

№ 4837

620.1

С 646

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Методические указания

**НОВОСИБИРСК
2017**

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Методические указания и варианты исходных данных
к расчетно-графической работе для студентов II курса
факультета летательных аппаратов дневной формы обучения
по направлениям и специальностям:

17.05.01 – Боеприпасы и взрыватели, 24.05.07 – Самолето-
и вертолетостроение, 15.03.03 – Прикладная механика,
24.03.04 – Авиастроение, 25.03.01 – Техническая эксплуатация
летательных аппаратов и двигателей

УДК 620.1 (07)

Составили: канд. техн. наук, доц. А.И. Темников,
д-р техн. наук, проф. *Г.И. Расторгуев*,
канд. техн. наук, доц. *А.Н. Пель*,
ст. преп. *Е.Н. Белоусова*,
д-р техн. наук, проф. К.А. Матвеев,
канд. техн. наук, доц. Д.В. Моховнев

Рецензент д-р техн. наук, проф. *Е.Г. Подружин*

Работа подготовлена кафедрой прочности
летательных аппаратов

ОГЛАВЛЕНИЕ

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ	4
1. ЭПЮРЫ ВНУТРЕННИХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ	5
1.1. Выбор варианта задания.	5
1.2. Построение эпюр внутренних силовых факторов.....	5
1.2.1. Назначение силовых участков.	5
1.2.2. Определение опорных реакций.....	5
1.2.3. Определение внутренних силовых факторов.....	7
1.2.4. Проверка эпюр.	8
1.3. Особенности построения эпюр для различных силовых схем.....	9
1.4. Варианты заданий и комплекты эпюр.	10
2. РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ	26
2.1. Расчет статически неопределимой стержневой системы.....	26
2.1.1. Условия задачи.	26
2.1.2. Пример решения задачи № 1.	27
2.1.2.1. Исходные данные.....	27
2.1.2.2. Определение усилий, действующих в стержнях.....	28
2.1.2.3. Определение площадей поперечных сечений стержней при расчете по допускаемым напряжениям	31
2.1.2.4. Определение коэффициентов запаса прочности стержней.....	32
2.1.2.5. Построение действительного плана перемещений	32
2.1.3. Примеры составления уравнений совместности для других расчетных схем	34
2.1.4. Расчетные схемы к задаче № 1	36
2.2. Определение допускаемой нагрузки из условия прочности балки.	39
2.2.1. Условия задачи	39
2.2.2. Пример решения задачи № 2.....	39
2.2.2.1. Вычисление геометрических характеристик заданного поперечного сечения.....	39
2.2.2.2. Определение допускаемой нагрузки из условия прочности.	41
2.2.3. Расчетные схемы к задаче № 2.....	42
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	43

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Цель настоящей работы – дать практические рекомендации студентам к выполнению задания по построению эпюр внутренних силовых факторов и расчетно-графического задания по курсу «Сопротивление материалов».

2. Номера задач и схем, вариант исходных данных сообщает преподаватель, ведущий практические занятия.

3. При выполнении работ необходимо соблюдать последовательность, указанную в настоящих рекомендациях.

4. Задания следует выполнять на стандартных листах писчей бумаги формата А-4. Эпюры силовых факторов и графики выполняются строго с соблюдением масштаба на миллиметровой бумаге.

5. При решении каждой задачи необходимо:

- указать номер варианта и номер расчетной схемы;
- написать полное условие, привести числовые данные и в тексте изобразить заданную схему своего варианта с соблюдением масштаба;
- расчет вести в системе СИ.
- все расчеты снабдить подробными пояснениями.

6. Как задание по построению эпюр внутренних силовых факторов, так и расчетно-графическое задание должны быть сброшюрованы и снабжены титульным листом стандартного образца.

1. ЭПЮРЫ ВНУТРЕННИХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ

1.1. ВЫБОР ВАРИАНТА ЗАДАНИЯ

Номер комплекта эпюр и номер варианта (табл. 1.1) выбирают по указанию преподавателя. Сосредоточенные силы и моменты на расчетных схемах выражаются через безразмерные коэффициенты α , β , γ (табл. 1.1) по формулам

$$F = \alpha qa; \quad M_x = \beta ta; \quad M = \gamma qa^2. \quad (1.1)$$

1.2. ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР ВНУТРЕННИХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ

Рассмотрим построение эпюр на примере расчетной схемы, показанной на рис. 1.1 (балка на двух опорах, работающая на изгиб). При этом

$$M = qa^2/2; \quad F = qa; \quad (\gamma = 1/2, \quad \alpha = 1).$$

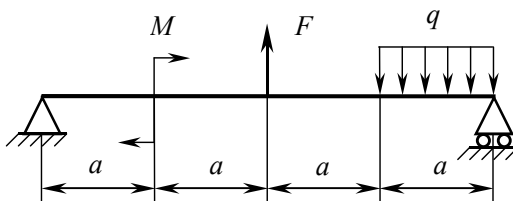


Рис. 1.1. Схема нарушения

1.2.1. НАЗНАЧЕНИЕ СИЛОВЫХ УЧАСТКОВ

Выбираем систему координат и разбиваем балку на силовые участки. Границами силовых участков являются точки приложения сосредоточенных усилий, начало и конец участка с распределенной нагрузкой. На рисунке эти границы обозначены цифрами 1, 2, ..., 5.

1.2.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПОРНЫХ РЕАКЦИЙ

Освобождаемся от опор и определяем опорные реакции (неизвестные усилия R_1 и R_5). Так как изначально направления R_1 и R_5 неизвестны, принимаем их положительными. Для определения реакций двухопорной балки проще всего воспользоваться уравнениями двух моментов.

$$\sum m_1 = -M + F \cdot 2a - qa \frac{7a}{2} + R_5 \cdot 4a = 0;$$

$$\sum m_5 = -R_1 \cdot 4a - M - F \cdot 2a + qa \frac{a}{2} = 0,$$

откуда определяются реакции R_1 и R_5 :

$$R_1 = \frac{1}{4a} \left(-M - F \cdot 2a + \frac{qa^2}{2} \right) = \frac{1}{4a} \left(-\frac{qa^2}{2} - qa \cdot 2a + \frac{qa^2}{2} \right) = -\frac{qa}{2};$$

$$R_5 = \frac{1}{4a} \left(M - F \cdot 2a + \frac{7qa^2}{2} \right) = \frac{1}{4a} \left(\frac{qa^2}{2} - qa \cdot 2a + \frac{7qa^2}{2} \right) = \frac{qa}{2}.$$

Так как реакция R_1 получилась отрицательной, на схеме (рис. 1.2) меняем ее направление на противоположное в связи с тем, что на схемах принято показывать истинное направление внешних нагрузок (а реакции опор для балки являются внешними нагрузками).

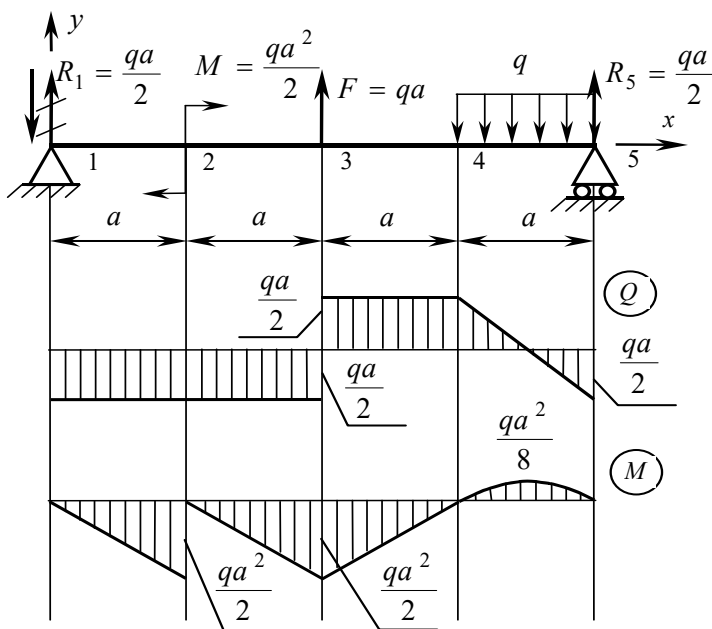


Рис. 1.2. Эпюры Q и M

После этого проверяем правильность найденных реакций из уравнения

$$\sum Y = -R_1 + F - qa + R_5 = -\frac{qa}{2} + qa - qa + \frac{qa}{2} \equiv 0$$

и подписываем их значение, а также значения внешних нагрузок на расчетной схеме рис. 1.2.

1.2.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВНУТРЕННИХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ

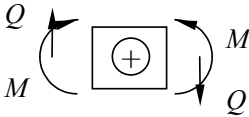
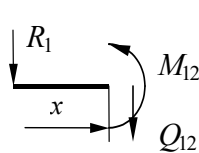


Рис. 1.3. Правило знаков

Рассматриваем последовательно силовые участки и, используя метод сечений, определяем внутренние силовые факторы. При этом используем правило знаков для M и Q , как показано на рис. 1.3.

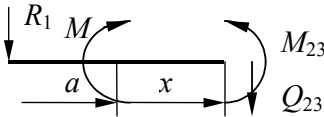
Участок 1 - 2 ($0 \leq x \leq a$)



$$Q_{12} = -R_1 = -\frac{qa}{2}; M_{12} = -R_1 x = -\frac{qa}{2} x;$$

$$M_{12}|_{x=0} = 0; M_{12}|_{x=a} = -\frac{qa^2}{2}.$$

Участок 2 - 3 ($a \leq x \leq 2a$)

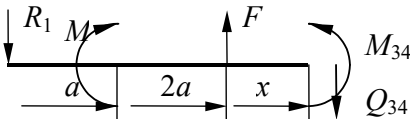


$$Q_{23} = -R_1 = -\frac{qa}{2};$$

$$M_{23} = -R_1 x + M = -\frac{qa}{2} x + \frac{qa^2}{2};$$

$$M_{23}|_{x=a} = -\frac{qa}{2} a + \frac{qa^2}{2} = 0; M_{23}|_{x=2a} = -\frac{qa}{2} 2a + \frac{qa^2}{2} = -\frac{qa^2}{2}.$$

Участок 3 - 4 ($2a \leq x \leq 3a$)

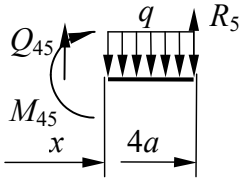


$$Q_{34} = -R_1 + F = -\frac{qa}{2} + qa = \frac{qa}{2};$$

$$M_{34} = -R_1 x + M + F(x - 2a) = \frac{qax}{2} - \frac{3qa^2}{2};$$

$$M_{34}|_{x=2a} = \frac{qa}{2} 2a - \frac{3qa^2}{2} = -\frac{qa^2}{2}; M_{34}|_{x=3a} = \frac{qa}{2} 3a - \frac{3qa^2}{2} = 0.$$

Участок 4 - 5 ($3a \leq x \leq 4a$)



$$Q_{45} = q(4a - x) - R_5 = q\left(\frac{7a}{2} - x\right);$$

$$\begin{aligned} M_{45} &= -q \frac{(4a - x)^2}{2} + R_5(4a - x) = \\ &= -q \frac{(4a - x)^2}{2} + \frac{qa}{2}(4a - x); \end{aligned}$$

$$Q_{45|x=3a} = q\left(\frac{7a}{2} - 3a\right) = \frac{qa}{2}; \quad Q_{45|x=4a} = q\left(\frac{7a}{2} - 4a\right) = -\frac{qa}{2};$$

$$M_{45|x=3a} = -\frac{qa^2}{2} + \frac{qa^2}{2} = 0; \quad M_{45|x=4a} = 0.$$

Так как на участке 4 - 5 эпюра Q_{45} пересекает ось x , то в точке пересечения эпюра M_{45} будет иметь экстремальное значение. Для определения этого значения найдем точку x_0 из уравнения

$$Q_{45} = q\left(\frac{7a}{2} - x_0\right) = 0; \Rightarrow x_0 = \frac{7a}{2};$$

$$M_{45}^{\text{экстр}} = -\frac{q}{2}\left(4a - \frac{7a}{2}\right)^2 + \frac{qa}{2}\left(4a - \frac{7a}{2}\right) = \frac{qa^2}{8}.$$

Полученные значения наносим на график (см. рис. 1.2).

ЗАМЕЧАНИЯ. 1. При использовании метода сечений рекомендуется оставлять ту часть балки, которая нагружена меньшим числом нагрузок (как это было сделано при рассмотрении участка 4 - 5).

2. Эпюры внутренних силовых факторов должны быть выполнены в масштабе, а характерные значения подписаны на графике.

1.2.4. ПРОВЕРКА ЭПЮР

После построения эпюр M и Q проверяем их правильность, используя правила проверки эпюр. Эти правила могут быть сформулированы из условий равновесия «узлов» расчетной схемы (границ силовых участков) – рис. 1.4 и дифференциальных зависимостей для q , Q и M

$$\frac{dQ}{dx} = q; \quad \frac{dM}{dx} = Q. \quad (1.2)$$

1. Если на участке не действует распределенная нагрузка ($q = 0$), то $Q = \text{Const}$, а M – линейная функция от координаты x .

2. Если на участке действует равномерно распределенная нагрузка ($q = \text{Const}$), то Q – линейная функция, а M – квадратная парабола, направленная выпуклостью навстречу распределенной нагрузке. Если при этом график Q пересекает ось x , то в силу (1.2) график M в этой точке имеет экстремальное значение (максимальное, если q отрицательно, и минимальное, если q положительно).

