

Современные компьютерные технологии

Модуль 3. Методы инверсий данных электроразведки

**Персова М.Г., проф. каф. Прикладная математика
Новосибирский государственный технический
университет**

Классификация способов инверсий данных в технологиях электроразведки. Проблемы, возникающие при использовании 1D-инверсий

Как правило, классифицировать способы выполнения инверсий данных в технологиях электроразведки принято в зависимости от мерности восстанавливаемой функции σ (удельной электрической проводимости). Так, методы восстановления $\sigma(z)$ принято называть 1D-инверсиями, $\sigma(x,z)$ – 2D-инверсиями и $\sigma(x,y,z)$ – 3D-инверсиями.

Очевидно, что в случае применения 1D-инверсий по результатам точечных измерений восстанавливаются параметры горизонтально-слоистой среды, в случае 2D-инверсий по результатам профильных измерений – параметры горизонтально-слоистой среды и бесконечных вдоль Y локальных объектов, в случае 3D-инверсий – по результатам профильных или точечных измерений параметры объектов, которые могут быть ограничены по всем трем координатам. В чистом виде понятие 2D-инверсий относится к данным, полученным по технологии магнитотеллурических зондирований, поскольку источник для данной технологии также является двумерным. При использовании же контролируемых источников (например, незаземленной рамки с током) в случае, когда геологическая среда является двумерной соответствующие методы инверсий принято называть 2.5D-инверсиями (поскольку источник поля является трехмерным).

Основным методом проведения электроразведочных работ вплоть до настоящего времени остаются профильные измерения с последующей 1D-интерпретацией, основанной на восстановлении параметров горизонтально-слоистой среды в каждой точке профиля. Эта технология давала неплохие результаты при изучении верхней части разреза (ВЧР). Однако перенос ее на глубинные исследования повлек за собой очень большие ошибки в восстановлении среды. Во-первых, это связано с существенным отличием влияния локальных изменений в ВЧР и слоев с аналогичными характеристиками на поздних временах непосредственно под изучаемой точкой, во-вторых, с существенным отличием влияния глубинных целевых объектов от влияния слоев с аналогичными характеристиками, и, наконец, в-третьих, с влиянием боковых неоднородностей верхней части разреза.

Из-за перечисленных выше факторов разрезы, полученные с использованием 1D-инверсии, часто представляют собой хаотичную картину распределения проводимости, совершенно не соответствующую действительности. По каждому из сформулированных факторов приведем пример, иллюстрирующий причины существенных отличий результатов 1D-инверсий от истинной среды.

Вначале сравним влияние локального изменения ВЧР и бесконечного слоя с аналогичными характеристиками, расположенного в интервале глубин 750-1000 м. Геоэлектрическая модель показана на рис. 1 (модель 1). Она соответствует геоэлектрическим условиям предпатомского прогиба в районе

Чайкинского поднятия. В пятислойную среду с параметрами, приведенными в табл. 1 (ρ_i – удельное сопротивление i -го слоя, h_i – его толщина), поместим локальную неоднородность с удельным сопротивлением $\rho_{ob}=4.5$ Ом·м и с размерами 4000×7000 м² так, как это показано на рис. 1, б. Центр генераторной петли с моментом 250000 м² и точечный приемник поместим в точку с координатами $(-1100, 2300)$. В качестве второй модели возьмем семислойную горизонтально-слоистую среду, которая получена из модели 1 путем замены локальной неоднородности бесконечным слоем – она показана на рис. 1, в (модель 2), а ее параметры приведены в табл. 2.

Таблица 1

i	ρ_i	h_i
1	300	600
2	15	500
3	400	300
4	200	1400
5	1500	∞

Таблица 2

i	ρ_i	h_i
1	300	600
2	15	150
3	4.5	250
4	15	100
5	400	300
6	200	1400
7	1500	∞

Результаты расчетов для этих двух моделей показаны на рис. 1, г (при моменте измерителя 10^5 м² и токе 100 А). На рис. 1, г кривая с индексом 1 соответствует модели с локальной неоднородностью (модели 1), а кривая с индексом 2 – модели 2. Как видно из этого рисунка графики для этих моделей практически полностью совпадают до времен порядка 100-130 мс. На поздних же временах эти графики существенно отличаются друг от друга. Это говорит о том, что определить характеристики рассматриваемой локальной неоднородности в виде ее глубины и сопротивления с помощью 1D-инверсии можно, но подбор проводимости разреза, расположенной глубже этой неоднородности и представляющей наибольший практический интерес, с использованием 1D-инверсии в данной ситуации совершенно невозможен, поскольку влияние глубинных слоев и объектов уже «перекрыто» ошибочным (вследствие замены локальной неоднородности слоем) влиянием проводимости верхней части разреза.

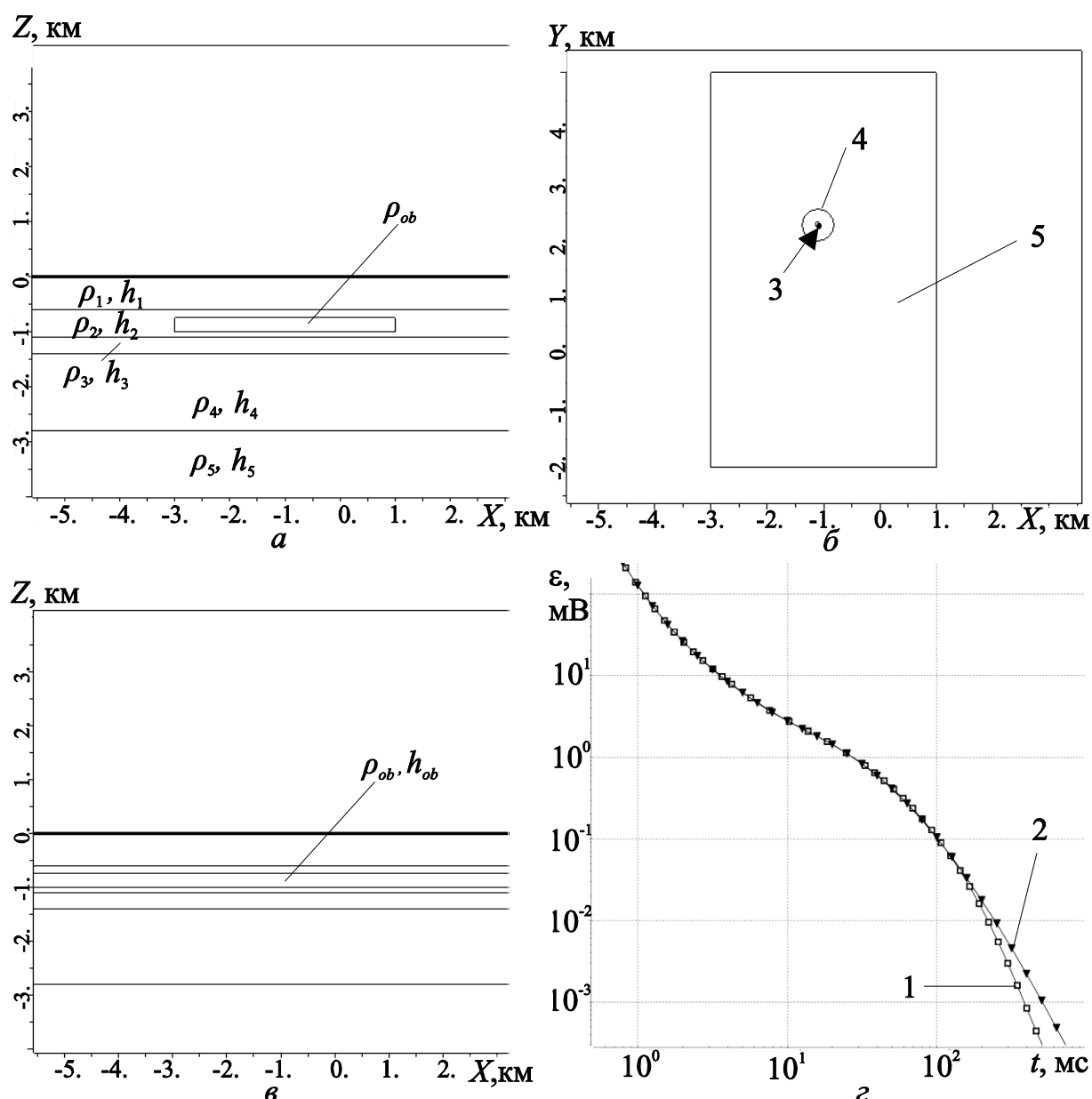


Рис. 1. Геоэлектрическая модель с низкоомным объектом в верхнем слое
а) разрез модели с локальной неоднородностью (модель 1);
б) расположение локальной неоднородности в плане (модель 1);
в) разрез модели со слоем вместо локальной неоднородности (модель 2);
г) графики для модели 1 (кривая 1) и модели 2 (кривая 2)
3 – точка измерения; 4 – генераторная петля; 5 – локальная неоднородность

Рассмотренная проблема при наличии площадной съемки может быть решена с использованием трехмерного подбора следующим образом. По данным с различных разносов или с соседних петель определяется размер проводящей неоднородности, после чего она включается в трехмерную модель с целью дальнейшего подбора глубинной структуры среды. При задании правильных размеров влияние этой неоднородности в области поздних времен будет уже адекватным, что даст возможность корректно определять характеристики глубинных слоев и объектов.

Необходимо отметить, что даже при использовании трехмерного подбора проблема может возникнуть в случае, если такого типа неоднородность расположена на каком-либо из флангов площади и использованная система измерений не позволяет более или менее однозначно восстановить ее размеры в плане. В этом случае при интерпретации необходима оценка нескольких ситуаций и, возможно, без дополнительных измерений корректное восстановление параметров этой неоднородности может оказаться невыполнимым.

При этом оконтуривание локальной неоднородности сразу даст возможность сведения ошибки интерпретации к минимуму. Теперь рассмотрим пример, демонстрирующий второе утверждение о различном влиянии глубинных целевых объектов и влияния слоев с аналогичными характеристиками. В качестве геоэлектрической модели возьмем модель, соответствующую условиям восточной части Байкитской антеклизы.

