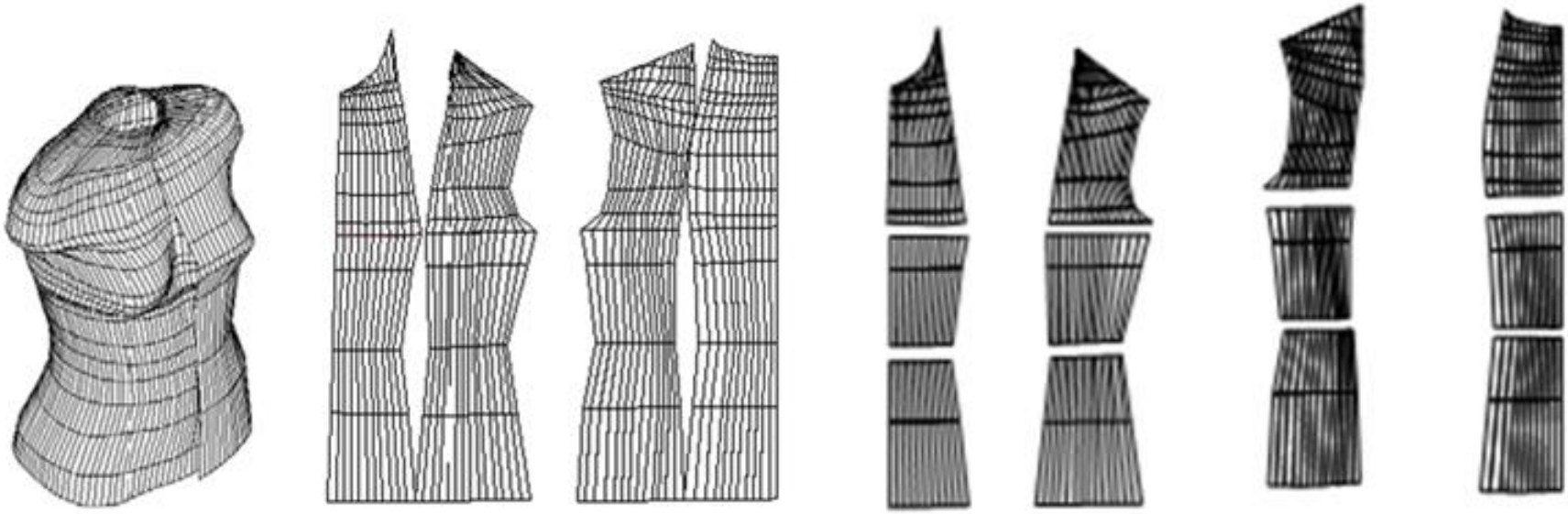
$\mu_{сдв}$ - линейный коэффициент сдвига

Энергетическая функция изгиба

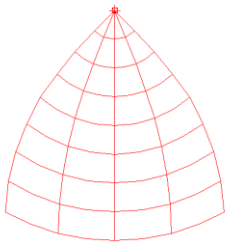
$$E_u = \sum_{i=\overline{1,N},\, j=\overline{1,M}} \left\{ \mu_{uo} \cdot cos^2\left(\frac{\Psi_1\left(P_{i,j}\right)_1}{2}\right) + \mu_{uy} \cdot cos^2\left(\frac{\Psi_2\left(P_{i,j}\right)}{2}\right) \right\}$$

μ_u - коэффициент изгиба.

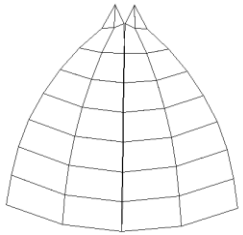
Результаты построения квазиразверток



Сеточные модели манекена, макета внешней формы и квазиразвертка поверхности макета внешней формы

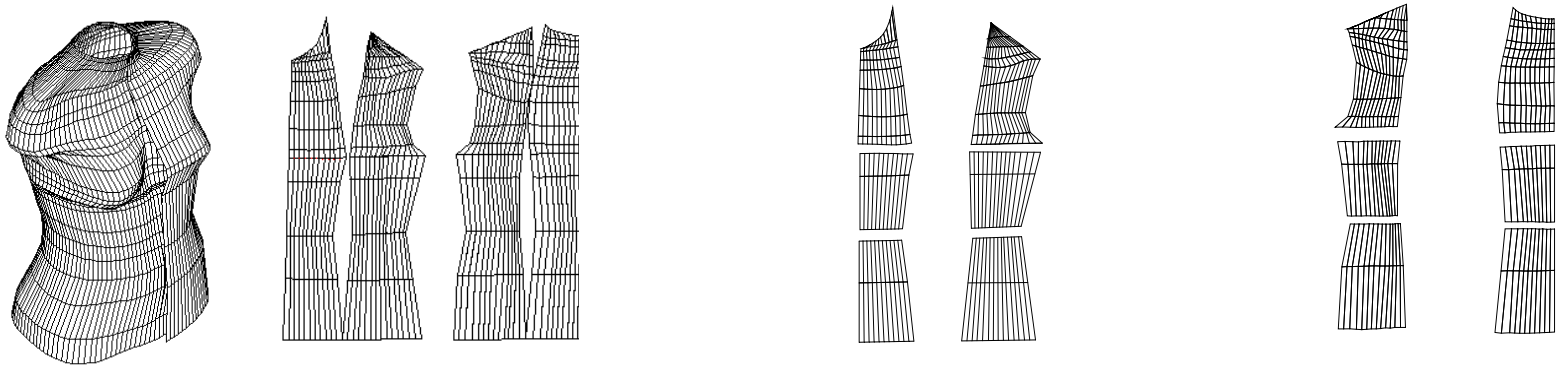


а)



б)

Квазиразвертка 1/8 сферы: а) с условиями Чебышева; б) с ограничениями на деформации материала



$2D$

Раскрой материалов, маршрутизация, геометрические покрытия

Временная (вычислительная) сложность алгоритмов

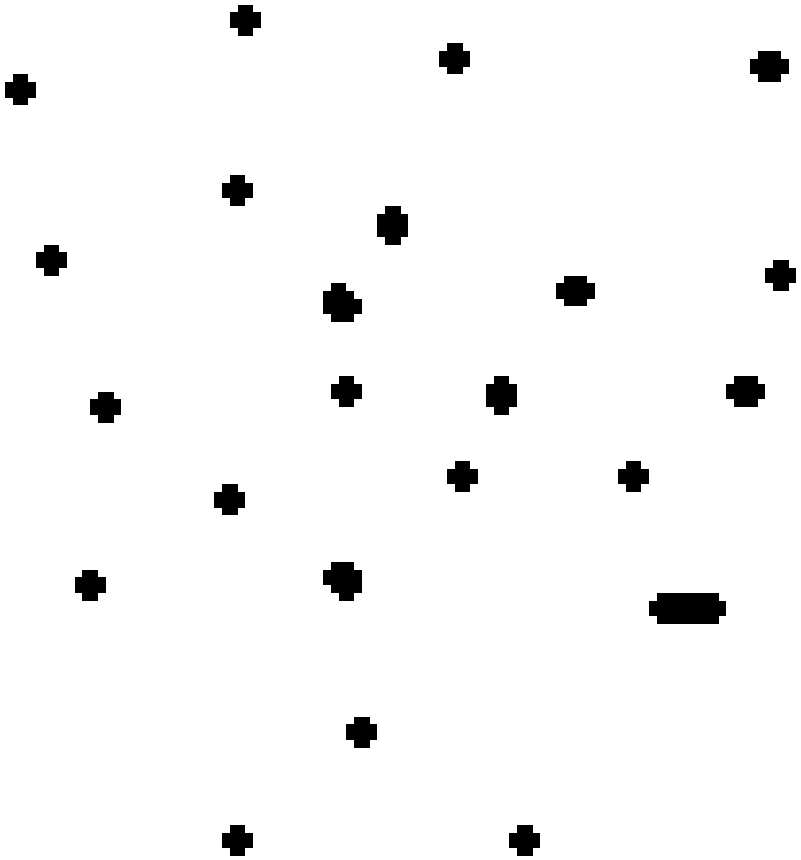
S(n) – временная (вычислительная) сложность алгоритмы – время решения задачи,
n – размерность задачи.

Пример 1. Поиск элемента в списке (поиск черной кошки в темной комнате, выбор секретаря)

$A=\{ a_1, a_1, \ldots a_n \}$ $S(n) = n$

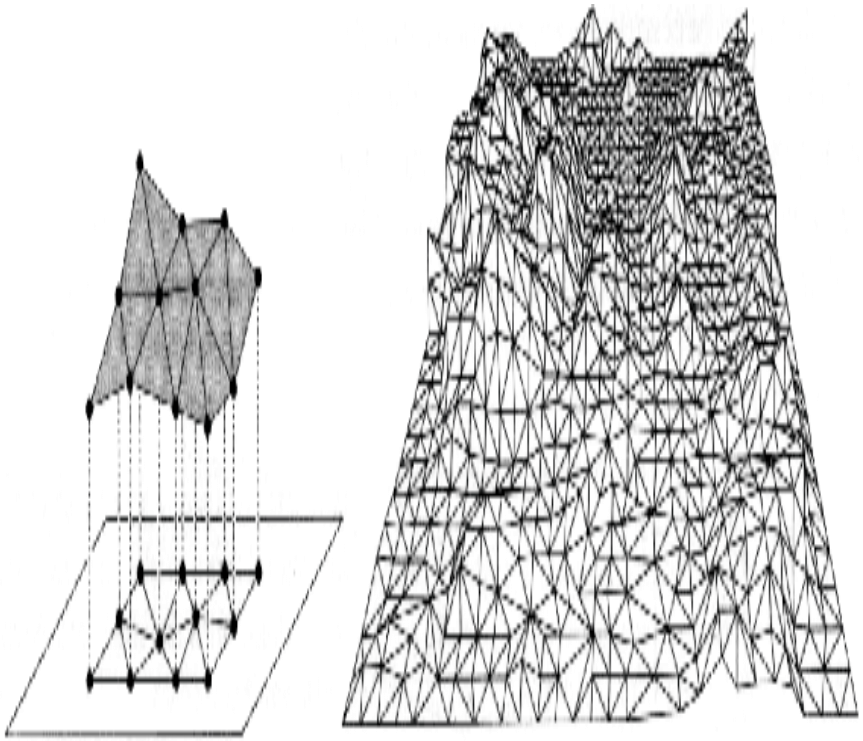
Пример 2. Поиск ближайшей пары точек

$$S(n) = n\,(n-1)/2 \cong n^2$$



Пример 3. Триангуляция Делоне

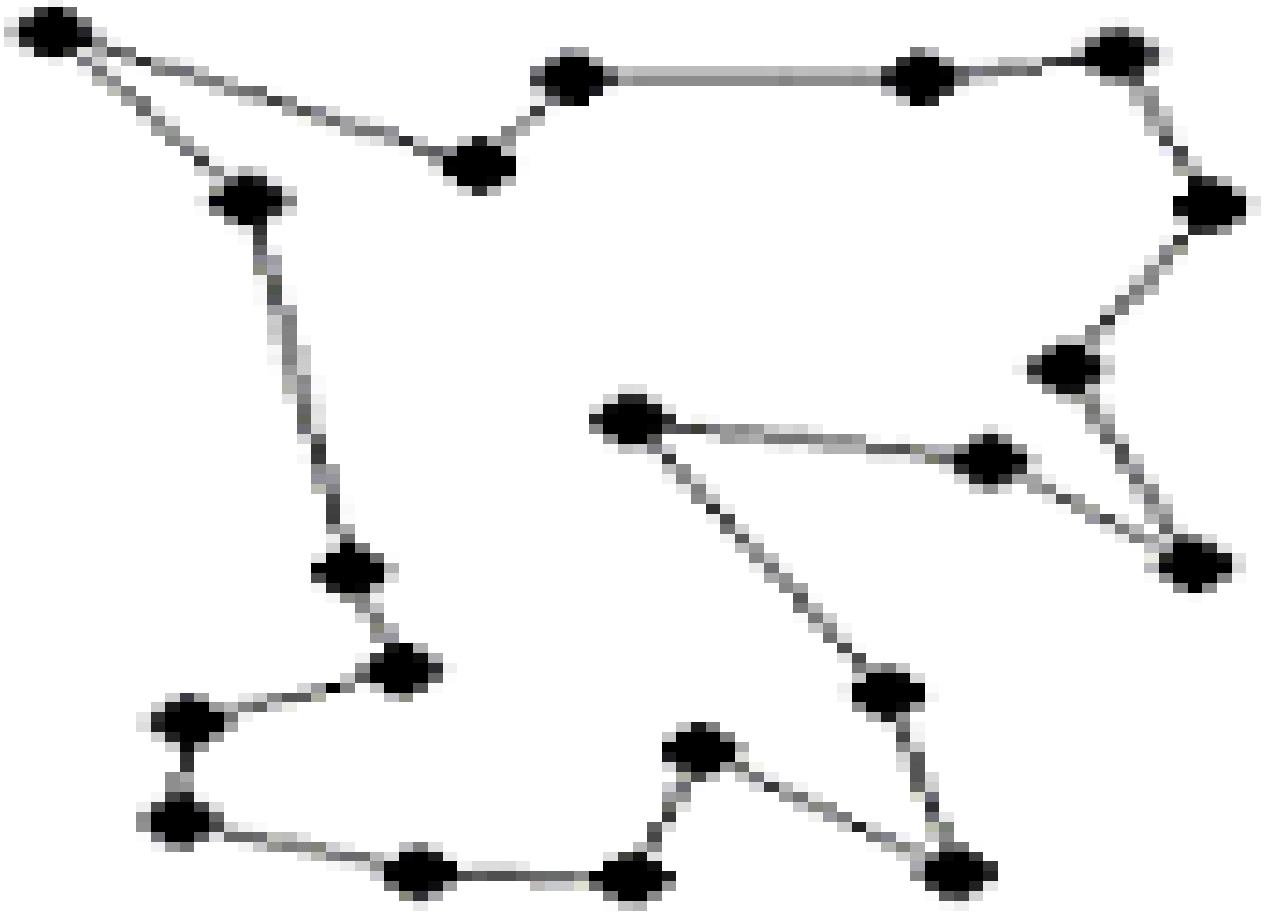
$$S(n) = n^3$$



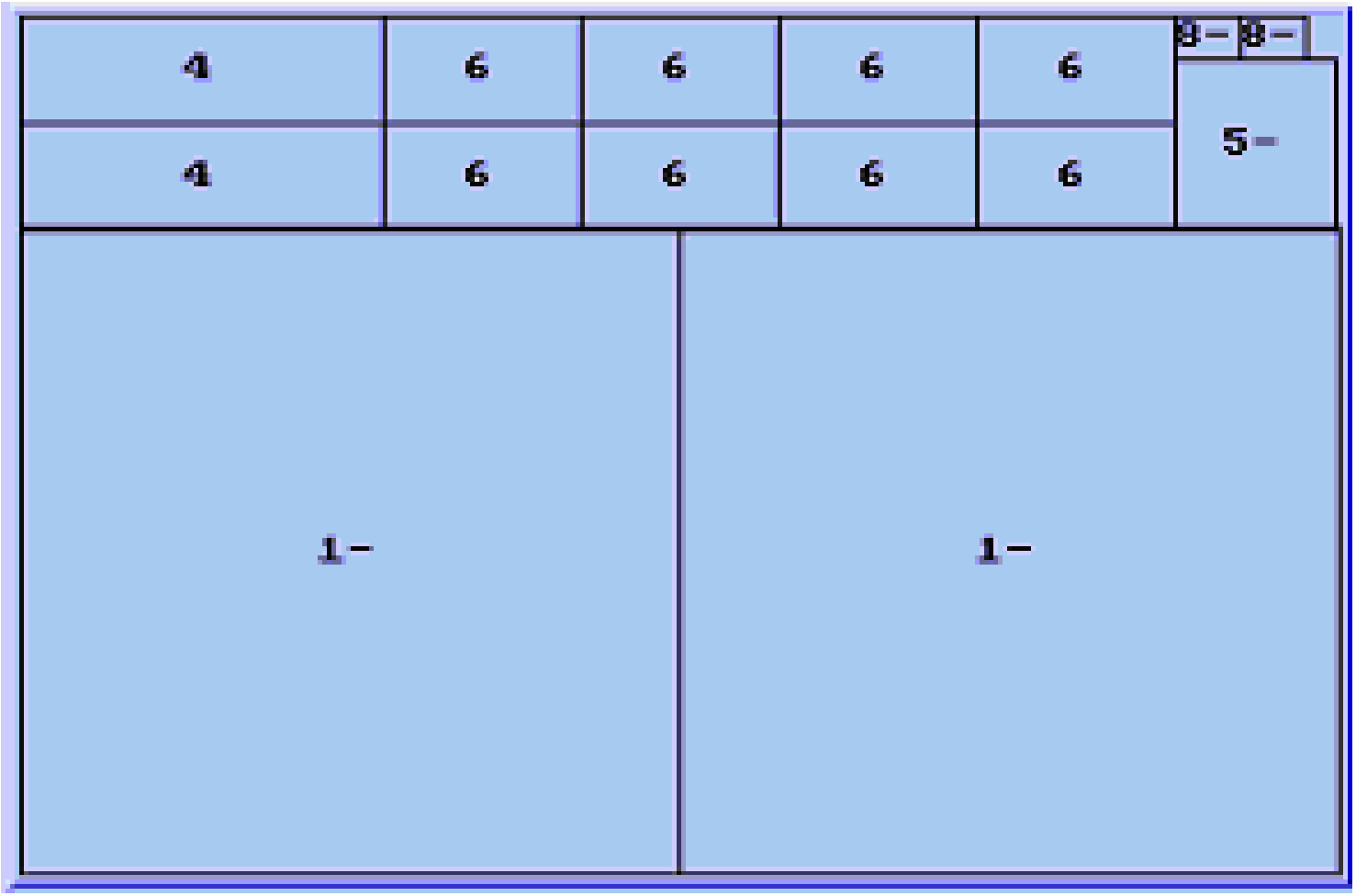
Формальное определение триангуляции: планарный граф, получающийся при соединении точек A отрезками, такой, что нельзя добавить ни одного нового отрезка без нарушения планарности (т.е без пересечения отрезками друг друга). При этом граница триангуляции будет, очевидно, выпуклой оболочкой множества A.

Пример 4. Задача коммивояжера

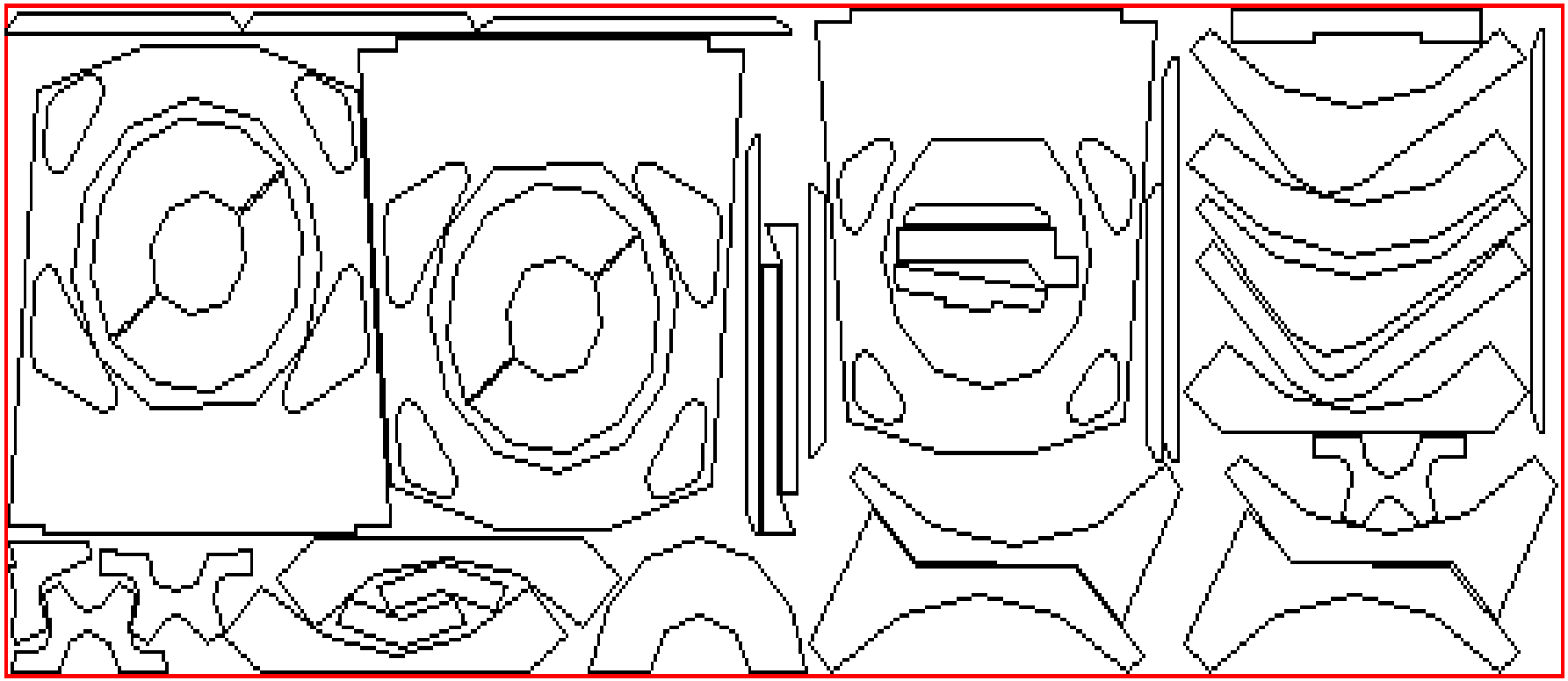
$S(n) = n!$ $\quad (n! \approx (n/e)^n$



Пример 5. Раскрой прямоугольников $S(n) = 4^n$

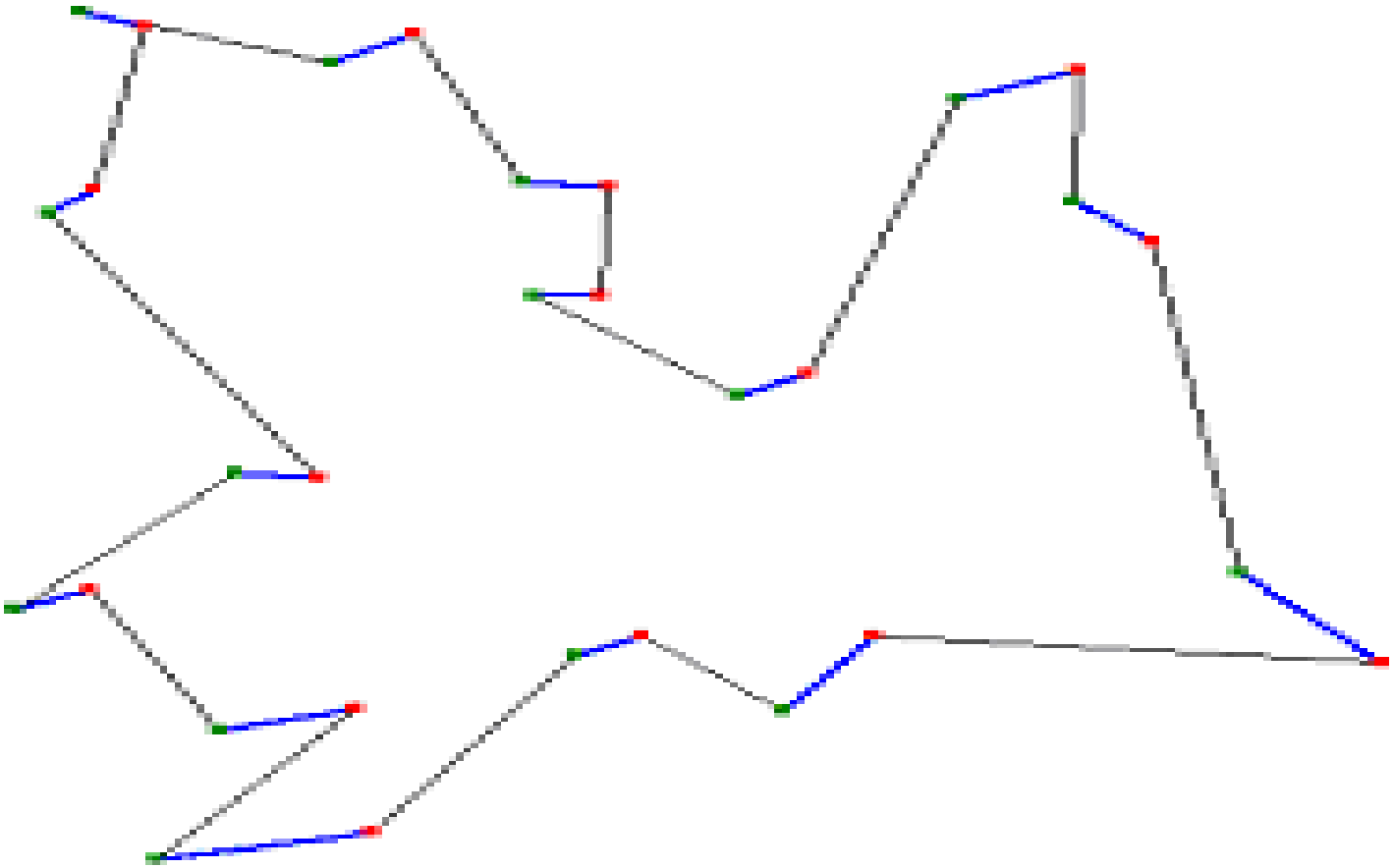


Пример 6. Фигурный раскрой $S(n) = N^n$

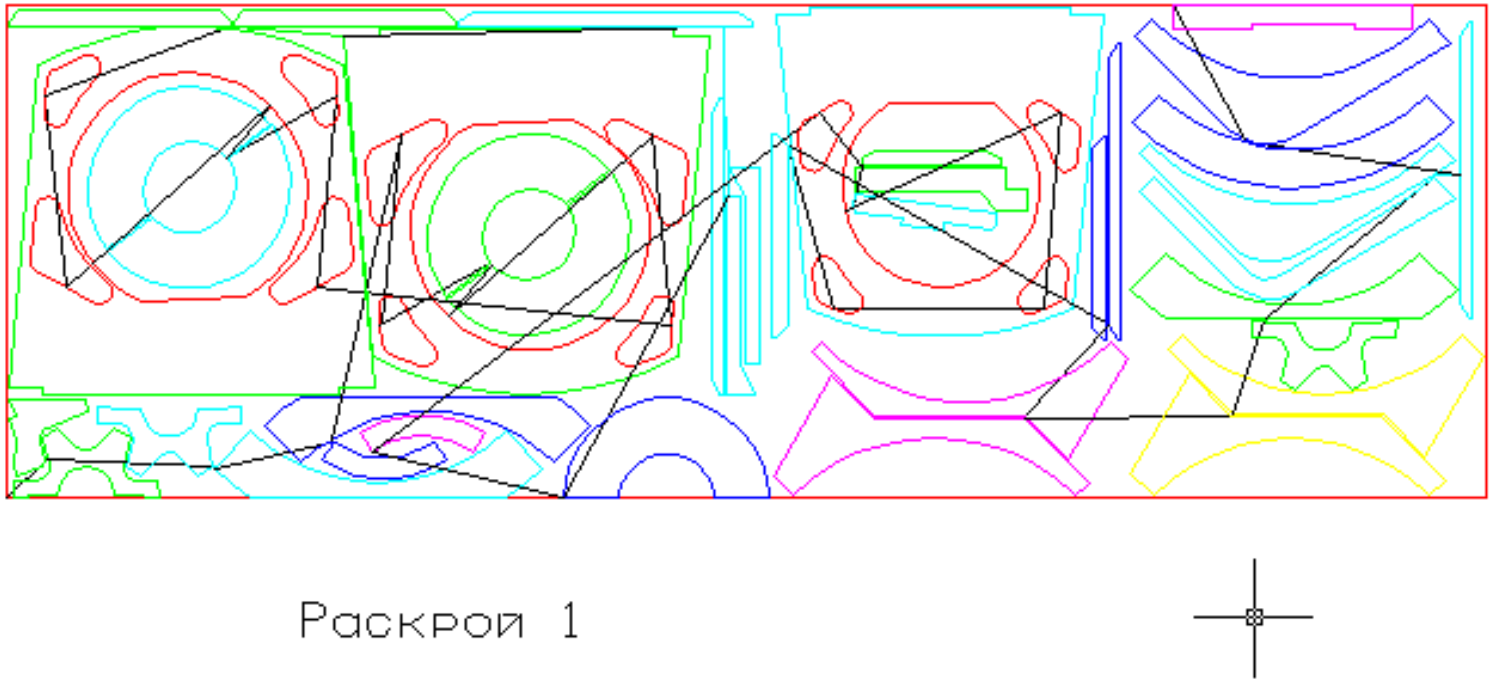


Пример 7. Построение маршрутов на отрезках

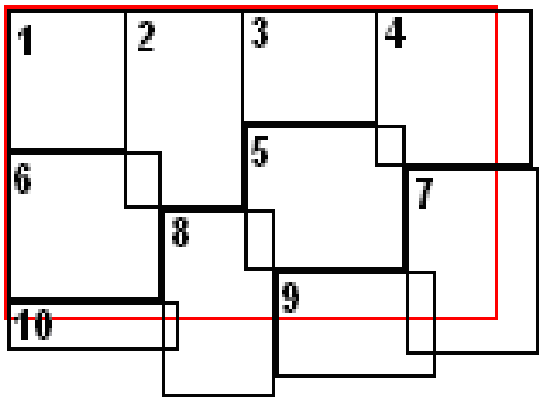
$$S(n) = (2n)!$$

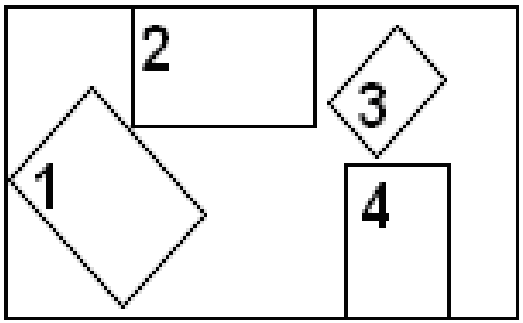


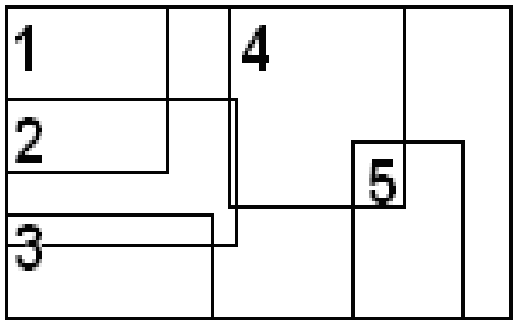
Пример 8. Маршрут на множестве объектов



Пример 9. Геометрические покрытия







а б в

а – допустимое решение

б, в – недопустимые решения

Два класса сложности

1. Задачи, допускающие гарантированное нахождение оптимума целевой функции за полиномиальное время, образуют класс P: $S(n) = n^a$.

2. Класс - NP-трудных задач, в которых за полиномиальное время можно всего лишь оценить значение целевой функции для конкретной конфигурации, что, естественно, гораздо проще, чем выбрать наилучшую из всех конфигураций: $S(n) = a^n$.

Влияние технического совершенствования на полиномиальные и экспоненциальные алгоритмы

Функция временной сложности	Размеры наибольшей задачи, разрешимой за 1 ч		
	На современных ЭВМ	На ЭВМ, в 100 раз более быстрых	На ЭВМ, в 1000 раз более быстрых
n	N_1	$100\ N_1$	$1000\ N_1$
n^2	N_2	$10\ N_2$	$31.6\ N_2$
n^3	N_3	$4.64\ N_3$	$10\ N_3$
n^5	N_4	$2.5\ N_4$	$3.98\ N_4$
2^n	N_5	$6.64 + N_5$	$9.97 + N_5$
3^n	N_6	$4.19 + N_6$	$6.29 + N_6$

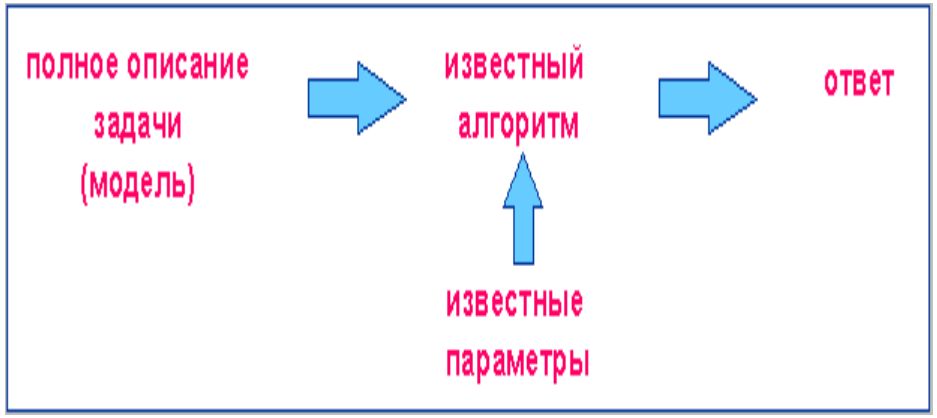
Максимальная размерность задач, разрешимых за данное время

Функция временной сложности	Время решения задачи				
	1 сек.	10^2 сек. 1.7 мин.	10^6 сек. 12 суток	10^8 сек. 3 года	10^{10} сек. 3 века
1000 n	10^3	10^5	10^9	10^{11}	10^{13}
100 n^2	10^2	10^3	10^5	10^6	$2.6 * 10^7$
10 n^3	46	$2.1 * 10^2$	$4.6 * 10^3$	$2.1 * 10^4$	10^5
2^n	19	26	39	46	53
3^n	12	16	25	29	33

Классификация методов решения задач дискретной оптимизации

Сокращения: **FF** - метод "первый подходящий", **АПЛЭ** - метод асимптотического перебора локальных экстремумов, **GA** - генетические алгоритмы, **TS** - алгоритм поиска с запретами, **SA** - алгоритм моделирования отжига, **TA** - алгоритм принятия допустимости, **GD** - алгоритм всемирного потопа, **RTR** - алгоритм перехода от рекорда к рекорду, **GRASP** - "жадные" радномизированные адаптивные процедуры поиска.