3. В месте приложения сосредоточенной силы эпюра Q терпит разрыв на величину этой силы, а эпюра M имеет излом, направленный «острием» навстречу вектору силы.

4. В месте приложения сосредоточенного момента эпюра M терпит разрыв на величину этого момента.

5. В силу дифференциальных зависимостей (1.2) эпюра Q является графиком производной от эпюры M , а график q – производной от Q .

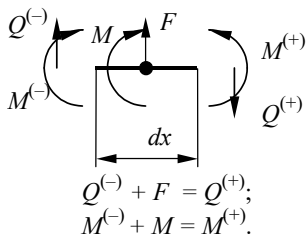


Рис. 1.4. Условия равновесия узлов расчетной схемы

1.3. ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ ЭПЮР ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ СИЛОВЫХ СХЕМ

Для различных задач комплекта общий порядок построения эпюр может отличаться от описанного в разделе 1.2, исходя из особенностей расчетной схемы. Так, для расчетной схемы 4 можно не определять реакции в заделке, если рассматривать участки, начиная от свободного торца и отбрасывая в методе сечений каждый раз часть балки, содержащую заделку.

Учет симметрии в приложении нагрузки (в расчетной схеме 5 – симметричная, а в расчетной схеме 6 – кососимметричная относительно центра балки) позволяет построить эпюры M и Q только для одной половины балки. Значения же для другой половины можно определить из свойств симметрии. Так, в расчетной схеме 5 эпюра M должна быть симметричной, а эпюра Q – кососимметричной относительно центра балки. В расчетной схеме 6 симметричной будет эпюра Q , а эпюра M – кососимметричной.

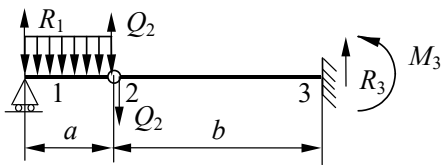


Рис. 1.5. Балка с внутренним шарниром

Для расчетной схемы 8 (составная балка) при построении эпюр нужно учесть, что внутренний шарнир в точке 2 (рис. 1.5) не позволяет балке воспринимать в этом сечении изгибающий момент, и отличной от нуля в этом сечении может быть только пере-

резающая сила Q . Рассекая балку в сечении 2 и рассматривая отдельно левую (по рис. 1.5) половину балки, определяем реакцию R_1

$$\sum m_2 = -R_1 a + \frac{qa^2}{2} = 0; \Rightarrow R_1 = \frac{qa}{2}.$$

Прикладывая теперь эту реакцию к балке как внешнюю нагрузку, приходим к задаче, аналогичной расчетной схеме 4.

Эпюры для расчетных схем 9 и 10 сдаются во втором семестре изучения курса «Сопротивление материалов».

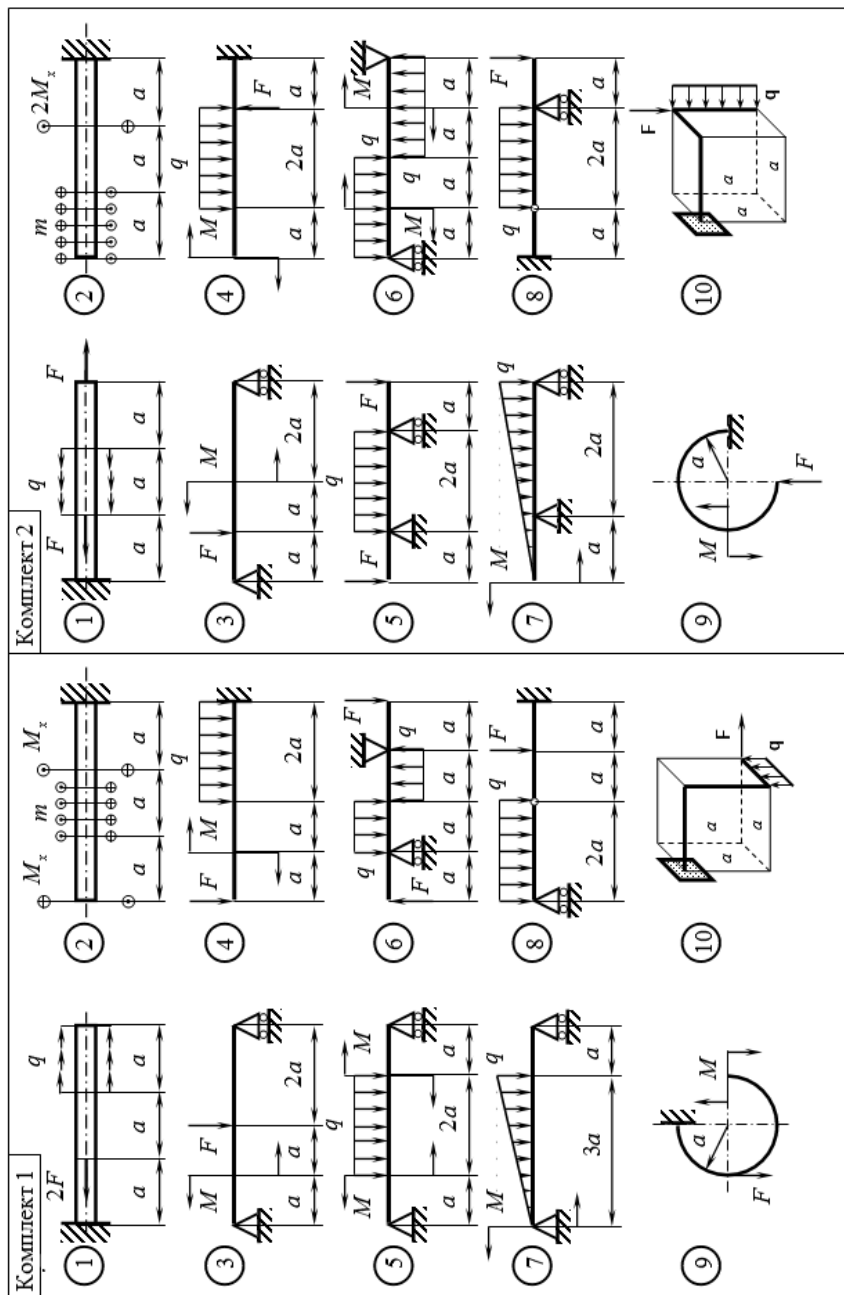
1.4. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ И КОМПЛЕКТЫ ЭПЮР

Таблица 1.1

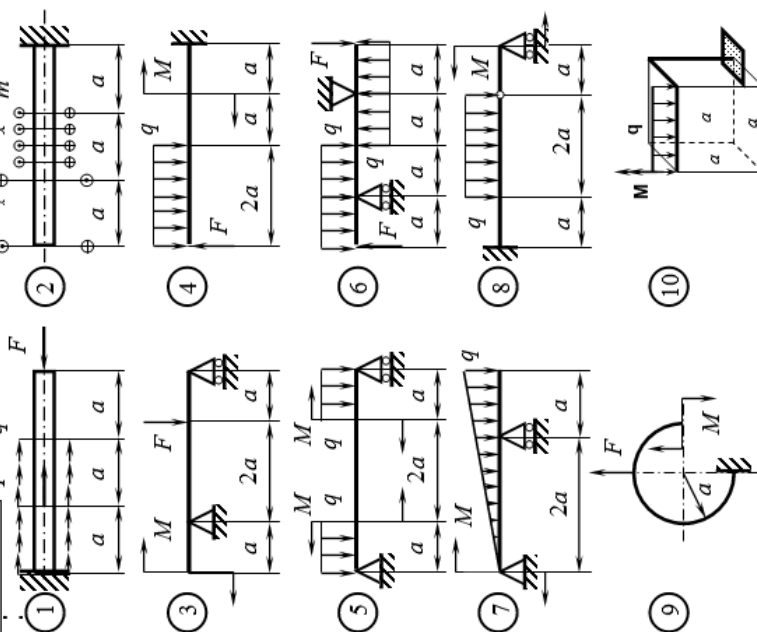
Варианты заданий

Номер варианта	Отношение силовых факторов		
	α	β	γ
1	1	4	3
2	2	3	4
3	3	2	1
4	4	1	2
5	1	4	4
6	2	3	1
7	3	2	2
8	4	1	1

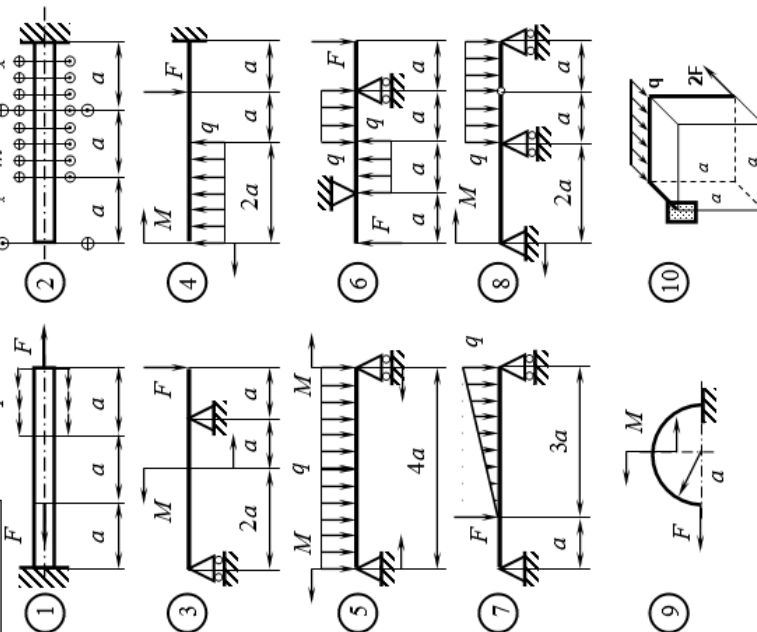
Ниже приведены комплекты эпюр для построения.