В восьмислойный разрез с параметрами, приведенными в табл. 3, в целевой горизонт, расположенный на глубине 2700-3200 м, поместим проводящую неоднородность, имитирующую улучшение коллекторских свойств. Смоделируем процесс профилирования с соосной установкой по профилю, пересекающему неоднородность. Проекция на дневную поверхность неоднородности с размерами 8000x4000 м² и удельным сопротивлением $\rho=7$ Ом·м, а также расположение профиля относительно нее показаны на рис. 2,а. Для полученных синтетических данных выполним 1D-инверсию. При этом в качестве регуляризации примем условие, что количество слоев фиксировано, а параметры сред, подбираемых в соседних точках, должны быть максимально возможно близки друг к другу. На рис. 2,б показан разрез исходной модели, а на рис. 2,в – разрез, полученный с использованием 1D-инверсии. Поскольку была рассмотрена идеальная ситуация – верхняя часть разреза в рассматриваемой модели не содержит неоднородностей, аномалия в плане по 1D-инверсии была выделена правильно, однако глубина ее расположения была определена совершенно неверно: вместо реальной глубины на уровне 3 км, была подобрана глубина порядка 1.5 км. При этом необходимо отметить, что различие теоретических и практических кривых в каждой точке не превышало 3-4 % (при аномалии порядка 20 %), что на практике, в общем-то, не дало бы повода интерпретатору усомниться в правильности подбора.

Для того, чтобы понять причину столь плохого результата 1D-инверсии приведем графики относительных аномальных значений ЭДС

$$\varepsilon^{a,\%} = \frac{\varepsilon^a}{\varepsilon^{hl}} \cdot 100\% \text{ в \% (где } \varepsilon^a \text{ – абсолютные аномальные значения ЭДС, } \varepsilon^{hl}$$

– значения ЭДС для вмещающей горизонтально-слоистой среды, представленной в табл. 3) для модели с локальной неоднородностью (8000x4000 м²) и для модели с бесконечным слоем вместо этой

неоднородности, т.е. для горизонтально-слоистой среды с параметрами, представленными в табл. 4. Соответствующие графики $\varepsilon^{a,\%}$ приведены на рис. 3. Как видно, отклик от ограниченного глубинного объекта даже довольно большого размера существенно отличается от влияния слоя такой же мощности и на той же глубине, что и стало основной причиной столь существенной ошибки в определении глубины неоднородности (рис. 2, в).

Таблица 3

i	ρ_i	h_i
1	50	400
2	10	200
3	100	400
4	5	100
5	100	1500
6	500	100
7	500	500
8	∞	∞

Таблица 4

№	ρ_i	h_i
1	50	400
2	10	200
3	100	400
4	5	100
5	100	1500
6	500	100
7	7	500
8	∞	∞

Здесь так же, как и в предыдущем случае, трехмерный подбор позволяет полностью исключить рассмотренные ошибки интерпретации (возникающие при использовании 1D-инверсий). По совокупности данных с точек профиля можно судить о размере неоднородности, тем самым «опуская» ее при подборе на правильную глубину. Проведенные исследования показывают, что такая ситуация может быть корректно обработана даже в профильном варианте без наличия дополнительных измерений в крест профиля. При плотной съемке вдоль профиля можно различить изометричные, вытянутые вдоль и поперек профиля объекты, что дает возможность восстановления их размеров и, соответственно, глубины расположения. Безусловно, эта задача в реальных условиях довольно сложна (хотя и теоретически разрешима), поэтому с точки зрения практики лучше все же использовать площадные данные – это существенно повысит достоверность получаемого результата.

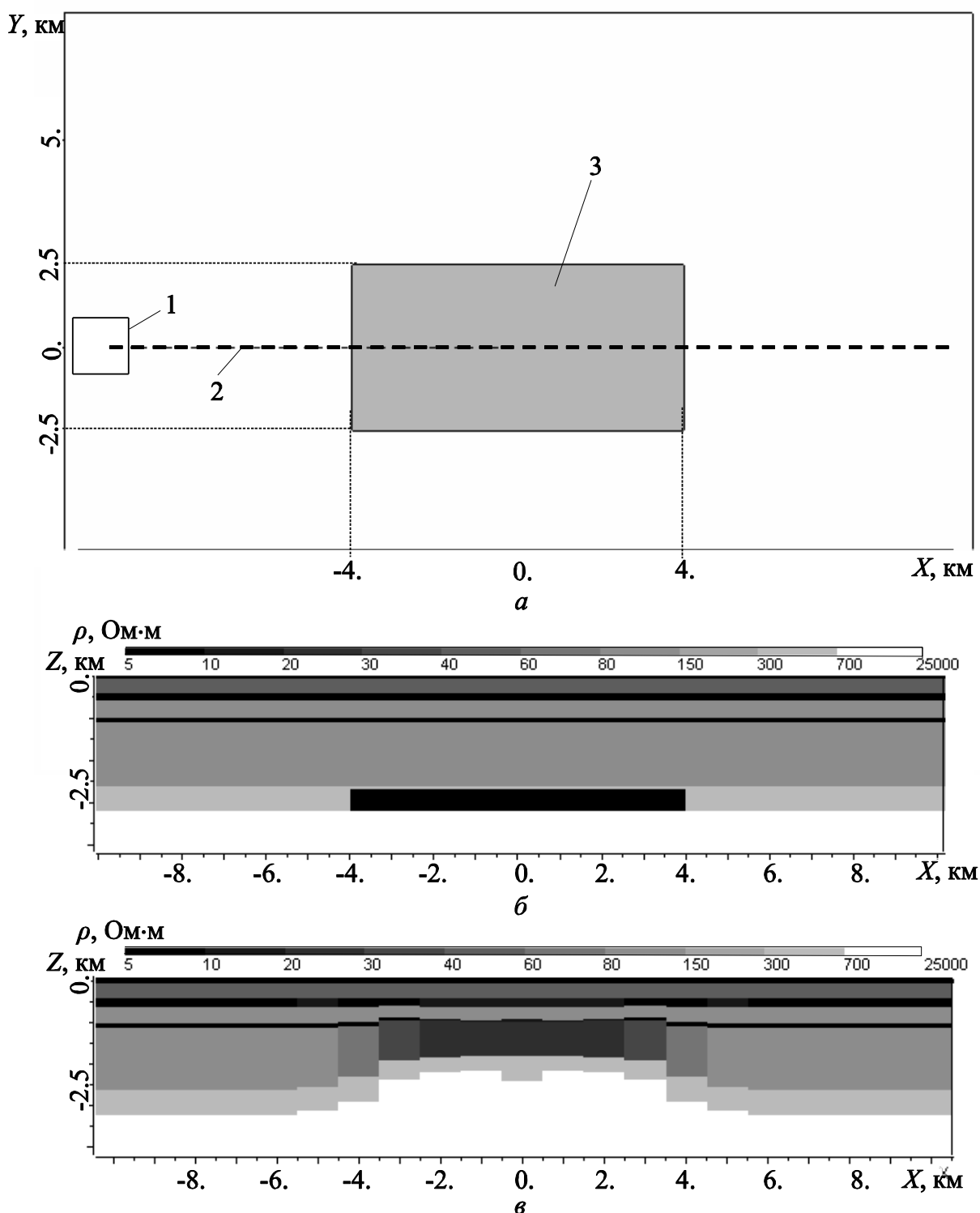


Рис. 2. Геоэлектрическая модель с низкоомным глубинным объектом под профилем: *а*) план; *б*) реальное распределение проводимости под профилем съемки; *в*) результат 1D-интерпретации под профилем съемки
1 – генераторная петля; 2 – профиль съемки; 3 – неоднородность;

Кроме того, идеальные ситуации, т.е. когда верхняя часть достаточно однородна, на практике встречаются достаточно редко, и поэтому основной причиной возникновения ошибок в интерпретации является третья

обозначенная проблема – это влияние боковых неоднородностей верхней части разреза. Отметим, что в отличие от двух предыдущих рассмотренных проблем (и косвенно об этом уже говорилось) это проблема уже не только 1D-интерpretации, а проблема профильной съемки в принципе.

Рассмотрим шестислойный разрез, соответствующий условиям Центральной части Байкитской антеклизы. Параметры этого разреза показаны в табл. 5. В верхнюю часть разреза (в слой с $\rho=5 \text{ Ом}\cdot\text{м}$) поместим проводящую ($\rho=3 \text{ Ом}\cdot\text{м}$) неоднородность с размерами $8000 \times 7000 \text{ м}^2$ и так же, как и в предыдущем случае, смоделируем профильную съемку, при этом профиль проведем на расстоянии 2000 м от этой неоднородности. Проекция этой неоднородности на дневную поверхность и положение ее в разрезе показано на рис. 4 (положение неоднородности в плане показано на рис. 4,а, а ее положение в разрезе – на рис. 4,б). По полученным синтетическим данным выполним 1D-инверсию вдоль профиля. Ее результаты показаны на рис. 4,г – результаты 1D-интерpretации в сравнении с «истинным» геоэлектрическим разрезом под профилем (рис. 4,в). При этом 1D-инверсия выполнялась с регуляризацией на глубину и толщину целевых (четвёртого и пятого) слоёв, т.е. фиксировалась глубина и толщина целевых слоёв, а все остальные характеристики разреза оставались свободными. Результаты 1D-интерpretации (рис. 4,г) говорят о том, что в коллекторе есть изменения сопротивления, хотя в реальности там никаких изменений нет (рис. 4,в) и это лишь влияние боковой и довольно далёкой приповерхностной неоднородности.