Детерминированные технологии

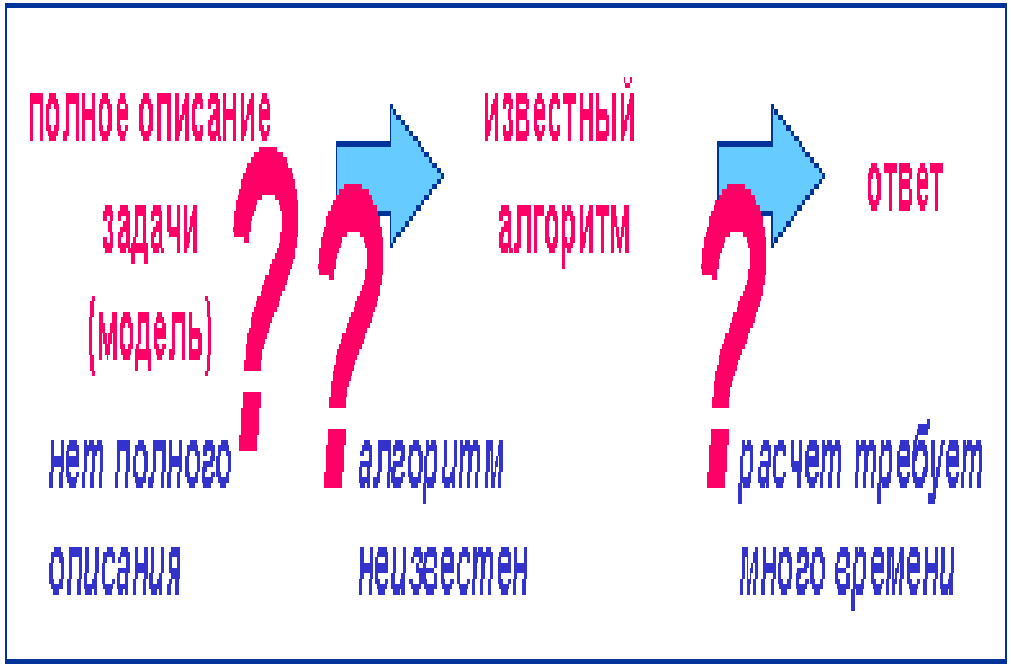


- **Аналитические технологии типа теоремы Пифагора используются человеком уже много веков. За это время было создано огромное количество формул, теорем и алгоритмов для решения классических задач - определения объемов, решения систем линейных уравнений, поиска корней многочленов. Разработаны сложные и эффективные методы для решения задач оптимального управления, решения дифференциальных уравнений и т.д. Все эти методы действуют по одной и той же схеме.**

Вероятностные технологии

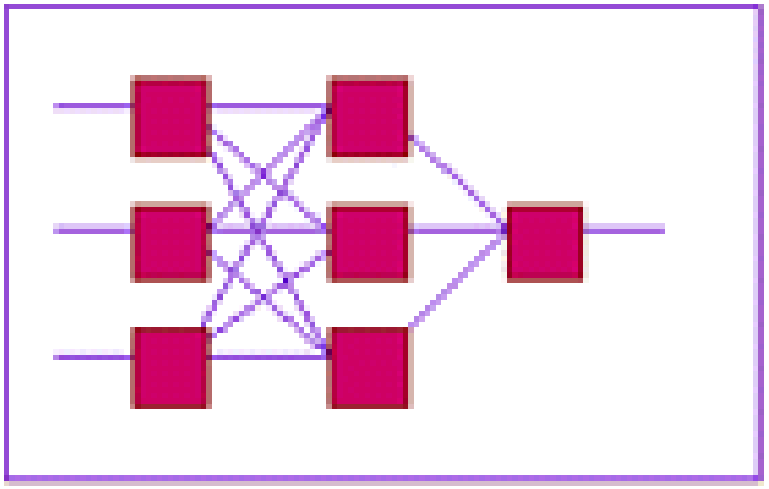
- На практике часто встречаются задачи, связанные с наблюдением случайных величин - например, задача прогнозирования курса акций. Для подобных задач не удается построить детерминированные модели, поэтому применяется принципиально иной, вероятностный подход. Параметры вероятностных моделей - это распределения случайных величин, их средние значения, дисперсии и т.д. Как правило, эти параметры изначально неизвестны, а для их оценки используются статистические методы, применяемые к выборкам наблюдаемых значений (историческим данным).

Недостатки традиционных технологий



Невозможно достаточно полно описать реальность с помощью небольшого числа параметров модели, либо расчет модели требует слишком много времени и вычислительных ресурсов.

Новые технологии



- Наиболее популярными и проверенными из этих технологий являются нейронные сети и генетические алгоритмы. Первые коммерческие реализации на их основе появились в 80-х годах и получили широкое распространение в развитых странах.

Генетические алгоритмы

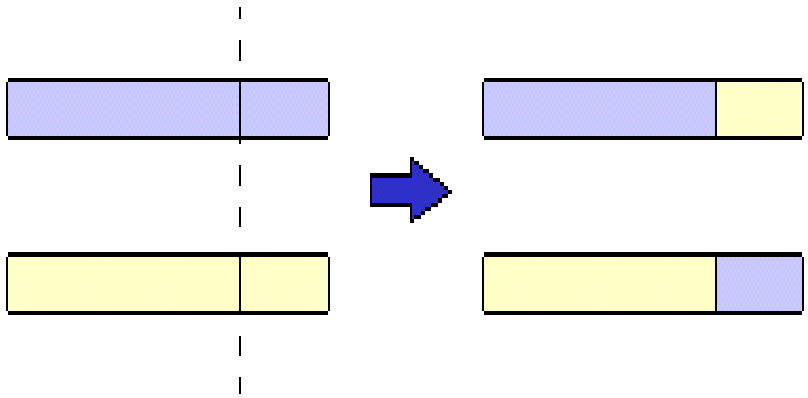


Рис.1. Условная схема кроссинговера.

- Ключевую роль в эволюционной теории играет естественный отбор. Его суть состоит в том, что наиболее приспособленные особи лучше выживают и приносят больше потомства, чем менее приспособленные.

Генетические алгоритмы используются, при управлении различными процессами в современном логическом проектировании дискретных устройств и систем принятия

решений

Рис.1. Двойственность задач селекции, обусловленная ограниченностью численности моделируемой популяции

- Генетические алгоритмы - это оптимизационные алгоритмы, относящиеся к классу вероятностных. Они сочетают элементы стохастических и детерминиских подходов. В связи с этим генетические алгоритмы нельзя отнести только к алгоритмам случайного поиска. Поиск решения осуществляется путем одновременного анализа нескольких ветвей эволюции.

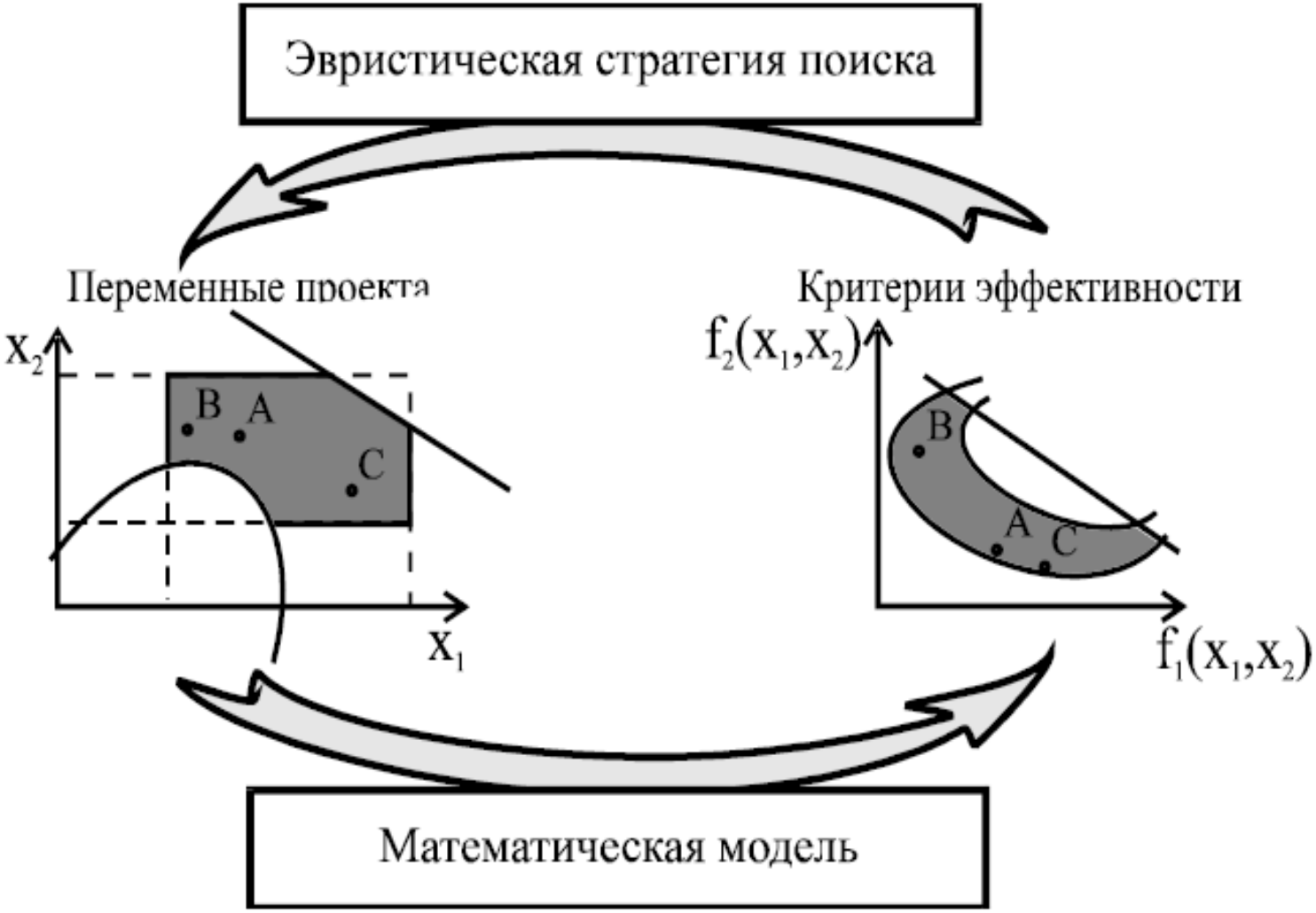


Рис. 2. Циклическая структура процедуры численной оптимизации характеристик проекта

Кодирование решений

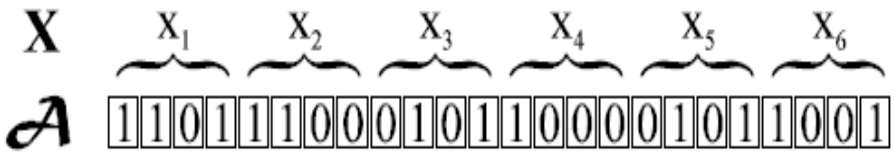
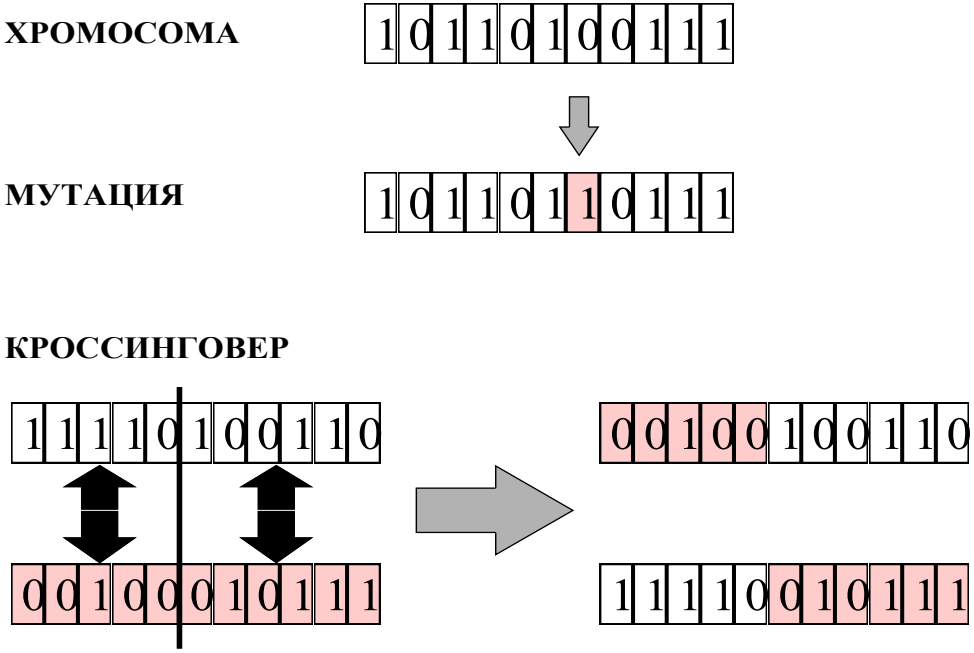


Рис. 3. Простейшая маска картирования хромосомы, определяющая план распределения наследственной информации по длине хромосомы

- Одним из наиболее важных элементов генетические алгоритмы являются кодированием потенциальных решений, т.е. формированием хромосомы. Полученная структура называется *хромосомой.* Хромосома состоит из более чем одного элемента *(гена).* Гены могут принимать бинарные, целочисленные и вещественные значения. Если обозначить ген как i_j, то S-я хромосома определяется последовательностью $V_S = \{i_1, i_2, i_3, \ldots i_m\}$. Известны три основные вида хромосом:
  - строчные;
  - векторные;
  - табличные.

Кроссинговер и мутация



- Представление искомого решения в виде битовой строки - хромосомы (вверху). Операции мутации и кроссинговера (внизу)

Кроссинговер (скрещивание)

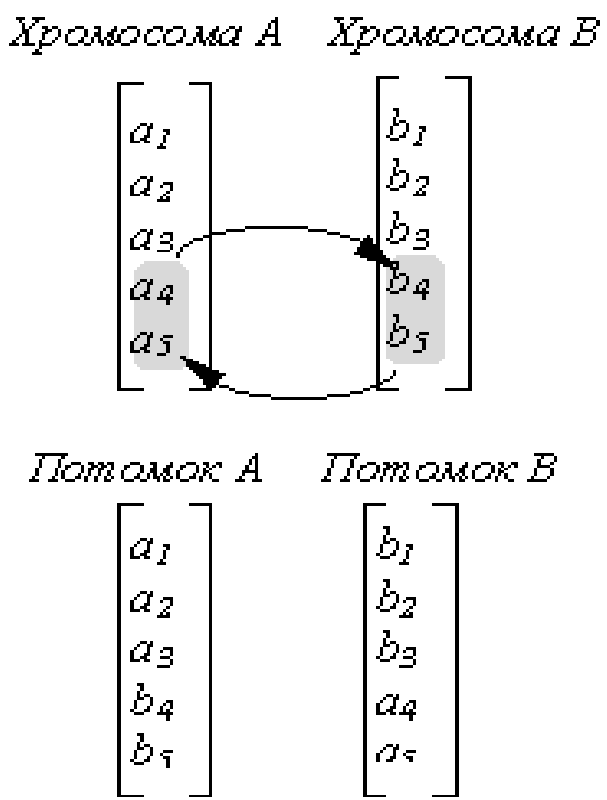


Рис.1 Операция скрещивания

- *Скрещивание* моделирует передачу наследственности хромосомами. Эта операция обуславливает целенаправленное закономерное «приближение» свойств хромосом к оптимальному решению.
- Пусть эта процедура состоит в обмене элементов *(генов)* двух случайно выбранных хромосом. Такие хромосомы называются *потомками. Потомки* - результат преобразования - сочетают в себе свойства родителей. Например, скрещивание может быть реализовано как обмен генами с одинаковыми порядковыми номерами

Мутация

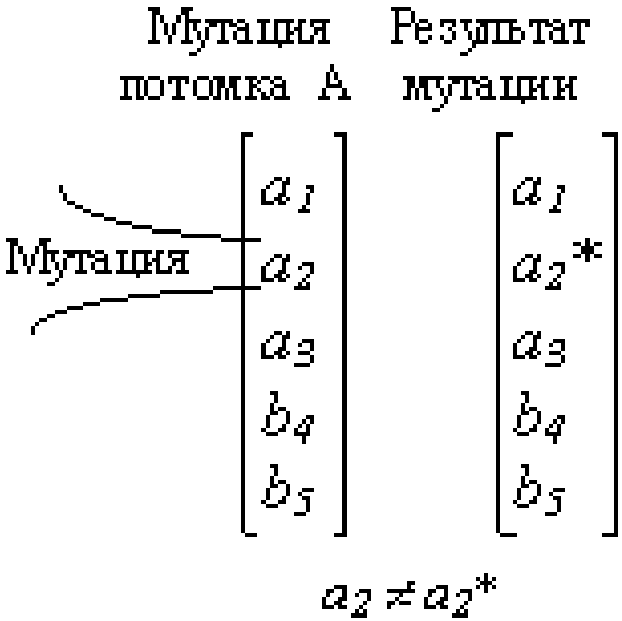
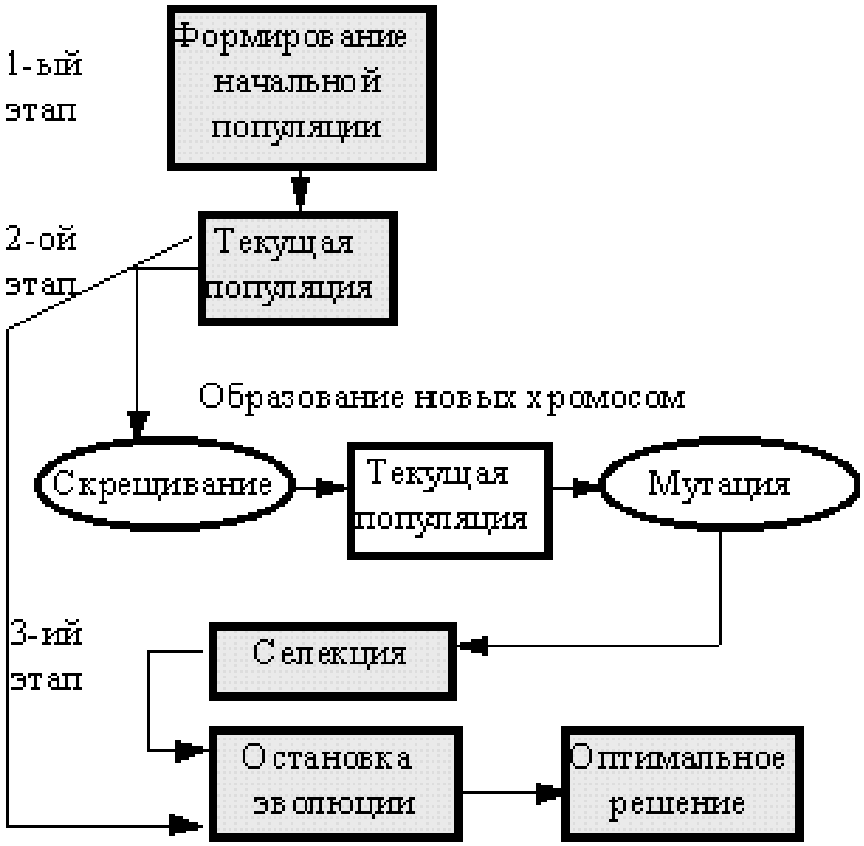


Рис.2.Результат мутации

- Мутация представляет собой случайное направленное одного или несколько ген.
- Эта процедура позволяет избежать локального экстремума (решения близкому к оптимальному, но не оптимального).

Общая структура генетического алгоритма



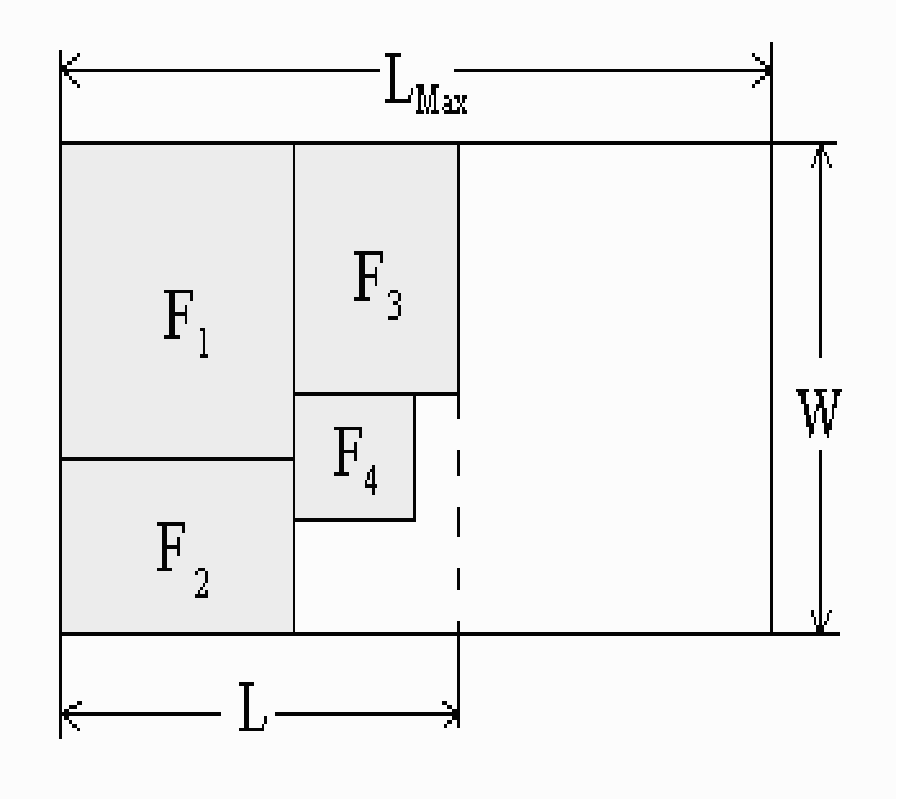
- 1. формирование начальной популяции;
- 2. синтез новых хромосом (скрещивание и мутация);
- 3. селекция.

При разработке генетического алгоритма для конкретной задачи первоначально необходимо определить следующие компоненты:

1. Хромосомы;
2. Начальную популяцию;
3. Fitness-function;
4. Операции скрещивания и мутации.

Затем на основе тестовых данных в ходе экспериментальных исследований, определяются такие компоненты генетического алгоритма как (а) размер популяции; (б) скорость скрещивания; (в) скорость мутации.

Раскрой прямоугольников



В качестве целевой функции можно использовать следующие варианты:

$g = (L_{Max} - L) \times W \rightarrow max$, то есть максимизация площади потерь,

или

$g = L \rightarrow min$, то есть минимизация занятой части полосы,

или

$g = L \times W \rightarrow min$, то есть минимизация площади занятой части полосы

Теперь перейдём к следующим понятиям.

Геном будем называть единицу наследственного материала, ответственного за формирования альтернативных признаков особи.

Хромосома - совокупность ген.

Локус - местоположение гена в хромосоме.

Аллели (аллелеформы) - альтернативные формы одного и того же гена, расположенные в одинаковых локусах хромосомы.

Генотип - генетический код, который содержит всю наследственную генетическую информацию об особи, получаемую от «предков» и передаваемую «потомкам», другими словами, это хромосома, содержащая в своих локусах конкретные значения аллелей.

Степень приспособленности особи a_k^t (μ (a_k^t)) - это численное значение (в общем случае неотрицательное):

$$\mu(a_k^t) = \begin{cases} g^2, & \text{если } g \to \max \\ \dfrac{1}{g^2+1}, & \text{если } g \to \min \end{cases}$$

где g - это целевая функция (критерий оптимальности), который играет роль внешней среды.

Генофонд - конечное множество всех допустимых генотипов.

Фенотип - численное значение вектора управляемых переменных **x** и соответствующих ему характеристик (выходные переменные или внешние наблюдаемые количественные признаки).

Ареал - область, в пределах которой только и могут встречаться особи, участвующие в эволюционном процессе.

Популяция - совокупность особей, принадлежащих ареалу.

Фитнесс - целевая функция, определяющая качество решения задачи.

Генерация - один цикл работы генетического алгоритма.

Хромосомный набор - совокупность генотипов всех особей, составляющих популяцию.

Мутации - изменения качественных признаков особей в результате появления новых аллельных форм в отдельных генах или целиком во всей хромосоме.

Естественный отбор - процесс, способствующий повышению степени приспособленности особей и предотвращающий разрушительные последствия, которые могут возникнуть в результате мутаций.

Часто используют строчные и векторные хромосомы, которые можно представить по-разному:

1) каждый ген хромосомы состоит только из номера геометрического объекта, например:

1	3	4	2	5

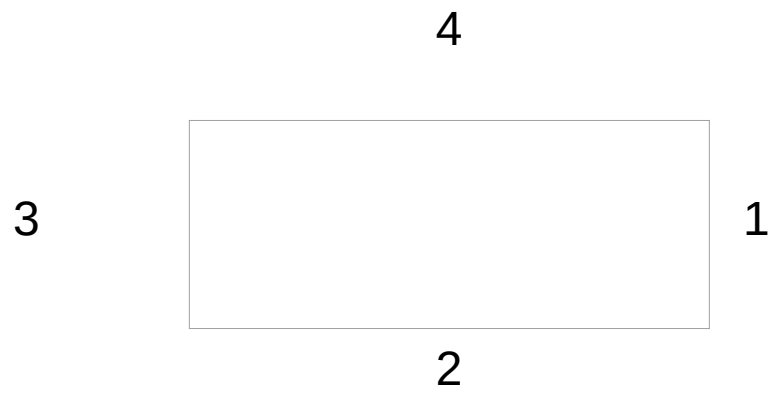
Хромосома с генами, состоящими из одного элемента.

Каждый ген хромосомы состоит из номера геометрического объекта и оператора вращения, то есть, если объект был повёрнут на 90°, то в соответствующую ячейку заносим цифру 1, иначе - 0, например:

1	1	3	0	4	0	2	1	5	0

Хромосома с генами, состоящими из дух элементов.

1) каждый ген хромосомы состоит из номера геометрического объекта, оператора вращения и оператора соседства, то есть оператор соседства - это число, соответствующее номеру стороны, которой форма прилегает к предыдущему объекту, а стороны номеруются следующим образом:

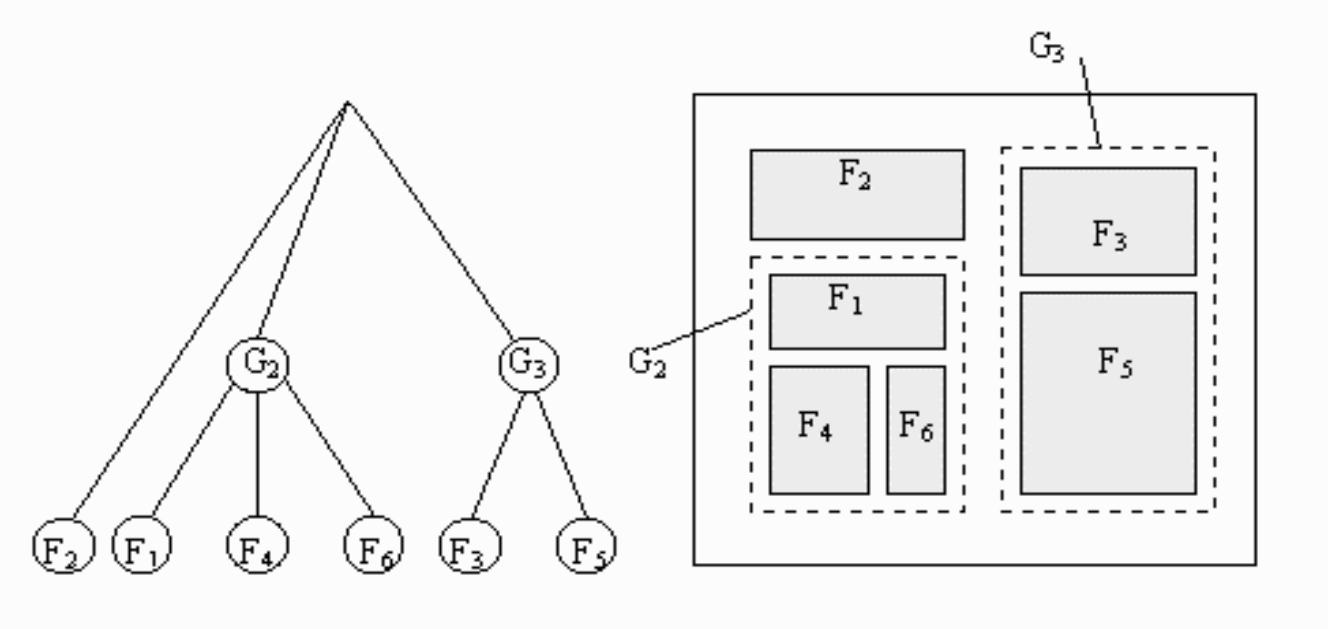


Нумерация сторон геометрического объекта.

1	1	0	3	0	4	4	0	3	2	1	4	5	0	2

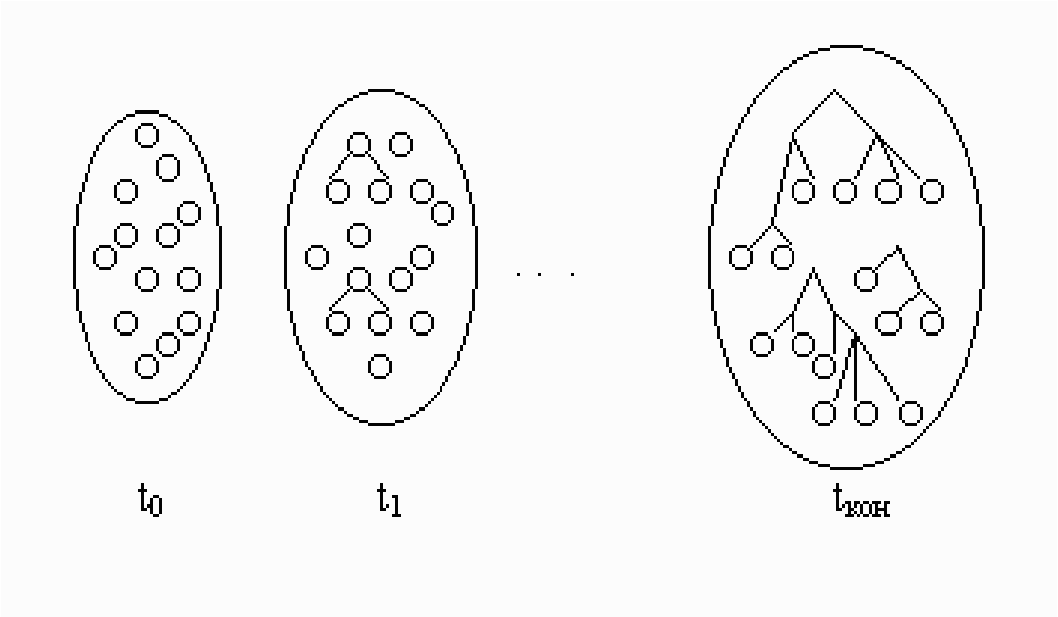
Хромосома с генами, состоящими из трёх элементов.

Группирование



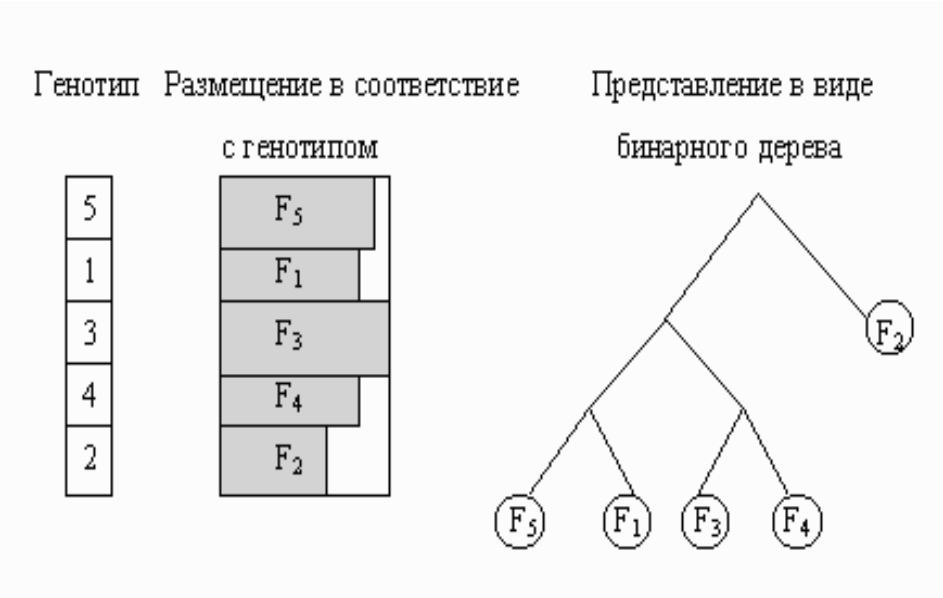
- Процесс группировани я позволяет хранить строящиеся блоки в хромосомах и может быть представлен в виде дерева

Эволюция хромосом



Путём объединения уже имеющихся групп можно получать новые группы, и тогда количество уровней будет увеличиваться. Таким образом в процессе увеличения числа генераций в генетическом алгоритме размерность групп (где размерность определяется количеством форм, содержащихся в группе) будет увеличиваться, а число самих групп будет уменьшаться.

Представление проблемы размещения



- Дерево - это множество узлов, связанных выше описанными операторами, которое может быть записано в виде:
- $T = (\ldots(F_1, F_2)[\theta_2; \chi_2]), \ldots,$
- $((F_j, F_k)[\theta_k; \chi_k]),$
- Например, дерево, изображённое на рис. 3.2.2., можно представить в соответствии с записью (3.2.1) в виде:
- $T = (((F_5, F_1)[0; 2],$
- $(F_3, F_4)[0; 3]), F_2)[2; 4]$
- Таким образом с точки зрения эволюционной генетики, каждую локальную полосу можно ассоциировать с геном, являющимся частью хромосомы (всей полосы).

Структура алгоритма.

Для нашего генетического алгоритма принята следующая схема.
Шаг 1. Определение размера популяции M, числа генераций T, точки кроссинговера и точки мутации.
Шаг 2. Задание случайным образом начальной популяции П(0) размером M.
Шаг 3. t=0 (t = 1,2, ..., T).
Шаг 4. Выбор случайным образом пар хромосом из популяции П(t) и применение операции скрещивания к каждой паре.
Шаг 5. Применение операции мутации к каждой хромосоме популяции П(t).
Шаг 6. Отбор M хромосом с наилучшим значением целевой функции из получившейся популяции П(t) в новую популяцию П(t+1).
Шаг 7. t=t+1.
Шаг 8. Если t<T, то переход к шагу 4.
Шаг 9. Вывод хромосомы с наилучшим значением целевой функции.

Исследование способов формирования начальной популяции

Генетический алгоритм начинается с процесса создания исходной популяции. Самый распространённый - это генерация хромосомного набора случайным образом, в результате которого особи сгенерированной популяции содержат случайно инициализированные хромосомы. Иногда применяются другие, не полностью случайные методы инициализации популяции. Например, часть популяции формируется одним или несколькими из следующих способов:

1) производится сортировка геометрических объектов по убыванию их длины;
2) производится сортировка геометрических объектов по убыванию их ширины;
3) проверяются объекты (их длина и ширина): если длина меньше ширины, то производится поворот объекта на угол 90°;
4) проверяются объекты (их длина и ширина): если длина меньше ширины, то производится поворот объекта на угол 90°, а затем полученное множество сортируется по убыванию их длины;
5) проверяеются объекты (их длина и ширина): если длина меньше ширины, то производится поворот объекта на угол 90°, а затем полученное множество сортируется по убыванию их ширины;
6) проверяются объекты (их длина и ширина): если длина больше ширины, то производится поворот объекта на угол 90°;
7) проверяются объекты (их длина и ширина): если длина больше ширины, то производится поворот объекта на угол 90°, а затем полученное множество форм сортируется по убыванию их ширины;
8) проверяются объекты (их длина и ширина): если длина больше ширины, то производится поворот объекта на угол 90°, а затем полученное множество форм сортируется по убыванию их длины;
9) проверяются объекты (их длина и ширина): если длина меньше ширины, то производится поворот объекта на угол 90°, а затем полученное множество форм сортируется по убыванию их длины, после этого номера двух последних (самых мелких) объектов располагаем после первого номера (самого крупного объекта); эту процедуру перестановки можно применить один раз, а можно несколько раз, при этом номера следующих двух последних (мелких) объектов разместятся после крупного, номер которого расположен за последними вставленными мелкими объектами.
10) проверяются объекты (их длина и ширина): если длина меньше ширины, то производится поворот объекта на угол 90°, а затем полученное множество форм сортируется по убыванию их длины, после этого номер одного последнего (самого мелкого) объекта располагается после двух первых (самых крупных объектов); эту процедуру перестановки можно применить один раз, а можно несколько раз, при этом номер следующего последнего (мелкого) объекта размещается после двух крупных, номера которых расположены за последним вставленным мелким объектом.
11) проверяются объекты (их длина и ширина): если длина больше ширины, то производится поворот объекта на угол 90°, а затем полученное множество форм сортируем по убыванию их длины, после этого номера двух последних (самых мелких) объектов располагаются после первого номера (самого крупного объекта); эту процедуру перестановки можно применить один раз, а можно несколько раз, при этом номера следующих двух последних (мелких) объектов размещаются после крупного, номер которого расположен за последними вставленными мелкими объектами.
12) проверяются объекты (их длина и ширина): если длина больше ширины, то производится поворот объекта на угол 90°, а затем полученное множество прямоугольников сортируется по убыванию их длины, после этого номер одного последнего (самого мелкого) объекта располагается после двух первых (самых крупных объектов); эту процедуру перестановки можно применить один раз, а можно несколько раз, при этом номер следующего последнего (мелкого) объекта размещается после двух крупных, номера которых расположены за последним вставленным мелким объектом.