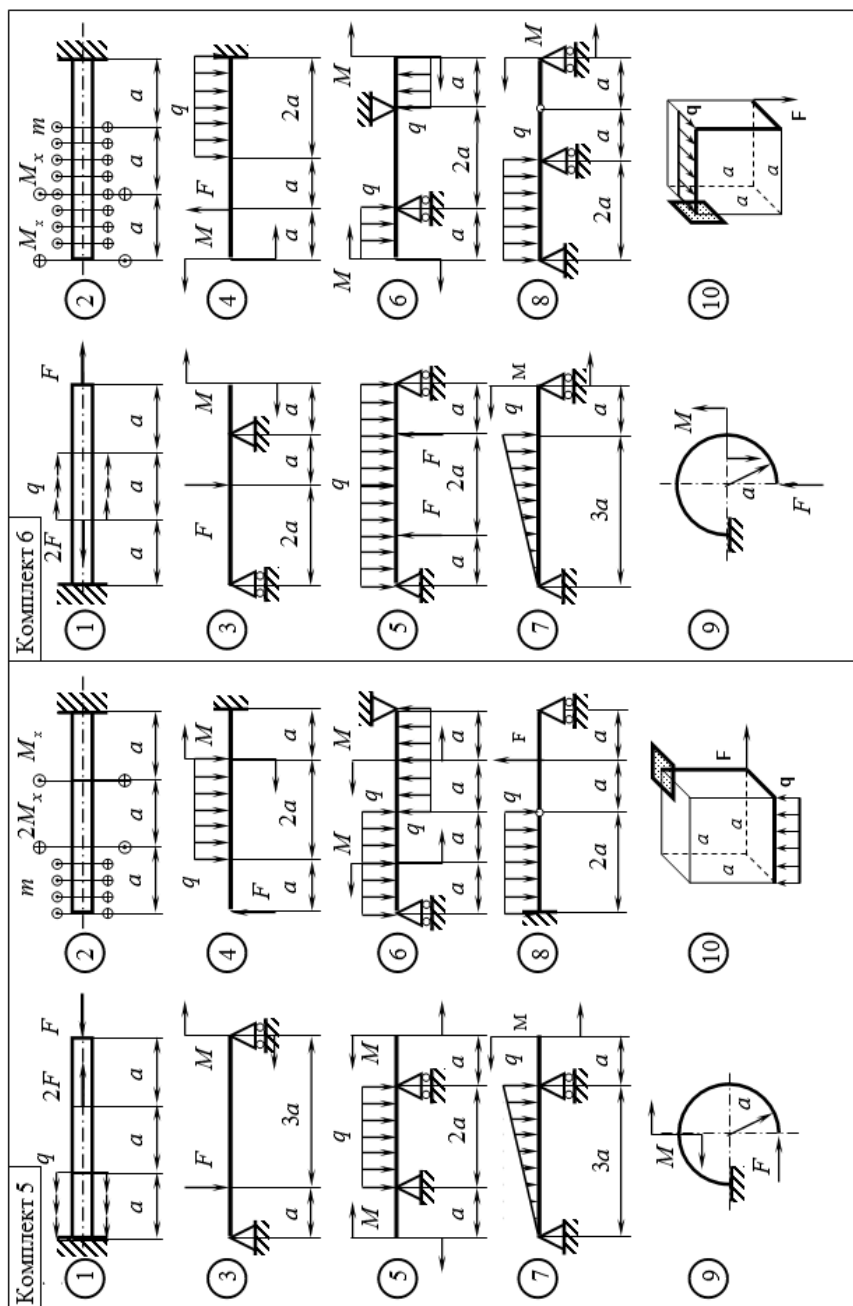


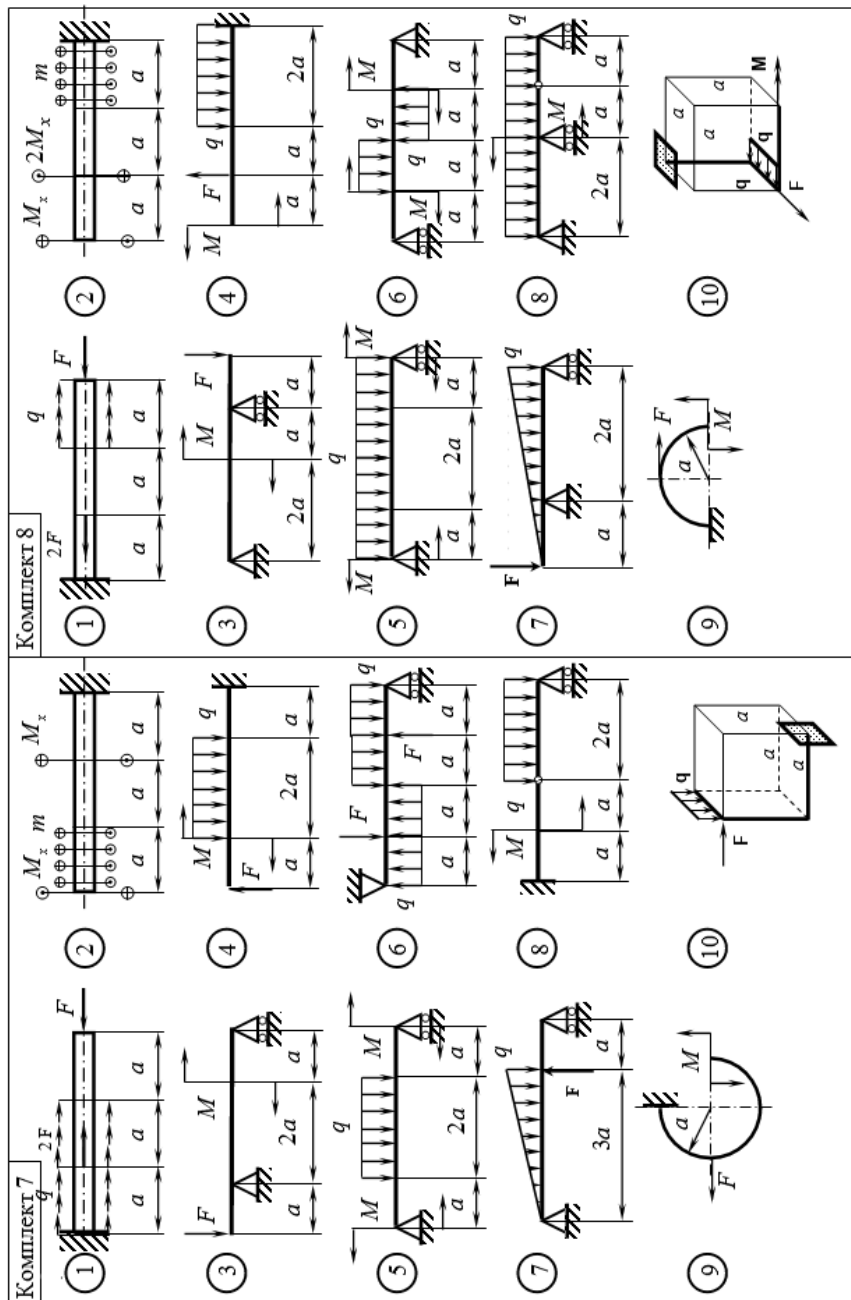
Комплект 3

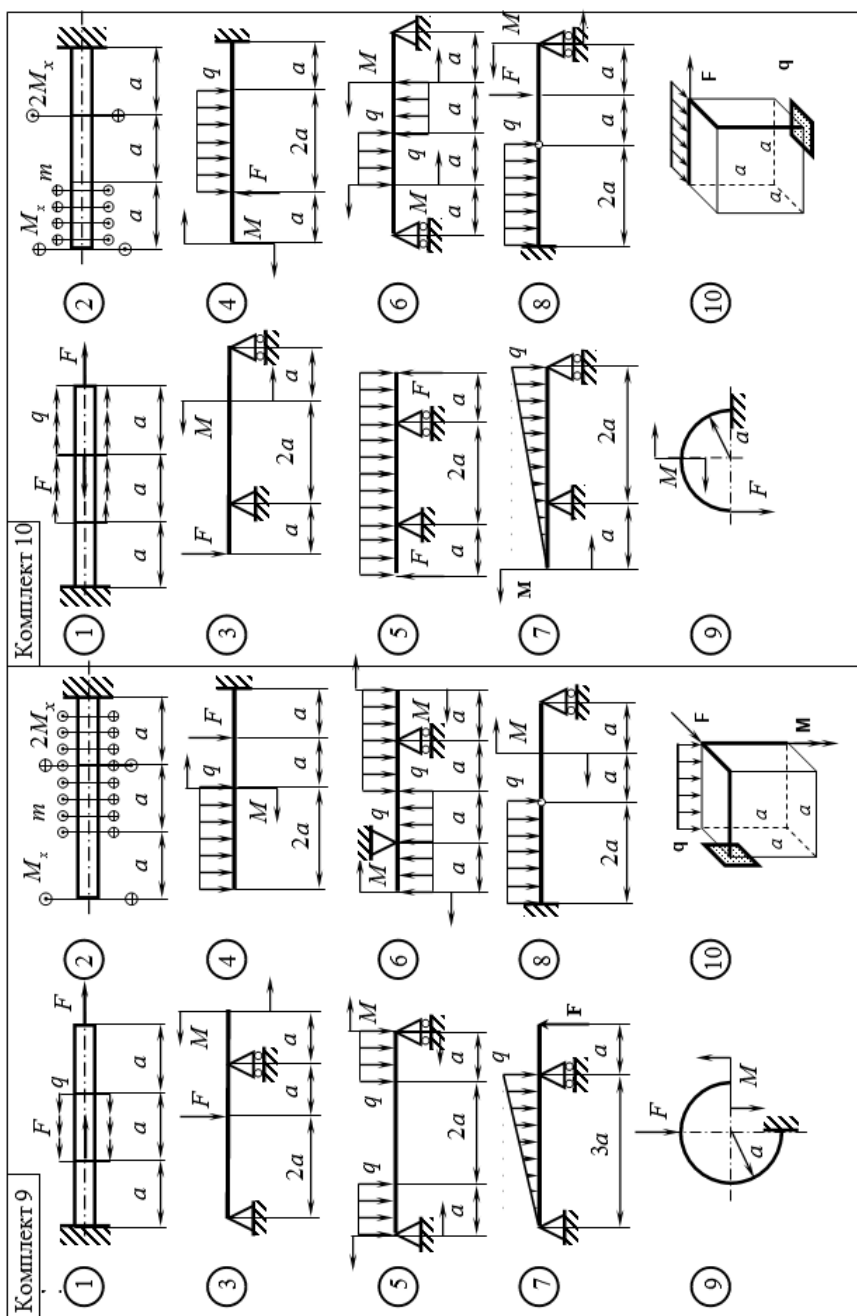


Комплект 4



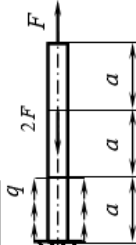




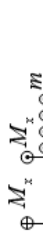


Комплект 11

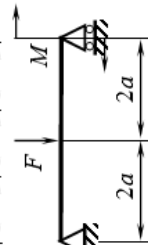
1



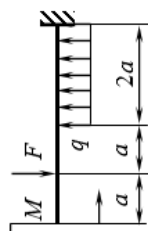
2



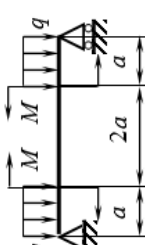
3



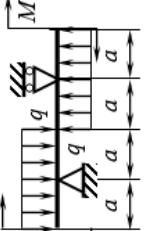
4



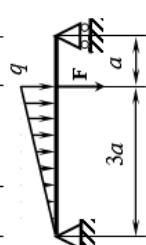
5



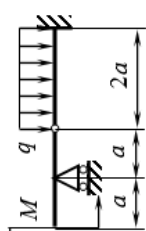
6



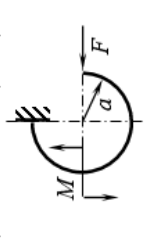
7



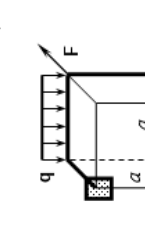
8



9



10

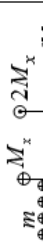


Комплект 12

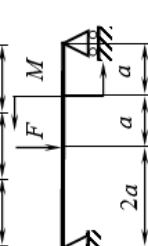
1



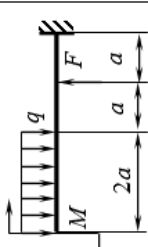
2



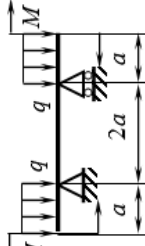
3



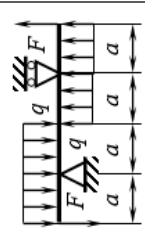
4



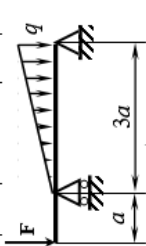
5



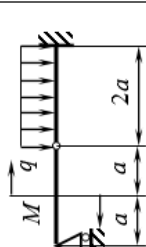
6



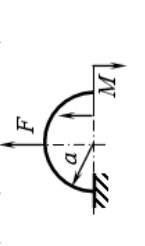
7



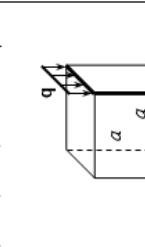
8



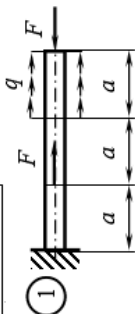
9



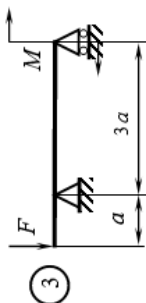
10



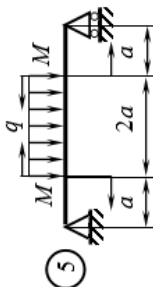
Комплект 13



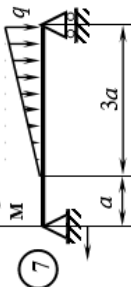
1



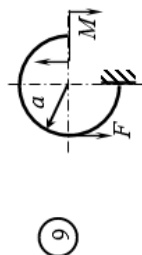
3



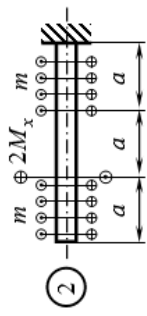
5



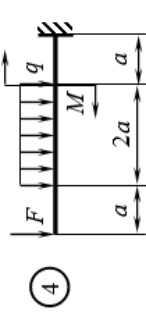
7



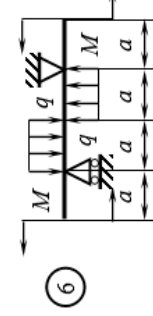
9



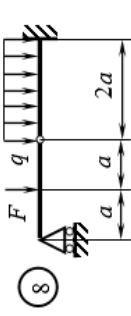
2



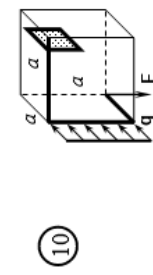
4



6

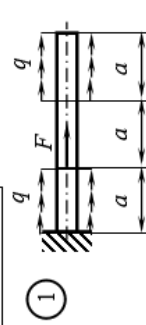


8

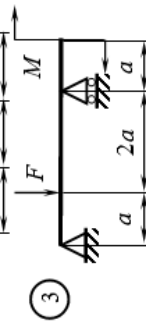


10

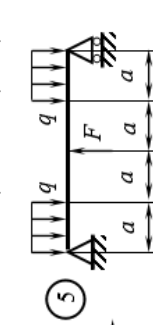
Комплект 14



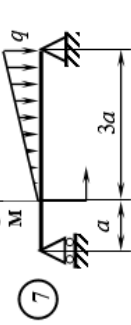
1



3



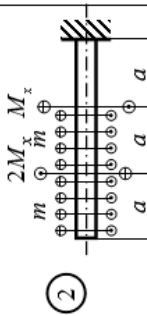
5



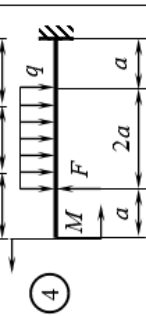
7



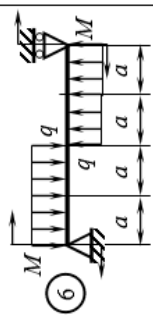
9



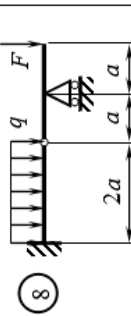
2



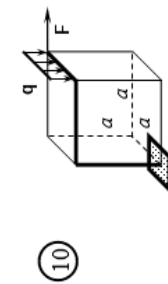
4



6

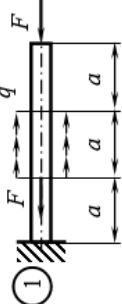


8

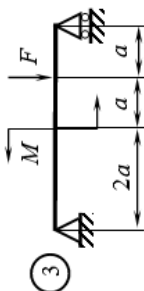


10

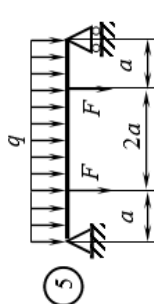
Комплект 15



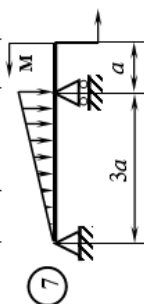
①



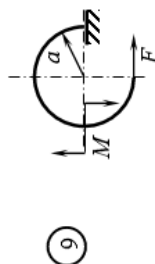
③



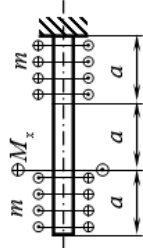
⑤



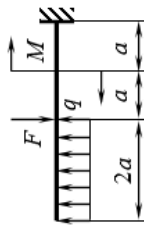
⑦



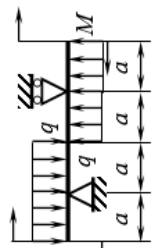
⑨



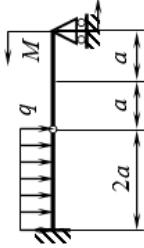
②



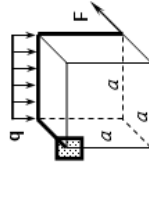
④



⑥

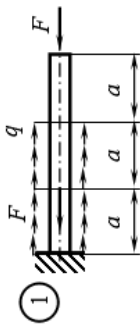


⑧

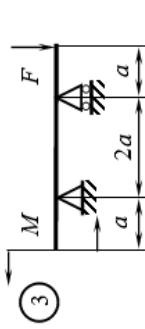


⑩

Комплект 16



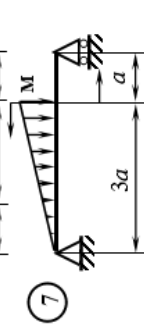
①



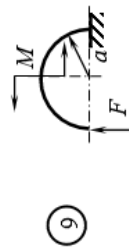
③



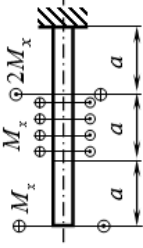
⑤



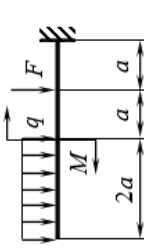
⑦



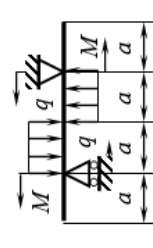
⑨



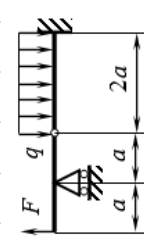
②



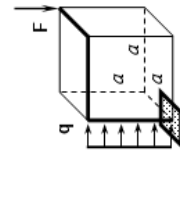
④



⑥

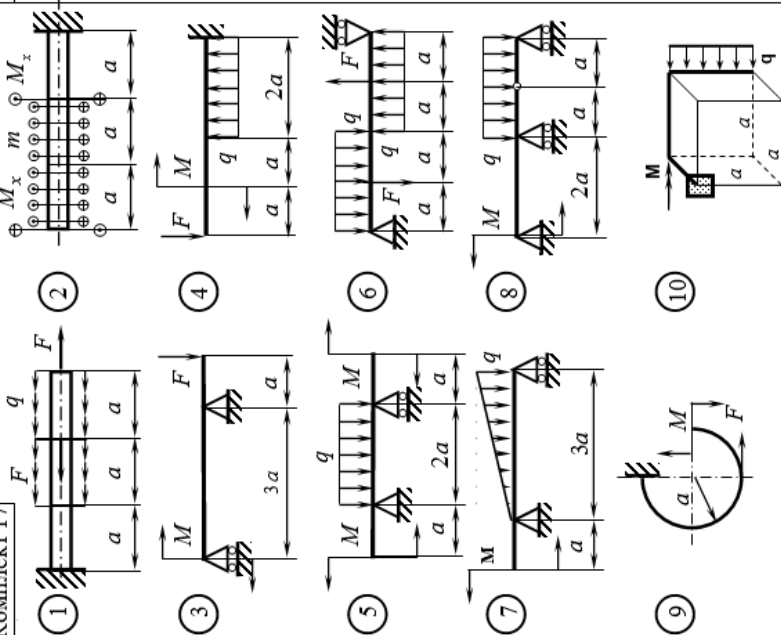


⑧

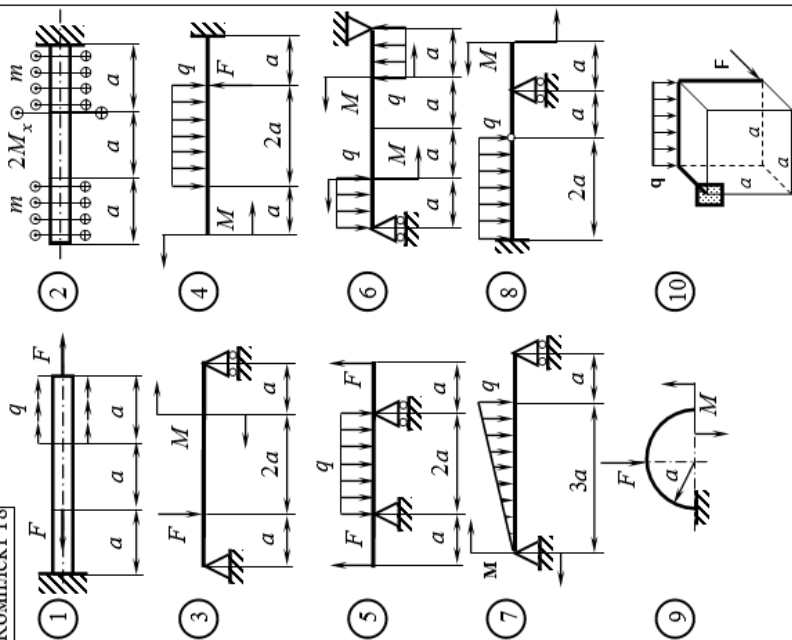


⑩

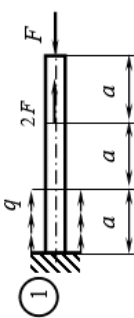
Комплект 17



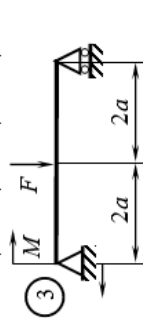
Комплект 18



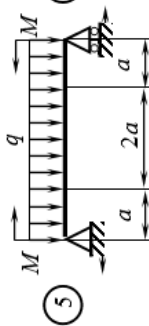
Комплект 19



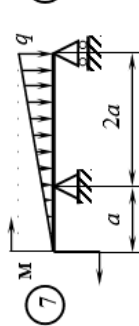
1



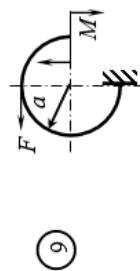
3