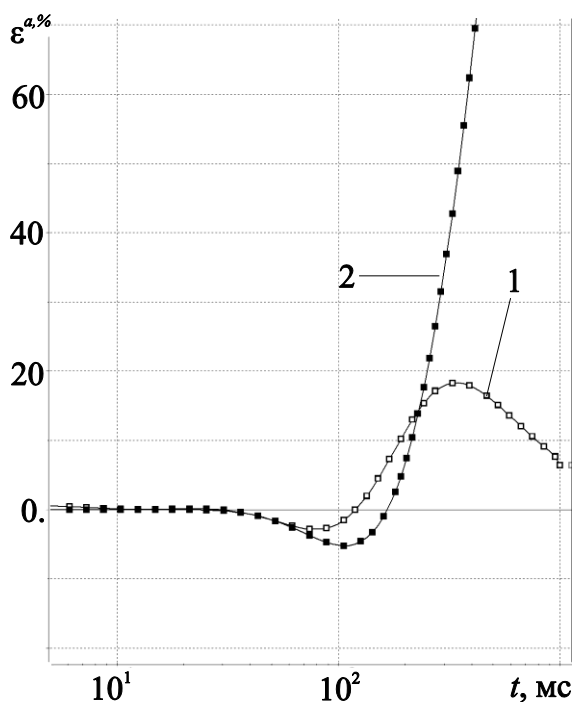


Рис. 3. Графики относительной аномальной ЭДС с глубинным объектом большого размера (кривая 1) и для модели с заменой ее слоем (кривая 2)

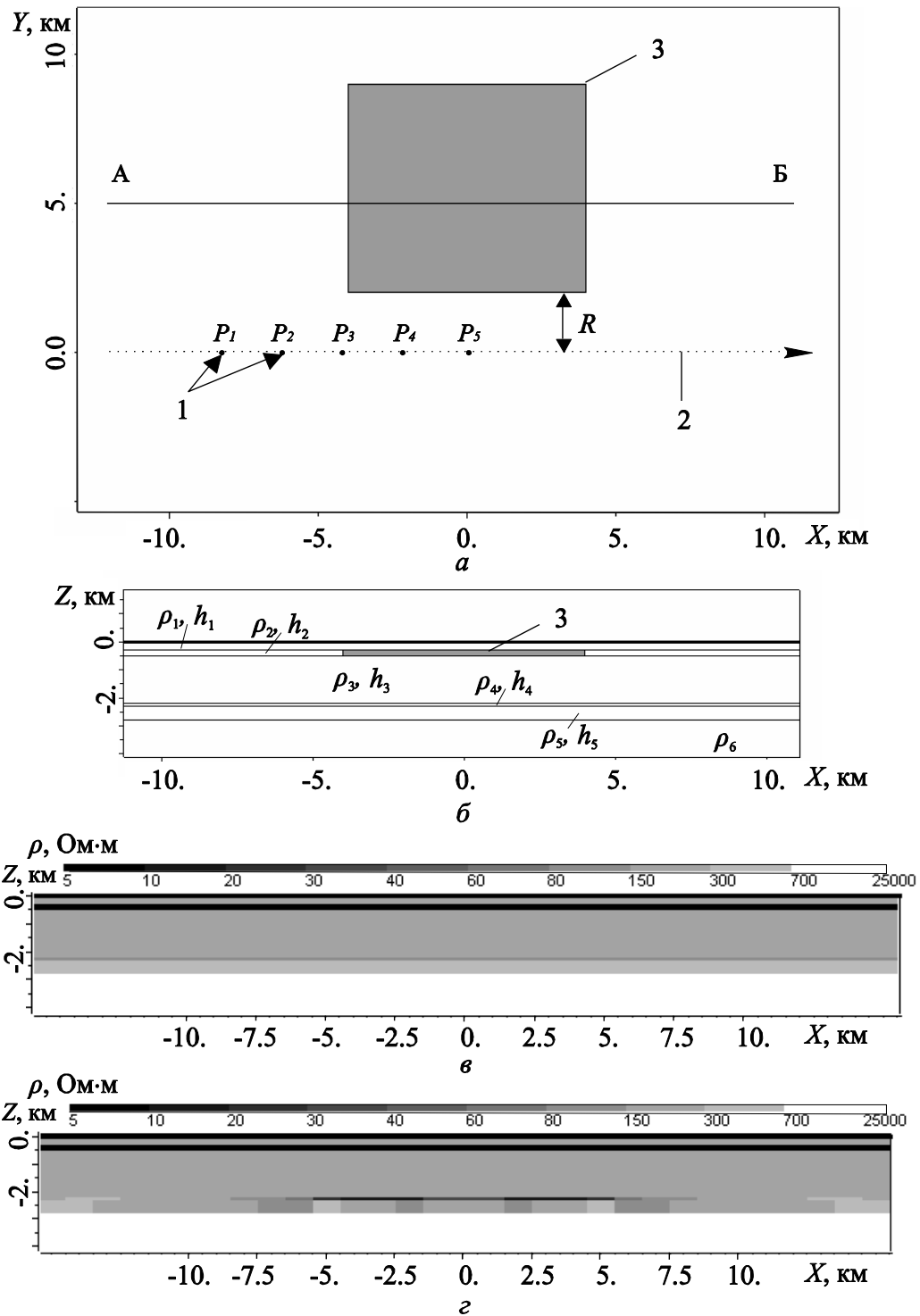


Рис. 4. Геоэлектрическая модель с удаленной на расстояние $R=2$ км от профиля низкоомной неоднородностью: а) план; б) разрез вдоль линии АБ; в) реальное распределение проводимости под профилем съемки; г) результат 1D-интерпретации под профилем съемки
1 – точки измерения; 2 – профиль съемки; 3 – неоднородность

Таблица 5

i	ρ_i	h_i
1	300	300
2	5	200
3	170	1700
4	100	100
5	500	500
6	∞	∞

Однако, сама по себе 3D-интерпретация не позволяет корректно решить проблему восстановления глубинной структуры среды, если съемки проводятся по профилям, поскольку влияние неоднородностей ВЧР, расположенных сбоку от профиля, в этом случае могут быть приняты и проинтерпретированы как влияние глубинных объектов, расположенных под профилем.

Таким образом, задача восстановления проводимости глубинной структуры среды может быть решена наиболее эффективно при использовании площадных систем наблюдения с последующей 3D-инверсией.

Подходы к решению трехмерных обратных задач с неявным представлением зависимости измеряемых данных от искоемых параметров на основе линеаризации по методу Ньютона. Использование способов регуляризации для поиска адекватных параметров среды. Ускорение и обеспечение сходимости с использованием одномерной минимизации вдоль выбранного направления. Другие способы решения обратных задач с неявным представлением зависимости измеряемых данных от параметров среды.

Рассмотрим математический аппарат, на котором могут быть основаны подходы к строгой нелинейной 3D-инверсии данных становлением поля. Параметры удельной электрической проводимости среды будут определяться на основании минимизации функционала

$$\Phi^{\alpha}(\mathbf{b}) = \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K \left(\omega_{lk} \delta \varepsilon_{lk}(\mathbf{b}) \right)^2 + \sum_{m=1}^M \alpha_m \left(b_m - \bar{b}_m \right)^2, \quad (1)$$

где $\delta \varepsilon_{lk} = \tilde{\varepsilon}_{lk} - \varepsilon_{lk}$, ε_{lk} – сигналы ЭДС, зарегистрированные в l -м приемнике в момент времени t_k , $\tilde{\varepsilon}_{lk}$ – теоретические сигналы, полученные в результате решения прямой трехмерной задачи, b_m – компоненты вектора искоемых параметров $\mathbf{b}$, $\bar{b}_m$ компоненты вектора $\bar{\mathbf{b}}$ некоторых фиксированных параметров (определяющих регуляризирующую добавку в функционале (1)), α_m – параметры регуляризации, ω_{lk} – некоторые веса, отражающие уровень погрешности при приеме сигнала в l -м приемнике и масштаб изменения принимаемого сигнала по времени. В качестве весов ω_{lk} могут быть взяты, например, значения, обратные к значениям ЭДС в центральной точке генераторной петли. Вектор искоемых параметров $\mathbf{b}$ (размерностью M) в общем случае включает в себя значения удельной проводимости искоемых объектов (заданных в исследуемой области в виде прямоугольных параллелепипедов) и границы этих объектов по x , y и z .

Линеаризуем отклонения $\delta \varepsilon_{lk}$

$$\delta \varepsilon_{lk}(\mathbf{b}) \approx \delta \varepsilon_{lk}(\mathbf{b}^0) + \sum_{m=1}^M \frac{\partial (\delta \varepsilon_{lk})}{\partial b_m} \Delta b_m, \quad (2)$$

где $\mathbf{b}^0$ – вектор параметров, полученный на предыдущей итерации, $\Delta b_m = b_m - b_m^0$, а $\frac{\partial (\delta \varepsilon_{lk})}{\partial b_m}$ – производные, отражающие влияние изменения m -го параметра в l -й приемной петле в момент времени с номером k , и подставим представление (2) в функционал (1):

$$\Phi^\alpha(\mathbf{b}) = \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K \left(\omega_{lk} \delta \varepsilon_{lk}(\mathbf{b}^0) + \omega_{lk} \sum_{m=1}^M \frac{\partial(\delta \varepsilon_{lk})}{\partial b_m} \Delta b_m \right)^2 + \sum_{m=1}^M \alpha_m \left(b_m^0 - \bar{b}_m + \Delta b_m \right)^2. \quad (3)$$

В результате минимизации функционала (3) по Δb_m получаем СЛАУ вида

$$(\mathbf{A} + \mathbf{I}\alpha) \Delta \mathbf{b} = \mathbf{f} - (\mathbf{b}^0 - \bar{\mathbf{b}})\alpha, \quad (4)$$

где $\mathbf{I}$ – единичная матрица, а элементы матрицы $\mathbf{A}$ и вектора правой части $\mathbf{f}$ определяются соотношениями

$$A_{ij} = \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K (\omega_{lk})^2 \frac{\partial(\delta \varepsilon_{lk})}{\partial b_i} \frac{\partial(\delta \varepsilon_{lk})}{\partial b_j},$$

$$f_i = - \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K (\omega_{lk})^2 \delta \varepsilon_{lk}(\mathbf{b}^0) \frac{\partial(\delta \varepsilon_{lk})}{\partial b_i}, \quad i, j = 1 \dots M.$$

Решение прямой задачи для нахождения $\tilde{\varepsilon}_{lk}(\mathbf{b})$ и $\frac{\partial(\delta \varepsilon_{lk})}{\partial b_m}$ выполняется

с использованием векторного метода конечных элементов для математической модели, основанной на так называемой технологии многоэтапного выделения поля. При этом прямая сумма получаемых полей равна искомому полю полной трехмерной задачи. Алгоритм этого метода заключается в следующем. На первом шаге с помощью решения задачи меньшей размерности вычисляется поле горизонтально-слоистой среды. Затем на втором шаге вычисляется поле влияния первого объекта, т.е. решается трехмерная задача в области, представляющей собой горизонтально-слоистую среду с одной трехмерной неоднородностью. На третьем шаге вычисляется поле влияния второго объекта относительно среды, содержащей первый объект, т.е. решается задача в горизонтально-слоистой среде, содержащей два объекта, но при этом только второй объект является аномальным. Такая процедура повторяется для всех 3D-объектов модели, и на последнем шаге выполняется расчет поля влияния последнего объекта относительно среды, содержащей все остальные трехмерные объекты. Математическая модель для расчета поля влияния трехмерного объекта имеет вид

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\mu_0} \text{rot} \vec{\mathbf{A}}^a \right) + \sigma \frac{\partial \vec{\mathbf{A}}^a}{\partial t} = (\sigma - \sigma^{3D-0}) \vec{\mathbf{E}}^{3D-0}, \quad (5)$$

где σ^{3D-0} и $\vec{\mathbf{E}}^{3D-0}$ – распределения проводимости и напряженности электрического поля в трехмерной среде, поле для которой было рассчитано

на предыдущем этапе алгоритма и относительно которой на данном этапе вычисляется поле влияния очередного объекта.