Способы размножения

"мать"	1	0	0	1	2	0	4	1	3	0
"отец"	1	0	3	0	2	1	0	1	4	1
"потомок" 1	1	0	4	0	2	1	0	1	3	1
"потомок" 2	1	0	4	1	2	0	3	1	0	0

- Если, например, хромосома представлена в виде набора генов, включающих номера форм и признак вращения, то для потомков оставляются те номера в соответствующих клетках, которые совпадают и стоят на том же месте, а остальные несовпавшие распределяются случайным образом.

Простой кроссинговер

"мать"	0	0	1	0	2	1	3	0	4	0
					точка кроссинговера					
"отец"	0	1	4	1	1	0	2	1	3	0

"потомок" 1	0	0	1	0	3	1	4	1	2	0

"потомок" 2	4	1	0	1	1	0	2	1	3	0

- простой кроссинговер, основанный на выборе точки кроссинговера, относительно которой идёт "разрыв" родительских хромосом, вследствие которого из полученных подчастей образуются хромосомы "потомков". В данном случае не просто часть хромосомы одного родителя соединяется с частью хромосомы другого родителя, а ещё проверяется на совпадение номеров. Если номер совпал, то мы его заменяем на тот, который не вошёл в хромосому (в соответствии с её размерностью). Замену можно для одного потомка произвести во второй части, а у другого - в первой части хромосомы.

Разнообразие типов мутации

"родитель"	0	0	1	0	2	1	3	0	4	0
					точка мутации					
"мутант"	0	0	2	0	1	1	3	0	4	0

- Точечная мутация состоит в случайном выборе точки мутации в хромосоме "родителя" и перестановке двух элементов хромосомы, которые разделяет точка

Пример точечной мутации без перестановки клеток

"родитель"	0	0	1	0	2	1	3	0	4	0
					точка мутации					
"мутант"	0	0	2	1	1	1	3	0	4	0

- . При этом выбирается случайным образом ячейка, не содержащая номер формы, и значение заменяется на другое допустимое в данной ячейке.

Пример генной мутации

"родитель"	0	0	1	0	2	1	3	0	4	0
					точка мутации					
"мутант"	0	0	2	1	1	0	3	0	4	0

- При генной мутации происходит замена не одного кода в гене, а всего гена. Для задачи размещения также выбирается точка мутации, переставляются местами два гена, разделённые данной точкой, а затем могут быть случайно сгенерированы ячейки одного или двух переставленных генов, в которых не содержится номера формы

Пример инверсии

" родитель "	0	0	1	0	2	1	3	0	4	0
" мутант "	4	0	3	0	2	1	1	0	0	0

- Инверсия предполагает перестановку генов в обратной последовательности; для задачи размещения эта процедура может выполняться таким же образом

Проектирование карт раскроя материала

$S = \{ S_1, S_2, \ldots, S_N \}$ - геометрические модели заготовок;
$k_1, \ldots, k_N$ - количества соответствующих заготовок;

$S^1_i, S^2_i, \ldots, S^{k_i}_i$, - внутренние контуры (пустоты) i -ой заготовки;

$S_0 = \{ S^1_0, S^2_0, \ldots, S^n_0 \}$ - исходные области размещения

$F_i(x,y,U_i)=0$ - канонические уравнения общего положения φ-объекта,
$U_i=(x_i,y_i,\Theta_i)$ - параметры размещения соответствующего объекта (x_i,y_i - линейные, Θ_i - угловой параметры)

G область допустимых значений, удовлетворяющих геометрическим ограничениям:

$$r_{ij} = \inf_{\substack{x \in S_i \\ y \in S_j}} \rho\ (x,y)$$

$$d_{ij} \le r_{ij}\ \left(v_i, \theta_i, v_j, \theta_j \right) \le l_{ij} \qquad r_{0i} = r_{0i}(v_i, \theta_i) > 0$$

Q область допустимых решений, удовлетворяющих технологическим ограничениям

Требуется:
1) $S = \tilde{S}_1 \cup \ldots \cup \tilde{S}_{n+1}$; $\tilde{S}_i \cap \tilde{S}_j = 0$; $\tilde{S}_i,\ \tilde{S}_j \subset S^i_0$; $i,\ j = 1,\ldots,n$; $i \ne j$; $\tilde{S}_{n+1}$ – множество неразмещенных объектов;

2) определить $U = \left(U_1, \ldots, U_N \right)$

$$\chi(U^*) = \max_{R \in G \cup Q} \left\{ \sum_{k=1}^{K} \left[\sum_{j=1}^{N} h(\alpha_j(R_k(U))) \Big/ \sum_{i=1}^{n} h(l_i) \right] + k * \gamma(R_k(U)) \right\}$$

$R=(R_1,\ldots,R_K)$-искомый план раскроя;
$h(\ )$-площадь листа или заготовки,
$\gamma\ (R_k)$-объем деловых отходов в способе R_k;
$\alpha_j(R_k)$-количество заготовок вида j в способе (R_k),
k-коэффициент, учитывающий стоимость деловых отходов.

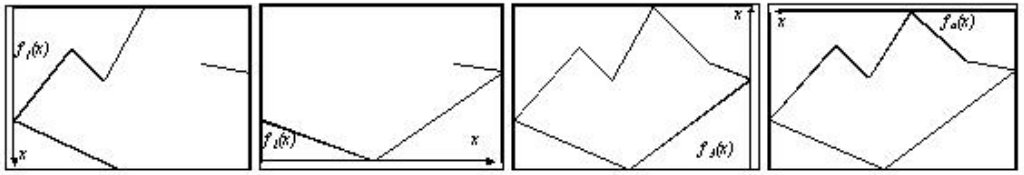
Декомпозиция задачи размещения

Разбиение текущего множества геометрических объектов на подмножества, соответствующие несвязным областям размещения с учетом их текущего состояния по принципу
“в наилучший подходящий”

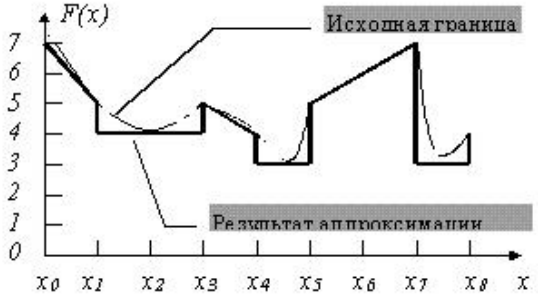
Генерация комбинаторных конфигураций из групп φ -объектов

Локальные задачи плотного размещения φ -объектов

Последовательный анализ и отсев вариантов на основе n-кратного группировании объектов и реализации стратегии увеличения пространства выбора альтернатив.



$$D = \bigwedge_{i=1}^{4} \alpha f_i(x)$$



Пример аппроксимации участка границы φ - объекта

Общая схема размещения

$$min\ \chi\left[f\left\{K_M\left(S_1\left(U_1\right),\ldots,S_N\left(U_N\right)\right)\right\}\right],$$

K_M - оператор комбинаторного n-кратного группирования, f - локальный критерий качества группирования,

χ - глобальный критерий размещения

μ - набор правил конструирования частичных

$\psi=\left\{\xi_i\right\}$ - набор тестов

В набор ψ входят тесты ξ_0 - анализа допустимых решений, ξ_1 - сравнение решений по целевой функции.

H - некоторое множество частичных решений. Для всякого набора тестов $\psi=\left\{\xi_0,\ldots,\xi_t\right\}$ введем обозначение $\psi\left(H\right)=H^{t+1}$, где $H^i=H^{i-1}\setminus\ \xi_{i-1}\left(H^{i-1}\right)$, $i = 1,..,t$, $H^0=H$.

$\xi_i\left(H\right)$ - множество частичных решений, исключаемых тестом ξ_i.

Пусть в результате k шагов получено множество полных и частичных решений $H_k\left(H_1=U_1\right)$, каждое из них может быть достроено до оптимального.

В множестве H_k с помощью правил μ выберем некоторое подмножество $\mu\left(H_k\right)$ частичных решений.

Каждое из частичных решений $\tilde{V}_{(s)}\in\mu\left(H_k\right)$ заменяется системой частичных решений вида:

$$V_{(s+1)}=\beta\left(V_{(s)}\right)=\left(u_{1\left(l_1\right)},\ldots,u_{s\left(l_s\right)},u_{s+1\left(l_{s+1}\right)}\right);\ u_j\left(l_j\right)=\tilde{u}_j\left(l_j\right);$$

$j=1,\ldots,s;u_{s+1\left(l_{s+1}\right)}\in U_{s+1}$, где оператор β реализует пошаговое конструирование частичных решений.

В результате получаем множество $H_{k+1}^1=\left(H_k\setminus\mu\left(H_k\right)\right)\cup\beta\left(\mu\left(H_k\right)\right)$. Применим к нему набор тестов ψ, получим множество $H_{k+1}=H_{k+1}^1\setminus\psi\left(H_{k+1}^1\right)$, подлежащее анализу на $k+1$ шаге.

Примеры

Последовательно одиночное размещение: *(((((s1, s2) , s3)) ,s4)), s5) , s6)*

Оптимальное группирование: *((((s1, s2) , (s3 ,s4)), s5) , s6)*

$$\tilde{V}_0 = \{S_1,\dots,S_6\} = \{G_1^0,\dots,G_6^0\},\ \tilde{V}_1 = \beta(\tilde{V}_0) = \{(S_1,S_2),S_3,\dots,S_6\} = \{G_1^1,G_2^0,\dots,G_6^0\},$$
$$\tilde{V}_2 = \beta(\tilde{V}_1) = \{(S_1,S_2),(S_3,S_4),S_5,S_6\} = \{G_1^1,G_2^1,\dots,G_6^0\},$$
$$\tilde{V}_3 = \beta(\tilde{V}_2) = \{G_1^2,G_5^0,G_6^0\},\ \tilde{V}_4 = \beta(\tilde{V}_3) = \{G_1^3,G_6^0\}.$$

$G_1^0 = S_1,\dots,G_M^0 = S_M$ - группы нулевого уровня;

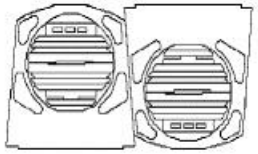
$G_1^1,\dots,G_{k_1}^1$ - группы первого уровня,

. . .

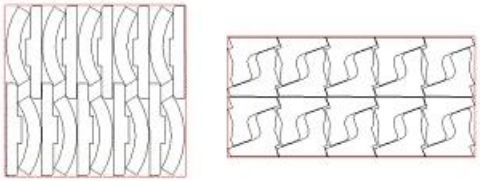
$G_1^{d_b},\dots,G_{N_b}^{d_b}$ - группы последнего уровня.

$$u = \arg\min_{\delta} conv\left(G_l^i \cup G_k^i(u)\right)$$

$$G^{i+1} = F_r\left(G_l^i \cup G_k^i(u^*)\right)$$

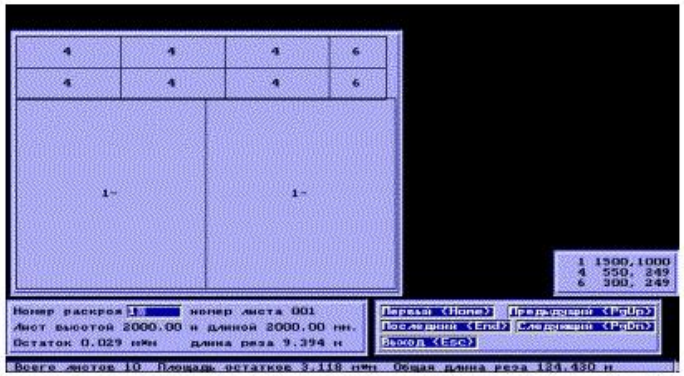


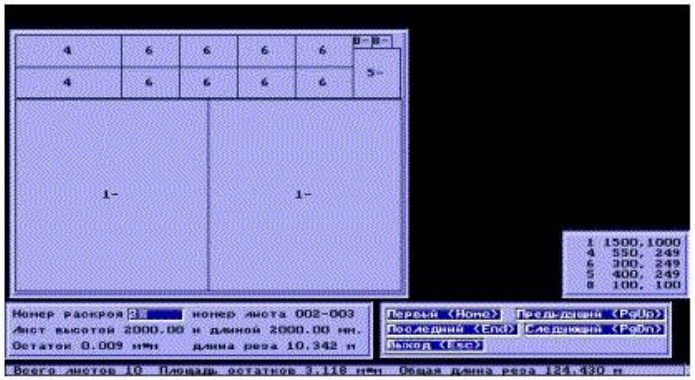
Результат группирования разнотипных объектов

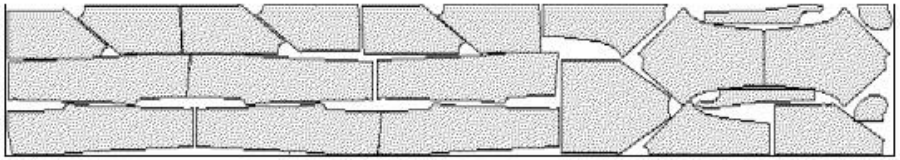


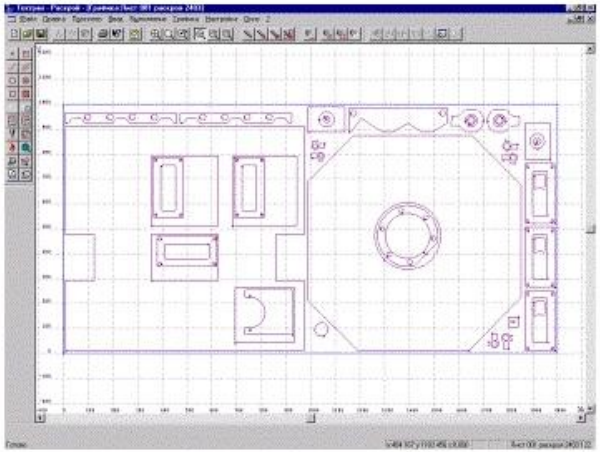
Примеры периодического группирования

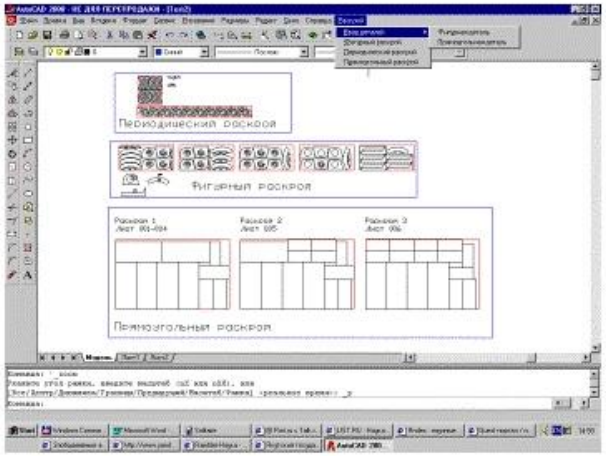
Number of map 1
Sheet's heigth 2000.000000 and length 6000.000000 mm.
Coefficient 0.717579

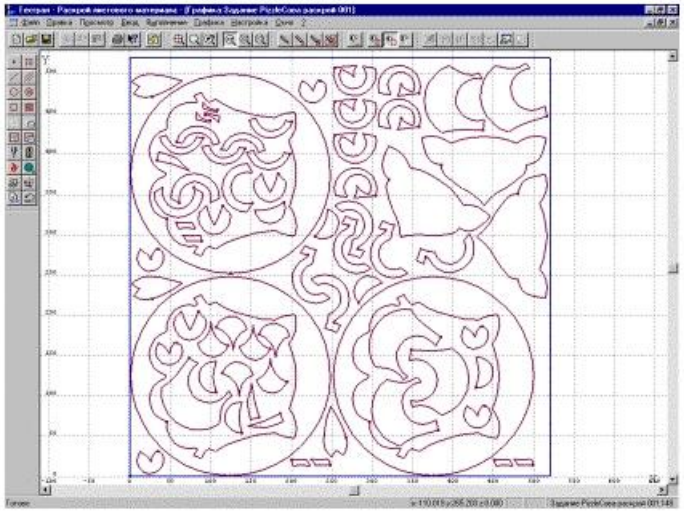

4 4 4 6
4 4 4 6
1- 1-
1 1500,1000
4 550, 249
6 300, 249
Номер раскроя 1 номер листа 001
Лист высотой 2000.00 и длиной 2000.00 мм.
Остаток 0.029 мм² длина реза 9.394 м
Первый (Home) Предыдущий (PgUp)
Последний (End) Следующий (PgDn)
Выход (Esc)
Всего листов 10 Площадь остатков 3.118 м² Общая длина реза 124.430 м


4 6 6 6 6
4 6 6 6 6
5-
1- 1-
1 1500,1000
4 550, 249
6 300, 249
5 400, 249
8 100, 100
Номер раскроя 2 номер листа 002-003
Лист высотой 2000.00 и длиной 2000.00 мм.
Остаток 0.009 мм² длина реза 10.342 м
Первый (Home) Предыдущий (PgUp)
Последний (End) Следующий (PgDn)
Выход (Esc)
Всего листов 10 Площадь остатков 3.118 м² Общая длина реза 124.430 м

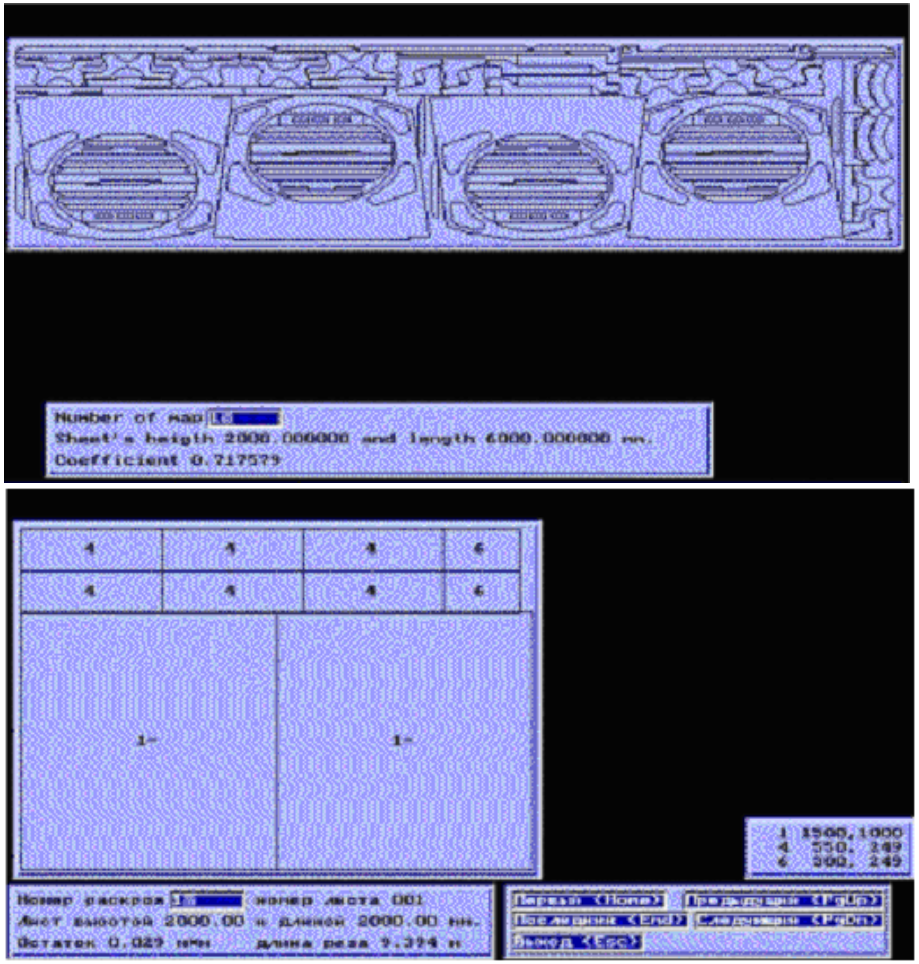


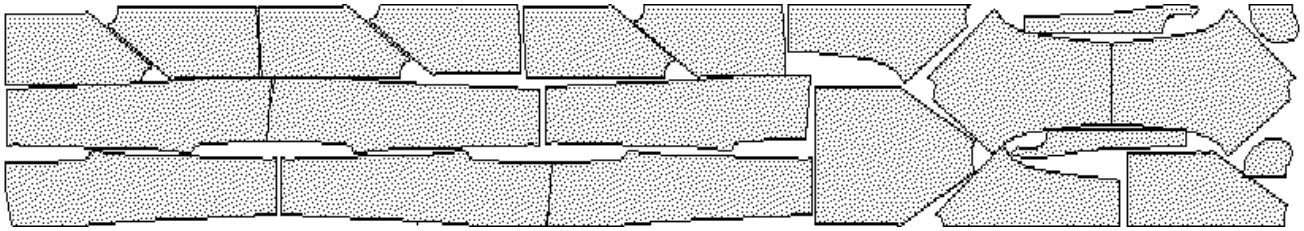


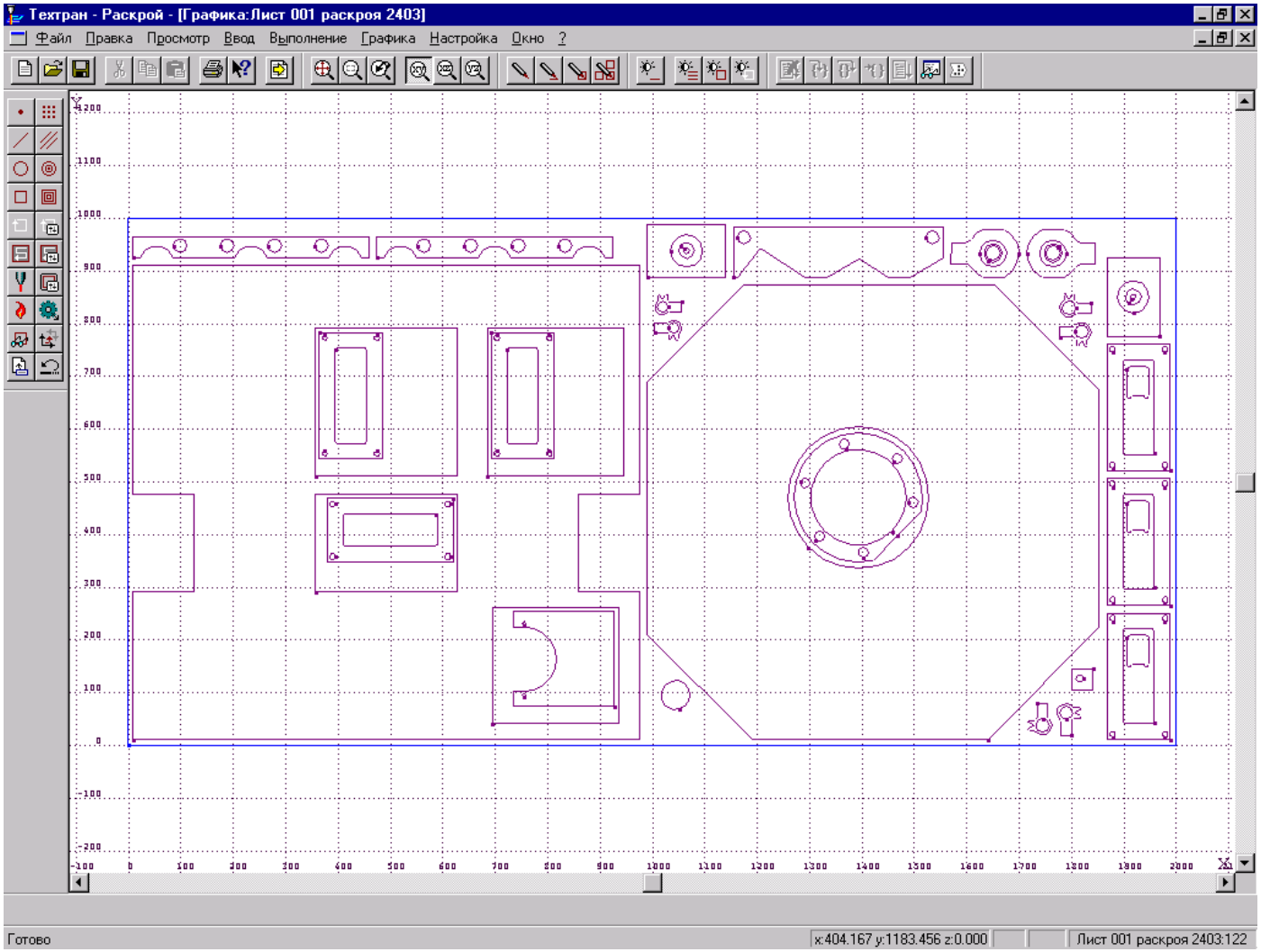

Периодический раскрой
Фигурный раскрой
Раскрой 1
Лист 001-004
Раскрой 2
Лист 005
Раскрой 3
Лист 006
Прямоугольный раскрой



Nesting for manufacturing






Техтран - Раскрой - [Графика:Лист 001 раскроя 2403]
Файл Правка Просмотр Ввод Выполнение Графика Настройка Окно ?
Готово
x:404.167 y:1183.456 z:0.000
Лист 001 раскроя 2403:122

AutoCAD 2000 - [Test_ALL]

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Рисование Размеры Редакт Окно Справка Раскрой

INS_...TAIL | Послою | Послою | Послою | Поцветч

Раскрой 1

Раскрой 2

Раскрой 3

Раскрой 1

Раскрой 1
Лист 001

Раскрой 2
Лист 002

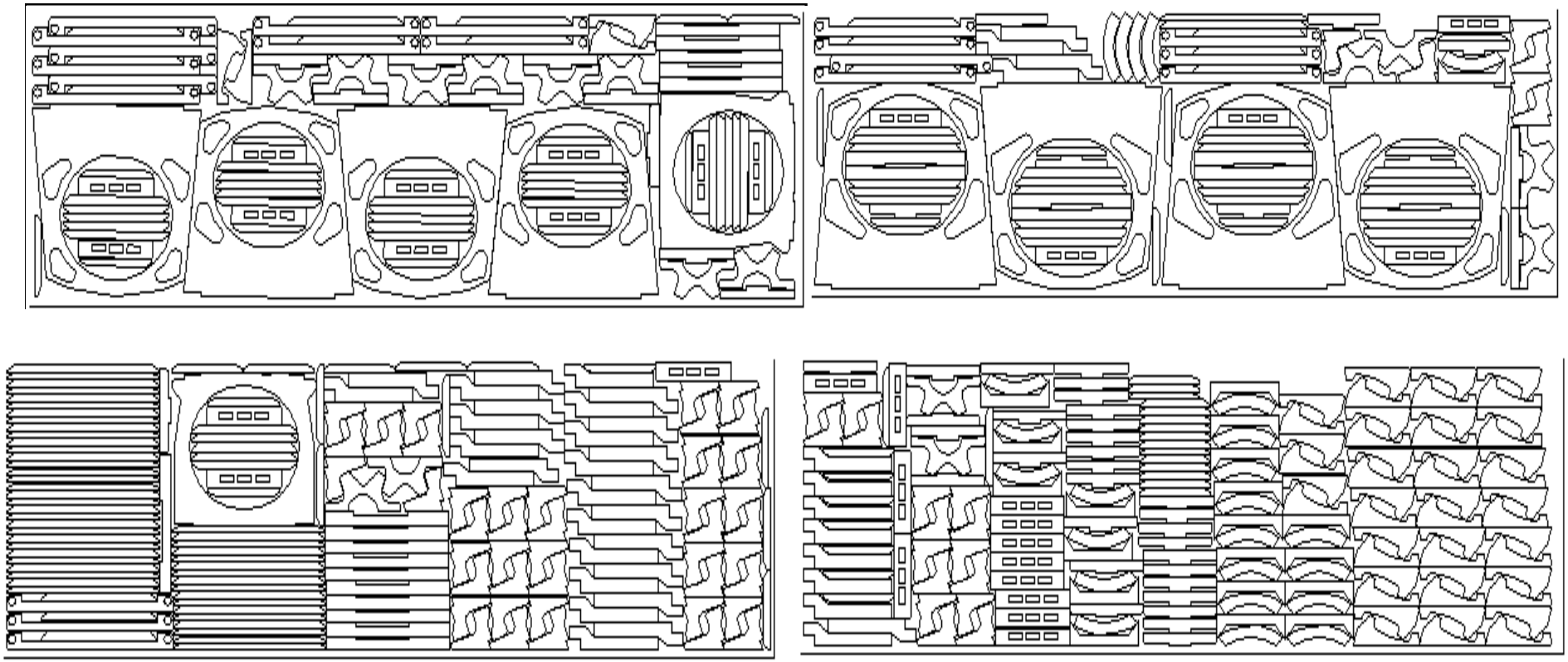
Раскрой 3
Лист 003

20

Модель | Layout1

Команда:

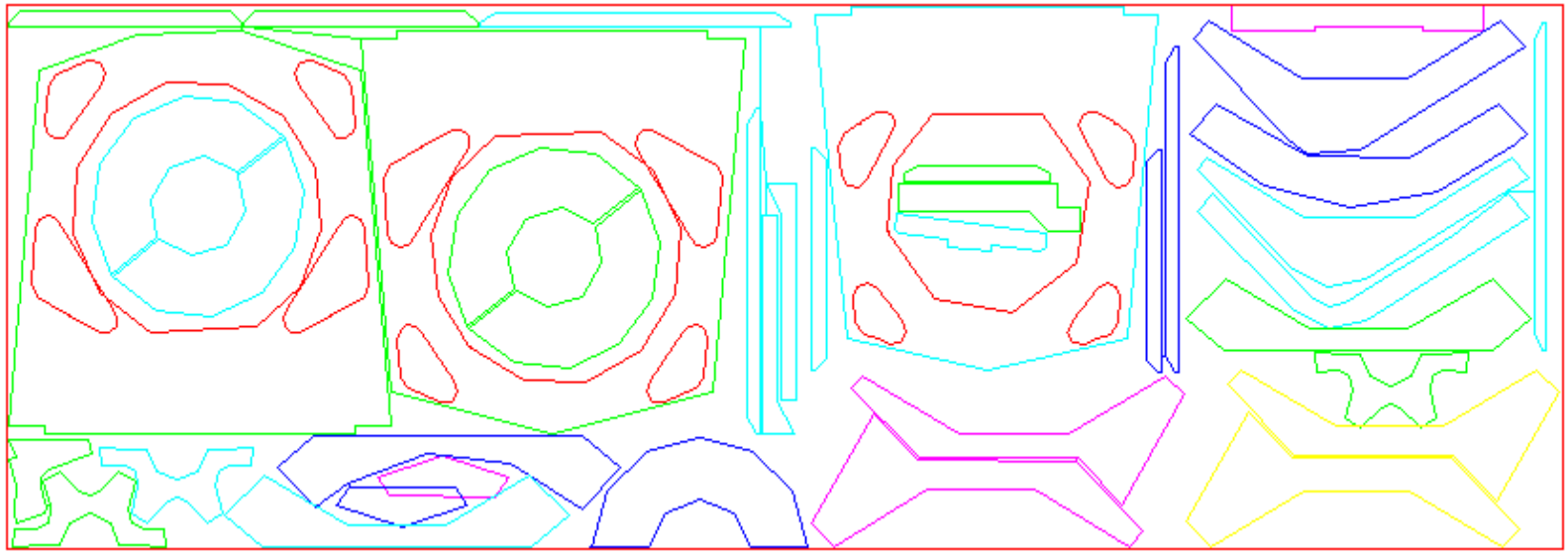
20385.25, -362.70 , 0.00 | ШАГ | СЕТКА | ОРТО | ОТС-ПОЛЯР | ПРИВЯЗКА | ОТС-ПРИВ | ВЕС | МОДЕЛ



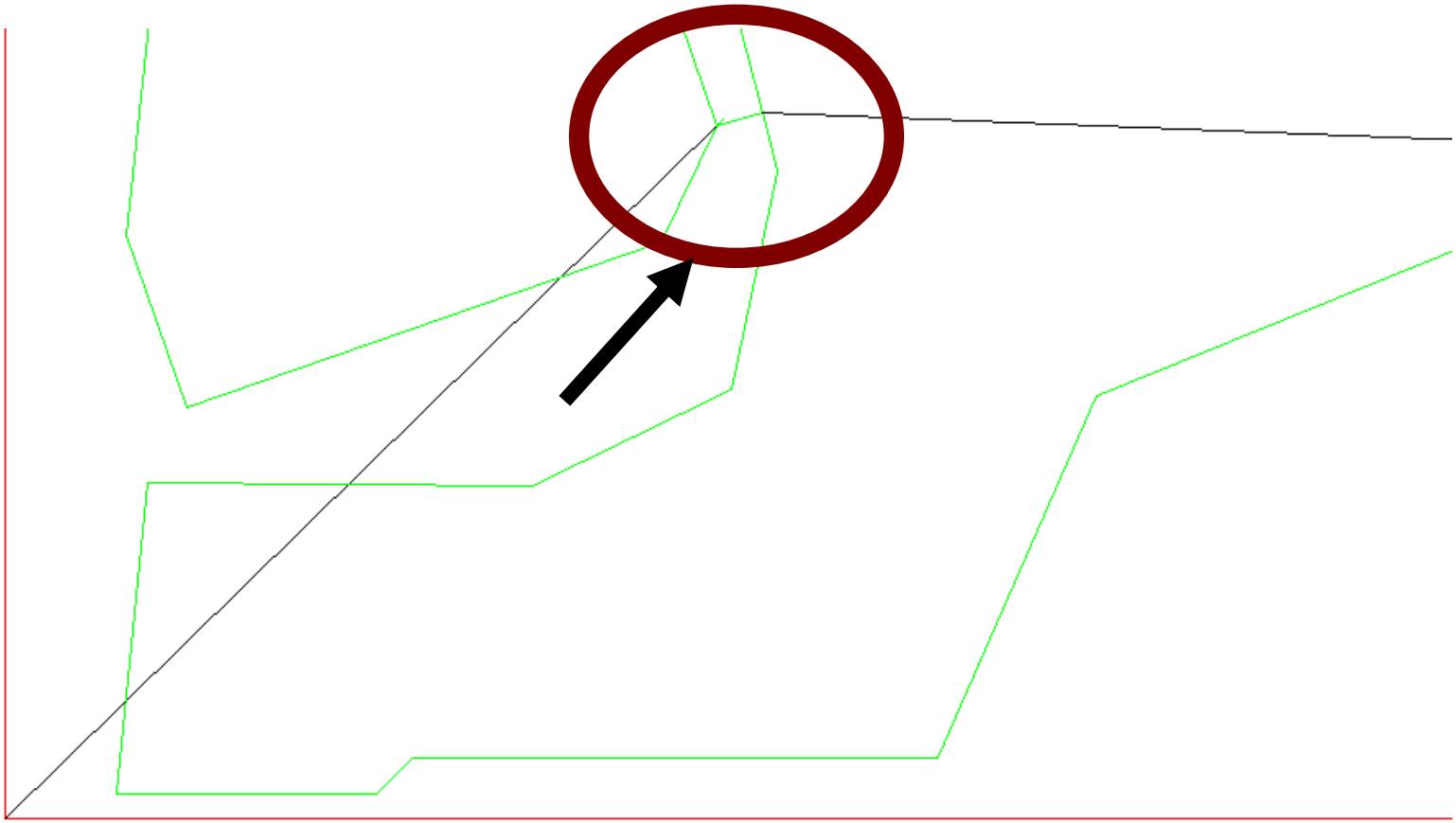
Разработка и исследование методов и алгоритмов построения кратчайших гамильтоновых циклов на множестве отрезков

Предметная область

- Карты раскроя



Фрагмент карты раскроя: формирование отрезков



Цепи и циклы на множестве отрезков

Граф задан множеством отрезков

В ***простой цепи на отрезках*** все дуги пересекаются только в точках начала и конца

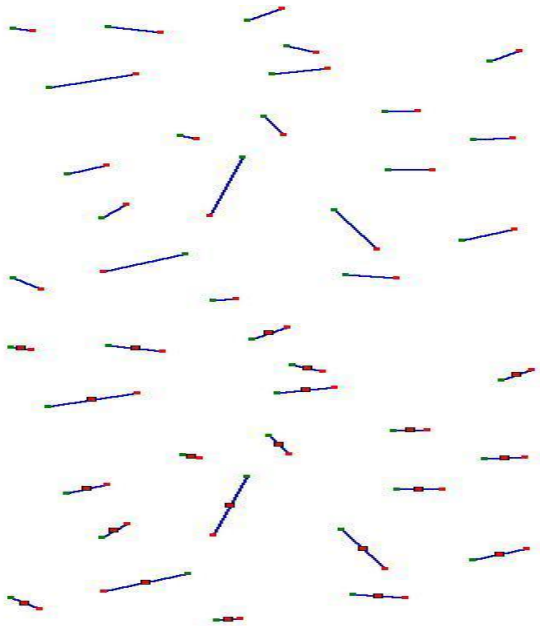


Рис.1 Множество отрезков

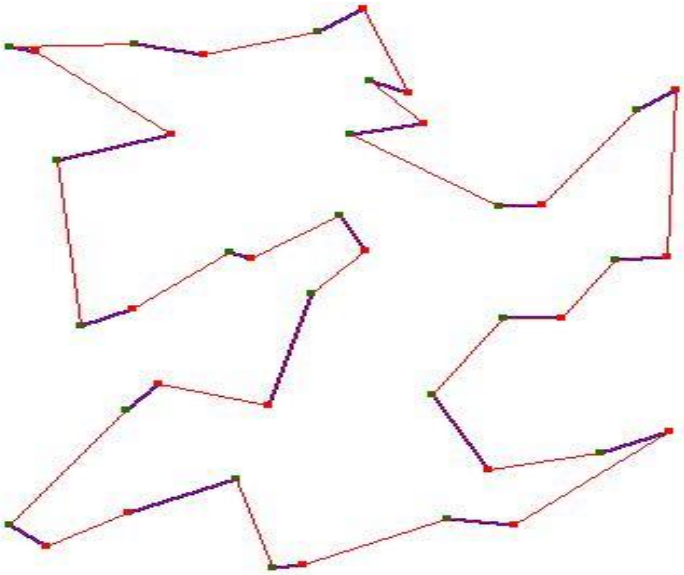


Рис.2 Гамильтонов цикл на множестве отрезков

Предложенный метод

- Введение переменной составляющей параметра оценки
- Поиск решения:
  - Синхронный
  - Поливекторный
  - Бикритериальный

Целевая функция

$$F(L) = \min\left(\sum_{i=0}^{n-1} l_i + \sum_{i,j=0}^{n-1} L_{ij}\right),$$

где i – отрезок S_i, $i = 0, 1, \ldots, n - 1$, l_i – длина отрезка S_i,
L_{ij} – расстояние между отрезками S_i и S_j,
$(i, j = 0, 1, \ldots, n - 1)$

$L_{ij} \in K$, K – множество допустимых перемещений (маршрутов).

$$F(L) = \min\left(\sum_{i=1}^{n} l_i + \varphi \cdot N_{\text{int}} \sum_{i,j=0}^{n} L_{ij}\right),$$

Nint - число самопересечений пути,
φ – коэффициент штрафной функции.