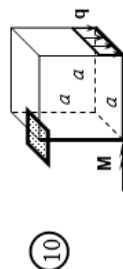
5



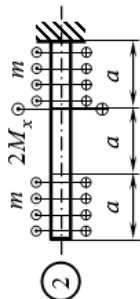
7



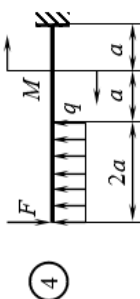
9



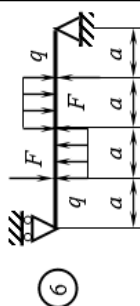
10



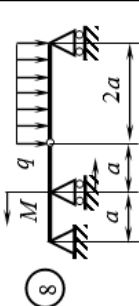
2



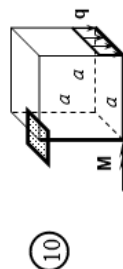
4



6

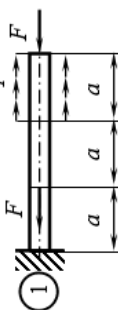


8

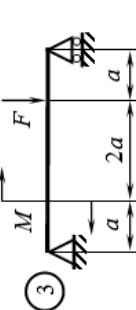


10

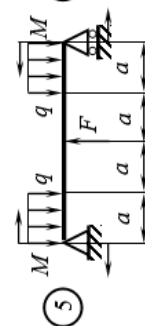
Комплект 20



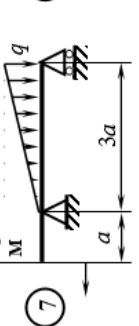
1



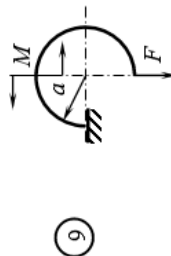
3



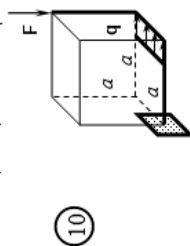
5



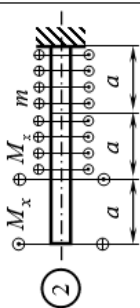
7



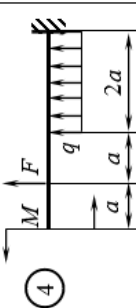
9



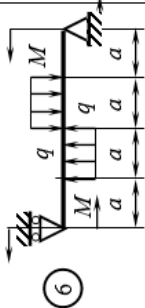
10



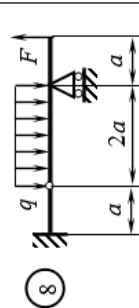
2



4

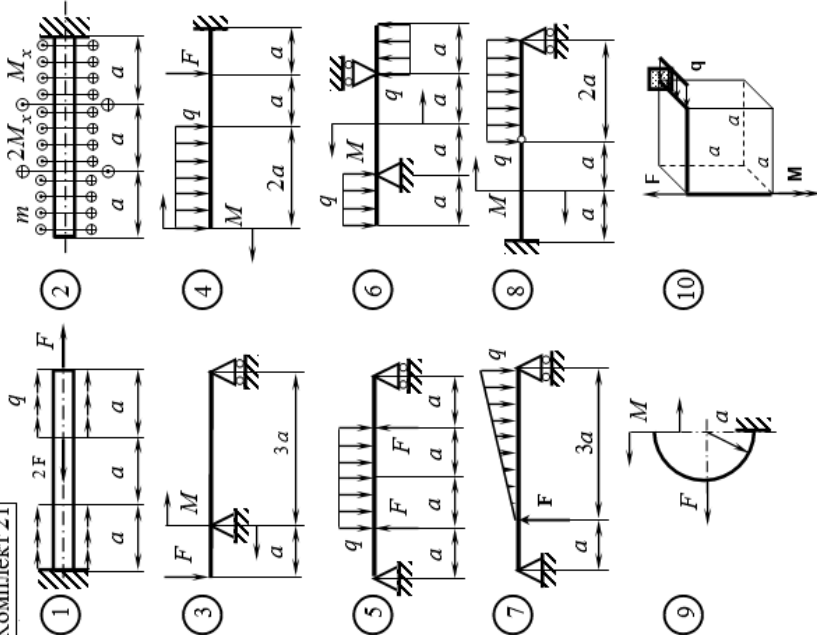


6

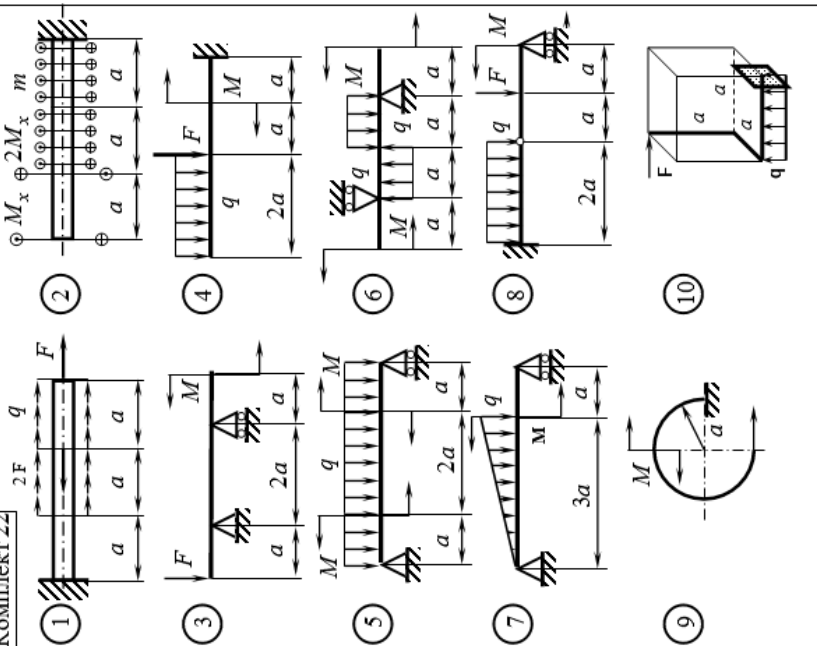


8

Комплект 21



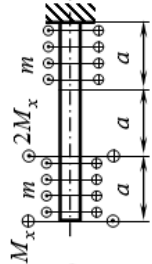
Комплект 22



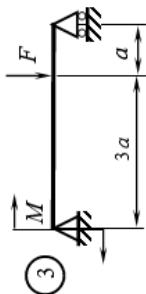
Комплект 23



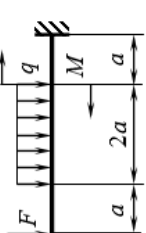
2



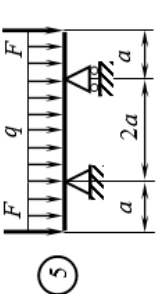
2



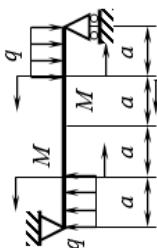
4



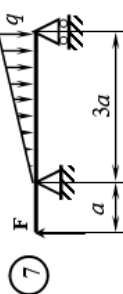
4



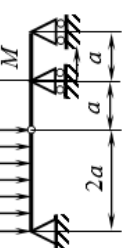
6



6



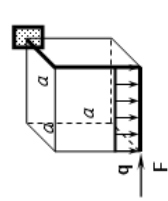
8



8

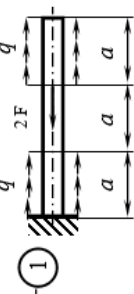


10

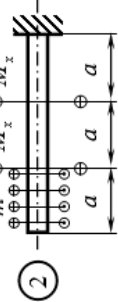


10

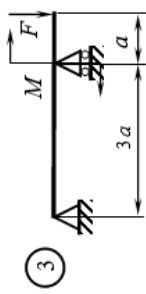
Комплект 24



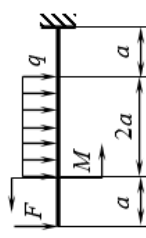
1



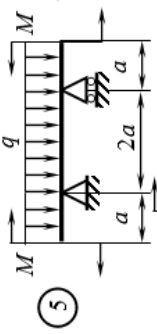
2



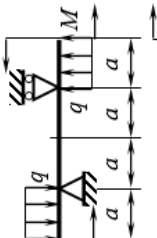
4



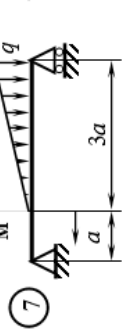
4



6



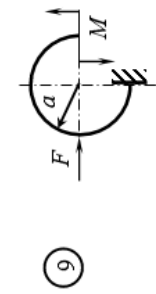
6



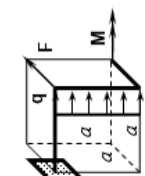
8



8

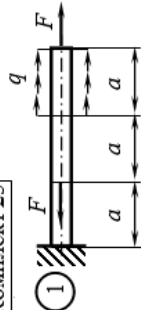


10

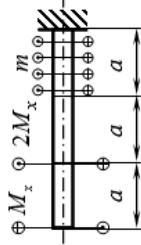


10

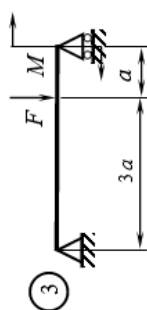
Комплект 25



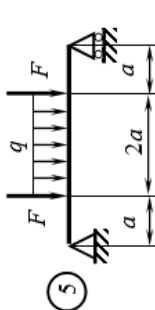
①



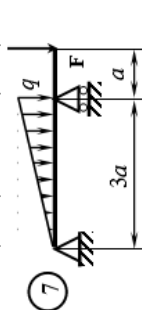
②



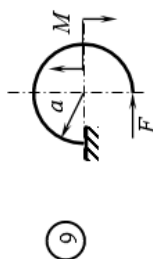
③



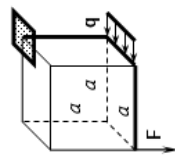
⑤



⑦

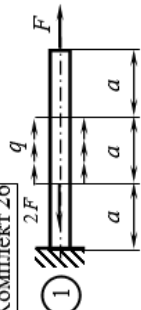


⑨

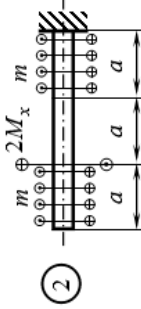


⑩

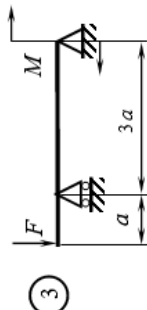
Комплект 26



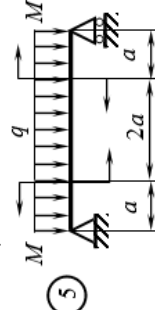
①



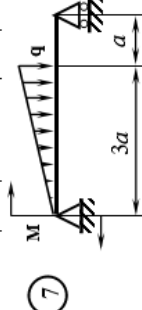
②



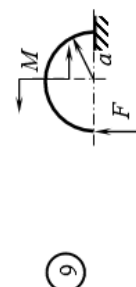
③



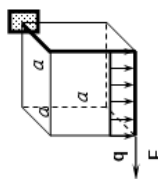
⑤



⑦

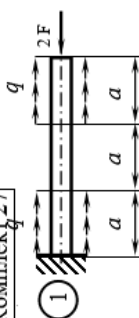


⑨

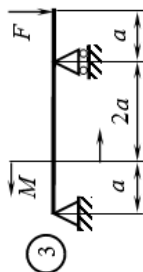


⑩

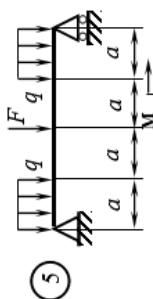
Комплект 27



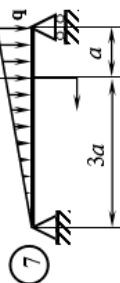
1



3



5

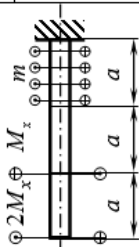
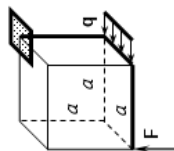


7

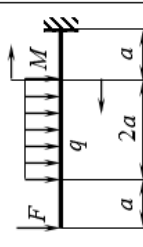


9

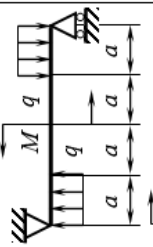
10



2



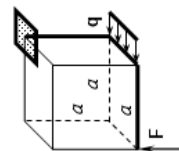
4



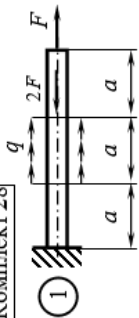
6



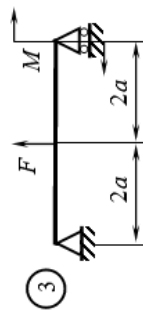
8



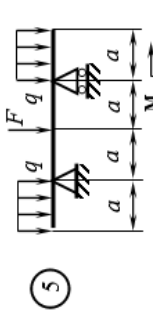
Комплект 28



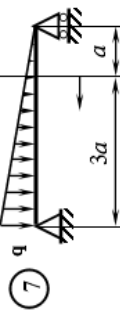
1



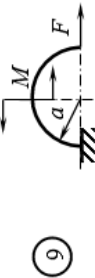
3



5

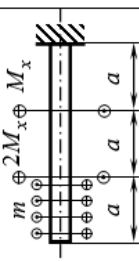
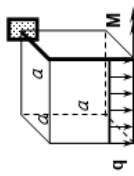


7

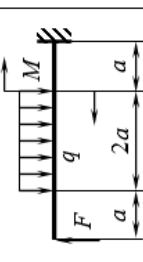


9

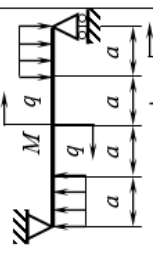
10



2