Заметим, что σ – распределение проводимости в трехмерной среде, содержащей трехмерные объекты, поля влияния которых вычислялись на предыдущих этапах алгоритма, и объекта, поле влияния которого вычисляется на текущем этапе. Поэтому $\sigma \neq \sigma^{3D-0}$ только в месте расположения текущего объекта. На последнем этапе работы алгоритма σ – распределение проводимости в трехмерной среде, соответствующей всей трехмерной модели. Аномальная составляющая напряженности электрического поля на каждом шаге работы алгоритма определяется в виде

$\vec{E}^a = -\frac{\partial \vec{A}^a}{\partial t}$. На втором же шаге работы алгоритма, когда рассчитывается

поле влияния первого объекта в качестве σ^{3D-0} и $\vec{E}^{3D-0}$ берутся σ^{hl} и $\vec{E}^{hl}$ – распределения проводимости и напряженности электрического поля во вмещающей горизонтально-слоистой среде. Математические модели для расчета $\vec{E}^{hl}$ для различных источников электромагнитного поля приведены в работе (М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, Г.М. Тригубович. Компьютерное моделирование геоэлектромагнитных полей в трехмерных средах методом конечных элементов. // Физика Земли –2011. – vol. 47. – № 2. – С. 3–14). Для аппроксимации по времени уравнения (5) используется трехслойная неявная схема с увеличивающимся шагом по времени, а для аппроксимации по пространству – векторные базисные функции первого порядка (edge-элементы).

Вычислительная эффективность рассмотренного подхода, основанного на многоэтапной технологии выделения поля, достигается за счет возможности использования очень грубых конечноэлементных сеток, в которых относительно мелкие ячейки необходимы только в окрестности объекта с изменяемым параметром. При этом эта схема очень эффективно распараллеливается: поля влияния от каждого трехмерного объекта могут рассчитываться практически параллельно – с запаздыванием относительно предыдущего на один временной слой.

Довольно распространенным методом выполнения 3D-инверсий является метод, основанный на поиске удельной электрической проводимости в ячеистых структурах. В этом случае в качестве искомых параметров выступают только параметры удельной электрической проводимости и поэтому для ускорения процесса инверсии для поиска направлений минимизации может быть использована линейаризованная задача, а значения $\Delta\sigma_m$ ищутся в результате минимизации функционала

$$\Phi^\alpha(\Delta\sigma_m) = \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K \left(\omega_{lk} \left(\sum_{m=1}^M (\Delta\sigma_m \tilde{\varepsilon}_{lk}^m) - \varepsilon_{lk} \right) \right)^2 + \sum_{m=1}^M \alpha_m (\Delta\sigma_m)^2 + \sum_{m=1}^M \gamma_m \sum_{s \in I_m} (\Delta\sigma_m - \Delta\sigma_s)^2, \quad (6)$$

где ω_{lk} – некоторые веса, α_m и γ_m – параметры регуляризации, а I_m – множество номеров ячеек, окружающих m -ю ячейку и входящих в ту же подобласть сглаживания. В качестве ω_{lk} используются величины, обратные к значениям ЭДС горизонтально-слоистой вмещающей среды. Значения параметров регуляризации α_m выбираются максимальными, при которых значение функционала увеличивается не более, чем на 1 %, а также такими, чтобы найденные значения $\Delta\sigma_m$ соответствовали положительным значениям σ_m (или чтобы значения σ_m попадали в заданный диапазон допустимой проводимости). Параметры γ_m определяются необходимым уровнем гладкости получаемого распределения проводимости σ .

Фактически задача минимизации (6) сводится к решению СЛАУ

$$\mathbf{A} \Delta \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{f} \quad (7)$$

для вектора $\Delta \boldsymbol{\sigma} = (\Delta\sigma_1, \dots, \Delta\sigma_m)^T$ аномальных проводимостей.

Элементы матрицы $\mathbf{A}$ и вектора $\mathbf{f}$ в (7) вычисляются по следующим формулам

$$A_{ij} = \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K (\omega_{lk})^2 \tilde{\varepsilon}_{lk}^i \tilde{\varepsilon}_{lk}^j - \lambda_{ij} (\gamma_i + \gamma_j), \quad i \neq j, \quad \lambda_{ij} = \begin{cases} 1, & j \in I_i, \\ 0, & j \notin I_i, \end{cases} \quad (8)$$

$$A_{ii} = \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K (\omega_{lk})^2 \tilde{\varepsilon}_{lk}^i \tilde{\varepsilon}_{lk}^j + \alpha_i + \sum_{s \in I_i} (\gamma_i + \gamma_s), \quad (9)$$

$$f_i = \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K (\omega_{lk})^2 \varepsilon_{lk} \tilde{\varepsilon}_{lk}^i, \quad i, j = 1 \dots M. \quad (10)$$

Значения $\tilde{\varepsilon}_{lk}^m$ – это значения ЭДС поля, рассчитываемого в референтной среде и порождаемого источниками в виде единичных электрических диполей, заданных в подобластях Ω_m с аномальной проводимостью σ_m с мощностью, равной

$$q_m(t) = \int_{\Omega_m} \sqrt{(E_x^n)^2 + (E_y^n)^2} d\Omega. \quad (11)$$

В соотношение (6) входит два слагаемых, отвечающих за регуляризующие добавки. Первое слагаемое – это регуляризация, позволяющая получить "физичные" значения параметров. Алгоритм организован следующим образом. Вначале вектор α инициализируется некоторыми малыми значениями. Затем в случае, если полученная в результате минимизации функционала СЛАУ является вырожденной, то все значения СЛАУ увеличиваются на некоторый коэффициент до тех пор, пока не будет получено некоторое решение. Затем выполняется анализ полученных параметров проводимости в ячейках. Если какие-то из них не попадают в заданный диапазон (этот диапазон должен быть, как минимум, ограничен снизу нулем), то увеличивается значение соответствующей α . Этот процесс продолжается до тех пор, пока все значения проводимости не попадут в заданный диапазон.

При этом возможен и модифицированный вариант этой регуляризации. При применении описанного выше алгоритма значения параметров α_m могут получаться кардинально разными. Поэтому во втором варианте регуляризации возможно включение в алгоритм дополнительного условия, что различия в параметрах α_m не должны превышать некоторого заданного порога.

И, наконец, второе слагаемое в функционале отвечает за гладкость получаемого решения. Соответствующий алгоритм предполагает увеличение коэффициентов γ_m , если различие проводимостей в соседних ячейках превышает некоторое заданное значение.

На рисунках 5–7 приведены результаты 3D-инверсий, выполненных с использованием описанных выше способов регуляризации. Истинная модель, для которой с помощью 3D-моделирования были синтезированы практические данные, содержала два трехмерных объекта (их контуры обозначены на рисунках пунктирными линиями). При этом удельное электрическое сопротивление одного из объектов было взято равным 30 Ом·м, а второго – 1 Ом·м. Сопротивление вмещающей среды при этом было взято равным 3 Ом·м. Из приведенных результатов видно, что наиболее адекватным является распределение удельного сопротивления, полученное с использованием третьего варианта регуляризации, в котором сначала использовалась регуляризация "по α ", до тех пор, пока не были получены "физичные" значения проводимости, а затем "по γ ".

При этом из приведенных результатов также видно, что даже в такой достаточно простой ситуации контуры объектов все равно не восстанавливаются точно, и поэтому можно использовать более крупные ячеистые структуры, а для подбора границ – алгоритмы, основанные на поиске не только проводимости локальных объектов, но и координат их границ.

В подходах к инверсиям, которые помимо поиска проводимости пробных объектов могут включать в себя поиск координат границ трехмерных неоднородностей, в качестве регуляризации используется только первый вариант. Для всех искомых параметров на каждом шаге инверсии устанавливаются допустимые границы, и коэффициент регуляризации увеличивается до тех пор, пока соответствующий параметр не будет находиться в заданном диапазоне (для координат границ диапазоны выставляются с учетом запрета пересечения и уничтожения объектов).

