

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

620.1
С646

№ 5030

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Методические указания и задания к лабораторным работам
по курсу «Сопротивление материалов» для студентов
II курса факультета летательных аппаратов

НОВОСИБИРСК
2024

УДК 620.1(076.5)
С646

Рецензенты:

д-р техн. наук, профессор *Е. Г. Подружин*
канд. техн. наук, доцент *А. П. Шабанов*

Составители:

канд. техн. наук, доцент *А. Н. Пель*
канд. техн. наук, доцент *Н. В. Панова*
ст. преп. *Е. Н. Белоусова*
канд. техн. наук *Д. В. Моховнёв*
ассист. *Д. Р. Шелевая*

ОГЛАВЛЕНИЕ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1. Испытание на растяжение хрупких и пластичных образцов.....	4
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2. Определение ударной вязкости материала.....	20
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3. Определение прогибов и углов поворота шарнирно опертой балки.....	29
Анализ напряженно-деформированного состояния в точке методами тензометрии	40
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4. Определение модуля упругости и коэффициента Пуассона.....	49
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5. Определение методом тензометрии главных напряжений при действии кручения	53
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6. Определение методом тензометрии напряжений при совместном действии изгиба и кручения.....	58
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7. Определение перемещений плоской рамы и бруса малой кривизны	64
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8. Изгиб ломаного бруса.....	68

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

ИСПЫТАНИЕ НА РАСТЯЖЕНИЕ ХРУПКИХ И ПЛАСТИЧНЫХ ОБРАЗЦОВ

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Цель эксперимента. Определить модуль упругости и основные механические характеристики хрупкого и пластичного материалов при растяжении.

СХЕМА УСТАНОВКИ

Испытывается стандартный образец на испытательной разрывной машине INSTRON 3366. Общий вид установки для испытания образцов на разрыв показан на рис. 1.1.

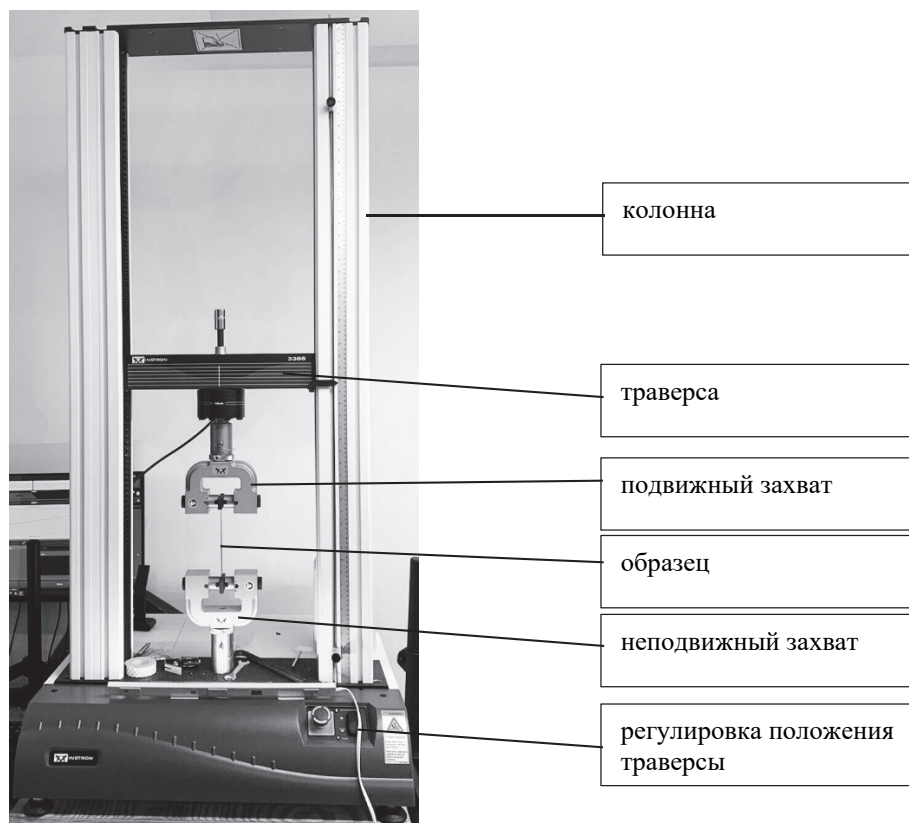


Рис. 1.1

К образцу прикрепляется тензометр (рис. 1.2), позволяющий измерять деформации более точно и непосредственно в образце. Данные, полученные в ходе испытания, будут выведены на экран компьютера.