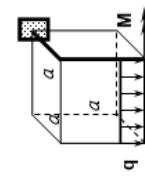
4



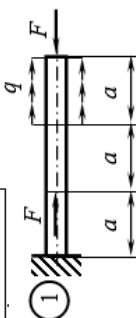
6



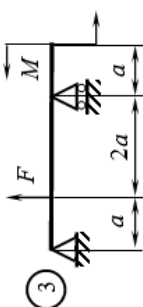
8



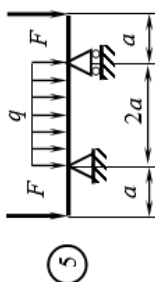
Комплект 29



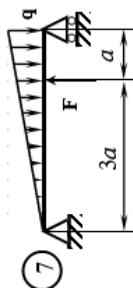
1



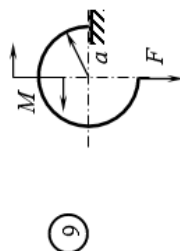
3



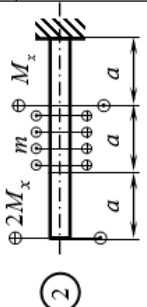
5



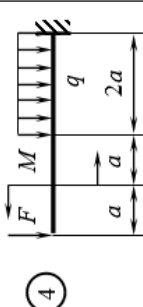
7



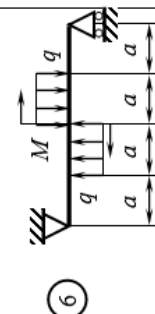
9



2



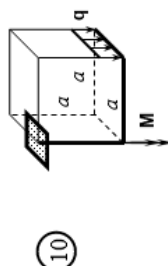
4



6

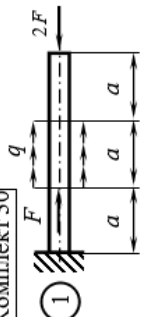


8

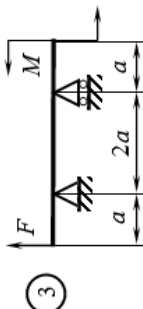


10

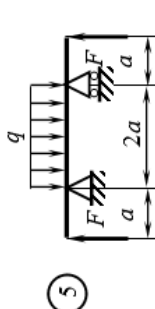
Комплект 30



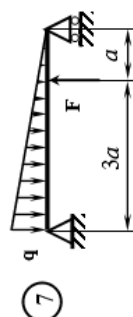
1



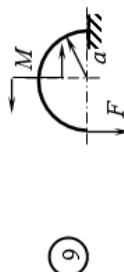
3



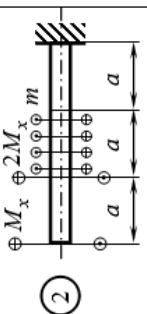
5



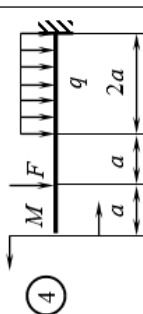
7



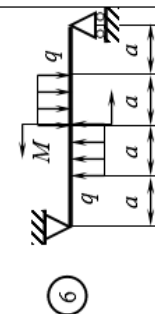
9



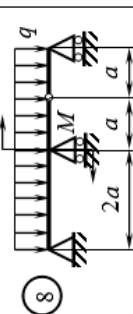
2



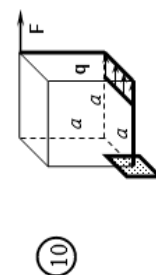
4



6



8



10

2. РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ

2.1. РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ СТЕРЖНЕВОЙ СИСТЕМЫ

2.1.1. УСЛОВИЯ ЗАДАЧИ

Плоская статически неопределимая стержневая система нагружена в соответствии с заданной расчетной схемой. Стержни изготовлены из разных материалов, нормативные коэффициенты и механические характеристики которых приведены в табл. 2.2. Варианты исходных данных даются в табл. 2.1.

Т а б л и ц а 2.1

Варианты исходных данных

Номер варианта	Сила P , кН	Длина l , м	Соотношение площадей $F_1 : F_2 : F_3 : F_4$	Угол, град.	
				α	β
1	40	1	1 : 2 : 3 : 4	30	60
2	30	2	4 : 3 : 2 : 1	40	50
3	20	1	2 : 1 : 4 : 3	50	40
4	10	2	3 : 4 : 1 : 2	60	30
5	40	2	1 : 2 : 3 : 4	60	30
6	30	1	4 : 3 : 2 : 1	50	40
7	20	2	2 : 1 : 4 : 3	40	50
8	10	1	3 : 4 : 1 : 2	30	60

Т а б л и ц а 2.2

Материалы стержней и их механические характеристики

Номер стержня	Материал стержня	Модуль упругости $E \cdot 10^{-5}$	Предел прочности σ_b	Нормативный коэффициент запаса прочности $[n_b]$
		МПа		
1	Сталь 3	2,0	400	3,7
2	Сплав Л68	1,0	320	4,0
3	Сплав Д16Т	0,7	450	3,8
4	Текстолит ПТК	0,1	200	5,0

Требуется определить:

- 1) площади поперечных сечений стержней;
- 2) коэффициент запаса прочности каждого стержня;
- 3) построить действительный план перемещений.

Порядок расчета

После анализа заданной стержневой системы составить уравнения статики и уравнения совместности деформаций. По найденным усилиям в стержнях и заданным допускаемым напряжениям вычислить необходимые площади поперечных сечений стержней. Руководствуясь этими площадями и заданным соотношением, подобрать окончательные размеры площадей. Для определения истинного коэффициента запаса прочности в каждом стержне вычислить соотношение $\sigma_b / \sigma_{\text{действ}}$. Построить действительный план перемещений.

2.1.2. ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ № 1

2.1.2.1. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Плоская статически неопределимая стержневая система нагружена в соответствии с заданной расчетной схемой № (здесь и далее указывать свой номер расчетной схемы, рисунка и пр.) рис. 2.1. Стержни изготовлены из разных материалов, нормативные коэффициенты и механические характеристики которых приведены в табл. 2.3 и 2.4.