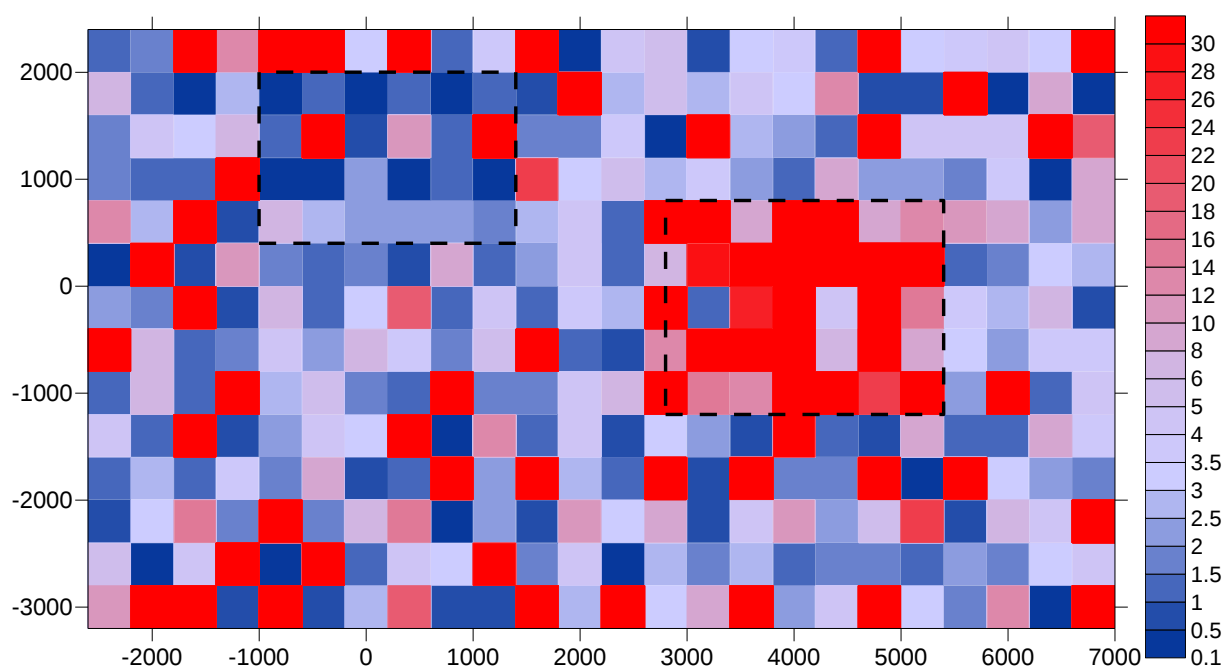


Рисунок 5 – Результаты 3D-инверсии с регуляризацией в варианте 1

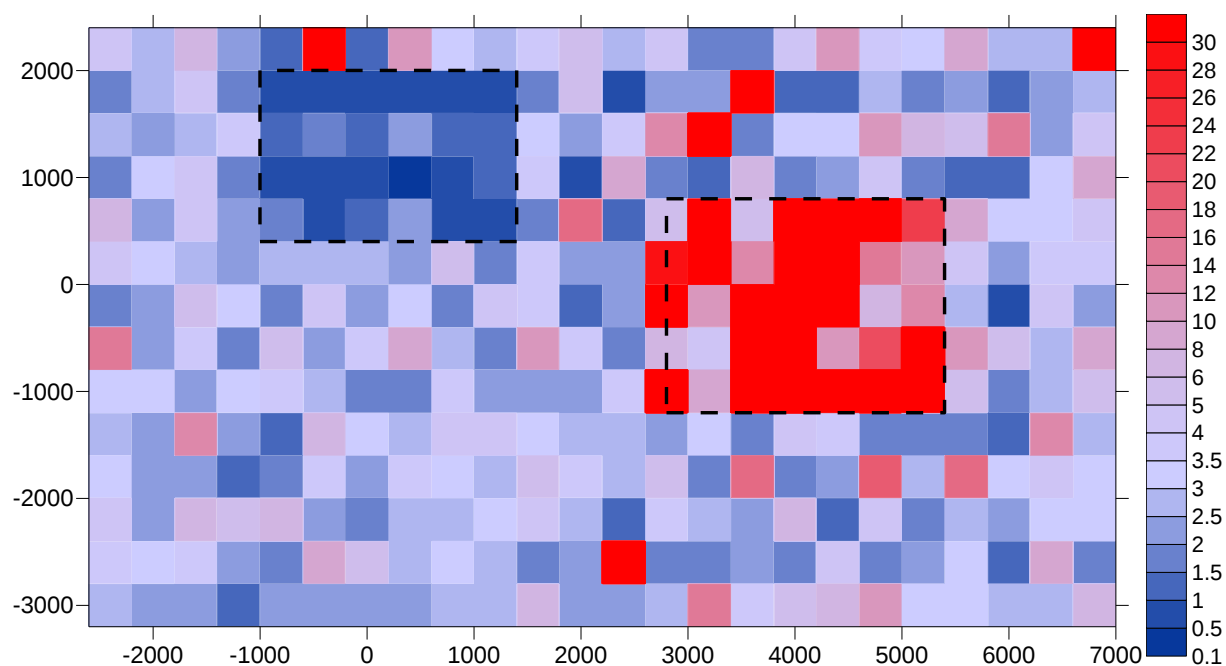


Рисунок 6 – Результаты 3D-инверсии с регуляризацией в варианте 2

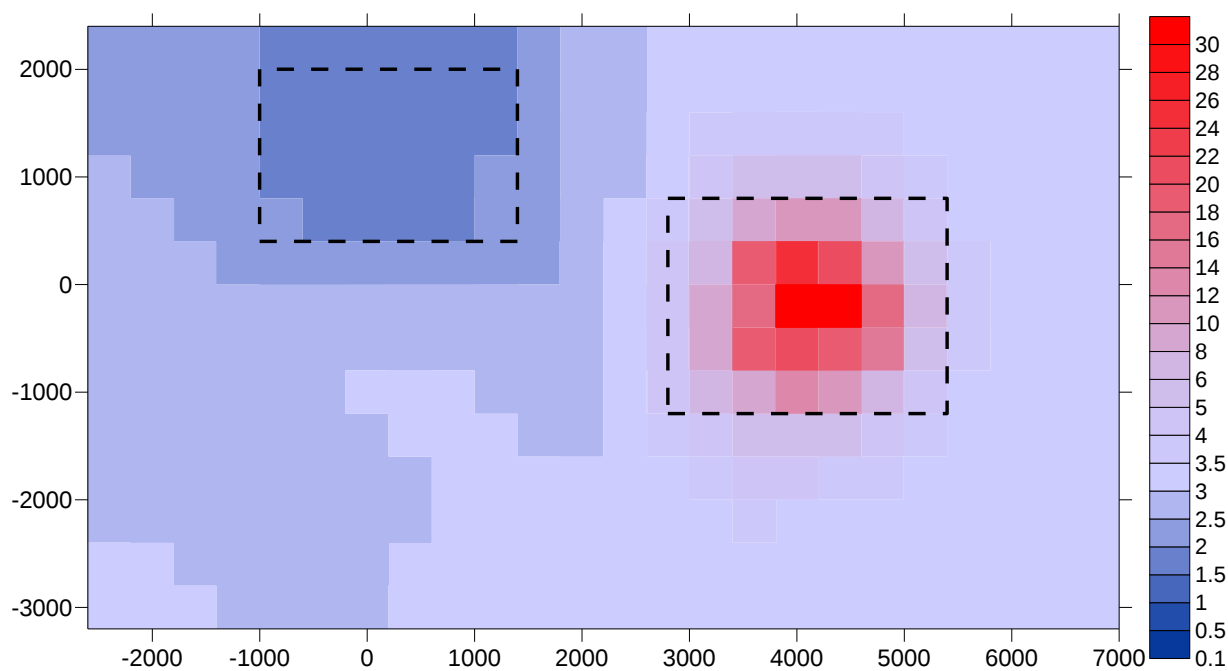


Рисунок 7 – Результаты 3D-инверсии с регуляризацией в варианте 3

И в заключение обратим внимание на еще один важный момент. После поиска направлений и вычисления очередного приближения выполняется расчет нелинейного функционала невязки. В случае, если это значение превышает значения функционала на предыдущей итерации, то длина вектора направлений уменьшается вдвое и снова выполняется расчет функционала. Переход на следующую итерацию к поиску новых направлений минимизации осуществляется только тогда, когда значение функционала невязки на текущей итерации стало меньше, чем на предыдущей.

Рассмотрим еще один способ реализации подходов к 3D-инверсиям, который может обеспечить возможность использования ячеистых структур высокой степени подробности. Таким является подход, основанный на том, что для выполнения инверсий используется та же сетка, на которой решается прямая задача. Такой подход применительно к технологиям, где изучаются процессы становления поля, описан, например, в работе (Oldenburg D., Haber E., Shekhman R. Three dimensional inversion of multisource time domain electromagnetic data. *Geophysics* – 2013. Vol. 78. №1. P. E47-E57). Вкратце его суть заключается в следующем (при его описании будем полагать, что для решения прямой задачи используется метод конечных элементов).

В качестве параметров обратной задачи берутся значения удельной электропроводности в заданном наборе ячеек сетки и минимизируется функционал вида:

$$\Phi(\sigma) = \|Q\vec{u} - \vec{\varepsilon}\|^2 = \sum_{i=1}^k ([Qu]_i - \varepsilon_i)^2 \rightarrow \min_{\sigma}, \quad (12)$$

где Q – оператор, который переводит конечноэлементное решение $\vec{u}$ в значения в приемниках, ε_i – значения измеренных сигналов в приемниках.

Для поиска минимума функционала (12) выполняется линеаризация

$$Q\vec{u} = Q\vec{u}_0 + J\Delta\vec{\sigma}, \quad (13)$$

где J – матрица Якоби, $\vec{u}_0$ – конечноэлементное решение, полученное для начального распределения параметров или на предыдущей итерации, $\Delta\vec{\sigma}$ – вектор приращений удельной проводимости в ячейках. Элементы матрицы Якоби могут быть вычислены по формуле

$$J_m^i = [Q \frac{\partial \vec{u}}{\partial \sigma_m}]_i = [Q(-A^{-1}(\vec{\sigma}^{k-1}) \frac{\partial A(\vec{\sigma})}{\partial \sigma_m} \vec{u}(\vec{\sigma}^{k-1}))]_i, \quad (14)$$

где $\vec{\sigma}^{k-1}$ – вектор значений удельной проводимости в ячейках на предыдущей итерации.

В формуле (14) A – матрица, полученная в результате конечноэлементной аппроксимации, производные которой по параметру фактически вычисляются аналитически. В результате минимизация функционала по значениям $\Delta\sigma_m$ сводится к решению СЛАУ вида

$$(J^T J)\Delta\vec{\sigma} = J^T [\vec{\varepsilon} - Q\vec{u}(\vec{\sigma}^{k-1})]. \quad (15)$$

С учетом того, что обратная задача в такой постановке очень неустойчива, очень важную роль при ее решении играет регуляризация. Используемые для этого подходы позволяют резко снизить "пестроту" в получаемых распределениях удельной проводимости, но при этом проводимость сильно сглаживается и контуры (границы) искоемых объектов определяются очень плохо.