Метод колонии муравьев

- Основные понятия: ***муравей, феромон, память муравья, маршрут***
- Основные параметры: ***видимость пути, привлекательность пути (важность феромона), коэффициент смежности, уровень использования знаний***

Поведение муравьев

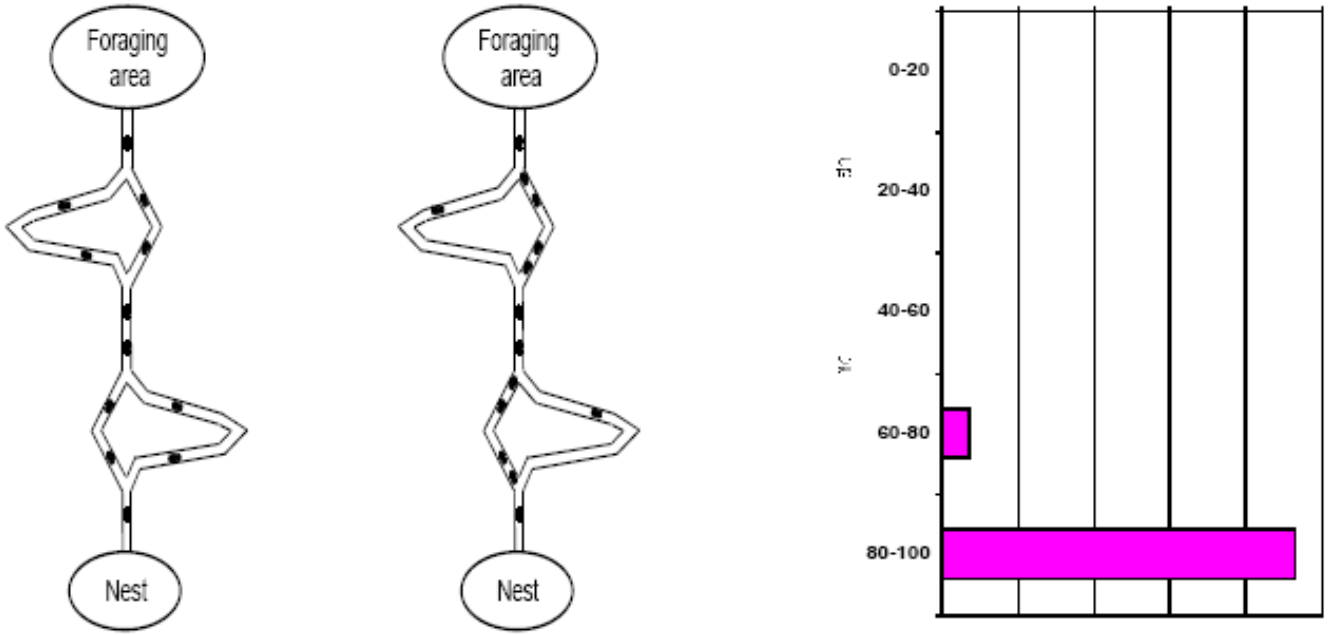


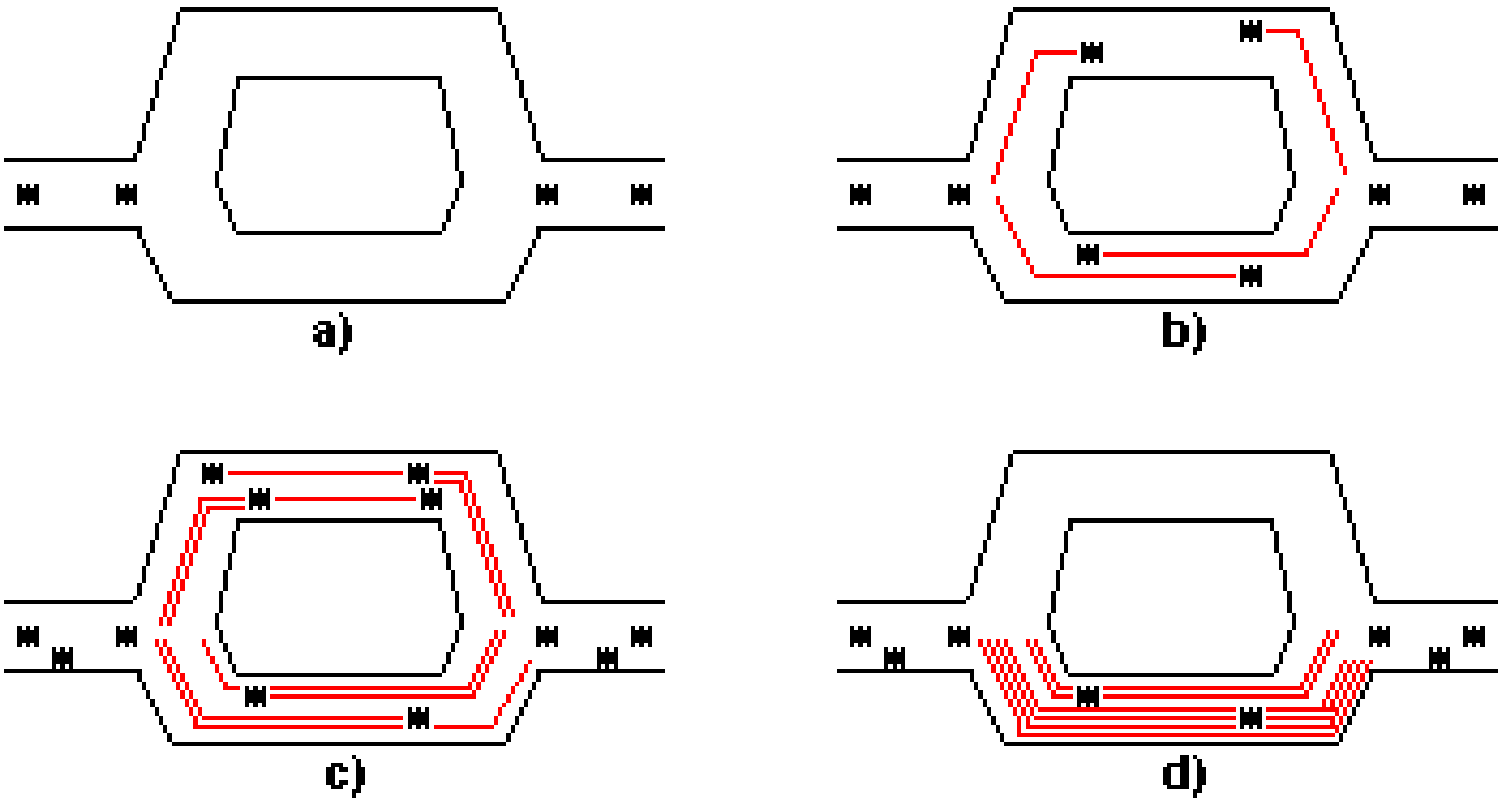
Рис. 9. Маршрут следования муравьев от гнезда к источнику пищи. Процент выбравших более короткий путь

Метод колонии муравьев

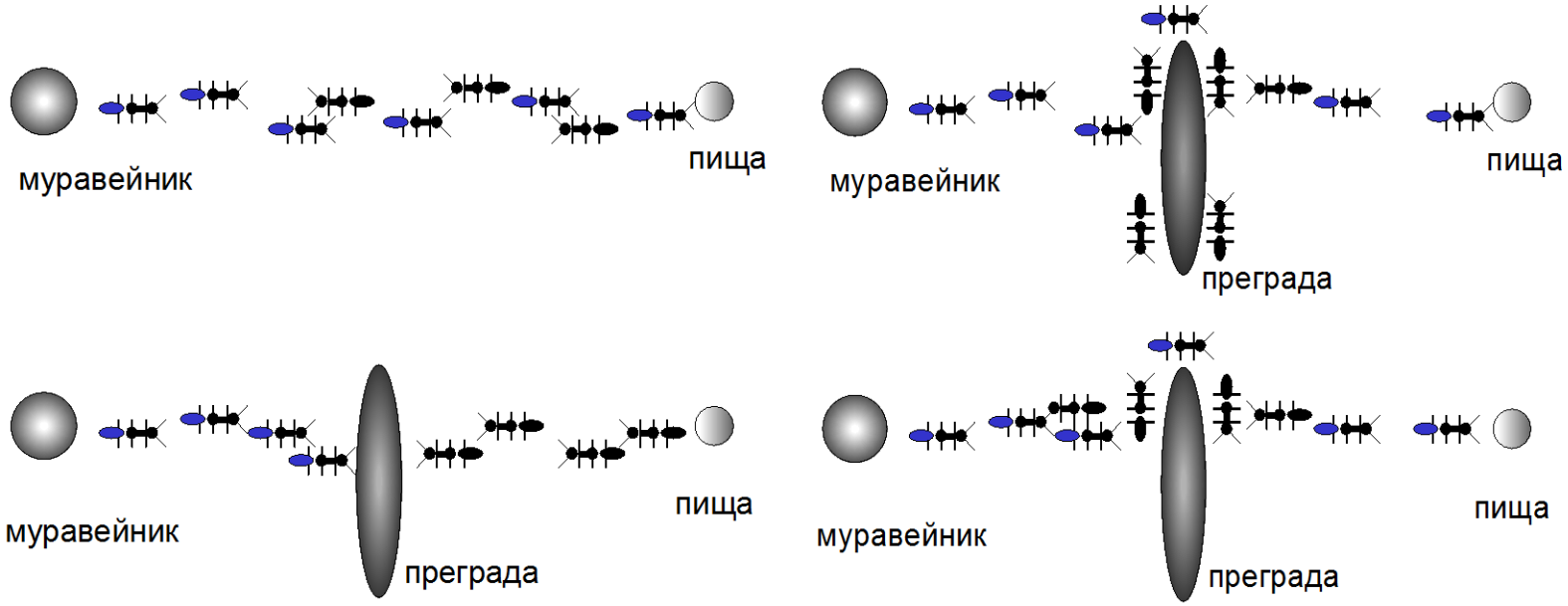
Муравьи:

- оставляют феромон на пути следования,
- заполняют список табу, т.е. обладают памятью,
- оценивают важность феромона и видимость близлежащей точки,
- живут в среде, где время дискретно,
- поведение муравьев регулируется с помощью положительной обратной связи,
- муравьи способны двигаться по замкнутой фигуре,
- начинают двигаться одновременно со всех исходных точек.

Раскладывая феромон, муравьи находят более короткий путь



Метод муравьиных колоний



Алгоритм поведения муравья

Вероятность перемещения k – го муравья из точки i в точку j на t-ом шаге определяется

$$P_{ij}^{k}(t)=\begin{cases}\dfrac{[\tau_{ij}(t)]^{\alpha}*[vis_j]}{\sum\limits_{m\in allowed_k}[\tau_{im}(t)]^{\alpha}*[vis_m]}, & j\in allowed_k,\\ 0, & \text{в противном случае}\end{cases}$$

$$vis_j=\begin{cases}[\eta_{ij}]^{\beta}, & j\neq i+1\\ af, & j=i+1,\ p_i=p_{j-1}\end{cases}\qquad vis_m=\begin{cases}[\eta_{im}]^{\beta}, & m\neq i+1\\ af, & m=i+1,\ p_i=p_{m-1}\end{cases}$$

где

$allowed_k$ - список отрезков, ещё не пройденных k-ым муравьём,

η_{ij} – видимость пути (функция, обратно пропорциональная расстоянию между двумя точками);

τ_{ij} - величина феромона на (i, j), af – *adjacent force* – коэффициент смежности;

α и β - параметры, контролирующие относительный приоритет феромона τ на пути и видимости

следующего отрезка (важность феромона и коэффициент видимости пути соответственно)

Алгоритм поведения муравья

$$s = \begin{cases} \max\limits_{j \in allowed_k} \left\{ [\tau_{ij}(t)]^{\alpha} * [\eta_{ij}]^{\beta} \right\}, & q < q_0 \\ r, \text{ в противном случае} \end{cases}$$

где q - случайное число на отрезке [0, 1],
$q0$ - параметр баланса между использованием накопленных знаний и исследованием новых решений ($0 \le q0 \le 1$),
r - случайный отрезок, выбранный на основе вероятностей, посчитанных по формуле вероятности выбора

Механизм обратной связи

В процессе построения решения муравьи изменяют количество феромона на дугах, по которым они прошли (локальное обновление феромона). Дуги, включенные в лучший маршрут, изменяют свой вес согласно правилу глобального обновления феромона.

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho) * \tau_{ij}(t) + \rho * \Delta\tau_{ij}$$

где ρ - коэффициент локального испарения феромона,
$\Delta\tau_{ij}$ - величина добавления феромона на дуге (i,j).

$$\Delta\tau_{ij} = \gamma \cdot \max_{z \in allowed_k(j)} \tau_{jz}$$

где γ – некоторый параметр ($0 \le \gamma < 1$),
$allowed_k$ - список отрезков, еще не пройденных k-ым муравьем

Механизм обратной связи

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-g) * \tau_{ij}(t) + g * \Delta\tau_{ij}$$

где g - коэффициент глобального испарения феромона,
$\Delta\tau_{ij}$ - величина добавления феромона на дуге (i,j).

$$\Delta\tau_{ij} = \begin{cases} (L_{gb})^{-1}, (i,j) \in global_best_tour \\ 0, \text{в противном случае} \end{cases}$$

где L_{gb} - длина наименьшего пути (*global_best_tour*), найденного со времени начала поиска

Основные параметры алгоритма

Таблица 1. Параметры алгоритма

№ п/п	Наименование параметра	Обозначение	Рекомендуемое значение
1	Число муравьев	*AntsN*	*n* (=числу отрезков)
2	Коэффициент важности феромона	a	0,5 - 1
3	Коэффициент видимости пути	β	1 - 5
4	Уровень использования знаний	q_0	0,3 – 0,5
5	Коэффициент глобального испарения	*g_Evaporation*	0,5
6	Коэффициент локального испарения	*l_Evaporation*	0,1
7	Коэффициент смежности	*AdjacentForce*	0 - 1

Процедура принятия решения

1. *Инициализация. Создание муравьев.* Распределение муравьев. Создание tabu-list.

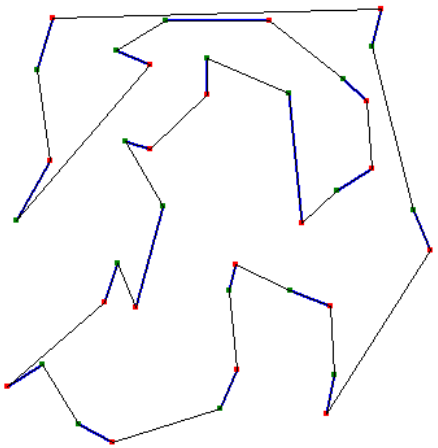
2. *Поиск решения.* Построение матрицы решения. Вычисление вероятности выбора следующего отрезка для каждого муравья, выбор и включение с список пройденных следующего отрезка. Последовательность действий повторяется n -1 раз для всех муравьев. Поиск начинается одновременно со всех отрезков. Изменение весов дуг, включенных в маршрут.

3. *Выбор лучшего пути.* Расчет длины маршрута, выбор лучшего.

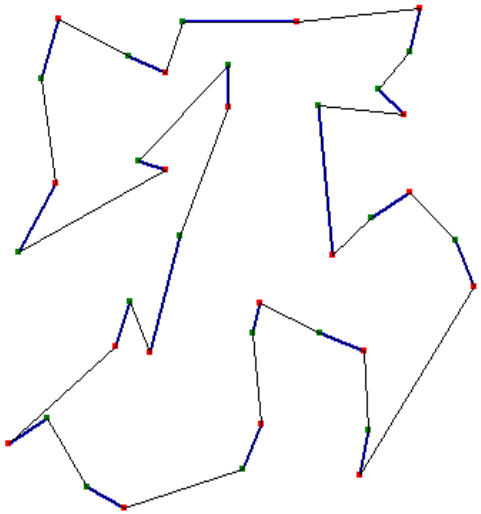
4. *Обновление феромона.* Глобальное обновление феромона.

5. *Начало новой итерации.* Очищение списков. Повторение процедуры с учетом опыта предшествующих муравьев, оставивших след феромона на ребрах графа.

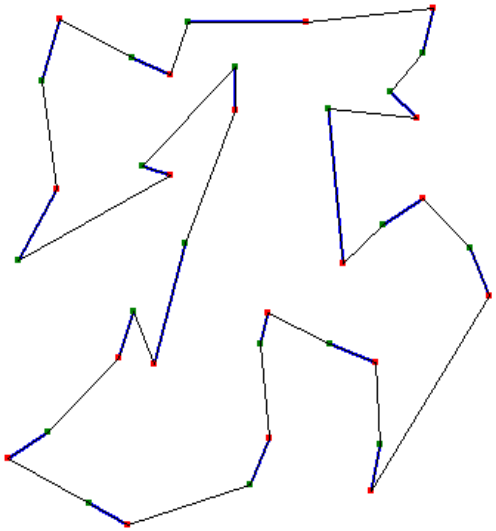
Характер процесса решения



а)



б)



в)

Решение на 5 –й итерации(а, длина 2354.5 мм),
6 - (б, длина 2072.3 мм),
8 - (в, длина 2049.3 мм) итерациях алгоритма

Оценка временной сложности алгоритма

- инициализация: расположение муравьев, определение веса дуги – феромона начальным значением – $O_1(n^2+m)$;
- составление списка посещенных отрезков (список «табу» в нотации муравьиной оптимизации) - $O_2(m)$;
- построение матрицы решения: выбор последующего отрезка и занесение его в список посещенных - $O_3(n^2 \bullet m)$;
- вычисление длины маршрута каждого муравья, изменение весов ребер графа (обновление феромона), входящих в лучший маршрут - $O_4(n^2 \bullet m)$;
- переход к следующей итерации: обнуление списков посещенных отрезков, отображение маршрута – $O_5(n^2)$.

$$NI \bullet O(n^3)$$

n – число отрезков, m – число муравьев

NI – число итераций алгоритма

Примеры решений

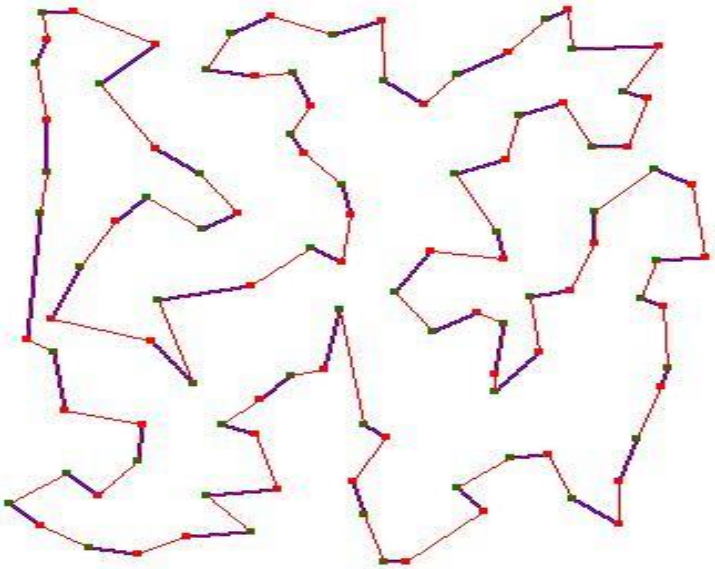


Рис.19а). Произвольное множество отрезков

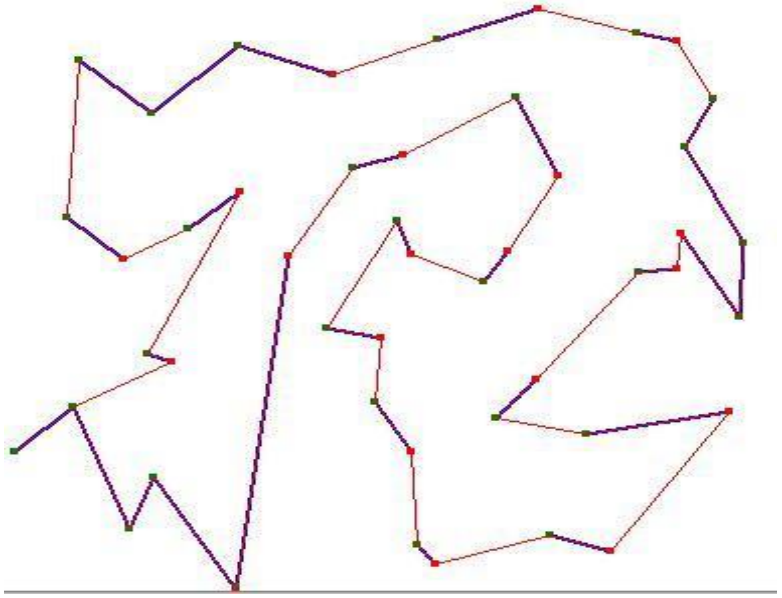
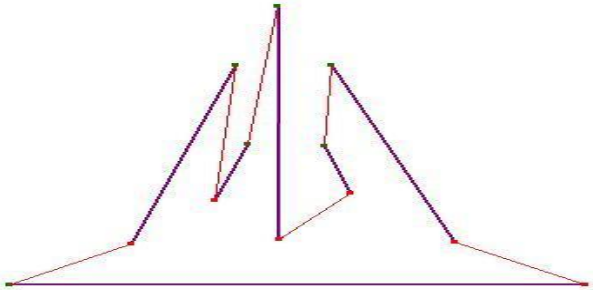
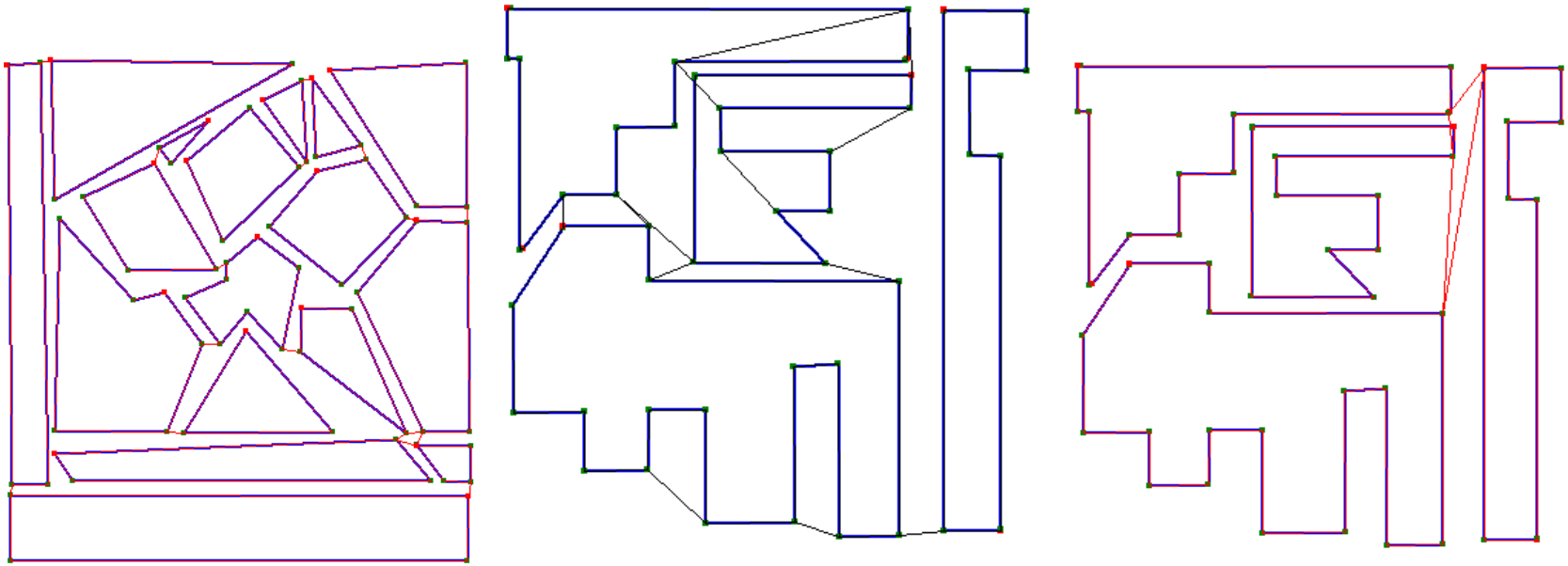


Рис.19б). Множество отрезков с ломаными



Примеры работы алгоритма

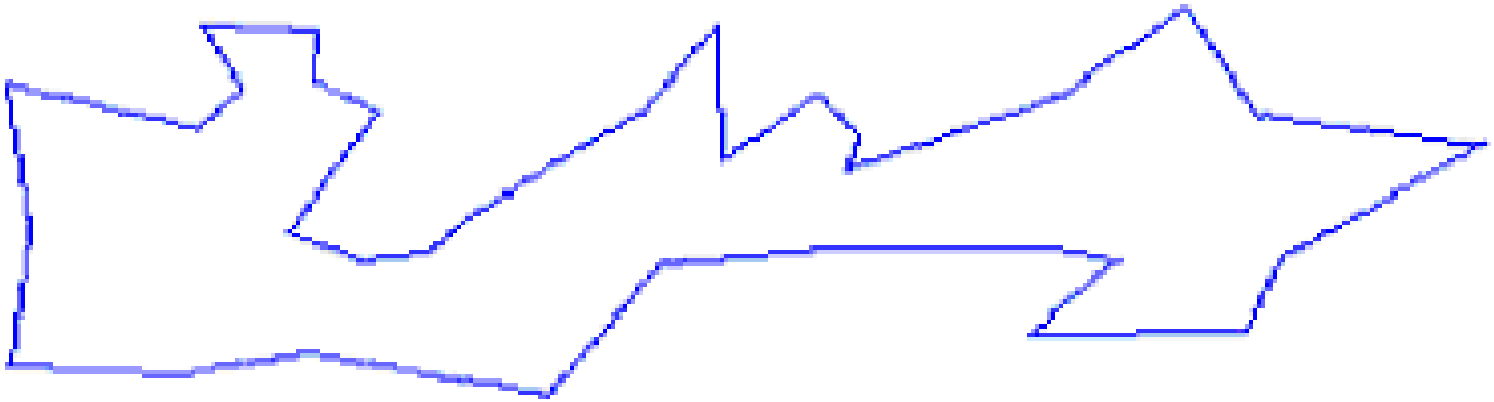
Примеры решений



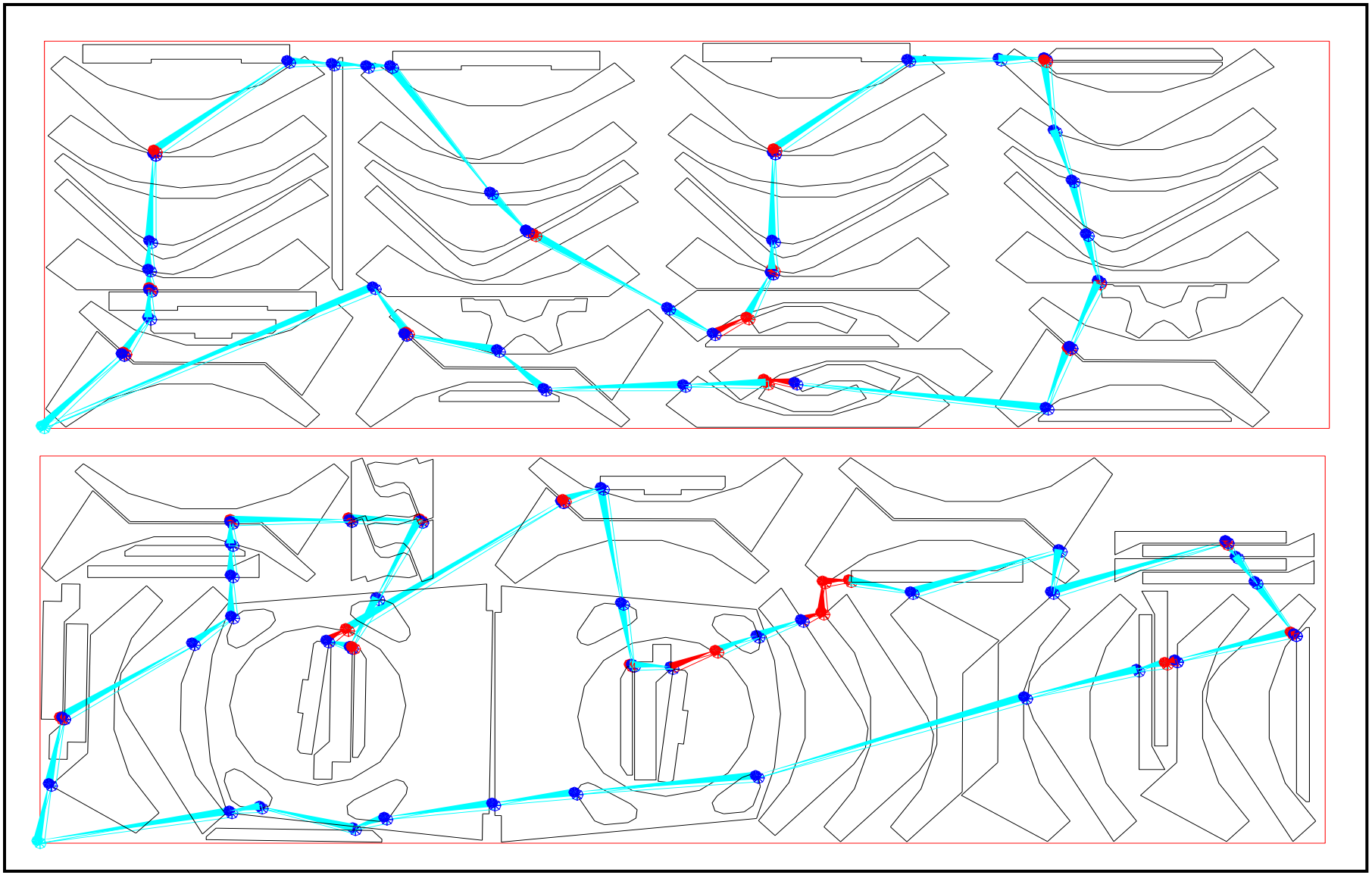
а) б) в)

Простейшие карты раскроя, а, б при малом значении коэффициента смежности, в – при большом значении коэффициента смежности

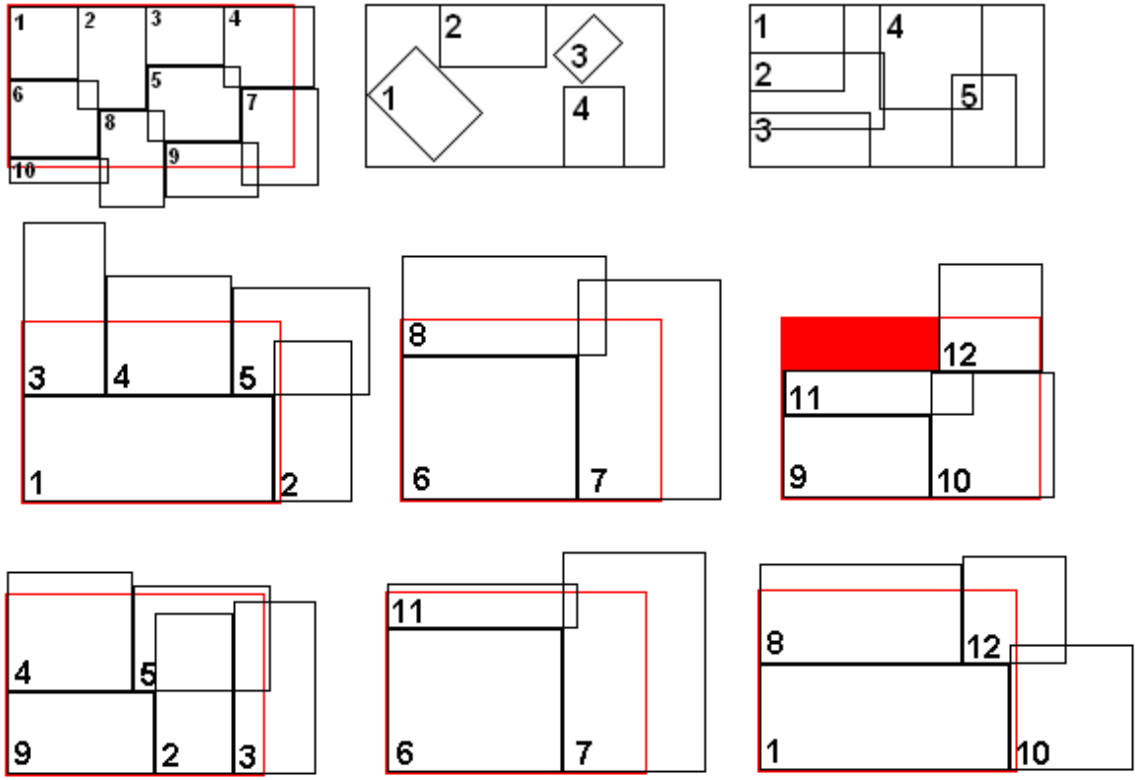
Примеры решений



Пример построения цикла на карте раскроя



Двумерная задача максимального покрытия (2 Dimensional Skiving Stock Problem, 2DSSP).