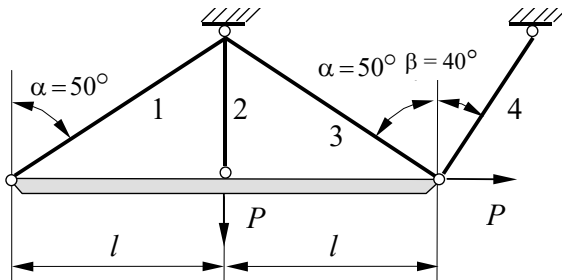


Рис. 2.1. Схема нагружения

Т а б л и ц а 2.3

Варианты исходных данных

Номер варианта	Сила P , кН	Длина l , м	Соотношение площадей $F_1 : F_2 : F_3 : F_4$	Угол, град.	
				α	β
3	20	1	2 : 1 : 4 : 3	50	40

Материалы стержней и их механические характеристики

Номер стержня	Материал стержня	Модуль упругости $E \cdot 10^{-5}$	Предел прочности σ_b	Нормативный коэффициент запаса прочности $[n_b]$
		МПа		
1	Сталь 3	2,0	400	3,7
2	Сплав Л68	1,0	320	4,0
3	Сплав Д16Т	0,7	450	3,8
4	Текстолит ПТК	0,1	200	5,0

Требуется определить площади поперечных сечений стержней из условия прочности и коэффициенты запаса прочности каждого стержня; построить план перемещений.

2.1.2.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ, ДЕЙСТВУЮЩИХ В СТЕРЖНЯХ

Выбираем систему координат x, y (рис. 2.2). Рассматриваем условия равновесия твердого тела, прикладывая к нему внешнюю нагрузку P и реакции от стержней N_i ($i = 1, 2, 3, 4$). Изначально предполагаем, что все стержни растянуты. Так как линии действия всех сил не сходятся в одной точке, то для плоской системы можем составить 3 линейно-независимых уравнения равновесия:

$$\begin{aligned}
 \sum X &= N_1 \sin \alpha - N_3 \sin \alpha + N_4 \sin \beta + P = 0; \\
 \sum Y &= N_1 \cos \alpha + N_3 \cos \alpha + N_4 \cos \beta - P + N_2 = 0; \\
 \sum m_C &= -N_1 \cos \alpha \cdot 2l - N_2 l + Pl = 0.
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Систему (2.1) следует дополнить одним уравнением совместности деформаций. Для этого найдем удлинение всех стержней после деформации. Для стержня 1 (рис. 2.3) будем иметь

$$\Delta l_1 = |AA_2| - |AA_1| = v_A \cos \alpha - u_A \sin \alpha. \tag{2.2}$$

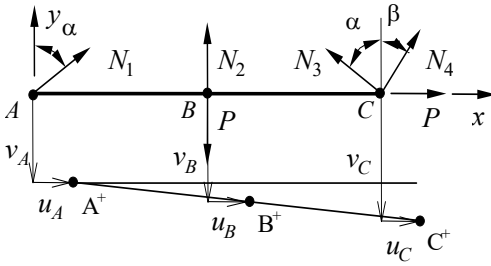


Рис. 2.2. Определение усилий в стержнях

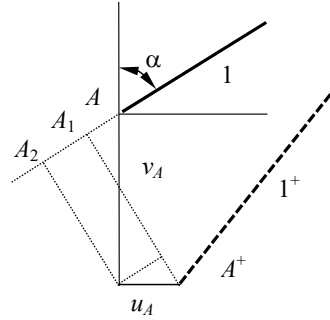


Рис. 2.3. Построение уравнения совместности

Удлинение стержней 2, 3 и 4 можно найти аналогичным образом:

$$\begin{aligned}\Delta l_2 &= v_B; \\ \Delta l_3 &= v_C \cos \alpha + u_C \sin \alpha; \\ \Delta l_4 &= v_C \cos \beta - u_C \sin \beta.\end{aligned}\quad (2.3)$$

Так как ABC – твердое тело, то имеем дополнительные зависимости

$$\begin{aligned}u_A &= u_B = u_C; \\ \frac{v_B - v_A}{l} &= \frac{v_C - v_A}{2l}.\end{aligned}\quad (2.4)$$

Из системы (2.2) и (2.3) с учетом первого уравнения (2.4) найдем

$$\begin{aligned}u_A = u_B = u_C &= \frac{\Delta l_3 \cos \beta - \Delta l_4 \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}; \\ v_A &= \frac{(\Delta l_1 + u_A \sin \alpha)}{\cos \alpha}; \\ v_B = \Delta l_2; \quad v_C &= \frac{\Delta l_3 \sin \beta + \Delta l_4 \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}; \\ (v_A + v_C) \cos \alpha &= \Delta l_1 + \Delta l_3.\end{aligned}\quad (2.5)$$

Подставив полученные выражения во второе уравнение (2.4), будем иметь

$$(v_A - 2v_B + v_C) = (\Delta l_1 + \Delta l_3) / \cos \alpha - 2\Delta l_2 = 0. \quad (2.6)$$

Уравнение (2.6) и есть искомое уравнение совместности деформаций для рассматриваемой задачи.

Выразим удлинения Δl_i через усилия в стержнях $\Delta l_i = \frac{N_i l_i}{E_i F_i}$.

Учитывая заданное соотношение площадей (табл. 2.3), принимаем

$$F_1 = 2F; \quad F_2 = F; \quad F_3 = 4F; \quad F_4 = 3F, \quad (2.7)$$

аналогично из табл. 2.4 следует, что

$$E_1 = 2.0E; \quad E_2 = E; \quad E_3 = 0.7E; \quad E_4 = 0.1E.$$

Здесь F – неизвестная пока площадь, $E = 1,0 \cdot 10^5$ МПа. Длины стержней определяются из рис. 2.1

$$l_1 = l_3 = l \frac{1}{\sin \alpha}; \quad l_2 = l \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}; \quad l_4 = l \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha \cos \beta}.$$

Подставляя полученные выражения в (2.6) и сокращая на общий множитель $\frac{l}{EF \sin \alpha}$, имеем

$$\frac{N_1}{4} - 2 \cos^2 \alpha \cdot N_2 + \frac{\cos \alpha}{2,1} N_3 = 0. \quad (2.8)$$

Система уравнений (2.1), (2.8) позволяет определить усилия в стержнях. С учетом исходных данных ($\alpha = 50^\circ$, $\beta = 40^\circ$) эта система будет иметь вид:

$$\begin{aligned} 0,76604N_1 - 0,76604N_3 + 0,64279N_4 &= -P; \\ 0,64279N_1 + 0,64279N_3 + 0,76604N_4 + N_2 &= P; \\ 1,28558N_1 + N_2 &= P; \\ 0,25N_1 - 0,82635N_2 + 0,30609N_3 &= 0. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Решая систему (2.9), получаем

$$\begin{aligned} N_1 &= 0,3657P = 7,314 \text{ кН} && \text{(стержень растянут);} \\ N_2 &= 0,5299P = 10,598 \text{ кН} && \text{(стержень растянут);} \\ N_3 &= 1,1318P = 22,636 \text{ кН} && \text{(стержень растянут);} \\ N_4 &= -0,6428P = -12,856 \text{ кН} && \text{(стержень сжат).} \end{aligned}$$

Так как усилие N_4 отрицательно, то его направление противоположно направлению, указанному на рис. 2.2.

Проверка правильности решения.

$$0,76604 \cdot 0,3657 - 0,76604 \cdot 1,1318 + 0,64279(-0,6428) = -1,00005 \approx -1;$$

$$0,64279 \cdot 0,3657 + 0,64279 \cdot 1,1318 + 0,76604(-0,6428) + 0,5299 = \\ = 1,00007 \approx 1;$$

$$1,28558 \cdot 0,3657 + 0,5299 = 1,00004 \approx 1;$$

$$0,25 \cdot 0,3657 - 0,82635 \cdot 0,5299 + 0,30609 \cdot 1,1318 = -0,00003 \approx 0.$$

2.1.2.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЙ СТЕРЖНЕЙ ПРИ РАСЧЕТЕ ПО ДОПУСКАЕМЫМ НАПРЯЖЕНИЯМ

$$F_i = \frac{N_i}{[\sigma_i]}; [\sigma_i] = \frac{[\sigma_{bi}]}{[n_{bi}]}; (i = 1, 2, 3, 4);$$

$$[\sigma_1] = \frac{400}{3,7} = 108,1 \text{ МПа}; [\sigma_2] = \frac{320}{4,0} = 80,0 \text{ МПа};$$

$$[\sigma_3] = \frac{450}{3,8} = 118,4 \text{ МПа}; [\sigma_4] = \frac{200}{5,0} = 40,0 \text{ МПа}.$$

Учитывая соотношения (2.7), найдем

$$F_1 = 2F \geq \frac{7,314 \cdot 10^3}{108,1 \cdot 10^6} = 0,6766 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2; \Rightarrow F \geq 0,3383 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2;$$

$$F_2 = F \geq \frac{10,598 \cdot 10^3}{80,0 \cdot 10^6} = 1,3248 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2; \Rightarrow F \geq 1,3248 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2;$$

$$F_3 = 4F \geq \frac{22,636 \cdot 10^3}{118,4 \cdot 10^6} = 1,9118 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2; \Rightarrow F \geq 0,4780 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2;$$

$$F_4 = 3F \geq \frac{12,856 \cdot 10^3}{40,0 \cdot 10^6} = 3,2140 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2; \Rightarrow F \geq 1,0713 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

За допускаемое значение F принимаем максимальное из всех полученных $F = 1,3248 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$. Так как максимум F реализуется для 2-го стержня, то напряжение в нем будет равно допускаемому, а напряжения в других стержнях будут меньше допускаемых.

Найдем действительные площади стержней:

$$F_1^* = 2F = 2,6496 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2; \quad F_2^* = F = 1,3248 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2;$$

$$F_3^* = 4F = 5,2992 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2; \quad F_4^* = 3F = 3,9744 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

2.1.2.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЗАПАСА ПРОЧНОСТИ СТЕРЖНЕЙ

Вычислим истинные коэффициенты запаса прочности n_i каждого стержня

$$n_i = \sigma_{bi} F_i^* / N_i;$$

$$n_1 = \frac{400 \cdot 10^6 \cdot 2,6496 \cdot 10^{-4}}{7,314 \cdot 10^3} = 14,5 > [n_{b1}] = 3,7;$$

$$n_2 = \frac{320 \cdot 10^6 \cdot 1,3248 \cdot 10^{-4}}{10,598 \cdot 10^3} = 4,0 = [n_{b2}];$$

$$n_3 = \frac{450 \cdot 10^6 \cdot 5,2992 \cdot 10^{-4}}{22,636 \cdot 10^3} = 10,5 > [n_{b3}] = 3,8;$$

$$n_4 = \frac{200 \cdot 10^6 \cdot 3,9744 \cdot 10^{-4}}{12,856 \cdot 10^3} = 6,2 > [n_{b4}] = 5,0.$$

2.1.2.5. ПОСТРОЕНИЕ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ПЛАНА ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Используя найденные значения усилий из (2.5), найдем удлинения стержней и перемещения точек A , B и C .

$$l_1 = l_3 = \frac{1}{0,76604} = 1,305 \text{ м}; \quad l_2 = \frac{1 \cdot 0,64279}{0,76604} = 0,839 \text{ м};$$

$$l_4 = \frac{1 \cdot 0,64279}{0,76604 \cdot 0,76604} = 1,095 \text{ м};$$

$$\Delta l_1 = \frac{7,314 \cdot 10^3 \cdot 1,305}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2,6496 \cdot 10^{-4}} = 0,180 \cdot 10^{-4} \text{ м};$$

$$\Delta l_2 = \frac{10,598 \cdot 10^3 \cdot 0,839}{1 \cdot 10^{11} \cdot 1,3248 \cdot 10^{-4}} = 0,671 \cdot 10^{-4} \text{ м};$$

$$\Delta l_3 = \frac{22,636 \cdot 10^3 \cdot 1,305}{0,7 \cdot 10^{11} \cdot 5,2992 \cdot 10^{-4}} = 0,796 \cdot 10^{-4} \text{ м};$$

$$\Delta l_4 = \frac{-12,856 \cdot 10^3 \cdot 1,095}{0,1 \cdot 10^{11} \cdot 3,9744 \cdot 10^{-4}} = -3,542 \cdot 10^{-4} \text{ м};$$

$$u_A = u_B = u_C = [0,796 \cdot 0,76604 - (-3,542)0,64279]10^{-3} = 2,887 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$v_A = \frac{(0,180 + 2,887 \cdot 0,76604)10^{-3}}{0,64279} = 3,720 \cdot 10^{-3} \text{ м}; \quad v_B = 0,671 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$v_C = (0,796 \cdot 0,64279 - 3,542 \cdot 0,76604)10^{-3} \text{ м} = -2,202 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

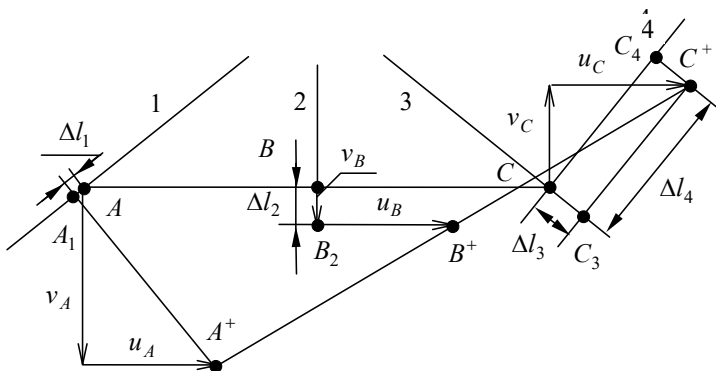


Рис. 2.4. Действительный план перемещений

Для проверки правильности полученного решения строим действительный план перемещений. С этой целью на расчетной схеме (рис. 2.3) откладываем в масштабе вычисленные перемещения $u_A, v_A, u_B, v_B, u_C, v_C$. Если вычисления были выполнены правильно, то точки A^+, B^+ и C^+ должны лежать на одной прямой. Далее по направлениям соответствующих стержней отложим удлинения $\Delta l_1, \Delta l_2, \Delta l_3$ и Δl_4 и получим точки A_1, B_2, C_3 и C_4 соответственно. Если теперь из точки A_1 восстановить перпендикуляр к направлению стержня 1, то он должен пройти через точку A^+ . Аналогично перпендикуляр к направлению стержня 2, восстановленный из точки B_2 , должен пройти через точку B^+ , а перпендикуляры, восстановленные из точек C_3 и C_4 к стержням 3 и 4 соответственно, должны пересечься в точке C^+ .