Довольно часто для того, чтобы попытаться лучше описать границы объектов, делается попытка использовать разбиения с более мелкими ячейками. Но использование подробных ячеистых структур не приводит к желаемому результату: геометрия объектов лучше не ищется. Наоборот, при недостаточной регуляризации (сглаживании) получается либо совсем "пестрая" картина, либо объекты "изрезанной" формы, не соответствующие действительности. При сильной же регуляризации распределение проводимости соответствует только примерному положению 3D-объектов и не позволяет определить их границы.

Общие принципы распараллеливания решения задач обработки данных и структура соответствующих программных комплексов. Концепция организации параллельных вычислений и удаленного доступа через Web-интерфейсы к приложениям, реализующих вычислительно сложные задачи обработки данных.

Как правило, в результате использования электроразведочных технологий с контролируемыми источниками, получается набор данных для различных положений источника. При этом каждое положение источника требует решения отдельной трехмерной задачи и расчета множества полей влияния для всех варьируемых параметров геоэлектрической модели.

С учетом этих фактов распараллеливание выполняется на двух уровнях. Первый уровень распараллеливания осуществляется по узлам используемой вычислительной системы. Для этого в конфигурационном файле задаются IP-адреса машин, на которых установлены соответствующие модули решения прямых задач и модули расчета полей влияния и где планируется выполнять расчеты. При запуске модуля, отвечающего за решение прямых задач, формируется список задач, каждая из которых соответствует определенному положению источника. Задачи из списка поочередно рассылаются на свободные узлы вычислительной системы. Для управления этими задачами могут быть использованы функции библиотеки Boost или MPI.

К настоящему времени MPI является наиболее распространенным стандартом интерфейса обмена данными в параллельном программировании. Существуют его реализации для большого числа компьютерных платформ. MPI используется при разработке программ для кластеров и суперкомпьютеров, однако программы, написанные на MPI, могут выполняться на многопроцессорных системах с общей или разделяемой памятью, на сетях рабочих станций и даже на однопроцессорных (многоядерных) машинах. Стандартизацией MPI занимается открытая группа MPI Forum. Документация и описание стандарта MPI находится на сайте <http://www.mpi-forum.org>. Существует много придерживающихся этого стандарта программных пакетов для различных операционных систем, таких как MPICH, WMPI и т.п. Кроме этого, стандарт MPI не ставит ограничений на объем передаваемой информации, что является немаловажным фактором, так как в процессе запуска параллельных программ для расчетов геоэлектромагнитных полей понадобится осуществлять обмены достаточно больших объемов данных (возможна пересылка конечноэлементных сеток, полей, значений в приемниках) между компьютерами.

Однако, несмотря на все описанные выше преимущества, при технической реализации параллельных программ на основе MPI выявился ряд проблем, связанных с определением пользователей и недостаточной

"открытостью" для управления процессами, реализующими непосредственно численное моделирование.

Функции библиотеки Boost предоставляют возможности хотя и несколько более трудоемкого (для разработчика), но зато и более гибкого управления распараллеливанием сложных задач.

Формирование и «посылка» задачи сводится к формированию определенного форматного файла, в который входит информация об уровне точности решаемой задачи, количестве и характеристиках слоев вмещающей среды и 3D-объектов, диапазона времен, для которого требуется выполнить расчет. Отдельным файлом посылаются параметры сплайна, описывающего рельеф, координаты источника и приемников. Помимо этого посылаются файлы с настройками для построения конечноэлементных сеток, обеспечивающих необходимый уровень точности. Назад возвращаются файлы, содержащие значения поля на приемных линиях для полного поля (трехмерного поля, рассчитанного для "новых" значений параметров геоэлектрической модели), а также для каждого из полей влияния и файл с идентификацией того, успешно ли завершились расчеты для данного положения источника.

Второй уровень распараллеливания выполняется локально по ядрам каждого узла. При этом в случае, когда выполняется модуль 3D-инверсии данных становления поля, параллельно выполняется расчет полей влияния каждого параметра геоэлектрической модели в виде решения отдельных трехмерных задач.

На этом же уровне распараллеливания при решении полной трехмерной задачи средствами OpenMP осуществляется распараллеливание решения конечноэлементной СЛАУ.

Пример структуры программного комплекса, реализующего алгоритмы 3D-инверсий, приведен на рисунке 8.

Основные подмодули обозначены черными прямоугольниками, а последовательность их выполнения – черными жирными линиями со стрелочками. Пунктирными черными линиями показаны возможные передачи управления в зависимости от решаемой задачи (ниже об этом будет сказано подробнее). Синими прямоугольниками обозначены структуры данных либо заполняемые в результате выполнения процедур (эти передачи данных обозначены сиреневыми тонкими линиями), либо из которых берутся данные при выполнении подмодулей (эти передачи данных обозначены синими тонкими линиями). Заметим, что для того чтобы не перегружать рисунок 8, на нем обозначены только те структуры данных, которые используются при выполнении нескольких подмодулей.

Коричневыми сплошными линиями на рисунке 8 объединены подмодули, выполняемые в циклах, а наличие вокруг них пунктирного контура означает, что выполнение шагов цикла выполняется параллельно. Циклы и распараллеливание, выполняемые на уровне одного подмодуля, обозначены красным цветом (сплошными и пунктирными линиями соответственно).

Зеленым цветом обозначены связи вычислительных модулей с графическим интерфейсом.

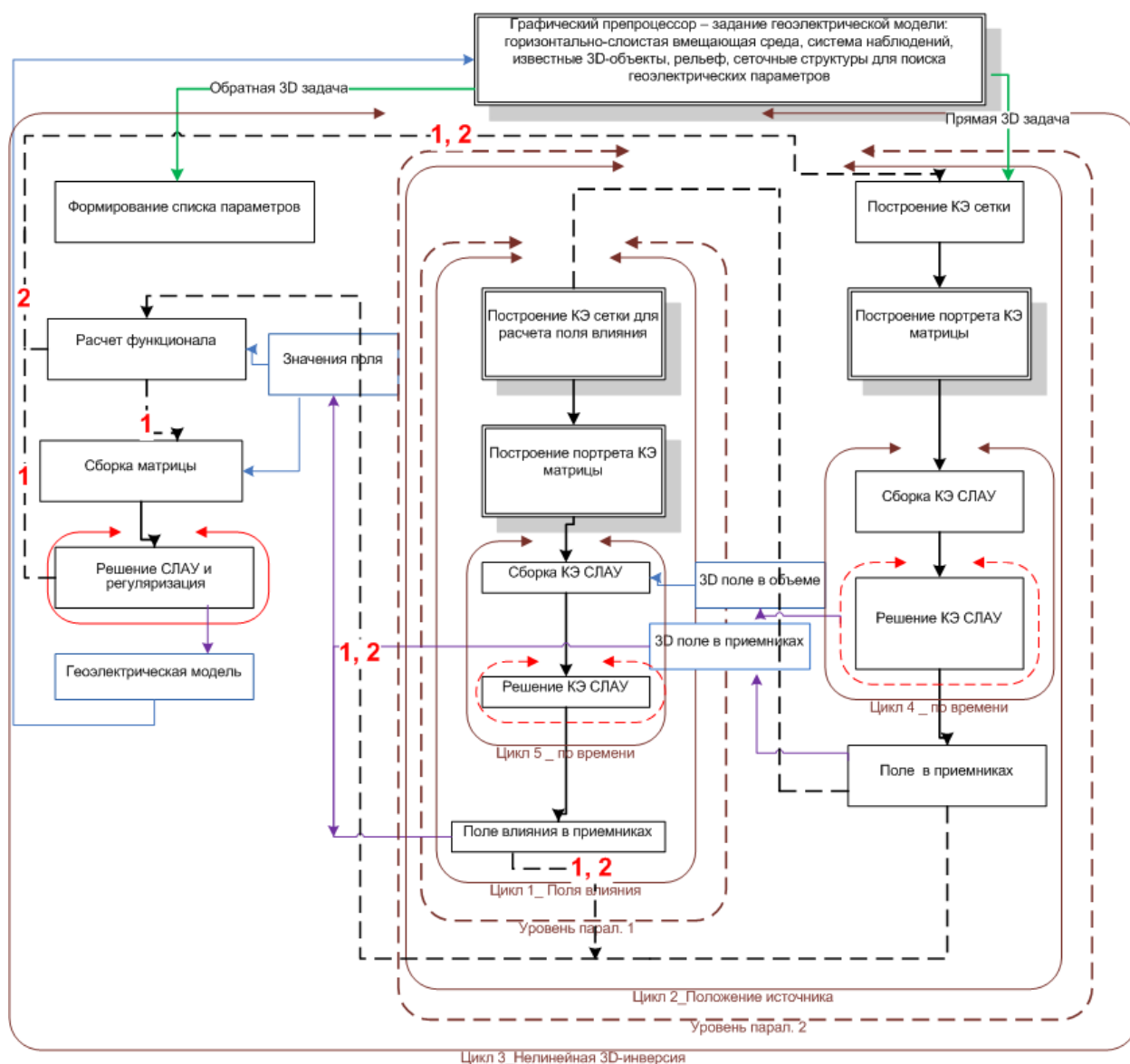


Рисунок 8 – Пример структуры программного комплекса, реализующего алгоритмы 3D-инверсий

Для вызова (макро) модуля, реализующего 3D-моделирование геоэлектromагнитных полей от буксируемых источников для решения задач морской электроразведки, осуществляется переход, обозначенный на рисунке 8 "Прямая 3D задача".

Расчет трехмерных полей осуществляется для каждого из положений источника (Цикл 2_Положение источника) и начинается с построения трехмерной сетки, которая осуществляется подмодулем "Построение КЭ сетки". При построении трехмерной сетки в зонах расположения трехмерных объектов, входящих в модель, строится более подробная сетка, при этом максимально подробная сетка строится в объектах, расположенных в непосредственной близости от источника. Поэтому для каждого положения источника эта процедура выполняется снова. В результате выполнения этого модуля заполняется структура, хранящая конечноэлементную сетку в виде массива, содержащего координаты узлов, массива, содержащего конечные элементы в виде глобальных номеров их вершин, массива, содержащего номера материалов конечных элементов (соответствие конечных элементов значениям удельной проводимости), массива соответствия номеров материалов значениям удельной проводимости трехмерной среды и значениям удельной проводимости вмещающей (горизонтально-слоистой) среды (для которой было рассчитано нормальное поле), а также массива, содержащего номера узлов с первым краевым условием. Кроме того, в результате работы этого подмодуля строится массив ребер, а также массив, определяющий конечные элементы набором глобальных номеров входящих в него ребер для реализации векторного метода конечных элементов.