Рис. 1.2

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Схемы образцов до испытания показаны на рис. 1.3 и 1.4. Все геометрические размеры необходимо измерить штангенциркулем на самом образце.

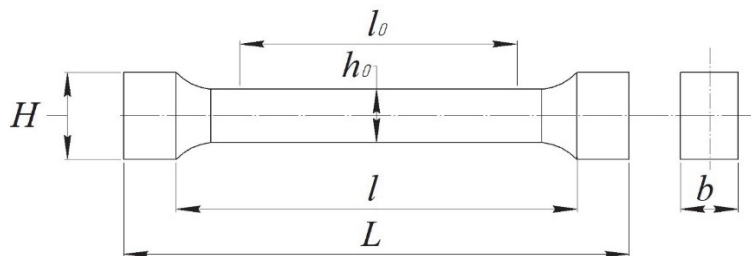


Рис. 1.3

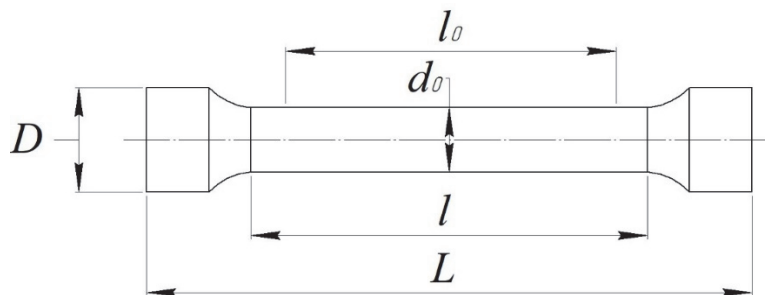


Рис. 1.4

Начальная расчетная длина образца l_0 – это участок рабочей длины образца между нанесенными метками испытания, на котором определяется удлинение. ГОСТ 1497–84 «Методы испытаний на растяжение» рекомендует придерживаться следующих значений:

- для плоских образцов $l_0 = 11,3\sqrt{A_0}$;
- для цилиндрических образцов $l_0 = 5,65\sqrt{A_0}$;
- для хрупких образцов $l_0 = 2,82\sqrt{A_0}$.

Рабочая длина образца l – это часть образца с постоянной площадью поперечного сечения между его участками захвата, и она рекомендована также ГОСТ 1497–84:

- для плоских образцов

$$\text{от } l = l_0 + 1,5\sqrt{A_0} \text{ до } l = l_0 + 2,5\sqrt{A_0} ;$$

- для цилиндрических образцов

$$\text{от } l = l_0 + 0,5d_0 \text{ до } l = l_0 + 2d_0 ,$$

где A_0 – начальная площадь поперечного сечения, для плоских образцов

$$A_0 = bh_0 , \text{ для цилиндрических } - A_0 = \frac{\pi d_0^2}{4} .$$

ПРОВЕДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ОБРАЗЦА

Главное окно управляющей программы показано на рис. 1.5. Нажимаем кнопку «метод».