2.1.3. ПРИМЕРЫ СОСТАВЛЕНИЯ УРАВНЕНИЙ СОВМЕСТИСТИ ДЛЯ ДРУГИХ РАСЧЕТНЫХ СХЕМ

СТЕРЖНЕВАЯ СИСТЕМА С ЖЕСТКОЙ ВСТАВКОЙ, ШАРНИРНО ЗАКРЕПЛЕННАЯ НА ОДНОМ КОНЦЕ

Для расчетной схемы, представленной на рис. 2.5, имеем число неизвестных – 5 (усилия с стержнях N_1 , N_2 , N_3 , реакции в шарнире X_A , Y_A), число уравнений статики – 3. Таким образом, система два раза статически неопределима. Необходимо составить два уравнения совместности. С этой целью дадим системе возможное перемещение, совместимое с наложенными ограничениями. В рассматриваемом случае – это поворот жесткого звена вверх или вниз вокруг шарнира A . Для определенности полагаем, что звено повернулось вниз (штриховая линия AD_1 на рис. 2.5).

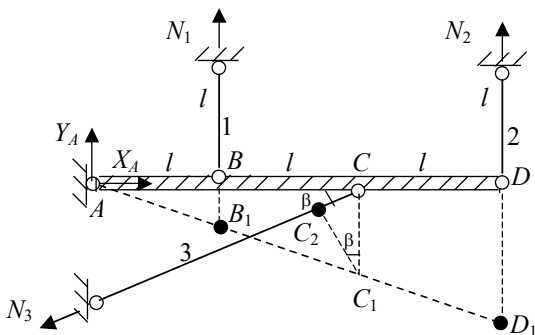


Рис. 2.5. Схема с жестким звеном, шарнирно закрепленном на одном конце

Учитывая заданные размеры, из геометрических соображений имеем:

$$\frac{BB_1}{DD_1} = \frac{1}{3}, \quad \frac{CC_1}{DD_1} = \frac{2}{3}. \quad (2.10)$$

Из рис. 2.5 следует:

$$\Delta l_1 = BB_1, \quad \Delta l_3 = DD_1, \quad \Delta l_2 = -CC_2 = -CC_1 \sin \beta. \quad (2.11)$$

Здесь учитывалось, что отрезок C_1C_2 перпендикулярен к осевой линии стержня 3. Из (2.10) с учетом (2.11) получим два уравнения совместности:

$$\Delta l_3 = 3\Delta l_1, \quad 2\Delta l_3 \sin \beta = -3\Delta l_2. \quad (2.12)$$

Отметим, что если повернуть жесткую вставку вверх, то в правых частях равенств (2.11) знак изменится на противоположный, а окончательные уравнения совместности (2.12) сохранятся.

СХЕМА В ВИДЕ ТРЕХ СТЕРЖНЕЙ, ПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ В ТОЧКЕ

Рассмотрим стержневую систему в виде трех пересекающихся стержней (рис. 2.6). Число неизвестных – 3 (N_1, N_2, N_3), число уравнений статики – 2, и система один раз статически неопределима. Для составления недостающего уравнения совместности даем узлу A возможное перемещение в точку B . В данной схеме точка A может перемещаться в любом направлении. Из точки B узла деформируемого состояния опускаем перпендикуляры на оси выбранной прямоугольной системы координат xu и на направления стержней. Так как в нашем случае $\alpha + \beta = 90^\circ$, то для упрощения вывода уравнения совместности оси x, y направлены вдоль ортогональных стержней 1 и 2. Обозначим через u, v проекции вектора перемещения узла \overrightarrow{AB} на оси x, y . Тогда из рис. 2.6 получаем:

$$\Delta l_1 = v, \Delta l_2 = u, \Delta l_3 = -u \cos \beta - v \cos \alpha. \quad (2.13)$$

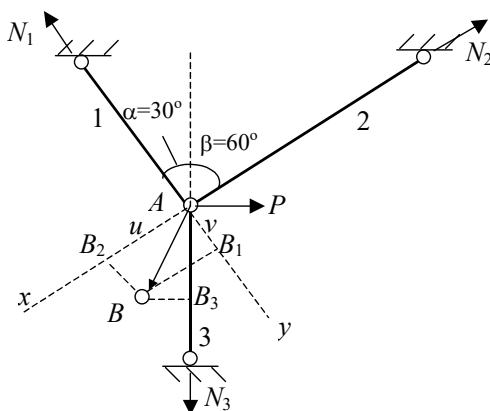


Рис. 2.6. Схема с тремя пересекающимися в одной точке стержнями

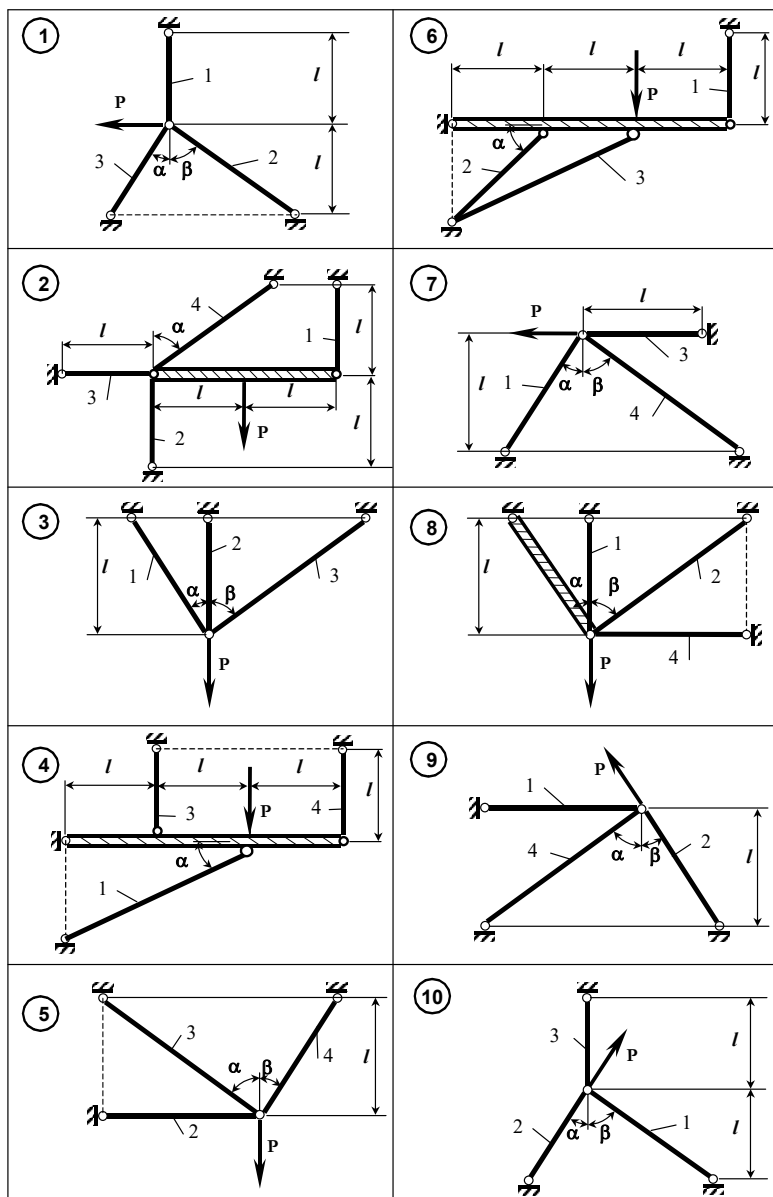
Исключая u, v из (2.13), приходим к следующему уравнению совместности:

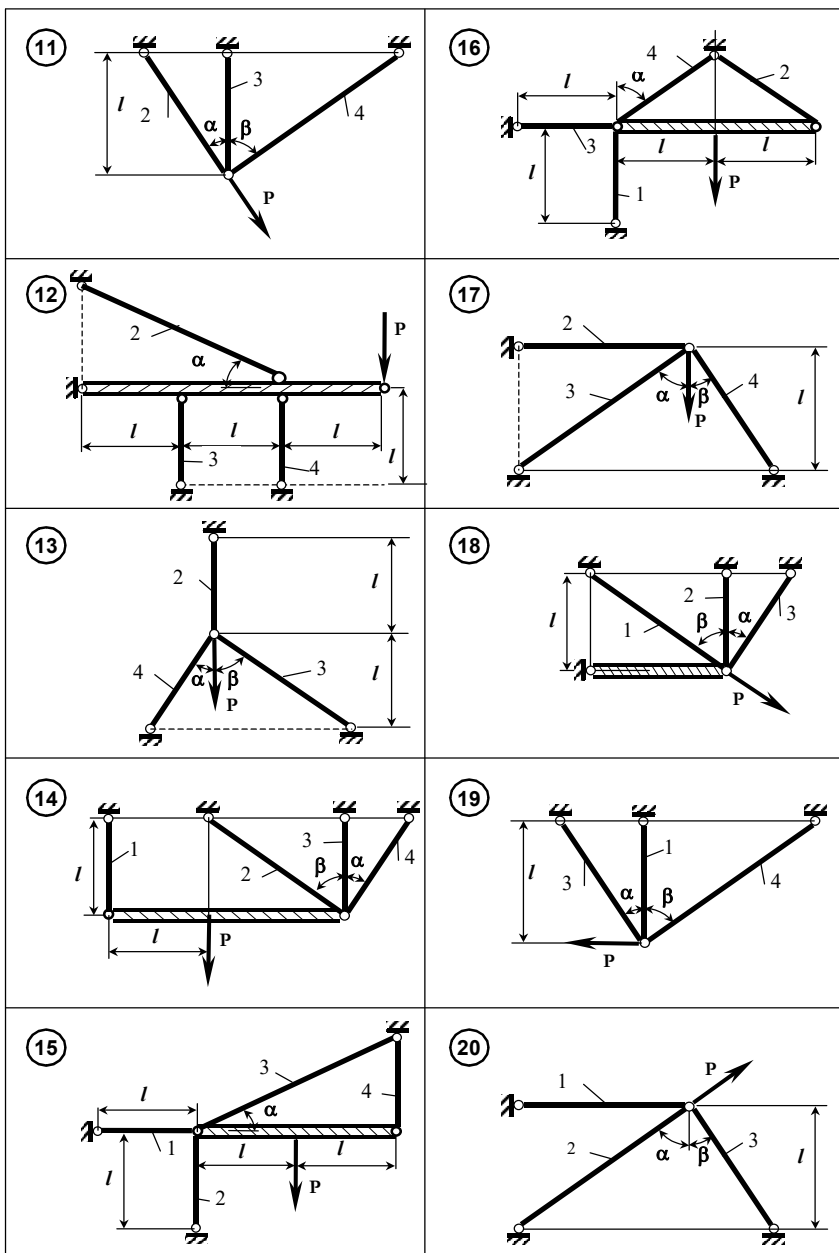
$$\Delta l_1 \cos \alpha + \Delta l_2 \cos \beta + \Delta l_3 = 0. \quad (2.14)$$

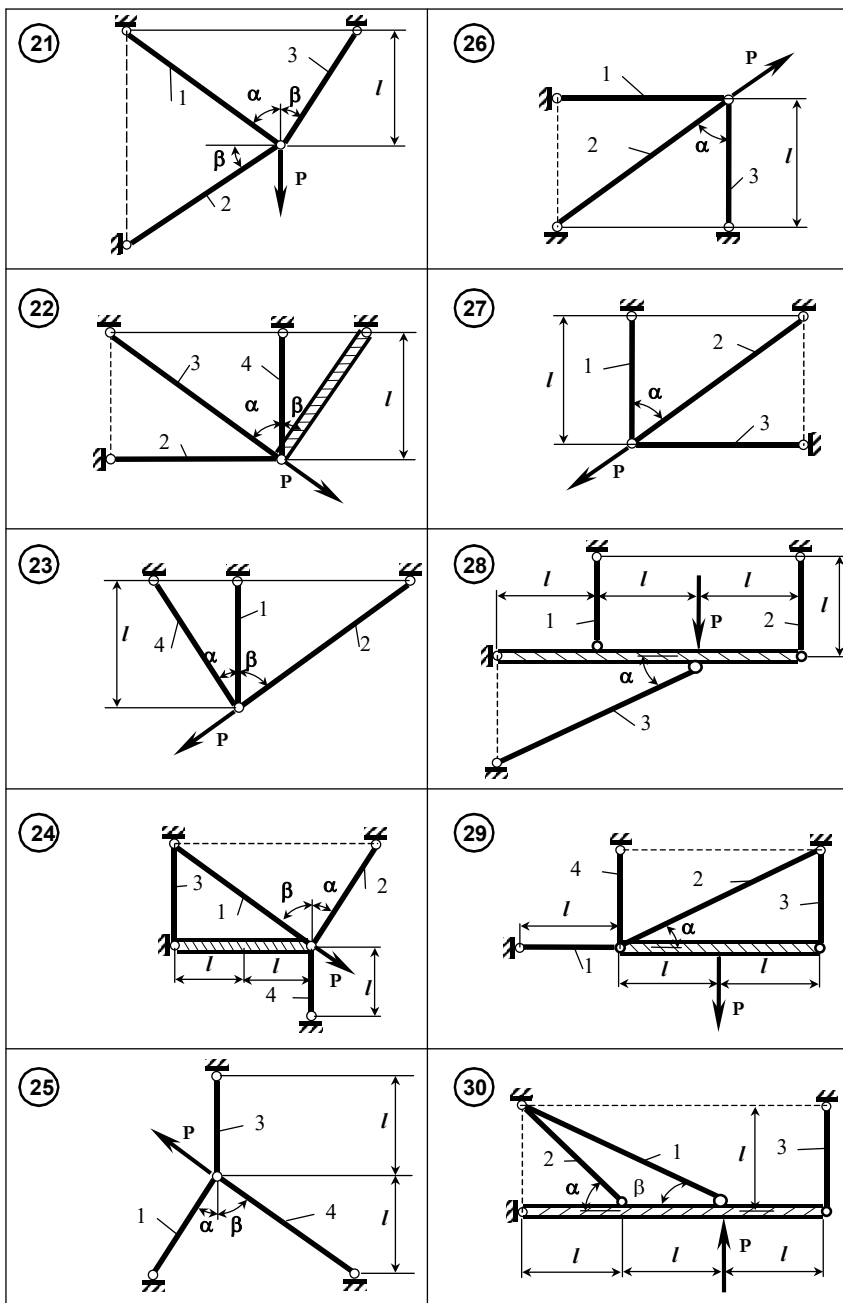
Отметим, что уравнение совместности не зависит от направления вектора перемещения \overrightarrow{AB} и выбора системы координат xu .