Следующий подмодуль "Построение портрета КЭ матрицы" на основе массива, хранящего конечные элементы, осуществляет построение портрета разреженной матрицы конечноэлементной СЛАУ, которая будет сгенерирована в результате работы следующего подмодуля "Сборка КЭ СЛАУ". После сборки конечноэлементной СЛАУ в подмодуле "Решение КЭ СЛАУ" реализуется ее решение. Для решения таких СЛАУ используются, как правило, итерационные методы типа метода сопряженных градиентов с предобуславливанием неполным разложением Холесского.

Работа подмодуля "Решение КЭ СЛАУ" распараллеливается на самом нижнем уровне, как уже говорилось выше, с использованием технологии OpenMP.

Подмодули "Сборка КЭ СЛАУ" и "Решение КЭ СЛАУ" выполняются в цикле по временным слоям. При этом заметим, что глобальные матрицы массы и жесткости, сумма которых с коэффициентом, полученным из аппроксимации по времени, выполненной с использованием трехслойной неявной схемы, образуют глобальную матрицу, генерируются один раз на первом временном слое. На каждом временном слое выполняется только их суммирование (с соответствующими коэффициентами временной схемы, определяемыми временными шагами) и сборка вектора правой части.

После выполнения этих подмодулей формируются значения поля на приемных линиях посредством выполнения подмодуля "Поле в приемниках".

Все технологические особенности, связанные с построением портрета, сборкой матриц и правых частей КЭ СЛАУ, а также их решением для различных типов и порядков элементов описаны в учебнике (Соловейчик Ю.Г., Рояк М.Э., Персова М.Г. Метод конечных элементов для решения скалярных и векторных задач // Новосибирск: НГТУ, 2007г. – С.896.).

Рассмотрим теперь ситуацию, когда вызывается второй (макро) модуль, реализующий алгоритмы 3D-инверсий. При вызове этого модуля по связи «Обратная 3D задача» осуществляется переход на подмодуль "Формирование списка параметров", где формируются исходные данные для выполнения инверсии. После этого осуществляется вызов группы описанных выше подмодулей, реализующих решение прямой задачи. При этом после выполнения подмодуля "Поле в приемниках", реализующего вычисление характеристик электромагнитного поля, выполняется переход (пунктирная линия 1, 2) на выполнение группы подмодулей, реализующих вычисление полей влияния для каждого параметра обратной задачи.

Заметим, что в случае, когда вызов прямой задачи осуществляется по переходу из модуля выполнения инверсии, вместе с выполнением подмодуля "Поле в приемниках" заполняется структура "3D поле в объеме", которая содержит веса разложения суммарного векторного поля для всех временных слоев.

При расчете полей влияния вызываются практически те же подмодули, что и при решении полной прямой задачи, за исключением подмодуля построения сетки: при расчете полей влияния выполняется вызов подмодуля "Построение КЭ сетки для расчета полей влияния". При выполнении этого подмодуля сетка строится со сгущением только в районе того «объекта» (параметра 3D-модели), поле влияния которого вычисляется на данном шаге. Остальные «объекты» тоже присутствуют в модели, но они только «вставляются» в сетку своими границами. Это позволяет строить грубые сетки при вычислении полей влияния и рассчитывать их с очень малыми вычислительными затратами. Кроме того, в массиве соответствия номеров материалов конечных элементов значениям удельной проводимости в качестве «нормальной» удельной проводимости задаются значения трехмерной удельной проводимости. При этом для номера материала, соответствующего объекту, для которого вычисляется поле влияния, значение трехмерной удельной проводимости задается измененным: в соответствии с выбранным значением приращения. Еще одной отличительной особенностью является то, что в подмодуль "Сборка КЭ СЛАУ" вместо нормального поля передается суммарное поле "3D поле в объеме" (сумма нормального и трехмерного поля, вычисленного в ходе решения полной прямой задачи).

Вычисление полей влияния выполняется в параллельном режиме, при этом используется «второй» уровень распараллеливания: все поля влияния считаются на одном узле, но на разных ядрах.

После решения прямой задачи и расчета всех полей влияния соответствующие характеристики поля, представленные в виде зависимости сигнала на приемных линиях от времени, возвращаются в процедуру 3D-инверсии и передаются и в подмодуль "Расчет функционала", где осуществляется расчет функционала невязки.

Если значение функционала невязки получилось меньше, чем его значение на предыдущей итерации, то осуществляется переход в подмодуль "Сборка матрицы", где по значениям поля в приемниках осуществляется сборка соответствующей СЛАУ.

Если же значение функционала невязки увеличилось, то изменяется значение коэффициента β (где β фактически отвечает за длину шага вдоль вектора приращений параметров $\Delta \mathbf{b}$, полученного из решения СЛАУ на предыдущей итерации), соответственно изменяются значения искомых параметров и осуществляется переход в модуль, реализующий решение прямых задач (переход 2) (т.е. переход на новую итерацию не осуществляется).

Если значение функционала невязки достигло значения, меньшего указанного порога, либо изменилось относительно предыдущего своего значения менее чем на 1%, то осуществляется выход из итерационного процесса. При этом формируется геоэлектрическая модель в виде трехмерных объектов и значений удельной проводимости в них. Эта модель «возвращается» в графический интерфейс, посредством которого она может быть визуализирована с выдачей полученных значений параметров в цифровом и графическом (с использованием цветовых градаций) виде.

После выполнения подмодуля "Сборка матрицы", реализующего сборку СЛАУ для вычисления вектора направлений при решении обратной задачи, выполняется подмодуль "Решение СЛАУ и регуляризация", который реализует решение СЛАУ методом Гаусса и, при необходимости, осуществляет подбор параметров регуляризации. Подбор параметров регуляризации осуществляется в цикле, в результате которого происходит исключение «нефизичных» параметров удельной проводимости (отрицательных и очень больших значений).

После этого определяется новый вектор параметров, и управление переходит к модулю, реализующему решение прямой задачи.

Итак, после окончания итерационного процесса, реализующего подбор значений удельной проводимости, формируются геоэлектрическая модель проводимости и соответствующие ей сигналы на приемных линиях.

Для выполнения лабораторных работ слушателям предлагается использовать для формирования синтетических данных платформу "Web-ориентированный производственно-исследовательский центр для решения научных и практических задач геологоразведки электромагнитными методами", установленную на вычислительном кластере ФПМИ НГТУ.

Ниже приведем краткое описание платформы и основные возможности, которые она предоставляет.

Платформа «Web-ориентированный производственно-исследовательский центр для решения научных и практических задач геологоразведки электромагнитными методами» предназначена для проведения научных исследований, связанных с непосредственной обработкой сложных практических данных, разработкой новых технологий, отладкой систем интерпретации и т.д., а также с тестированием новых компьютерных программ 3D-моделирования геоэлектромагнитных полей.

Платформа позволяет:

- проводить расчеты геоэлектромагнитных полей для различных технологий электроразведки для геоэлектрических моделей различной сложности;

- участвовать в обсуждении результатов исследований, организовывать рабочие группы, работать над совместными проектами по разработке нового прикладного программного обеспечения, выполнять с использованием установленного программного обеспечения интерпретацию данных, выполнять проектирование работ и т.д.;

- использовать базу данных геоэлектрических моделей для тестирования различных прикладных программ моделирования геоэлектромагнитных полей и программ, выполняющих инверсии данных электромагнитных зондирований, а также для хранения результатов обработки полевых исследований.

Главная страница платформы представлена на рисунке 9. Она включает в себя следующие основные разделы: документы, общение, рабочие группы, работа с базой данных, работа с программным обеспечением. Все пользователи платформы, пройдя регистрацию, имеют возможность объединиться и создать новые рабочие группы или вступить в уже существующие, общаться посредством блогов и чатов, размещать свои документы (статьи, инструкции и т.д.) и знакомиться с другими в соответствии с правами доступа. Для выполнения непосредственно работ пользователям после получения соответствующих прав доступа становится доступна «Работа с ПО», где посредством вызова удаленного рабочего стола запускается графический интерфейс, в котором пользователю предоставляется возможность задания геоэлектрических моделей, запуск расчетов, визуализация результатов и их сохранение в базу данных.

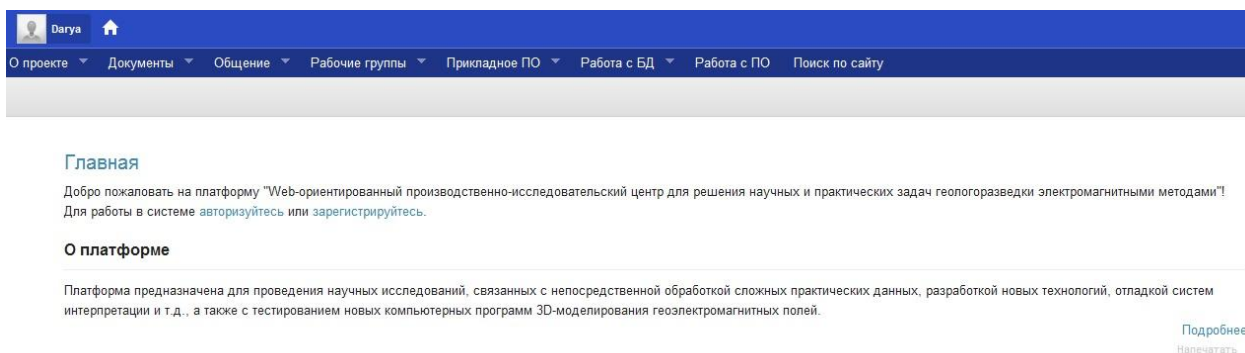


Рисунок 9 – Главная страница Платформы

Запуск вычислений. Распределение ресурсов

Для обмена и хранения информации на платформе располагается база данных, которая содержит информацию о решенных задачах, включая информацию о геоэлектрических моделях, их авторах, полученных результатах и, возможно, практических данных, если решалась задача интерпретации.