Постановка задачи геометрического покрытия

Пусть в двумерном пространстве имеется покрываемая поверхность S_0 и покрывающие геометрические объекты (ГО) $S_1,...,S_m$, где m – общее количество заданных объектов различной формы (прямоугольники, треугольники, окружности и их теоретико-множественные комбинации). Требуется расположить ГО на покрываемой поверхности таким образом, чтобы вся поверхность была покрыта целиком, т.е. должно выполняться следующее условие:

$$S_0 \bigcap \left(\bigcup_{i=1}^{n} S_i \right) = S_0$$

, где n – общее количество использованных объектов (в общем случае).

Задан один из следующих критериев оптимизации:

$L_1 = n \to \min$, где n – общее количество использованных ГО;

$L_2 = \sum_{i=1}^{n} P_i \to \min$, где P_i – стоимость использования i-го объекта;

$L_3 = \bigcap_{i=1}^{n} S_i + \left(\sum_{i=1}^{n} S_i - \bigcap_{i=1}^{n} S_i - S_0 \right) \to \min$ где $\bigcap_{i=1}^{n} S_i$ – площадь пересечений использованных ГО, $\left(\sum_{i=1}^{n} S_i - \bigcap_{i=1}^{n} S_i - S_0 \right)$ – площадь частей ГО, вышедших за края покрываемой поверхности.

Методы решения задачи

- Алгоритм «первый подходящий»;
- Генетический алгоритм.
- Алгоритм наложения изображений
- Алгоритм двумерных матриц
- Рекурсивный алгоритм
- Вероятностный алгоритм
- Муравьиный алгоритм

Алгоритм «Первый подходящий»

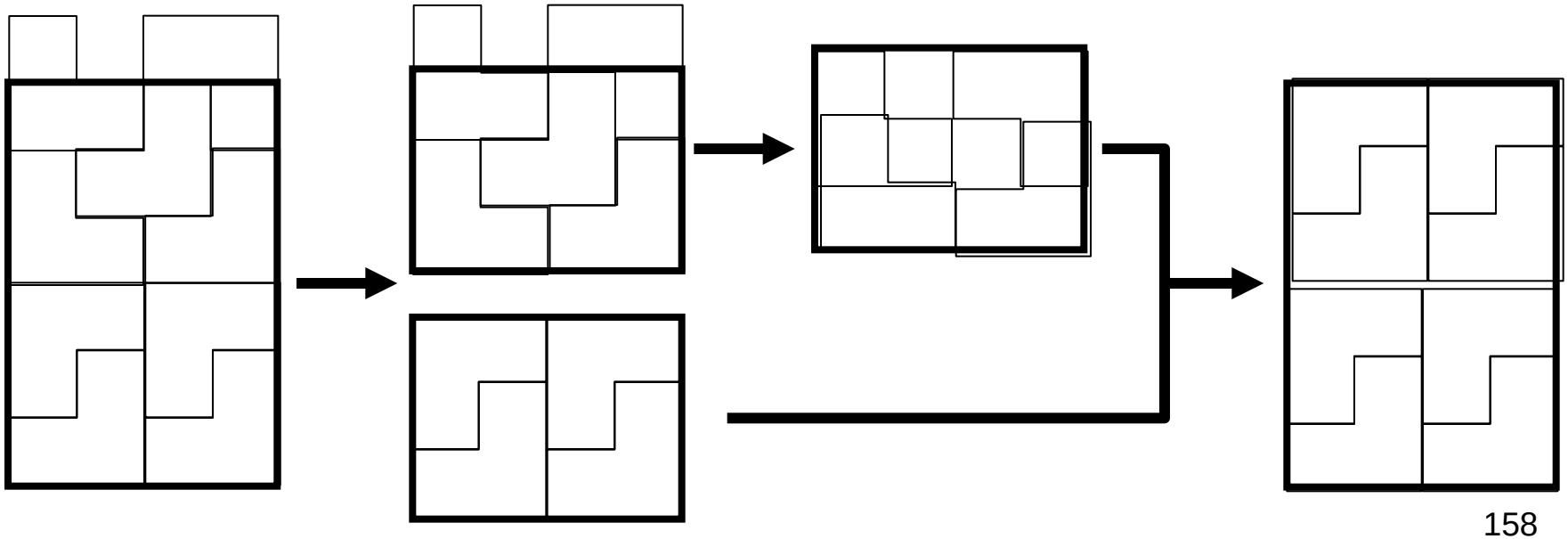
- Широко используется для получения первоначального решения задач дискретной оптимизации.
- Предполагает простую укладку геометрических объектов одного за другим на первую встреченную пустую область на покрываемой поверхности.
- Алгоритм является однопроходным и не гарантирует хорошего результата.

Вероятностный алгоритм

- Каждому из m объектов присваивается некоторая вероятность использования (например, в зависимости от площади объекта).
- Объекты упорядочиваются по уменьшению вероятности использования.
- Поверхность покрывается при помощи алгоритма «Первый подходящий». Процесс повторяется N раз.
- Выбирается решение с лучшим значением критериальной функции.

Рекурсивный алгоритм

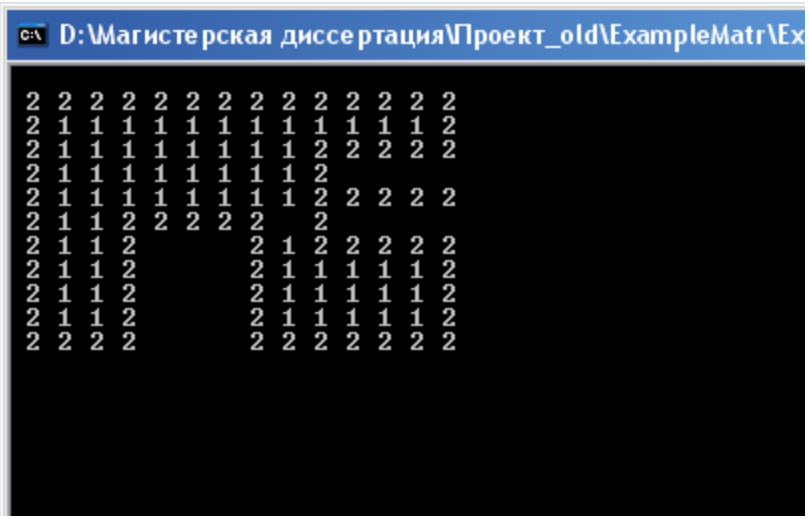
- Рекурсивный подход позволяет разбивать сложную задачу на более простые, идентичные ей подзадачи.

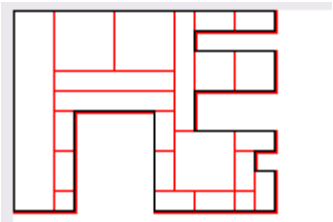


Алгоритм покрытия двумерными матрицами

В двумерной матрице М каждая ячейка $m_{ij}\, i = 0,...,n-1;\ j = 0,...,m-1$ представляет собой точку на плоскости (Ох; Оу), описанной множеством точек. Ячейки m_{ij} могут содержать только три различных значения (0,1,2). Правило, по которому заполняются ячейки

$$m_{ij} = \begin{cases} 0 - \text{если точка лежит за пределами области, либо уже данная точка была покрыта} \\ 1 - \text{если точка лежит внутри области, не была покрыта} \\ 2 - \text{если точка лежит на прямой между точками из множества } T, \\ \quad \text{то есть данная точка является границей области} \end{cases}$$

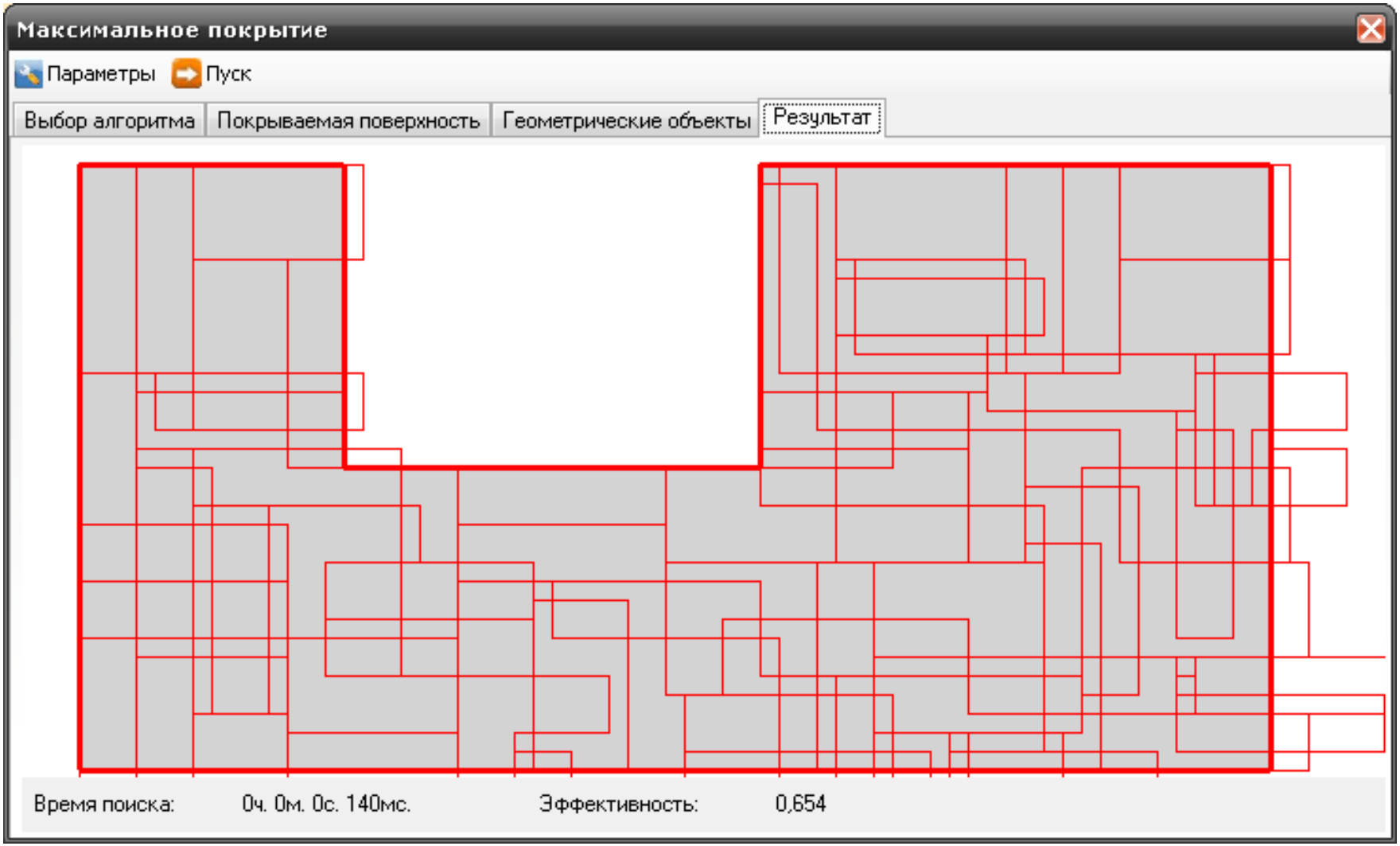




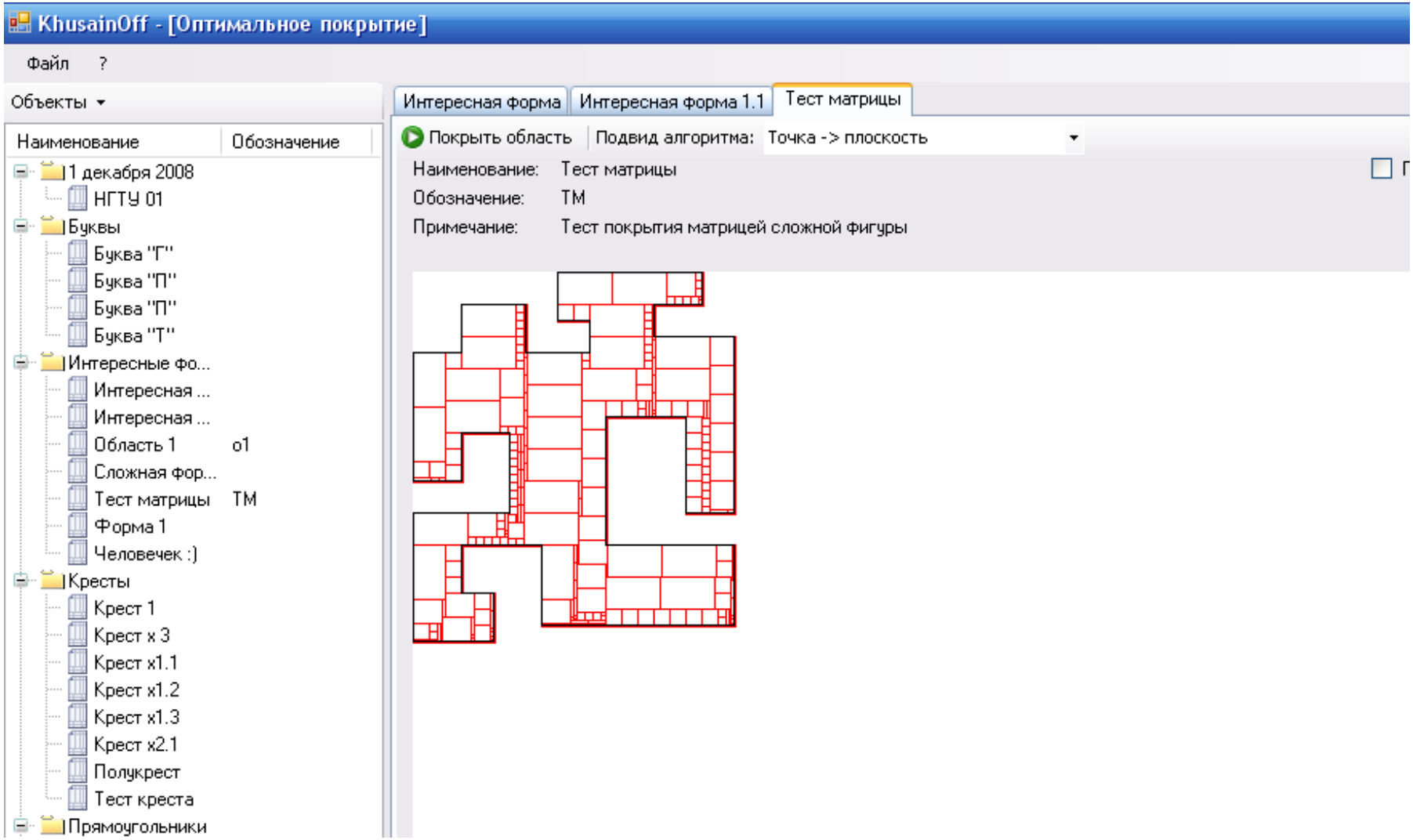
Генетический алгоритм. Методы отбора (селекции)

- Случайная селекция;
- Пропорциональный отбор (Roulette-wheel selection): $$P_{sel}(i) = \frac{L_i}{\sum_{j=1}^{N} L_j}$$
- Ранговый отбор. Все особи ранжируются. Вероятность отбора назначается исходя из линейного распределения: $P_{rank}(i) = a \cdot i + b$, причем $\sum_{i=1}^{N} P_{rank}(i) = 1$
- Турнирный отбор – выбор лучшей из T произвольных особей;

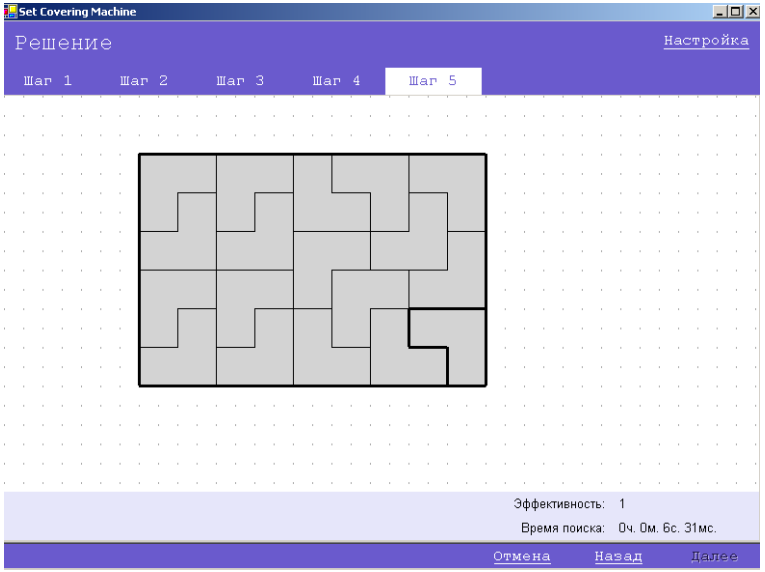
Пример 1.

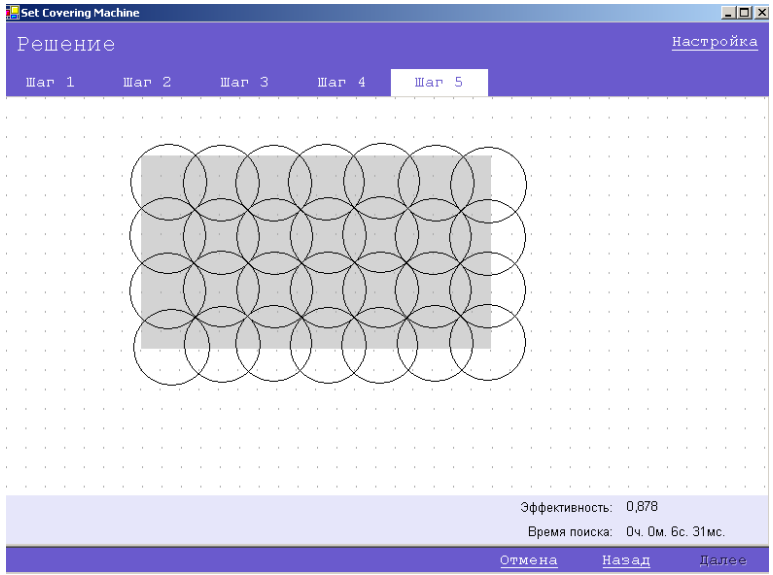

Максимальное покрытие
Параметры
Пуск
Выбор алгоритма
Покрываемая поверхность
Геометрические объекты
Результат
Время поиска: 0ч. 0м. 0с. 140мс.
Эффективность: 0,654

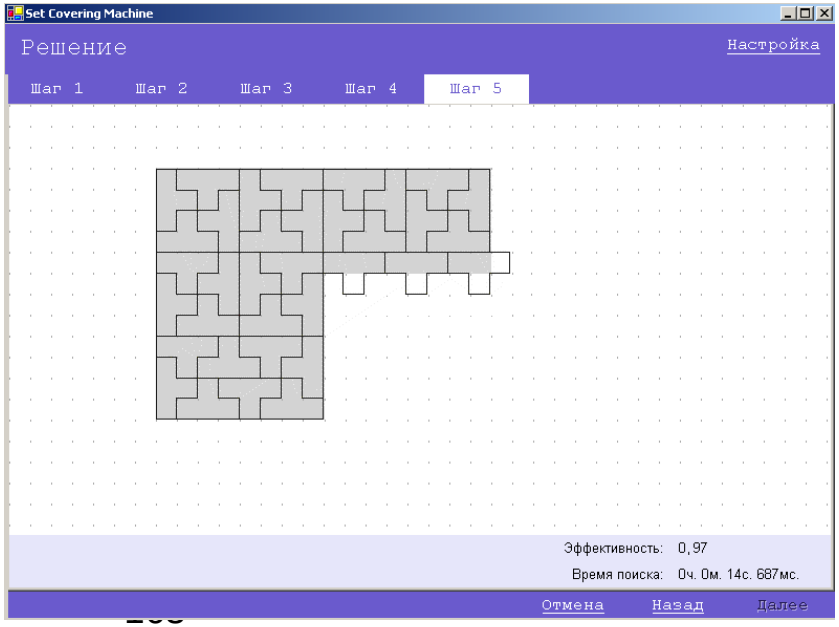
Пример 2.

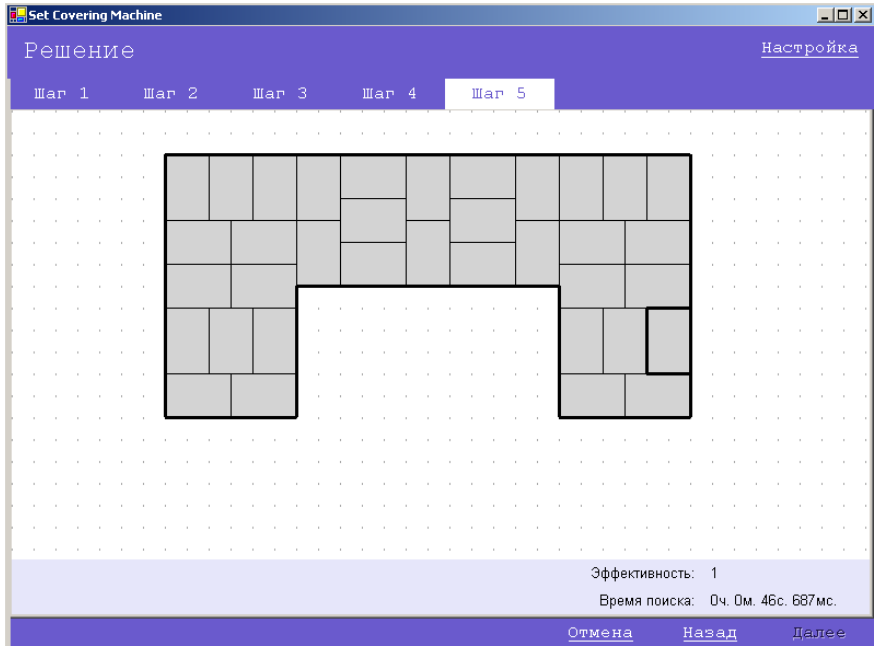

KhusainOff - [Оптимальное покрытие]
Файл
?
Объекты
Наименование
Обозначение
1 декабря 2008
НГТУ 01
Буквы
Буква "Г"
Буква "П"
Буква "П"
Буква "Т"
Интересные фо...
Интересная ...
Интересная ...
Область 1
o1
Сложная фор...
Тест матрицы
ТМ
Форма 1
Человечек :)
Кресты
Крест 1
Крест x 3
Крест x1.1
Крест x1.2
Крест x1.3
Крест x2.1
Полукрест
Тест креста
Прямоугольники
Интересная форма
Интересная форма 1.1
Тест матрицы
Покрыть область
Подвид алгоритма:
Точка -> плоскость
Наименование:
Тест матрицы
Обозначение:
ТМ
Примечание:
Тест покрытия матрицей сложной фигуры

Пример 3.

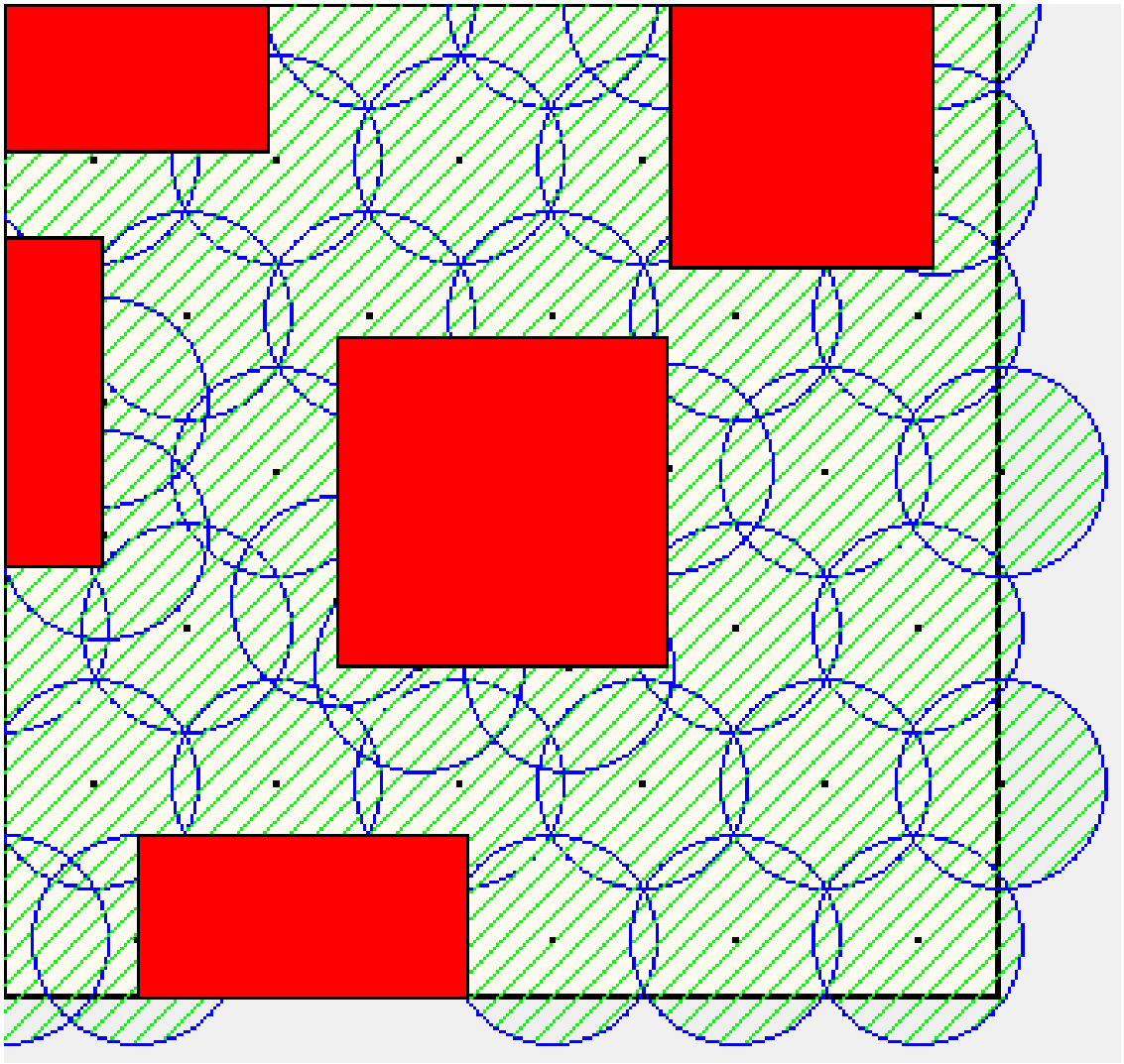

Set Covering Machine
Решение
Настройка
Шаг 1
Шаг 2
Шаг 3
Шаг 4
Шаг 5
Эффективность: 1
Время поиска: 0ч. 0м. 6с. 31мс.
Отмена
Назад
Далее


Set Covering Machine
Решение
Настройка
Шаг 1
Шаг 2
Шаг 3
Шаг 4
Шаг 5
Эффективность: 0,878
Время поиска: 0ч. 0м. 6с. 31мс.
Отмена
Назад
Далее

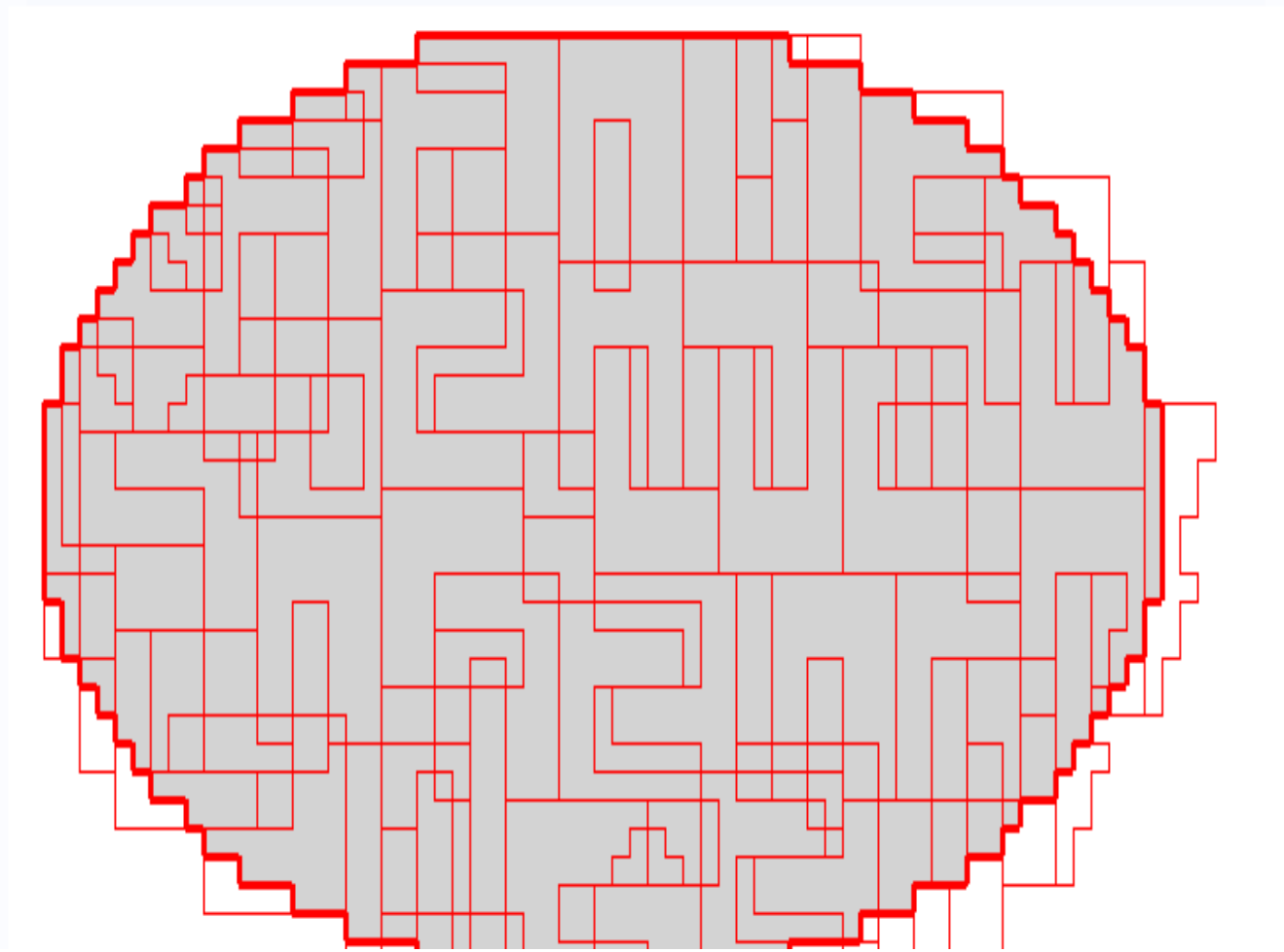

Set Covering Machine
Решение
Настройка
Шаг 1
Шаг 2
Шаг 3
Шаг 4
Шаг 5
Эффективность: 0,97
Время поиска: 0ч. 0м. 14с. 687мс.
Отмена
Назад
Далее


Set Covering Machine
Решение
Настройка
Шаг 1
Шаг 2
Шаг 3
Шаг 4
Шаг 5
Эффективность: 1
Время поиска: 0ч. 0м. 46с. 687мс.
Отмена
Назад
Далее

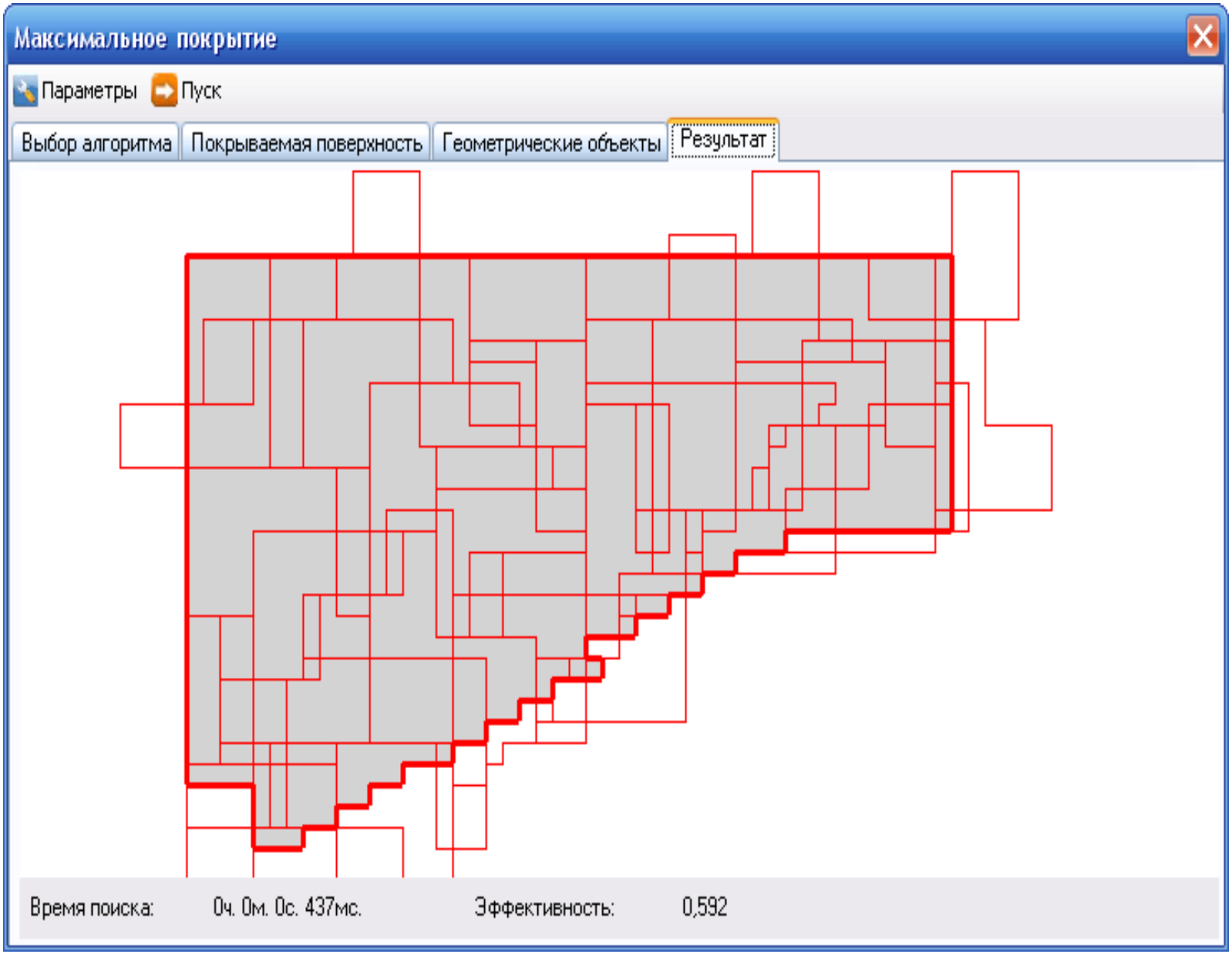
Пример 4.