2.1.4. РАСЧЕТНЫЕ СХЕМЫ К ЗАДАЧЕ № 1

Ниже приведены расчетные схемы к задаче № 1.







2.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОПУСКАЕМОЙ НАГРУЗКИ ИЗ УСЛОВИЯ ПРОЧНОСТИ БАЛКИ

2.2.1. УСЛОВИЯ ЗАДАЧИ

Чугунная балка нагружена в соответствии с расчетной схемой*. Допускаемые напряжения на растяжение $[\sigma_p] = 300$ МПа, на сжатие $[\sigma_c] = 1000$ МПа. Требуется вычислить геометрические характеристики заданного сечения и определить допускаемую нагрузку $[q]$ из условия прочности при рациональном расположении сечения.

Т а б л и ц а 2.5

Варианты исходных данных

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7	8
a метров	1,0	1,5	2,0	2,5	1,0	1,5	2,0	2,5
$r \cdot 10^3$ метров	20	30	40	50	15	25	35	45

2.2.2. ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ № 2

Пусть задана расчетная схема рис. 1.1 и построены эпюры рис. 1.2 (в работе следует привести заданную расчетную схему и эпюру изгибающего момента к этой схеме), и пусть задан вариант № 4 с $r = 50 \cdot 10^{-3}$ м и $a = 2,5$ м. Заданная схема поперечного сечения балки показана на рис. 2.7.

2.2.2.1. ВЫЧИСЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗАДАННОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

Разбиваем сечение на простейшие фигуры, для которых известно положение центров сечений. В нашем случае это внешний прямоугольник и внутренний квадрат. Координата центра тяжести сечения (точка C на рис. 2.8) вычисляется по формуле

$$y_C = \frac{S_{z_1}^{(1)} + S_{z_1}^{(2)}}{F^{(1)} + F^{(2)}}.$$

* Расчетная схема и эпюры берутся из задания по построению эпюр внутренних силовых факторов. Номер эпюры задает преподаватель.

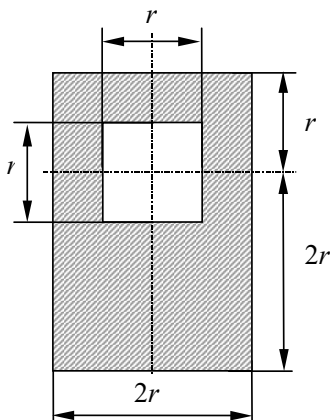
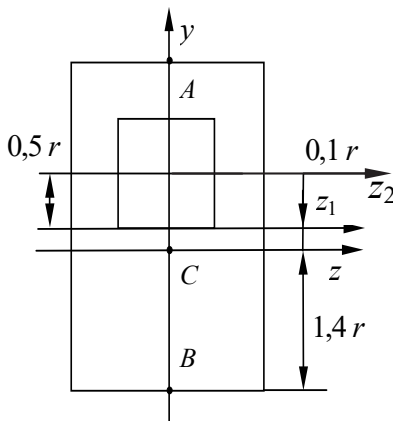


Рис. 2.7. Сечение балки



2.8. Определение центра тяжести сечение

В данном случае удобно воспользоваться приемом «отрицательных» площадей. Полагаем, что внешний прямоугольник имеет положительную площадь, а внутренний квадрат – отрицательную. Кроме того, ось z_1 можно совместить с центром тяжести одной из фигур, например внешнего прямоугольника. При этом $S_{z_1}^{(1)} = 0$. Площади и статические моменты отдельных фигур есть

$$F^{(1)} = 3r \cdot 2r = 6r^2;$$

$$F^{(2)} = -rr = -r^2;$$

$$S_{z_1}^{(2)} = F^{(2)} \cdot 0,5r = -0,5r^3.$$

Таким образом координата центра тяжести определится как

$$y_C = \frac{-0,5r^3}{6r^2 - r^2} = -0,1r.$$

Координаты наиболее удаленных от оси z точек будут

$$y_B = 1,5r - 0,1r = 1,4r = 70 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$y_A = 1,5r + 0,1r = 1,6r = 80 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Момент инерции всего сечения относительно оси z :

$$J_z = J_z^{(1)} + J_z^{(2)}; \quad J_z^{(i)} = J_{zi}^{(i)} + y_{ц.т.i}^2 F^{(i)};$$

$$J_z^{(1)} = \frac{2r(3r)^3}{12} + (0,1r)^2 6r^2 = 5,1r^4 = 5,1(5 \cdot 10^{-2})^4 = 3187,5 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4;$$

$$J_z^{(2)} = -\frac{rr^3}{12} - (0,6r)^2 r^2 = 0,443r^4 = -0,443(5 \cdot 10^{-2})^4 = -276,9 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4;$$

$$J_z = 3187,5 \cdot 10^{-8} - 276,9 \cdot 10^{-8} = 2911 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

Момент инерции J_z является главным центральным моментом инерции поперечного сечения балки, изображенного на рис. 2.7.

2.2.2.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОПУСКАЕМОЙ НАГРУЗКИ ИЗ УСЛОВИЯ ПРОЧНОСТИ

Наибольший изгибающий момент (см. рис. 1.2) равен $qa^2/2$. Так как значение момента отрицательно, то нижние (по рис. 1.2) волокна сечения сжаты, а верхние растянуты. В связи с тем, что материал балки лучше работает на сжатие ($[\sigma_c] > [\sigma_p]$), то рациональным расположением сечения будет такое, при котором наиболее удаленные от нейтральной оси волокна (точка A на рис. 2.9) оказываются в сжатой зоне.

В растянутой зоне

$$\sigma_B = \frac{My_B}{J_z} = \frac{qa^2 y_B}{2J_z} \leq [\sigma_p];$$

в сжатой зоне

$$\sigma_A = \frac{My_A}{J_z} = \frac{qa^2 y_A}{2J_z} \leq [\sigma_c].$$

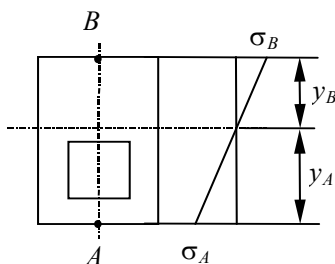


Рис. 2.9. Рациональное расположение сечения

Подставляя числовые значения, определим допускаемую нагрузку

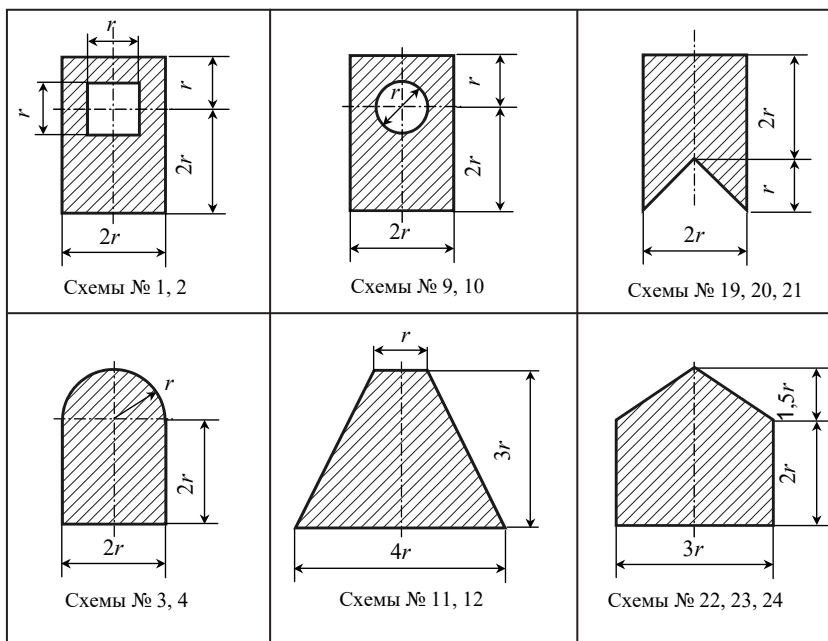
$$q \leq \frac{300 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 2911 \cdot 10^{-8}}{2,5^2 \cdot 70 \cdot 10^3} = 40,0 \text{ кН / м};$$

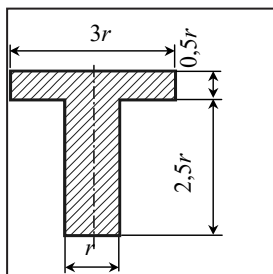
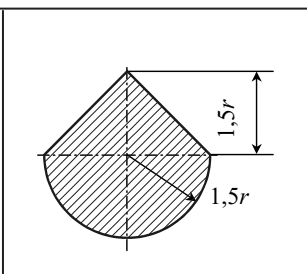
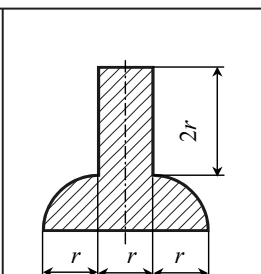
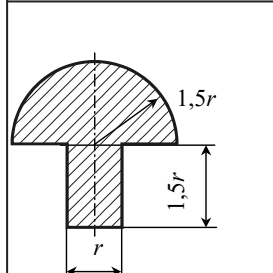
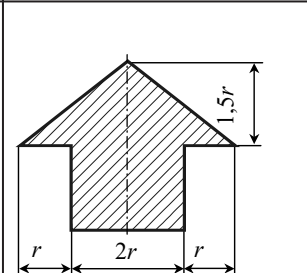
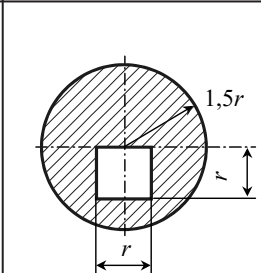
$$q \leq \frac{1000 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 2911 \cdot 10^{-8}}{2,5^2 \cdot 80 \cdot 10^3} = 103,5 \text{ кН / м}.$$

За расчетную принимаем наименьшее значение нагрузки $q = 40,0 \text{ кН/м}$, которая была получена из расчета на растяжение. В том случае, когда расчетная нагрузка определяется из расчета на сжатие, необходимо проверить сечение с максимальным значением изгибающего момента противоположного знака (на схеме рис. 1.2 это значение равно $qa^2/8$).

2.2.3. РАСЧЕТНЫЕ СХЕМЫ К ЗАДАЧЕ № 2

Ниже приведены расчетные схемы к задаче № 2.



 <p>Схемы № 5, 6</p>	 <p>Схемы № 13, 14, 15</p>	 <p>Схемы № 25, 26, 27</p>
 <p>Схемы № 7, 8</p>	 <p>Схемы № 16, 17, 18</p>	 <p>Схемы № 28, 29, 30</p>

ЛИТЕРАТУРА

1. *Феодосьев В.И.* Сопротивление материалов : [учебник для вузов] / В.И. Феодосьев. – М., 2005. - 590 с. : ил., портр., табл. – На авантит.: к 175-летию МГТУ им. Н. Э. Баумана.
2. *Атапин В.Г.* Сопротивление материалов : учебник / В.Г. Атапин, А.Н. Пель, А. И. Темников. – Новосибирск, 2006. - 555 с. : ил. – Режим доступа: <http://www.ciu.nstu.ru/fulltext/textbooks/2006/atapin.pdf>.
3. *Атапин В. Г.* Механика. Сопротивление материалов : учебное пособие / В.Г. Атапин, Д.А. Красноуцкий ; Новосиб. гос. техн. ун-т. – Новосибирск, 2017. - 146, [2] с. : ил. – Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000235416

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Методические указания

Редактор *И.Л. Кескевич*

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции
Издание соответствует коду 95 3000 ОК 005-93 (ОКП)

Подписано в печать 12.09.2017. Формат 60 × 84 1/16. Бумага офсетная. Тираж 250 экз.
Уч.-изд. л. 2,5. Печ. л. 2,75. Изд. № 876/9.

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20