Запуск и выполнение расчетов с помощью программного обеспечения реализуется в концепции «облачных вычислений», система сама определяет свободные ресурсы, выделяет их требуемое количество в зависимости от запускаемой задачи и выполняет расчет. При этом распараллеливание по свободным ядрам и процессорам выполняется в зависимости от условий решаемой задачи. Например, если моделируется нестационарный режим работы с контролируемыми источниками, то распараллеливание ведется по положениям приемно-генераторной установки. Если же рассчитывается гармонический процесс, то в случае моделирования электромагнитного поля от контролируемого источника выполняется распараллеливание по положениям и по частотам, а в случае решения задач МТЗ – по частотам и по направлению токов.

На рисунке 10 представлен графический интерфейс и процесс параллельного расчета, а на рисунке 11 – графический интерфейс с визуализацией полученных результатов 3D-моделирования в виде площадного распределения аномального поля для одного из положений установки в некоторый момент времени и в виде графиков зависимости сигналов от времени в некоторых точках измерения.

Все промежуточные и окончательные результаты расчетов, а также соответствующие геоэлектрические модели и системы наблюдений могут быть сохранены в БД для последующего более углубленного анализа (см. рисунок 12).

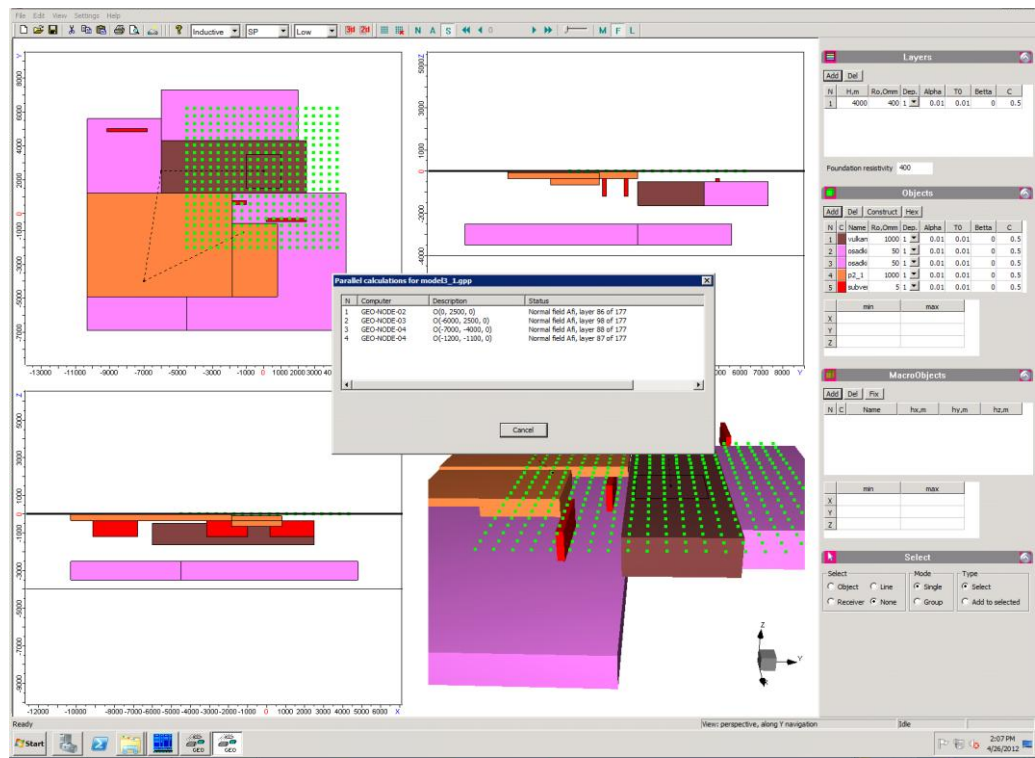


Рисунок 10 – Процесс параллельного расчета

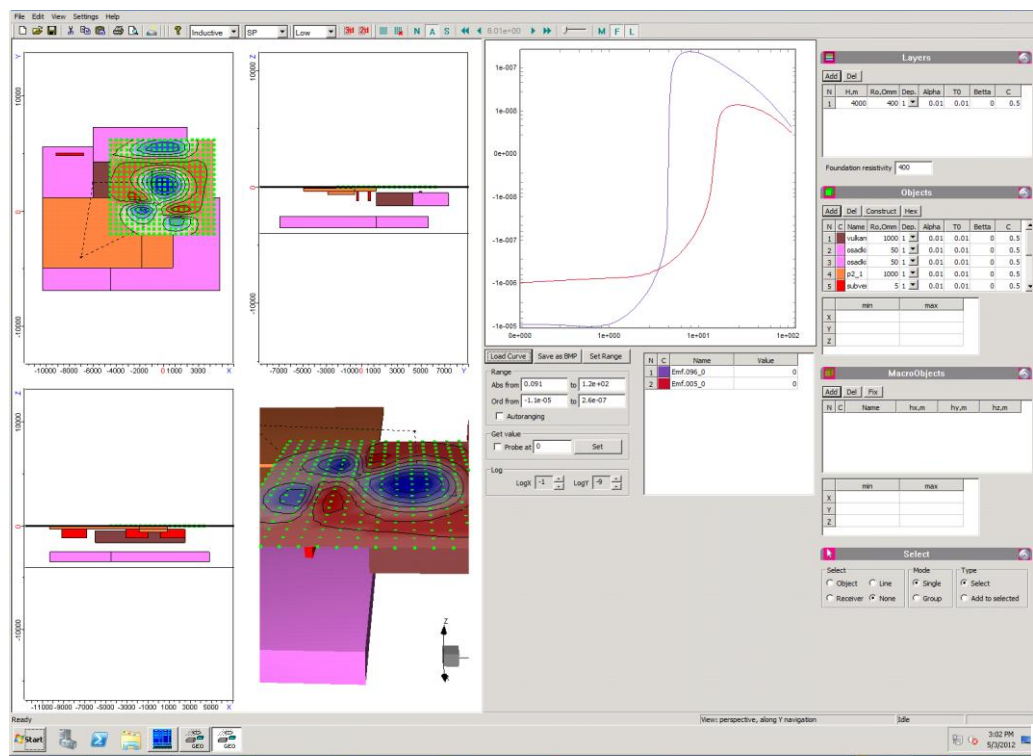


Рисунок 11 – Визуализация результатов моделирования

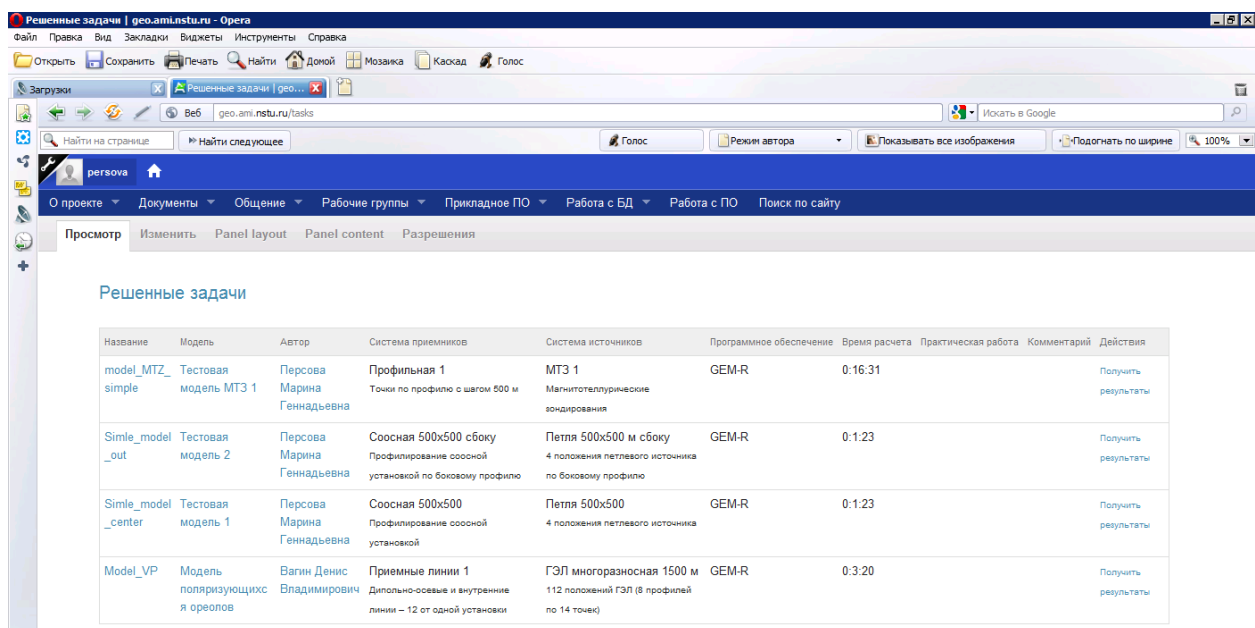
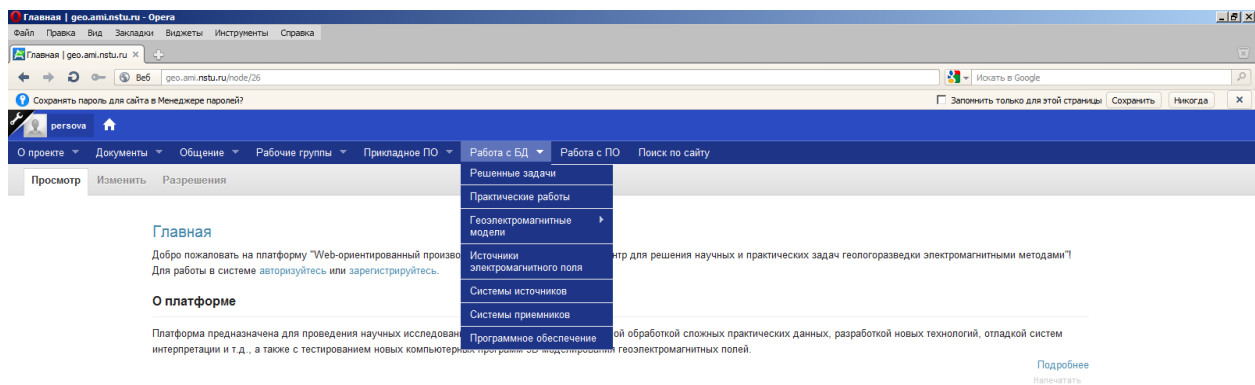


Рисунок 12 – Сохранение результатов расчетов в базу данных