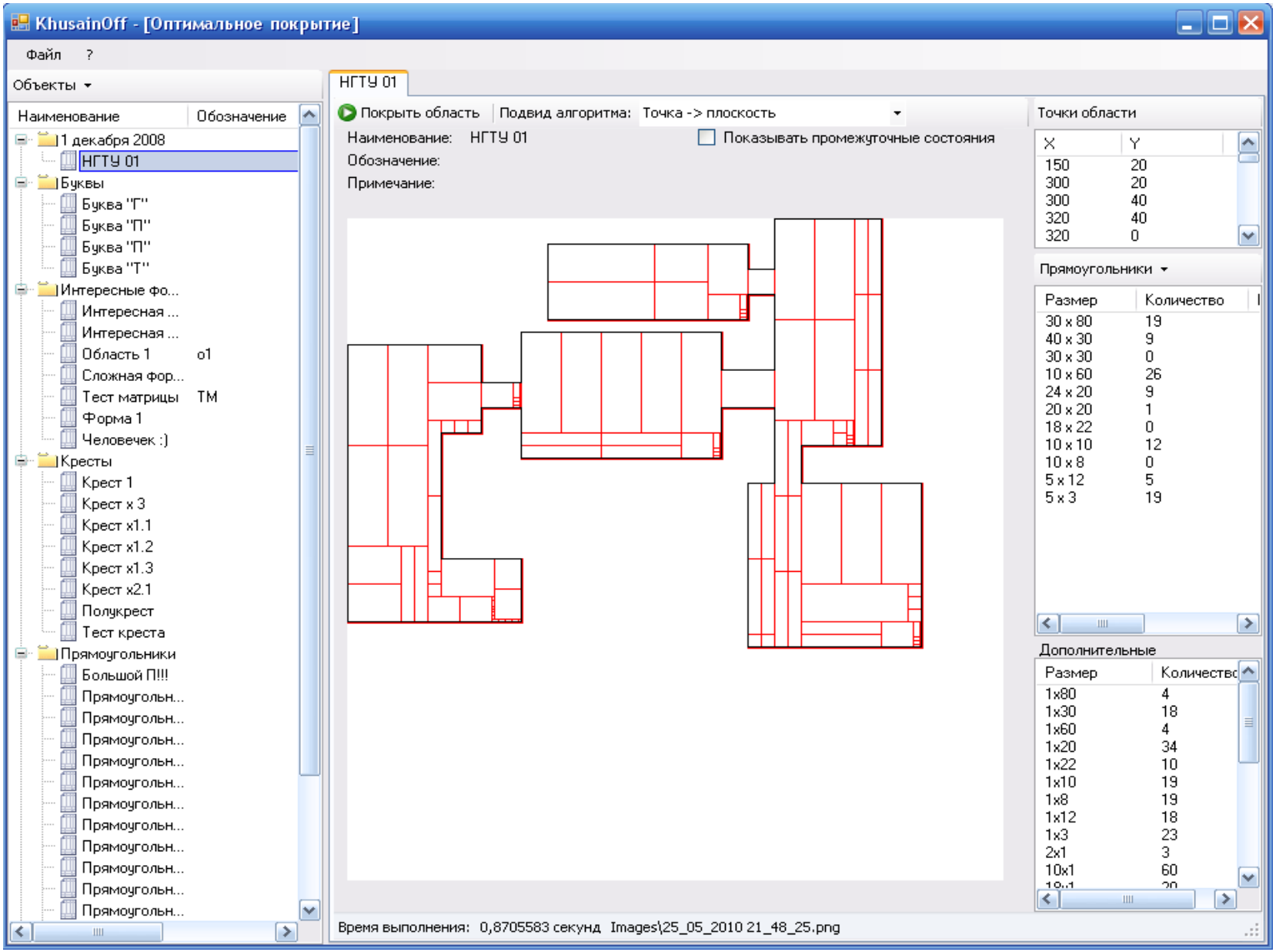
Пример 5. Покрытие геометрическими объектами окружности



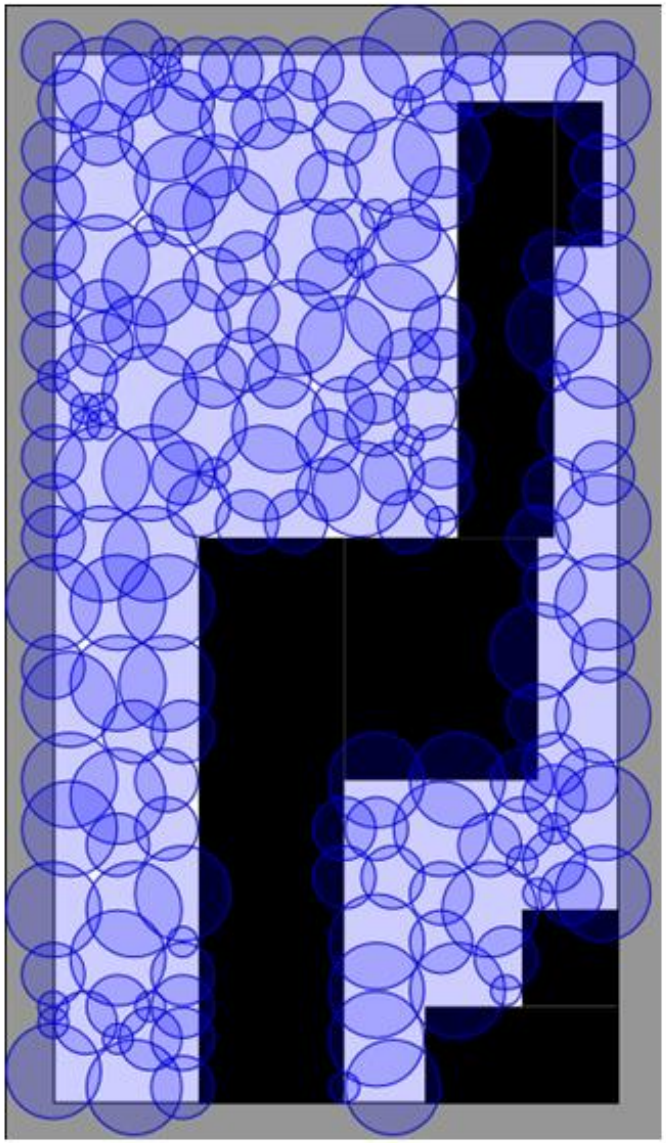
Пример 6.

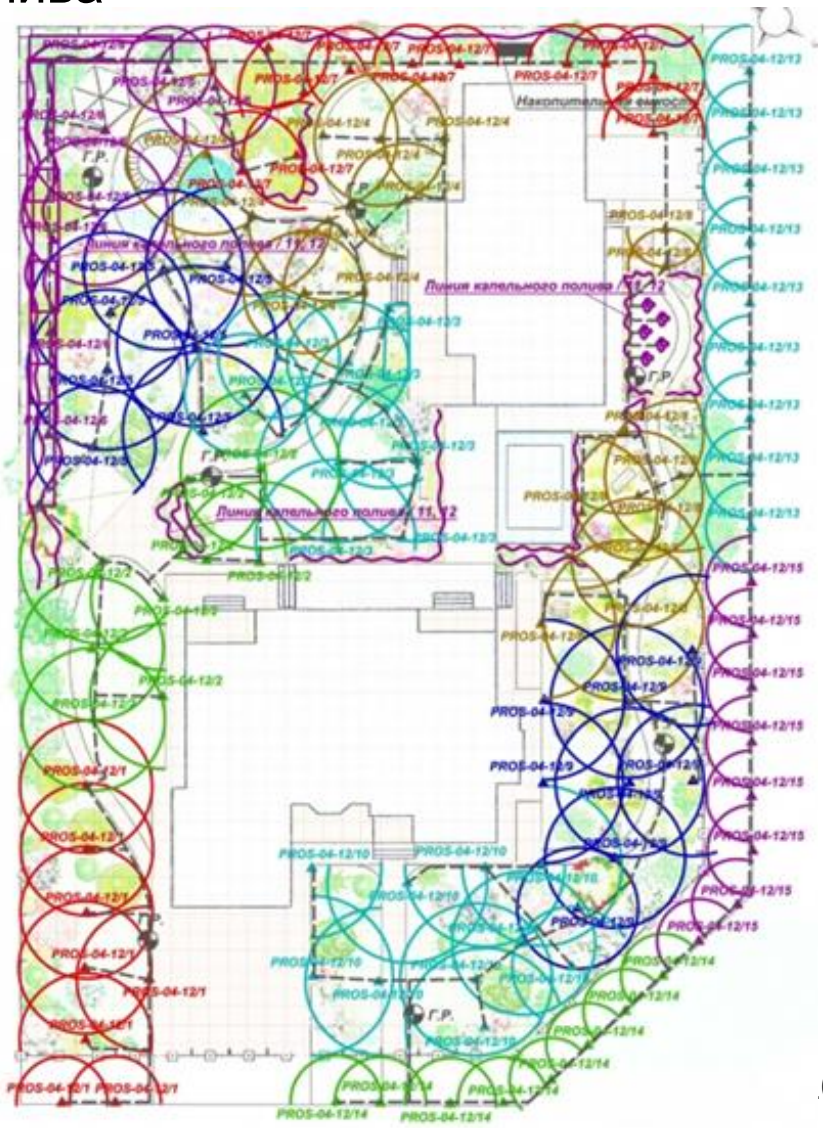

Максимальное покрытие
Параметры
Пуск
Выбор алгоритма
Покрываемая поверхность
Геометрические объекты
Результат
Время поиска:
0ч. 0м. 0с. 437мс.
Эффективность:
0,592

Пример 7.


KhusainOff - [Оптимальное покрытие]
Файл ?
Объекты
Наименование
Обозначение
1 декабря 2008
НГТУ 01
Буквы
Буква "Г"
Буква "П"
Буква "П"
Буква "Т"
Интересные фо...
Интересная ...
Интересная ...
Область 1 o1
Сложная фор...
Тест матрицы TM
Форма 1
Человечек :)
Кресты
Крест 1
Крест x 3
Крест x1.1
Крест x1.2
Крест x1.3
Крест x2.1
Полукрест
Тест креста
Прямоугольники
Большой П!!!
НГТУ 01
Покрыть область
Подвид алгоритма: Точка -> плоскость
Наименование: НГТУ 01
Показывать промежуточные состояния
Обозначение:
Примечание:
Точки области
X Y
150 20
300 20
300 40
320 40
320 0
Прямоугольники
Размер Количество
30 x 80 19
40 x 30 9
30 x 30 0
10 x 60 26
24 x 20 9
20 x 20 1
18 x 22 0
10 x 10 12
10 x 8 0
5 x 12 5
5 x 3 19
Дополнительные
Размер
1x80 4
1x30 18
1x60 4
1x20 34
1x22 10
1x10 19
1x8 19
1x12 18
1x3 23
2x1 3
10x1 60
Время выполнения: 0,8705583 секунд Images\25_05_2010 21_48_25.png

Применение бионических моделей и методов для решения оптимизационных задач проектирования агротехнических систем полива





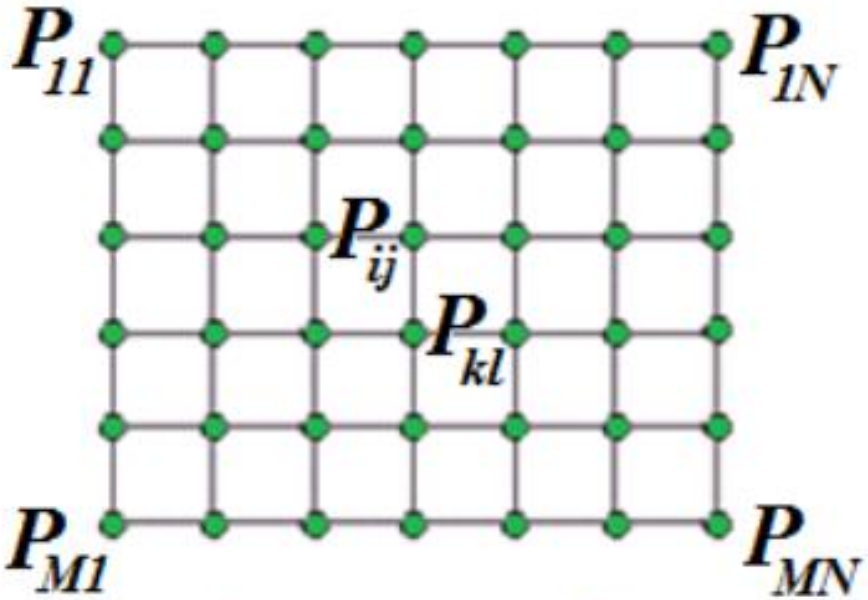
$$2D \Rightarrow 3D$$

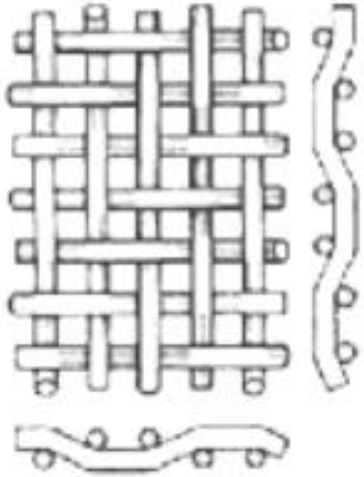
Моделирование тканых материалов осуществляется на основе их физических характеристик (параметров) в условиях взаимодействия со сложной поверхностью (в частности, поверхностью компьютерного манекена).

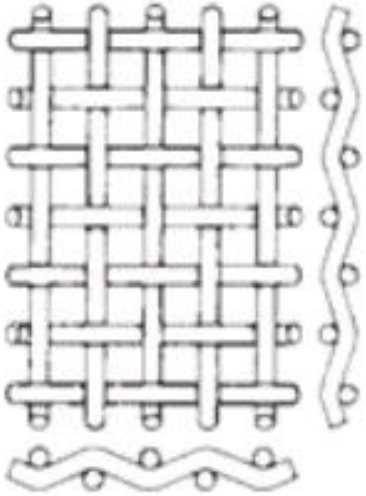
Формальные аспекты рассматриваемых задач связаны с нелинейной оптимизацией в пространстве большой размерности; решением задач Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений большой размерности в условиях взаимодействия двух объектов: многогранной поверхности и взаимодействующих между собой и поверхностью деформируемых двумерных элементов (деталей одежды) из тканых материалов (отображения: 2D→3D, 3D→3D).

Моделирование на основе метода частиц

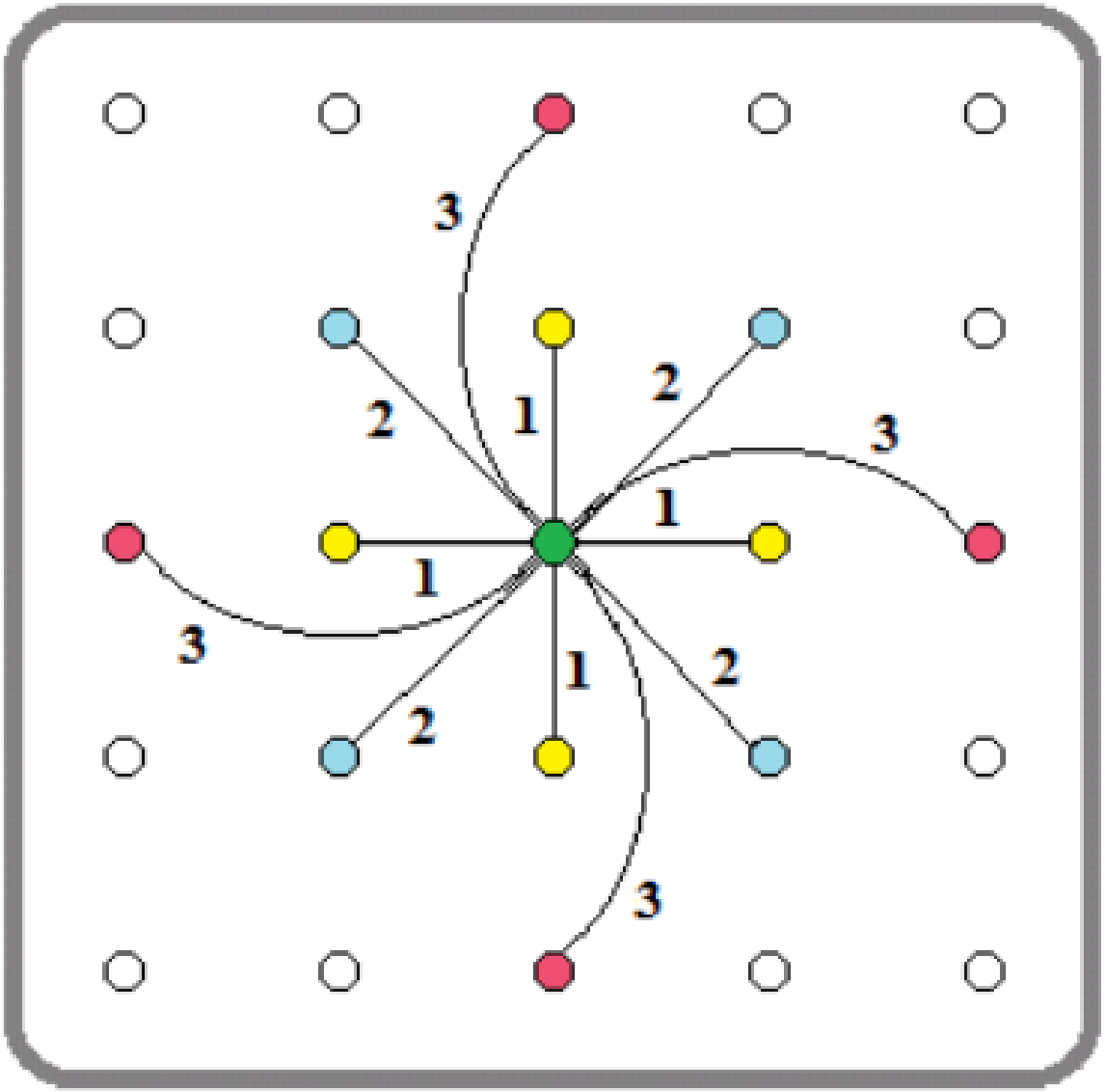
(представление различных структур ткани в дискретной системы



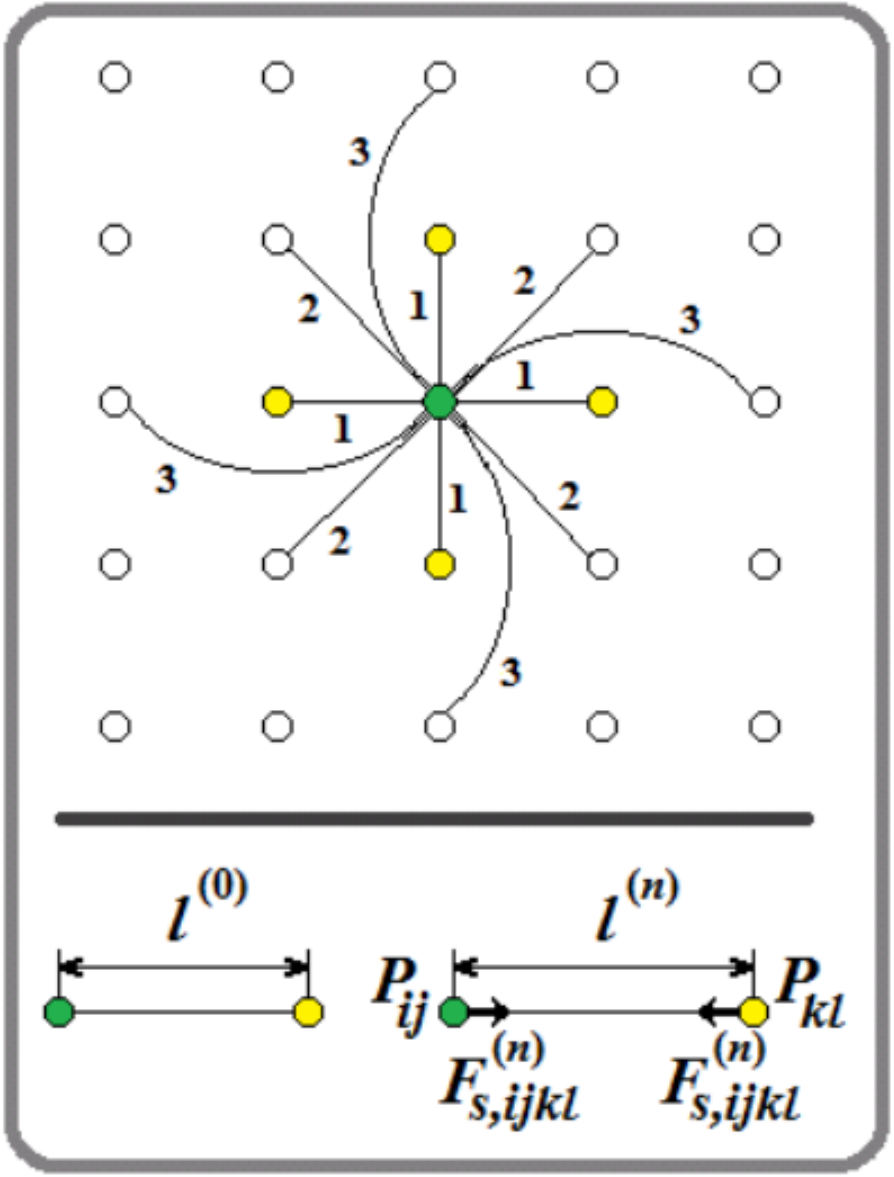




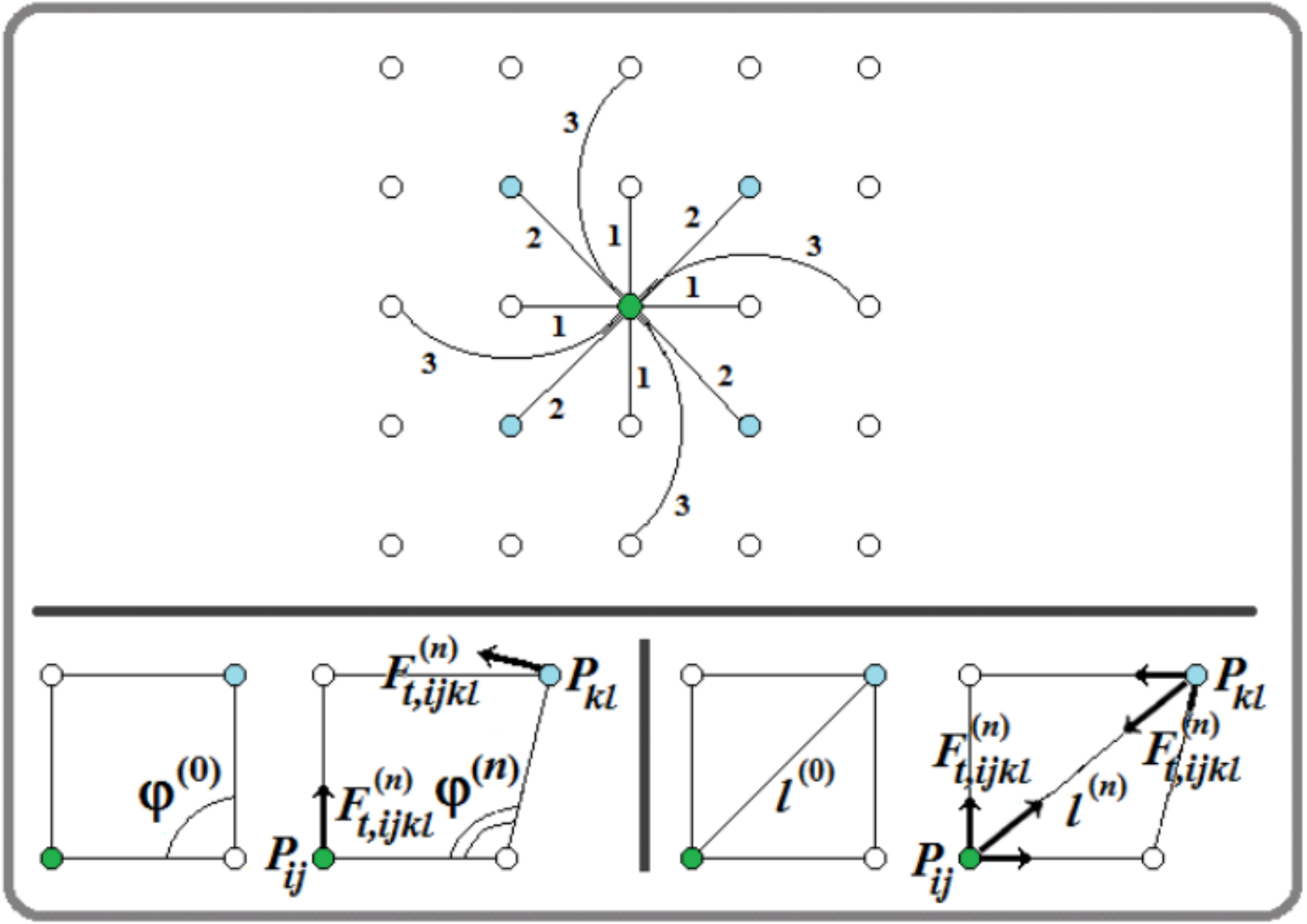
Взаимодействия частиц



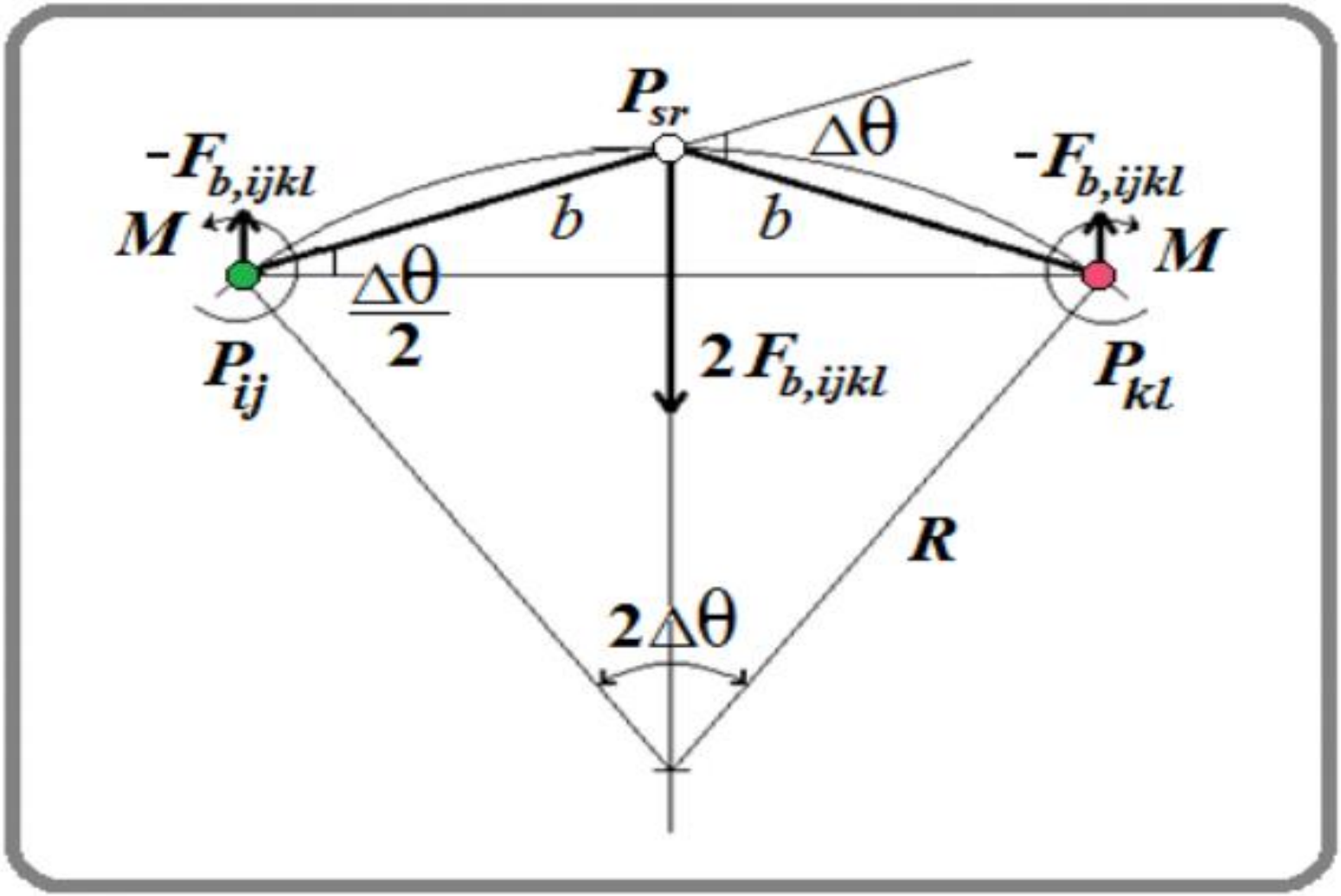
Взаимодействия растяжения-сжатия



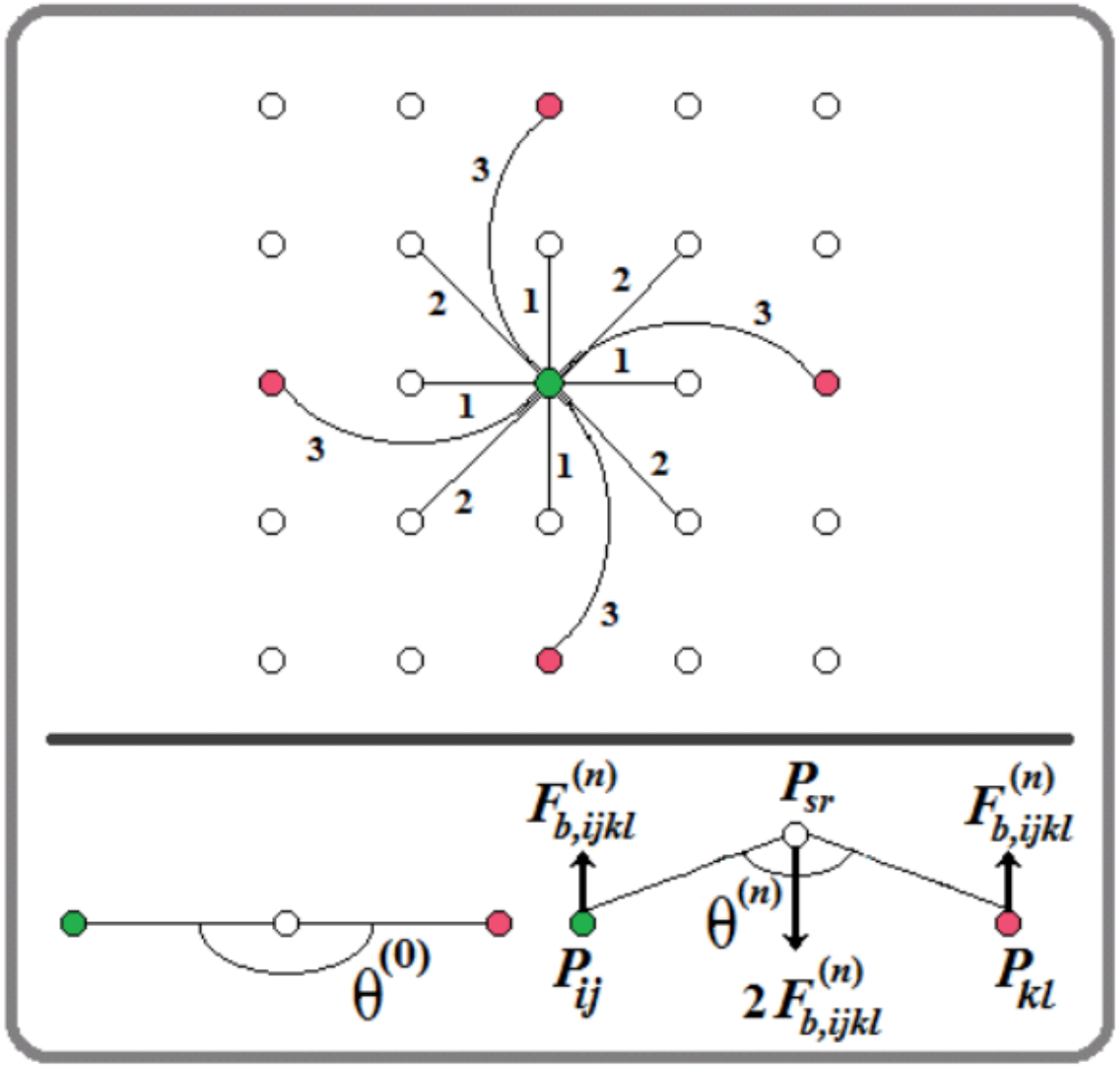
Взаимодействие сдвига



Деформация изгиба



Взаимодействия изгиба



Математическая модель

Уравнение движения Лагранжа:

$$[M]\{\ddot{q}\}+[D]\{\dot{q}\}+[K]\{q\}=\{f_q\},$$

где $[M]$ - матрица инерции (матрица масс), $[D]$ - матрица демпфирования, $[K]$ - матрица жесткости, f_q - обобщенная внешняя сила.

Движение частицы $P_{ij}\left(x_{ij}, y_{ij}, z_{ij}\right)$, $i=\overline{1,M}$, $j=\overline{1,N}$, в пространстве можно описать перемещением:

$$r_{ij}(t)=\left\{x_{ij}(t), y_{ij}(t), z_{ij}(t)\right\},$$

где $x_{ij}(t), y_{ij}(t), z_{ij}(t)$ – координаты частицы P_{ij} в трехмерном пространстве, t – время.

Каждая из частиц модели обладает некоторой массой, находится в гравитационном поле, взаимодействует с окружающей средой и соседними частицами.
Уравнение движения частицы $\boldsymbol{P_{ij}}$:

$$m_{ij}r''_{ij}=m_{ij}g-m_{ij}cr'_{ij}+\sum_{kl\in R_{ijkl}}F_{int}\left(r_{ij}, r_{kl}\right),$$

где $\boldsymbol{m_{ij}}$ – масса частицы $\boldsymbol{P_{ij}}$; $\boldsymbol{c}$ – константа демпфирования;
$\boldsymbol{cr'_{ij}}$ потери энергии связанные с взаимодействием частицы P_{ij} с окружающей средой;
$\boldsymbol{g}$ – ускорение свободного падения.

Методы решения (явный метод Эйлера)

$$r_{n+1} - r_n = hv_n$$

$$v_{n+1} - v_n = hM^{-1}F(r_n, v_n)$$

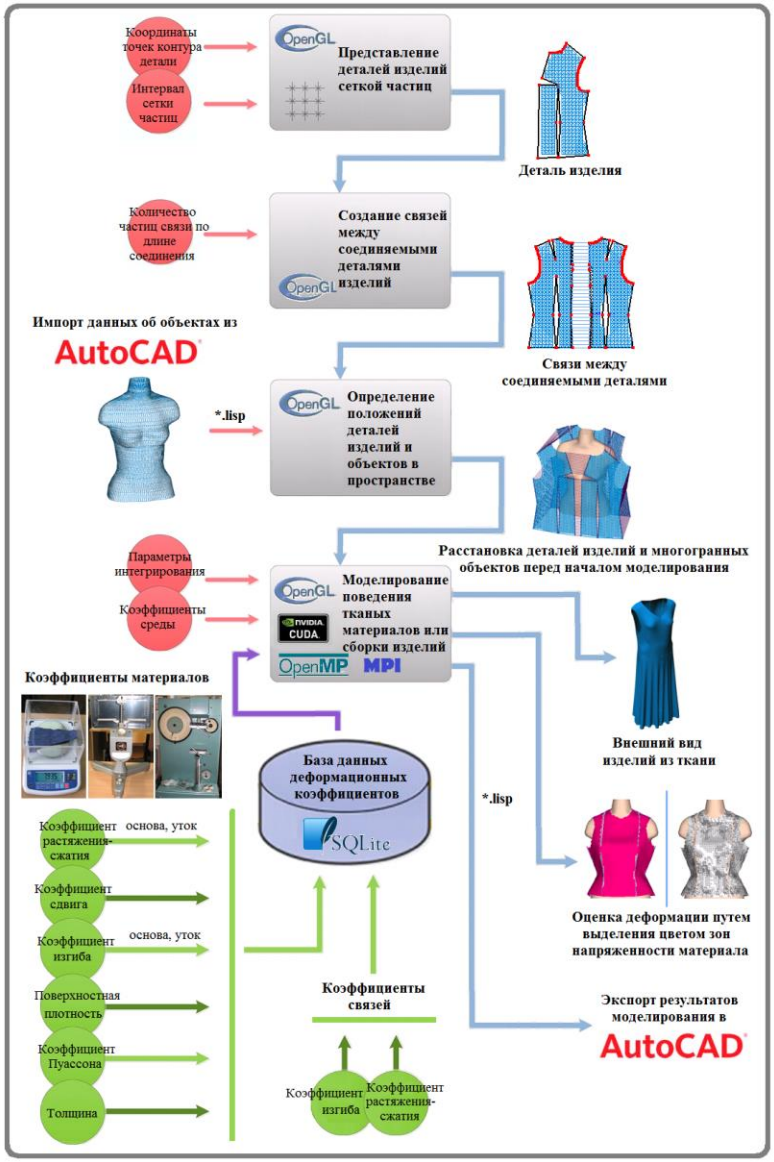
r_0, v_0 известны и определяются начальными условиями

1) $$\frac{r_{n+2} - 2r_{n+1} + r_n}{h^2} = \frac{F(r_n, v_n)}{m}$$

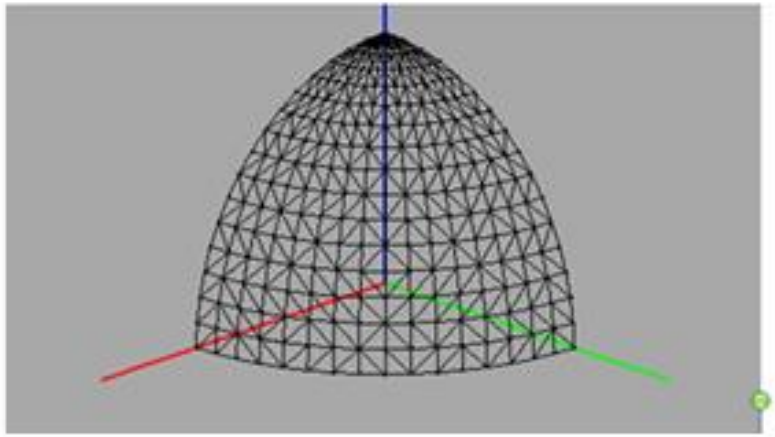
2) $$\frac{F(R_n, v_n)}{m} - \delta^n = \frac{3}{2}\frac{d^2R}{dt^2} + \frac{10h}{6}\cdot\frac{d^3R}{dt^3} + \ldots$$

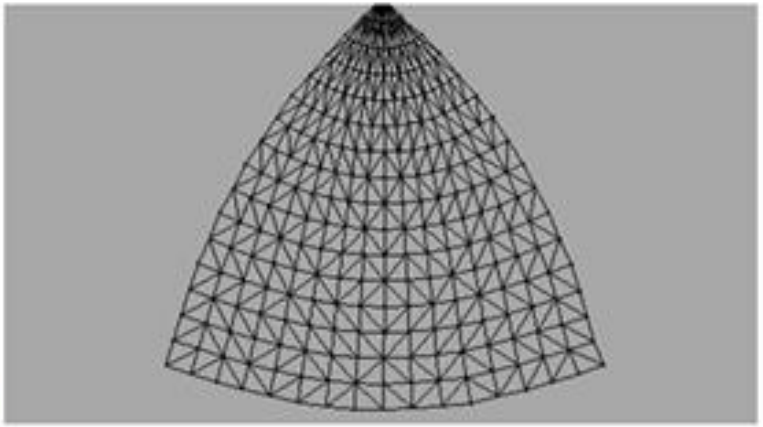
$$\boxed{\delta^n \sim h}$$

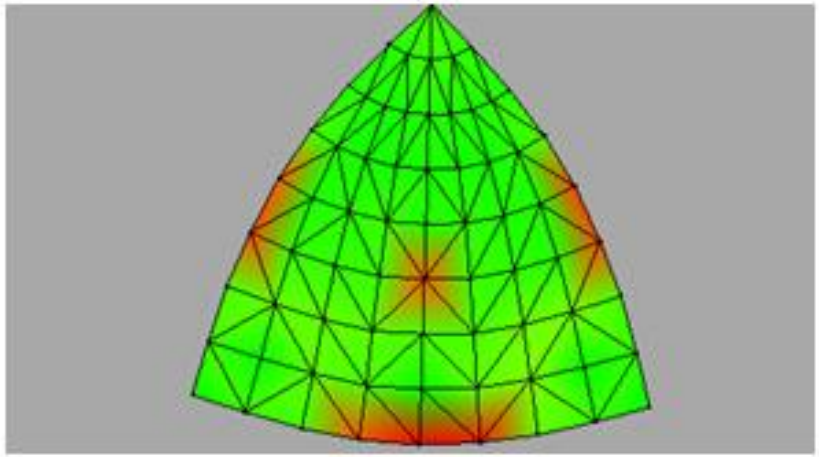
Общая схема компьютерного моделирования ткани



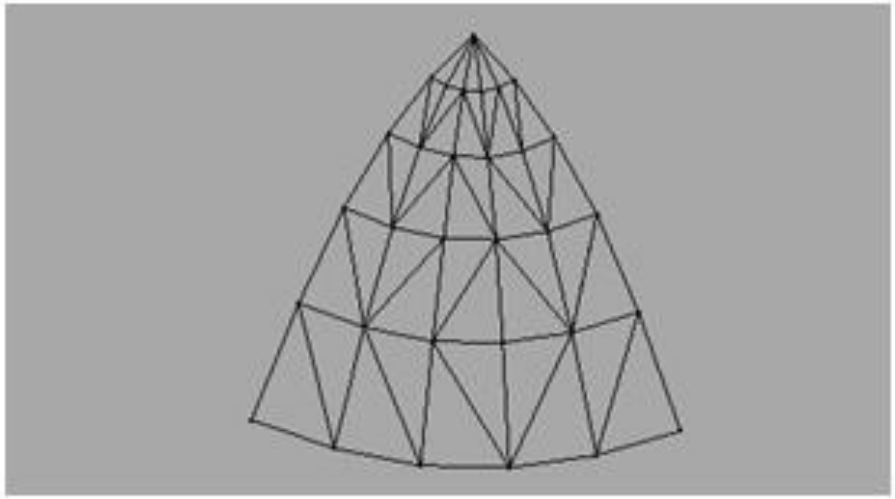
Результат развертки 1/8 части сферы



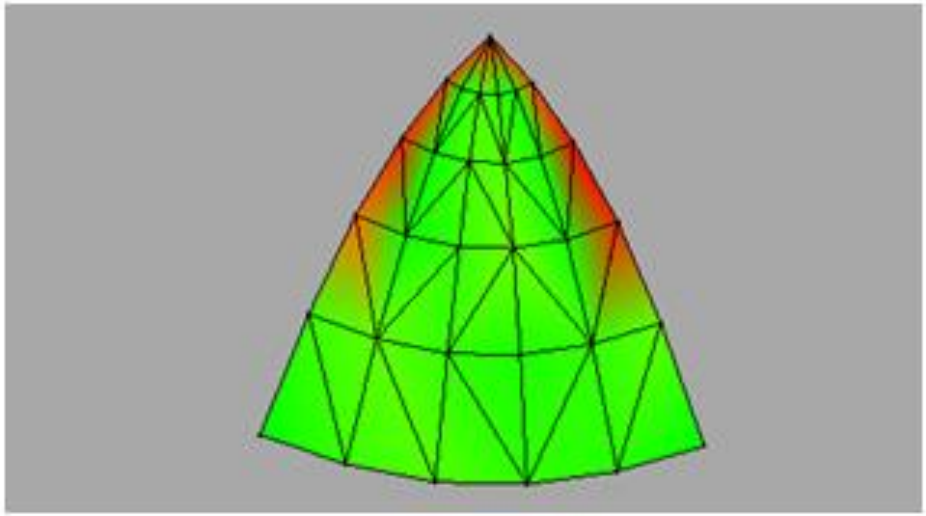




Распределение энергии деформации



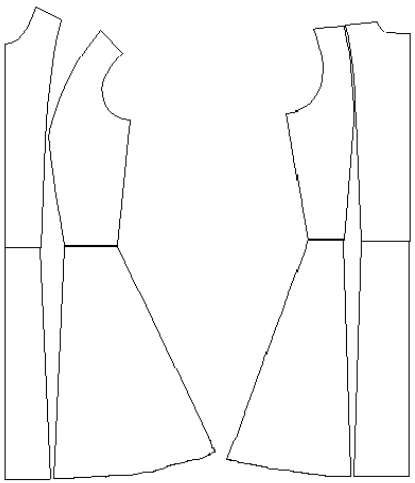
Развертка сегмента параболоида



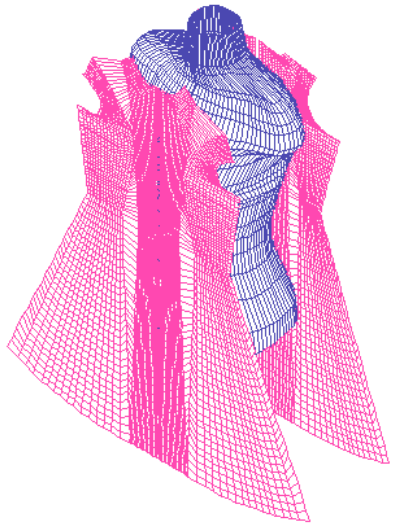
Распределение энергии деформации

Результаты моделирования

From pattern to clothing



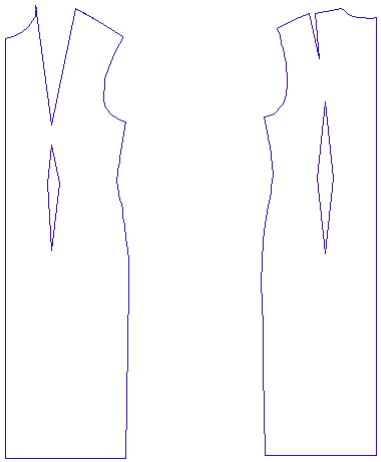
Pattern for base model

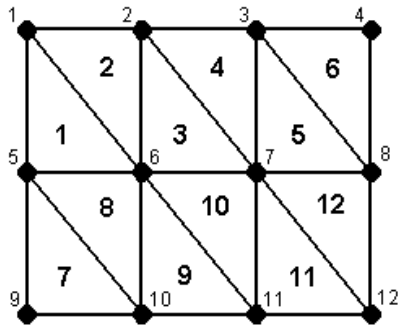


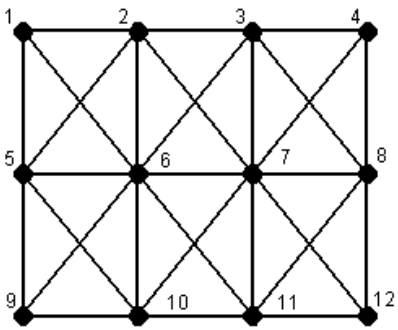
Initial pattern and mannequin location

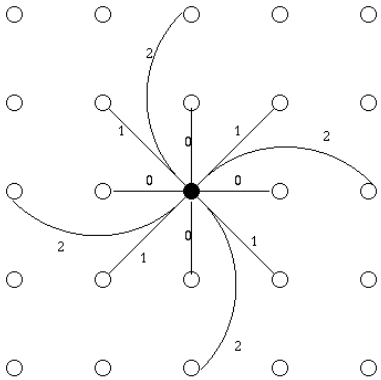
Result of imposition

Сборка трехмерных изделий из плоских заготовок









Триангуляция ткани и взаимодействие между узлами (частицами) ткани

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dT}{dx'_j}\right)+\frac{dD}{dx_j}+\frac{dV}{dx_j}=f_j(t),\quad j=\overline{1,N}$$

$$[M]\{\ddot{x}\}+[C]\{\dot{x}\}+[K]\{x\}=\{f\}$$

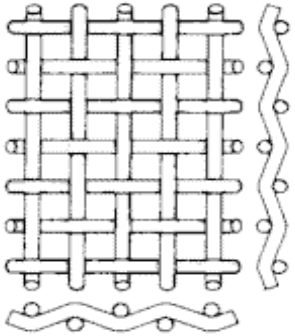
$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}x\\ \dot{x}\end{pmatrix}=\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}x\\ v\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}v\\ M^{-1}f(x,v)\end{pmatrix}$$

Начальные условия: $x\big|_{t_0=0}=x_0$ $\quad \dot{x}\big|_{t_0=0}=0$ $\quad f_{внутр}\big|_{t_0=0}=0$

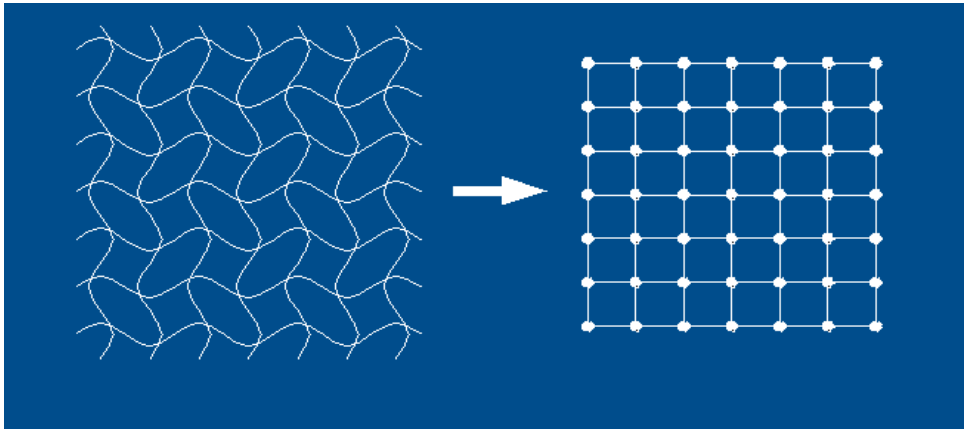
Краевые условия: $\dot{x}\big|_S=0,$ где S – поверхность геометрической фигуры.

Дискретная модель ткани

Пример структуры ткани



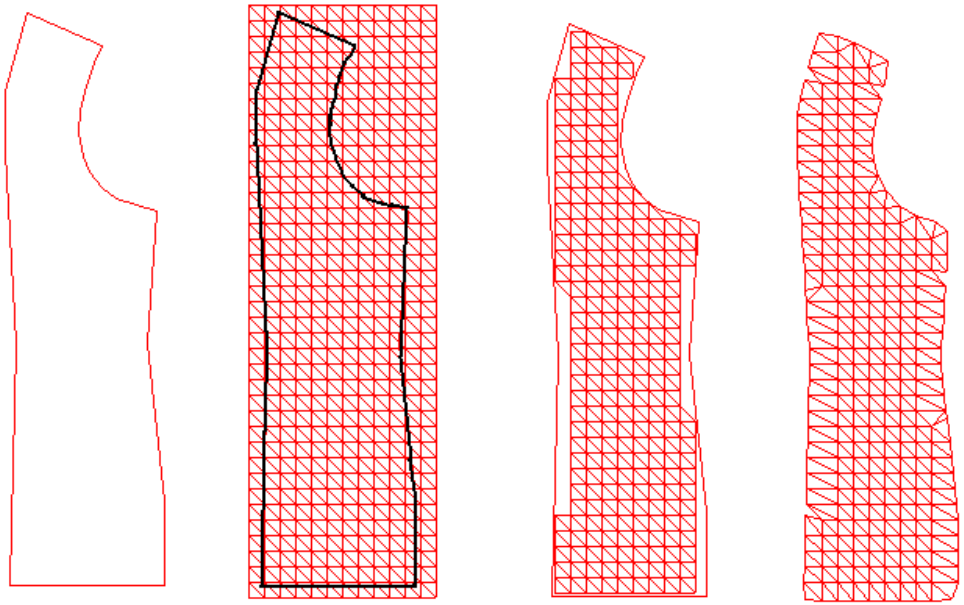
Прямоугольный случай



$$\{P_{ij}\} = \begin{matrix} P_{11} & \dots & P_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ P_{m1} & \dots & P_{mn} \end{matrix}$$

Дискретная модель ткани

Частично равномерная сетка - N частиц,

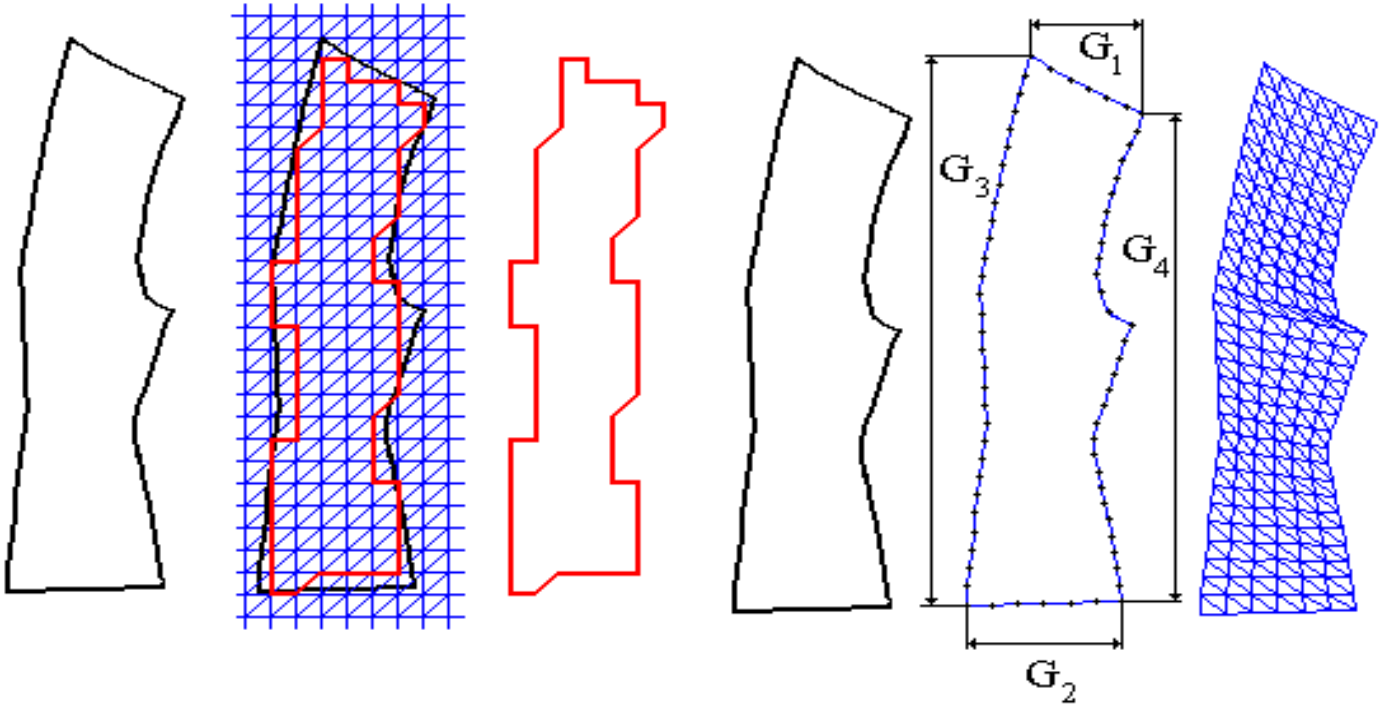


$$\{P_i\} = \begin{matrix} P_1 & P_2 & \dots & P_i \\ P_{i+1} & \dots & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & \dots & P_n \end{matrix}$$

Частично равномерная сетка

Дискретная модель ткани

Произвольный пример



$$x_{i,j} = (j-1)\cdot(x_{1,j} - x_{M,j})/M + x_{1,j}; \qquad x_{i,j} = (i-1)\cdot(x_{i,1} - x_{i,N})/N + x_{i,N};$$

M - количество узлов левой и правой границы N - верхней и нижней

Дискретная модель ткани

Произвольный фрагмент ткани,

неравномерная сетка – размер модели M*N,

M- количество узлов левой и правой границы,

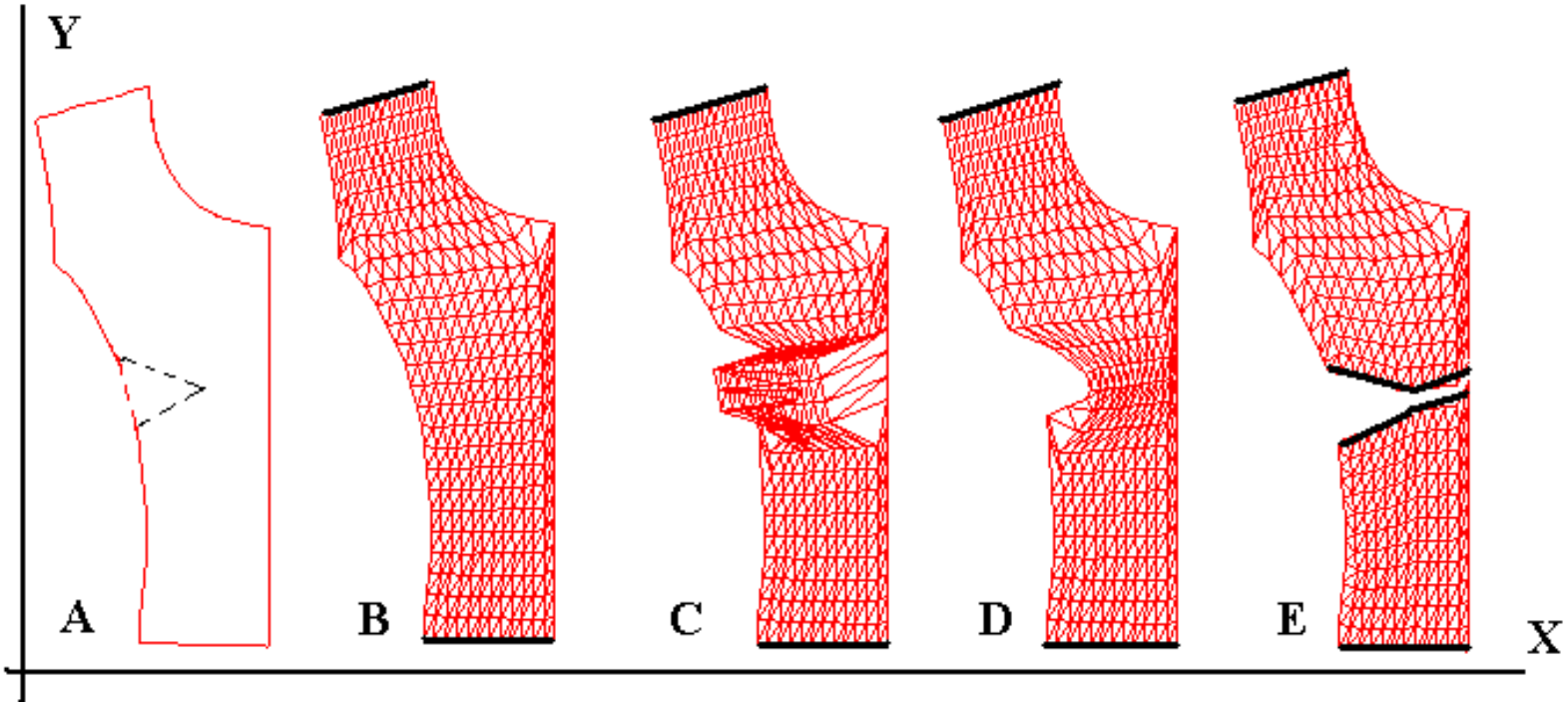
N- количество узлов верхней и нижней;

$$x_{i,j} = (j-1)\cdot(x_{1,j} - x_{M,j})/M + x_{1,j};$$

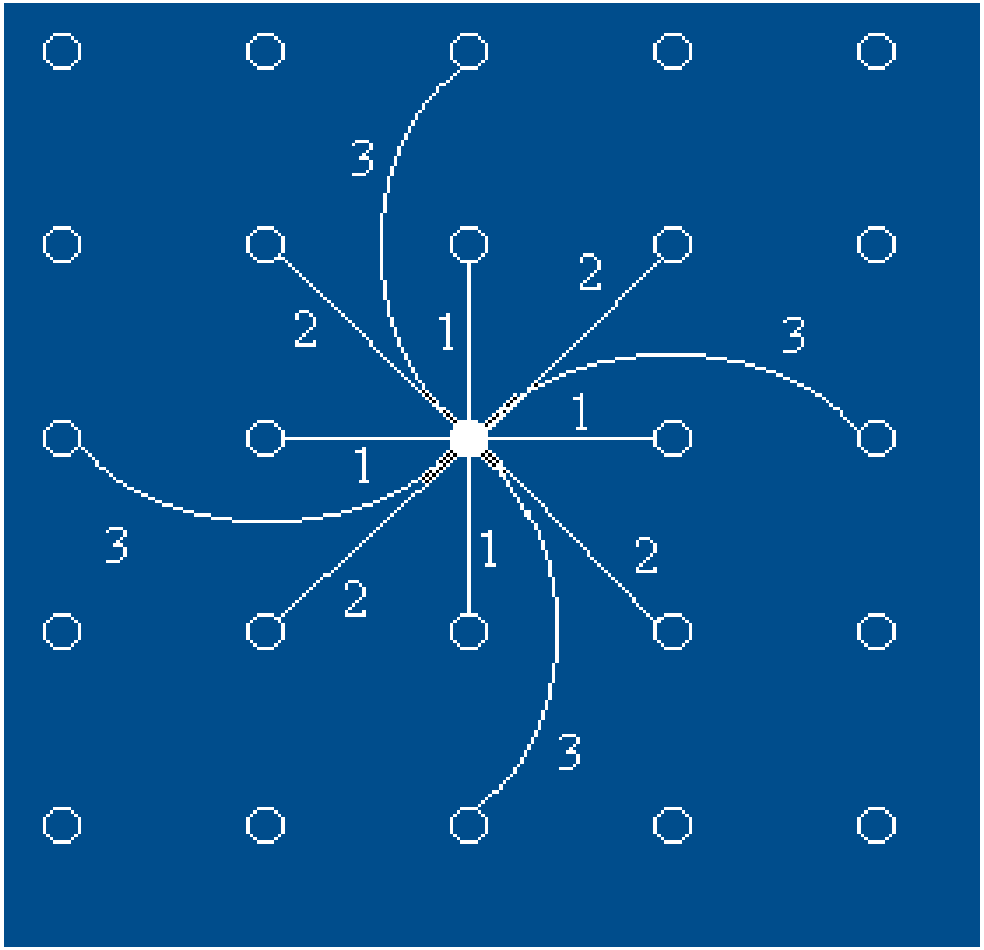
$$x_{i,j} = (i-1)\cdot(x_{i,1} - x_{i,N})/N + x_{i,N};$$

Дискретная модель ткани

Неравномерная сетка



Взаимодействия между частицами

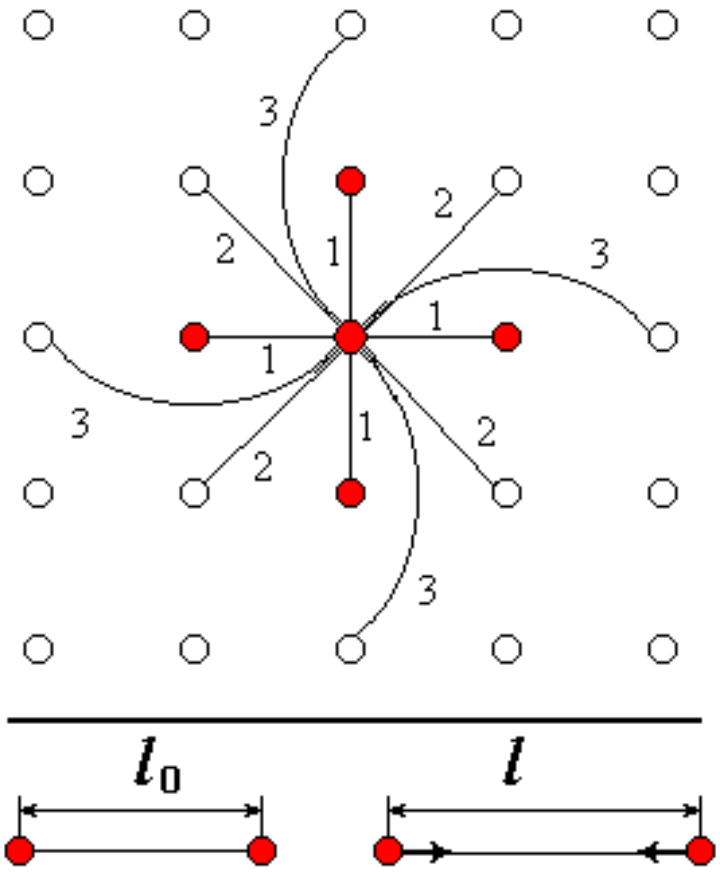


1) Растяжение сжатие,

2) Сдвиг,

3) Изгиб.

Взаимодействия между частицами

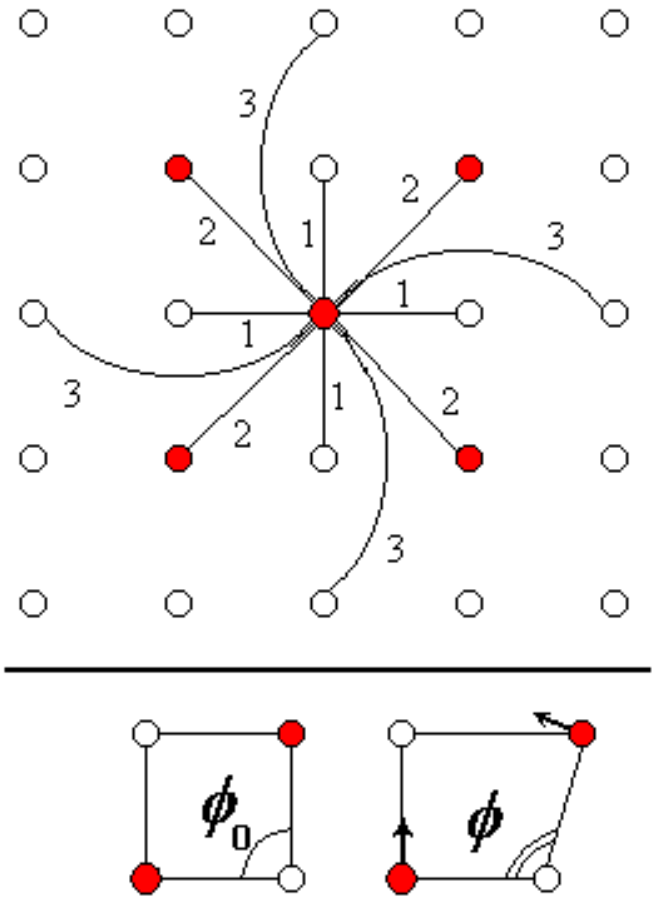


Растяжение-сжатие

$$F_s = k(l_0 - l),$$

k - Коэффициент жесткости

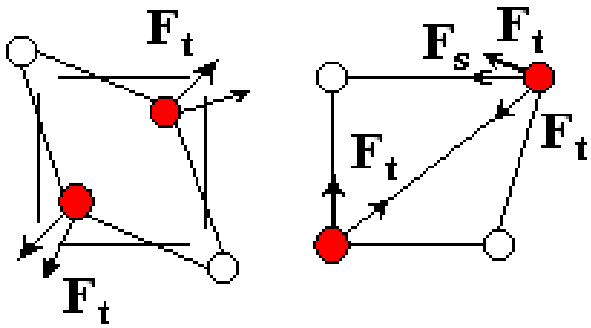
Взаимодействия между частицами



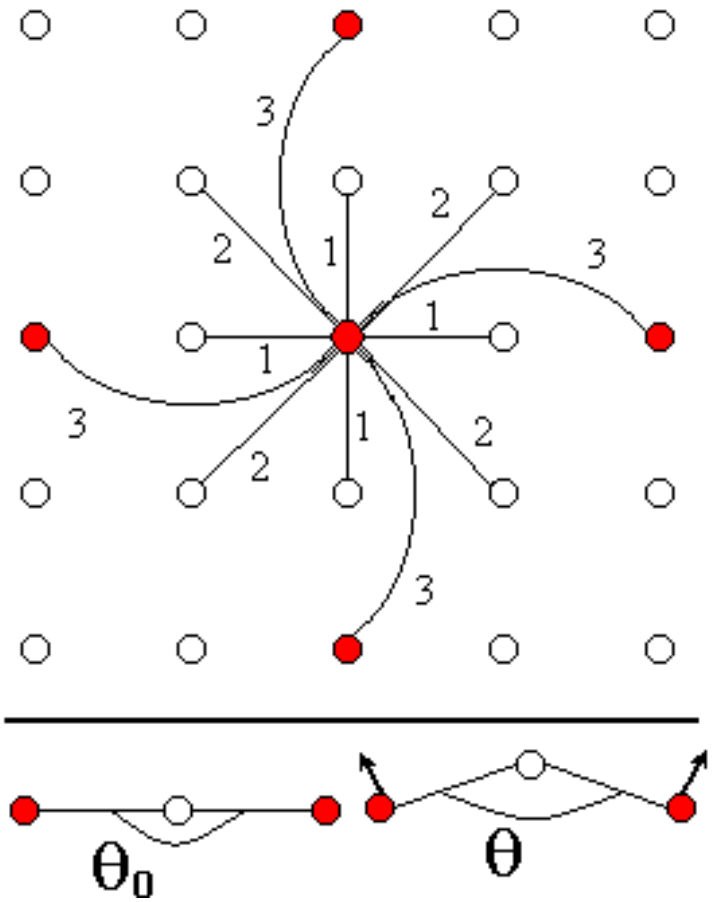
Сдвиг

$$F_t = \mu_t(\varphi_0 - \varphi),$$

μ_t - Линейный коэффициент сдвига



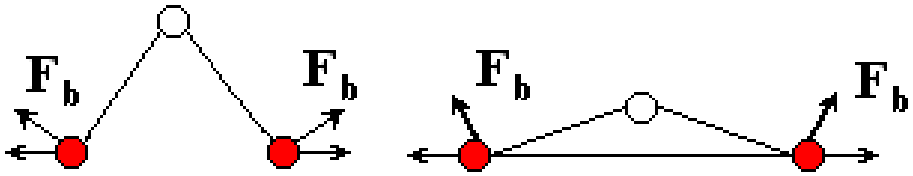
Взаимодействия между частицами



Изгиб

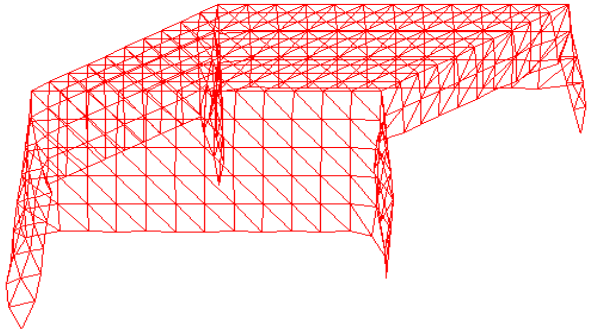
$$F_b = \mu_b \cos(\theta / 2),$$

μ_b - Линейный коэффициент изгиба

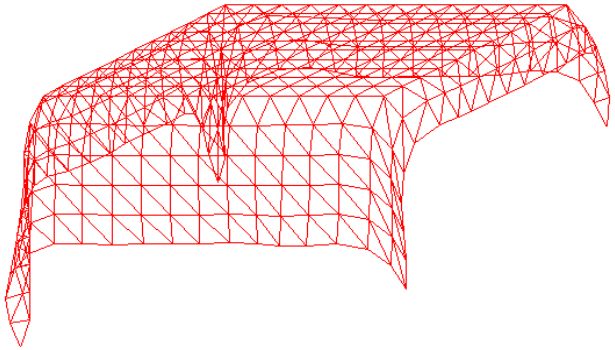


Взаимодействия изгиба и сдвига

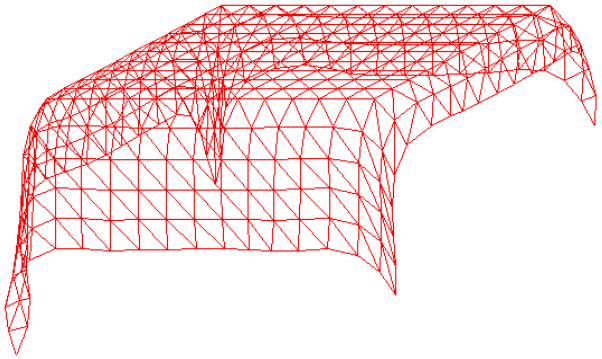
$\mu_b = 0.05$



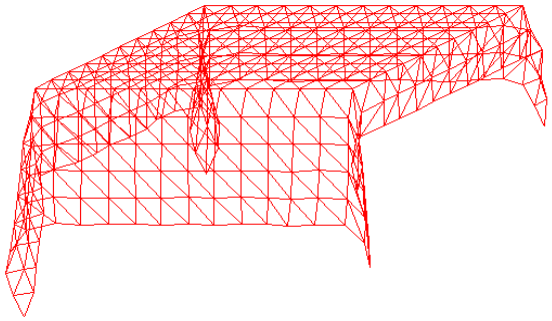
$\mu_b = 0.5$



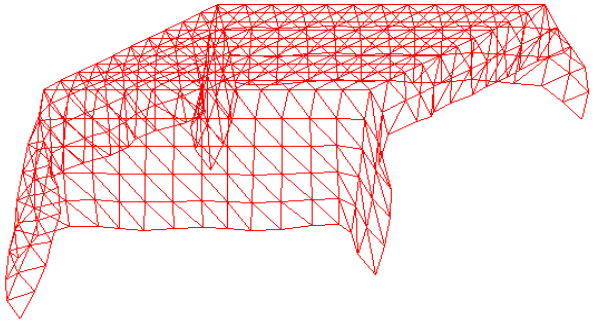
$\mu_b = 1$



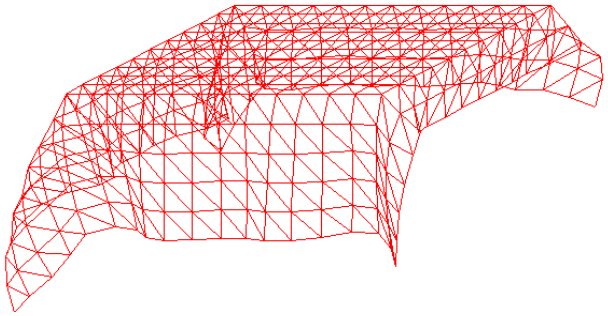
$\mu_t = 0.005$



$\mu_t = 0.01$



$\mu_t = 0.05$



Математическая модель

Движение системы описывается обобщенными перемещениями

$$r = \{r_i\}, \quad r_i(t) = \left[x_i(t), y_i(t), z_i(t)\right].$$

Уравнение движения частицы

$$m_i r_i'' + c_i r_i' + m_i g + F_{\text{int}}(r_i, r_j) = 0, \qquad j \in R_i$$

R_i - множество индексов узлов, связанных с i-м узлом

Математическая модель

Уравнение движения системы: $Mr'' + Cr' + Mg + F_{\text{int}}(r) = 0,$

M - матрица описывающая распределение масс ткани,

C - матрица демпфирования.

$$r'' = M^{-1}F(r, r'),$$

$F(r, r')$ - функция, описывающая действие внутренних и внешних сил на ткань.

$$r' = v$$

$$v' = M^{-1}F(r, v)$$

Явный метод Эйлера

$$r_{n+1} - r_n = hv_n$$

$$v_{n+1} - v_n = hM^{-1}F(r_n, v_n)$$

r_0, v_0 известны и определяются начальными условиями

1) $$\frac{r_{n+2} - 2r_{n+1} + r_n}{h^2} = \frac{F(r_n, v_n)}{m}$$

2) $$\frac{F(R_n, v_n)}{m} - \delta^n = \frac{3}{2}\frac{d^2R}{dt^2} + \frac{10h}{6}\cdot\frac{d^3R}{dt^3} + \ldots$$

$$\boxed{\delta^n \sim h}$$

3) $$\lambda^2 + \lambda + 1 = -\Omega^2 h^2$$

$$\boxed{\lambda_{\pm} = 1 \pm \sqrt{-\Omega^2 h^2}; \quad \Omega h < 1}$$

Схема с перешагиванием

$$r_{n+1} - r_n = hv_{n+1}$$

$$v_{n+1} - v_n = hM^{-1}F(r_n, v_n)$$

r_0, v_0 известны и определяются начальными условиями

1) $$\frac{r_{n+1} - 2r_n + r_{n-1}}{h^2} = \frac{F(r_n, v_n)}{m}$$

2) $$\frac{F(R_n, v_n)}{m} - \delta^n = \frac{d^2R}{dt^2} + \frac{h^2}{12} \cdot \frac{d^4R}{dt^4} + \ldots$$

$$\boxed{\delta^n \sim h^2}$$

3) $$\lambda^2 + \lambda + 1 = -\lambda \cdot \Omega^2 h^2$$

$$\boxed{\lambda_{\pm} = 1 - \frac{\Omega^2 h^2}{2} \pm \frac{\Omega^2 h^2}{2}\sqrt{1 - \frac{4}{\Omega^2 h^2}} \qquad \Omega h < 2}$$

Неявный метод Эйлера

$$r_{n+1} = r_n + hv_{n+1}$$

$$v_{n+1} = v_n + hM^{-1}F(r_{n+1}, v_{n+1})$$

$$\frac{r_{n+1} - 2r_n + r_{n-1}}{h^2} = \frac{F(r_{n+1}, v_{n+1})}{m}$$

$$\boxed{\delta^n \sim h}$$

$$\lambda^2 + \lambda + 1 = -\lambda^2 \cdot \Omega^2 h^2$$

$$\boxed{\lambda_{\pm} = \frac{1 \pm \sqrt{-\Omega^2 h^2}}{1 + \Omega^2 h^2}}$$

Неявный метод - реализация

$$\begin{pmatrix} \Delta r \\ \Delta v \end{pmatrix} = h \begin{pmatrix} v_n + \Delta v \\ M^{-1} F(r_n + \Delta r, v_n + \Delta v) \end{pmatrix}$$

$$F(r_n + \Delta r, v_n + \Delta v) = F(r_n, v_n) + \frac{\partial F(r,v)}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial F(r,v)}{\partial v} \Delta v$$

Неявный метод - реализация

$$\begin{pmatrix} \Delta r \\ \Delta v \end{pmatrix} = h \begin{pmatrix} v_n + \Delta v \\ M^{-1}(F(r_n, v_n) + \dfrac{\partial F(r,v)}{\partial r}\Delta r + \dfrac{\partial F(r,v)}{\partial v}\Delta v) \end{pmatrix}$$

$$\boxed{A\Delta v = b}$$

$$A = M - h\frac{\partial F(r,v)}{\partial v} - h^2\frac{\partial F(r,v)}{\partial r}$$

$$b = h\left(F(r,v) + h\frac{\partial F(r,v)}{\partial r} v_n \right)$$

Неявный метод - реализация

вычисление F_n $\partial F / \partial r$ $\partial F / \partial v$

$$A = M - h\frac{\partial F}{\partial v} - h^2\frac{\partial F}{\partial r} \qquad b = h(F_n + h\frac{\partial F}{\partial r}v(t_n))$$

Решение системы $A\Delta v = b$ относительно Δv

обновление значений *r* и *v*.

Неявный метод - реализация

Метод сопряженных градиентов

$$d_0 = r_0 = b - A\Delta v_0$$

$$\alpha_i = \frac{r_i^T r_i}{d_i^T A d_i}$$

$$\Delta v_{i+1} = \Delta v_i + \alpha_i d_i$$

$$r_{i+1} = r_i - \alpha_i A d_i$$

$$\beta_{i+1} = \frac{r_{i+1}^T r_{i+1}}{r_i^T r_i}$$

$$d_{i+1} = r_{i+1} + \beta_{i+1} d_i$$

Неявный метод - реализация

Количество ненулевых элементов матрицы A -

$$Kн < 9N(m+1),$$

где m количество связей N количество частиц.

Общее количество элементов матрицы -

$$Ko = 9N^2$$

Для ускорения работы с такой матрицей используется метод CSR (Compressed Sparse Row)

Моделирование взаимодействий

дискретной модели ткани с твердым многогранным объектом

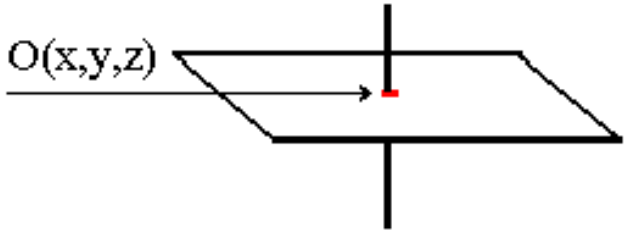
$r_{i,j}^{n-1} = (x_{i,j}^{n-1}, y_{i,j}^{n-1}, z_{i,j}^{n-1})$ - начало вектора,

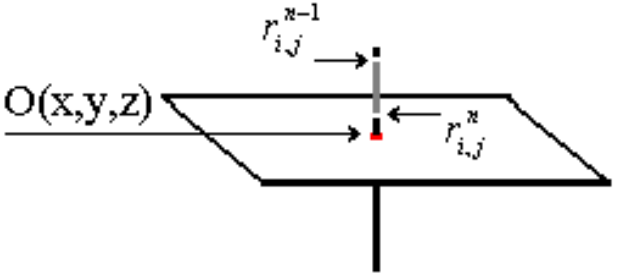
$r_{i,j}^{n} = (x_{i,j}^{n}, y_{i,j}^{n}, z_{i,j}^{n})$ - конец вектора перемещения частицы.

Моделирование взаимодействий

дискретной модели ткани с твердым многогранным объектом

I. Ищем предполагаемую точку пересечения прямой, содержащей отрезок $r_{i,j}^{n-1}$ $r_{i,j}^{n}$ с плоскостью содержащей грань



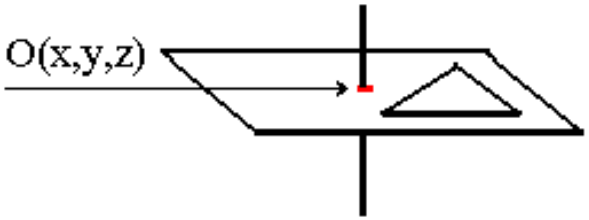


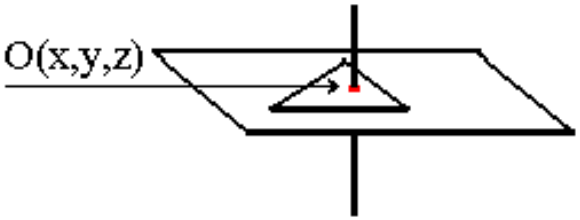
II. Необходимо проверить принадлежит ли точка пересечения отрезку $r_{i,j}^{n-1}$ $r_{i,j}^{n}$

Моделирование взаимодействий

дискретной модели ткани с твердым многогранным объектом

III. Необходимо проверить принадлежит ли точка пересечения треугольной грани





Моделирование взаимодействий

дискретной модели ткани с твердым многогранным объектом

Предварительная проверка

Если для некоторой координаты например x

$$x_{i,j}^{n-1} > x_{\max} \quad \text{и} \quad r_{i,j}^{n} > x_{\max}$$

или

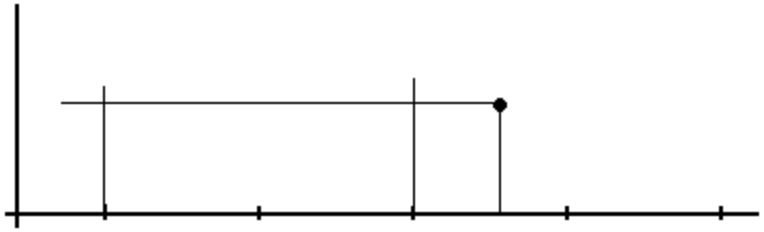
$$x_{i,j}^{n-1} < x_{\min} \quad \text{и} \quad r_{i,j}^{n} < x_{\min}$$

Частица не могла пересечь грань

Моделирование взаимодействий

дискретной модели ткани с твердым многогранным объектом

Разбиение области занимаемой объектом



$$index_x = \frac{x - x_{\min}}{(x_{\max} - x_{\min}) / N_x} + 1,$$

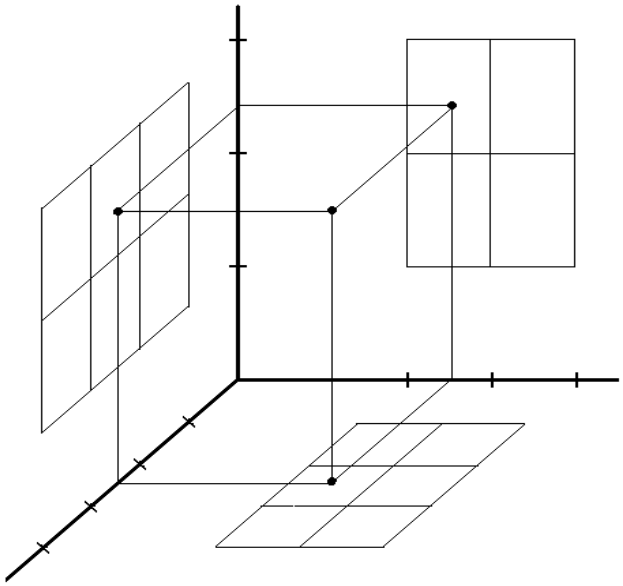
N_x - количество интервалов по координате x

Моделирование взаимодействий

дискретной модели ткани с твердым многогранным объектом

Определение номера области для точки

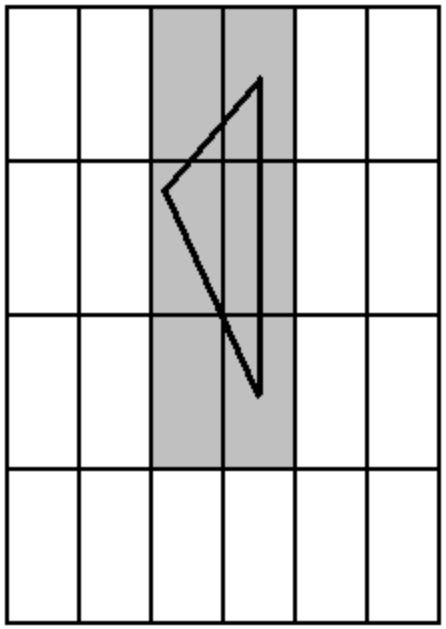
$$index = index_x \cdot N_y \cdot N_z + index_y \cdot N_z + index_z - 1$$



Моделирование взаимодействий

дискретной модели ткани с твердым многогранным объектом

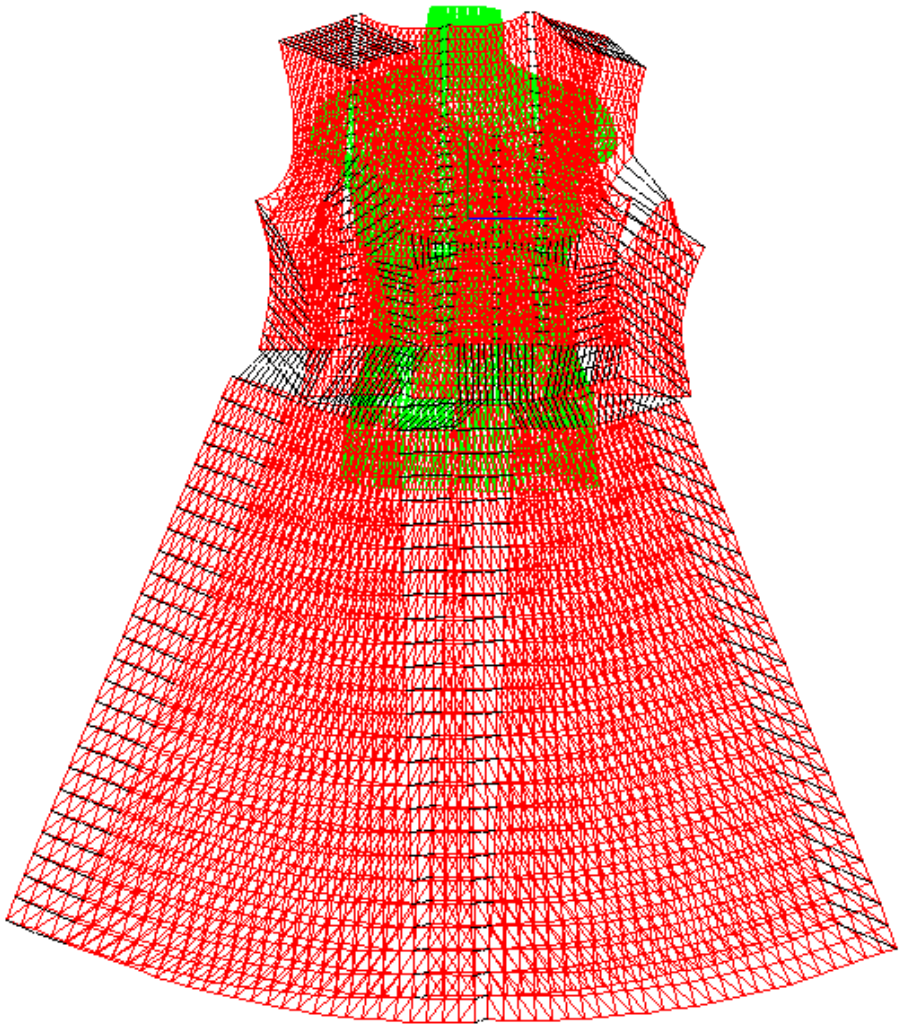
Распределение граней объекта по областям



Моделирование сборки

- Установка начального расположения;
- Определение точек соответствия;
- Вводятся силы стягивающие частицы к точкам соответствия и исключается действие силы тяжести;
- Запуск процесса моделирования;
- Включение силы тяжести и увеличение сил стягивающих выкройки.

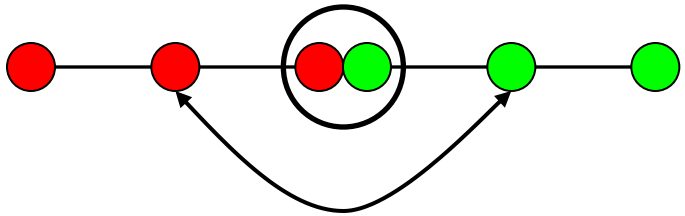
Начальное расположение



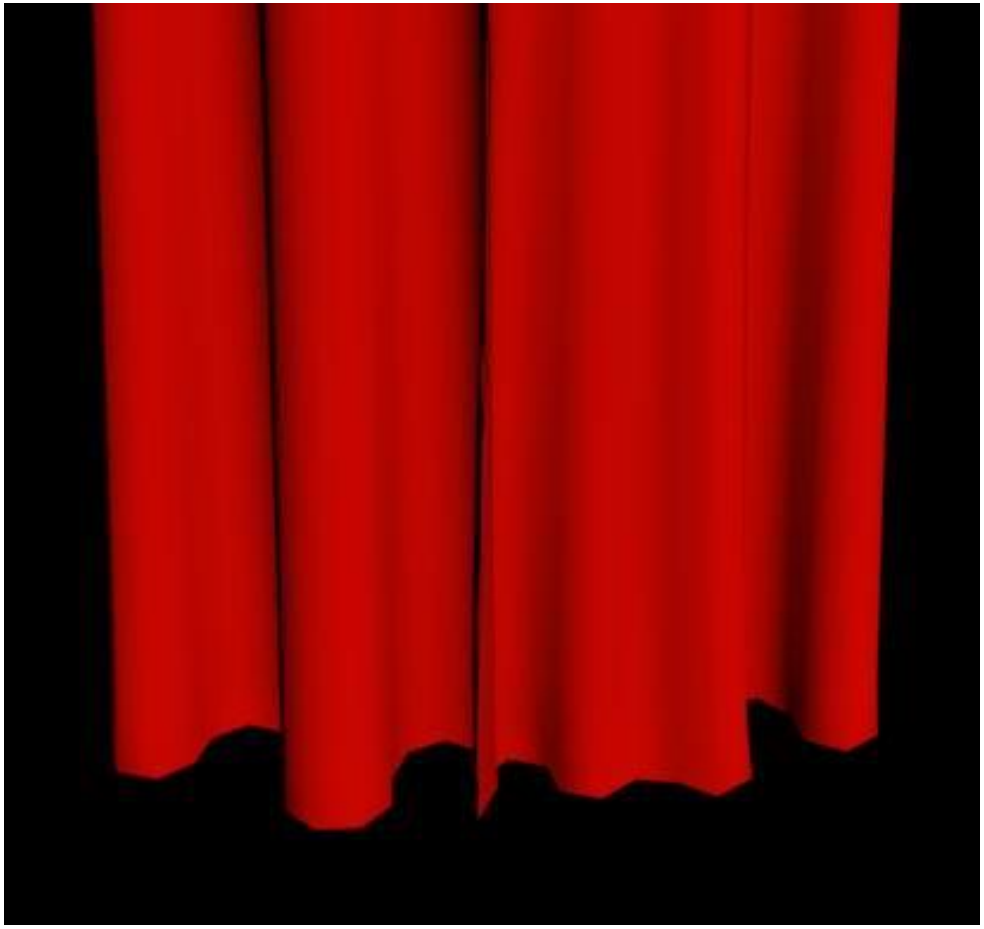
Моделирование сборки

Необходимо учитывать

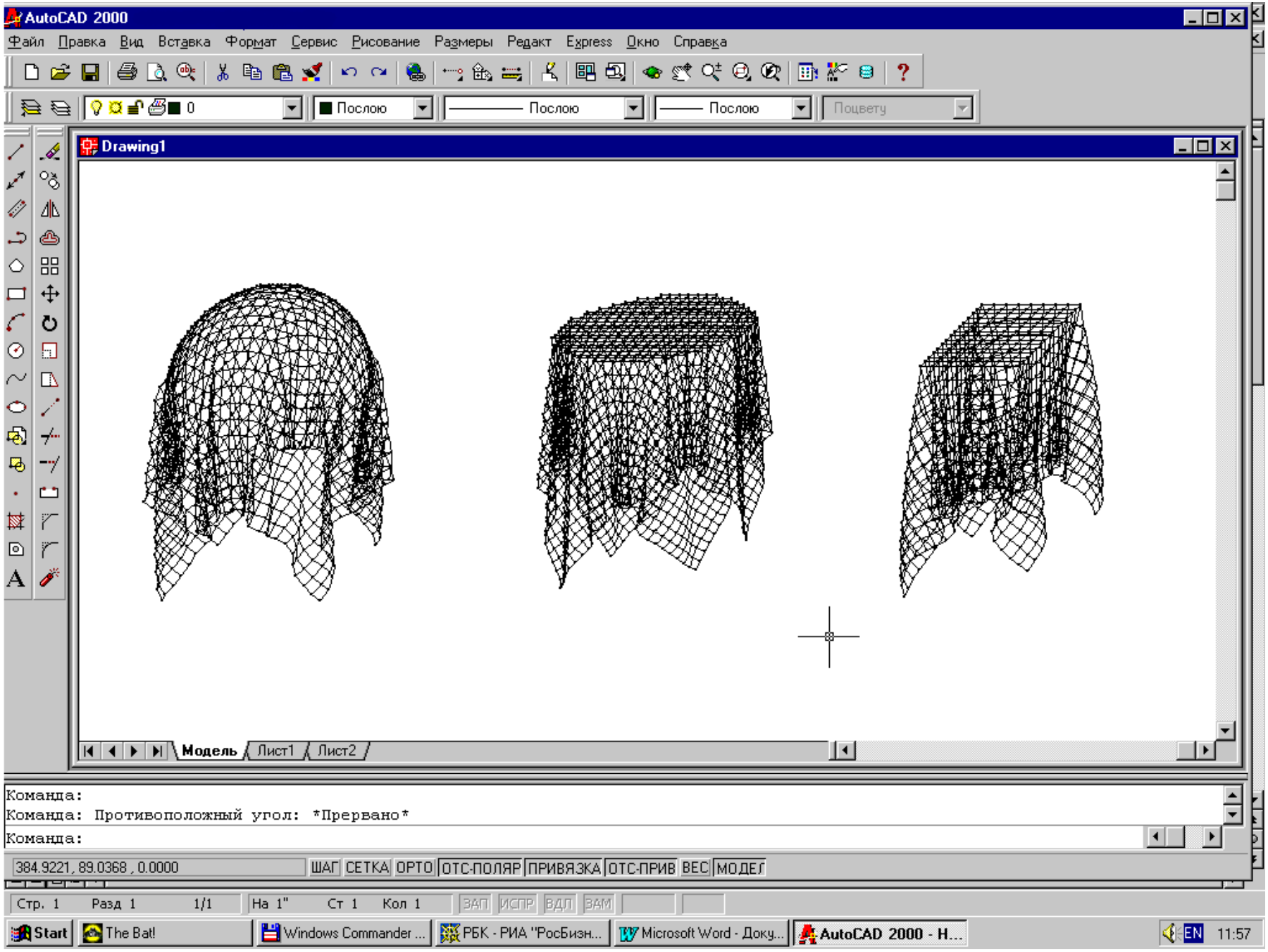
взаимодействия изгиба между выкройками

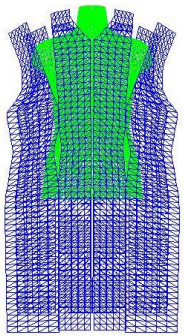


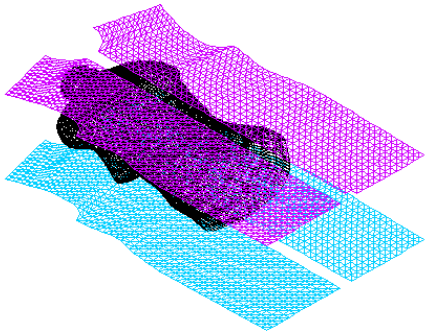
Результаты

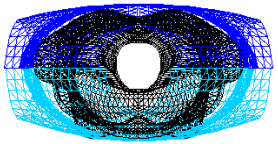


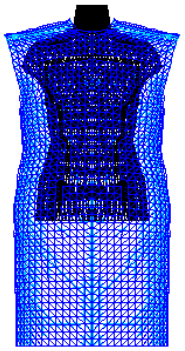
Результаты

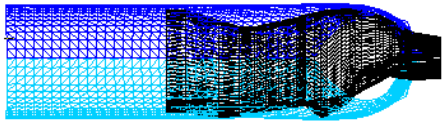

AutoCAD 2000
Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Рисование Размеры Редакт Express Окно Справка
0
Послою
Послою
Послою
Поцвету
Drawing1
Модель
Лист1
Лист2
Команда:
Команда: Противоположный угол: *Прервано*
Команда:
384.9221, 89.0368 , 0.0000
ШАГ СЕТКА ОРТО ОТС-ПОЛЯР ПРИВЯЗКА ОТС-ПРИВ ВЕС МОДЕЛ
Стр. 1 Разд 1 1/1 На 1" Ст 1 Кол 1 ЗАП ИСПР ВДЛ ЗАМ
Start
The Bat!
Windows Commander ...
РБК - РИА "РосБизн...
Microsoft Word - Доку...
AutoCAD 2000 - Н...
EN
11:57

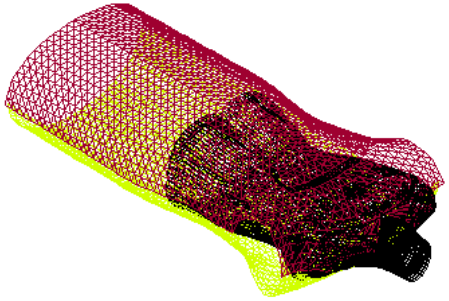


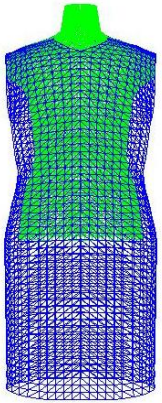


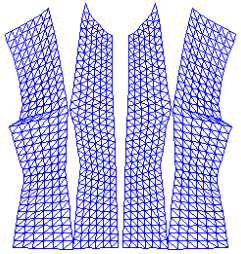


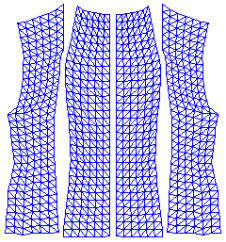


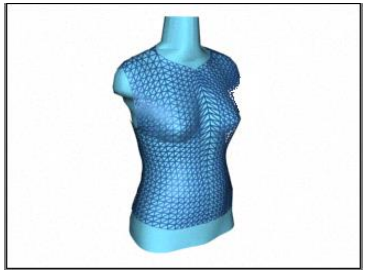


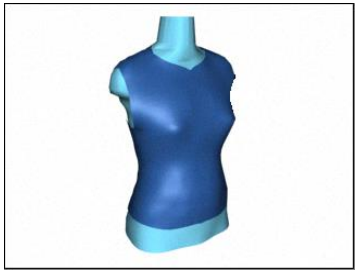


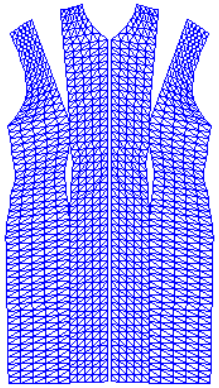


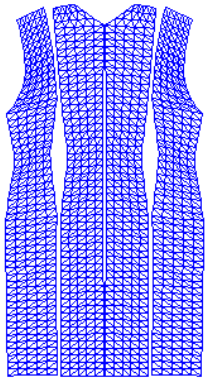


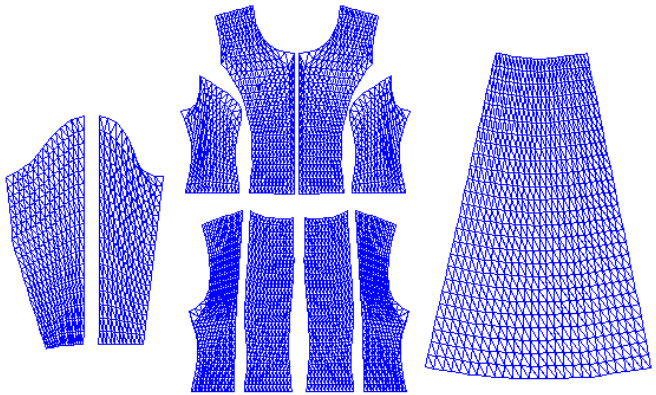












Список литературы

- Фроловский В.Д. Избранные задачи геометрического проектирования. Параметризация сложных поверхностей: Учебное пособие. - Новосибирск: Издательский центр «Прогресс-сервис». 2005. -165 с.
- Фроловский В.Д. Автоматизация проектирования управляющих программ: Учебное пособие. - Новосибирск: Издательский центр «Прогресс-сервис». 2006. -98 с.
- Фроловский В.Д., Приближенные методы решения NP-трудных задач в системах автоматизации проектирования: Учебное пособие. - Новосибирск: Изд-во НГТУ. 2006. -100 с.
- Фроловский В.Д. Оптимизация раскроя материалов на оборудовании с ЧПУ (модели, методы, алгоритмы). Опубликовано: 2011-11-29. ISBN-13: 978-3-8473-0163-9. Издательский Дом: LAP LAMBERT Academic Publishing. Saarbrücken, Germany. 2011. 124 с.
- Фроловский В.Д. Компьютерное проектирование манекенов и одежды. Трехмерные модели и математические методы. Опубликовано: 2012-03-26. ISBN-13: 978-3-8484-3089-5. Издательский Дом: LAP LAMBERT Academic Publishing. Saarbrücken, Germany. 2012. 269 с.

Темы магистерской подготовки
Научный руководитель: доктор технических наук, профессор Фроловский В.Д.

1. **Разработка и исследование многоуровневой параметрической модели *3D*-объекта со сложной структурой на примере компьютерных манекенов.**

Примерами рассматриваемых моделей служат компьютерные манекены. Преследуются две цели: 1) сжатие большого объема геометрической информации; 2) возможность автоматической генерации моделей, с заданными индивидуальными параметрами минуя сложный и трудоемкий процесс поэтапного моделирования стандартными средствами универсальных графических систем. Модель должна включать семантические, геометрические и структурные параметры. В рамках разработки данного подхода рассматриваются задачи предметной, антропометрической и геометрической параметризации компьютерных манекенов, проверки принадлежности предметных параметров области допустимых значений, определения взаимосвязи параметров разных уровней.

2. Разработка и исследование оптимизационного алгоритма для задачи геометрического покрытия произвольной области в системах видеонаблюдения.

Тема относится к проблеме определения минимального количества охранников, достаточного для того, чтобы покрыть интерьер комнаты картинной галереи (art gallery). Также задача относится к оптимизации размещения датчиков охранной сигнализации, камер видеонаблюдения и проч. Задача геометрического покрытия относиться к классу *NP*- трудных задач комбинаторной оптимизации.

3. Исследование и разработка алгоритма трёхмерного моделирования объектов со сложной структурой.

Математическое моделирование является инструментом, с помощью которого воспроизводится то, что невозможно достаточно объективно изучить на практике или эксперименте из-за большой вариабельности ситуаций и влияния множества факторов. Предполагается создание информационно-графической системы для решения задачи моделирования сложных неструктурированных объектов, например, в области трансплантации и ортопедии.

4. Моделирование бескаркасных изделий с деформируемой основой и покрытием ткаными материалами.

Рассматривается задача моделирование ткани, моделирование изготовления изделия из отдельных деталей. На деформации налагаются ограничения, обусловленные свойствами материала, из которого предстоит изготовить изделие нужной формы. Прикладные аспекты задачи связаны с проектированием бескаркасной мебели. В теме возможно исследование задачи нахождения формы плоского листа (ткани), из которого путем деформаций можно получить сегмент трехмерной поверхности нужной формы.

5. Разработка и исследование алгоритмов построения квазиразверток поверхностей с ненулевой гауссовой кривизной.

Рассматривается задача нахождения формы плоского листа (металл, кожа, ткани), из которого путем деформаций можно получить сегмент трехмерной поверхности нужной формы. На деформации налагаются ограничения, обусловленные свойствами материала, из которого предстоит изготовить изделие нужной формы. Области применения: проектирование одежды, мебели, ортопедических изделий и др.

6. Исследование и оценка информационности геометрических параметров сложных объектов.

Задача относиться к проблеме параметрического сжатия геометрической информации. Сложные объекты, например, антропологические: тело человека, голова, другие анатомические структуры, кинологические параметры (не занимались пока, но можем заняться) и т.п. во-первых имеют множество различных построений, каждая из которых на содержательном уровне объясняет информационную значимость параметров, которые она предлагает для измерения. Как оценить количество информации, которая содержится в измеряемых параметрах, их значимость для решения прикладных задач?

7. Разработка и исследование алгоритмов решения оптимизационных задач геометрического покрытия в проектировании агротехнических систем полива.

Задача геометрического покрытия относиться к классу *NP*-трудных задач комбинаторной оптимизации и исследуется в рамках проблемы «раскроя и упаковки». Требуется расположить некоторые геометрические объекты на покрываемой поверхности таким образом, чтобы вся поверхность была покрыта целиком с наименьшей площадью перекрытий и промахов объектов, а также использовать наименьшее количество объектов. В качестве агротехнических систем рассматриваются системы полива земельных площадей. Геометрические покрытия имеют также большое практическое значение также для систем воздушного наблюдения, безопасности, сотовой связи, систем телекоммуникаций экологических систем и др.

8. Разработка и исследование алгоритмов перебора субоптимальных решений в задачах дискретной оптимизации.

Субоптимальное решение – это решение близкое к оптимальному по существенным для выбора решения показателям: 1) Выпуск важнейших видов продукции; 2) Расход важнейших ресурсов; 3) По функции цели; 4) Обеспечение приемлемых по технологическим, экономическим и другим показателям решений. Выбор из субоптимальных решений должен осуществляться на основе дополнительных характеристик. Единого метода для построения субоптимального множества не существует, но его можно получить с помощью вариантных расчетов (можно менять в малых диапазонах ресурсы, цены, коэффициенты, структуру продажи.). В прикладных системах обычно предусмотрено построение некоторых видов субоптимальных решений.

9. Реализация и исследование метода ограниченной декомпозиции для решения комплексной задачи геометрического покрытия и раскроя.

Задача относиться к классу *NP*- трудных задач комбинаторной оптимизации, исследуется в рамках проблемы «раскроя, покрытия, упаковки», ориентированной на решение практических задач рационального использования материальных ресурсов.

10. Моделирование, алгоритмизация и визуализация геометрической информации о структурных и функциональных параметрах позвоночника.

Математическое моделирование является инструментом, с помощью которого воспроизводится то, что невозможно достаточно объективно изучить в клинической практике или эксперименте из-за большой вариабельности ситуаций и влияния множества факторов. Предполагается создание информационно-графической системы для решения задачи моделирования патологических процессов в позвоночнике человека, включая вопросы диагностики и прогнозирования, моделирования последствий травматических операций, построения рекомендаций для решения ортопедических вопросов и т.д.