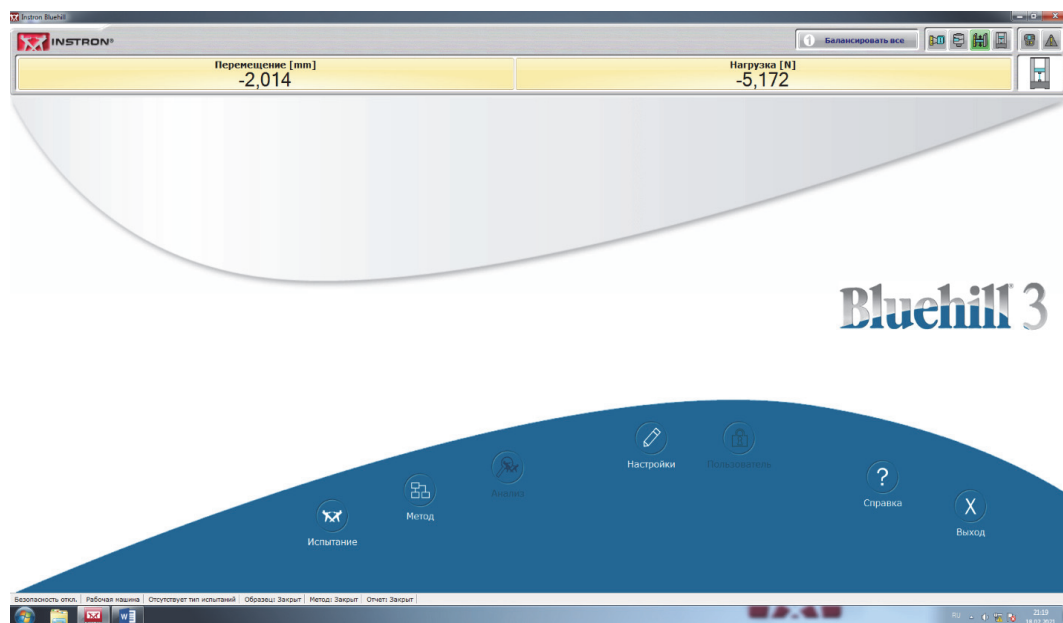


Рис. 1.5

Во вкладке «создать метод» выбираем «метод испытания на растяжение» (рис. 1.6).

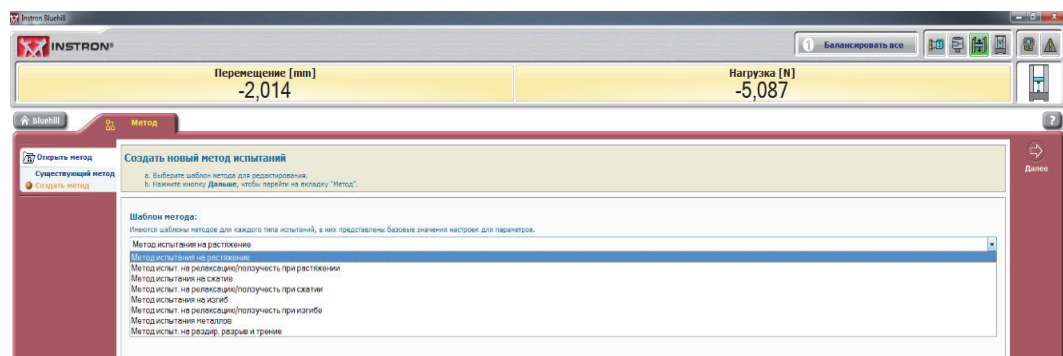


Рис. 1.6

Устанавливаем тип образца из выпадающего списка, как представлено на рис. 1.7, а также вносим измеренные ранее геометрические характеристики образцов.

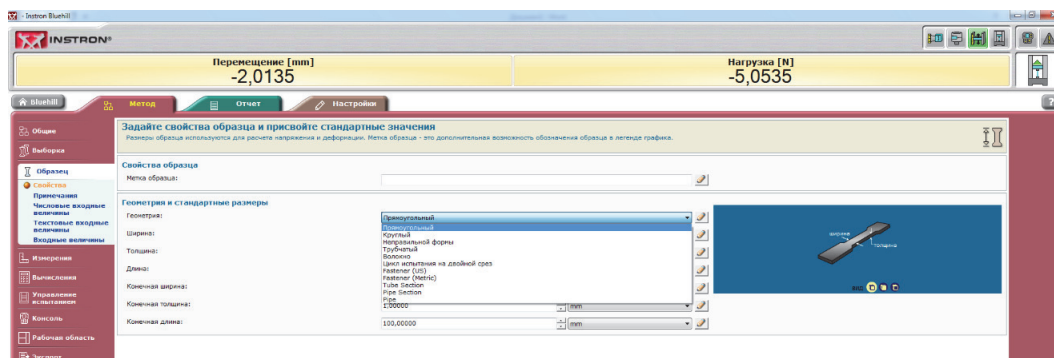


Рис. 1.7

Выбираем вкладку «измерения» → «деформация» → «навесной датчик эктензометр» (рис. 1.8).

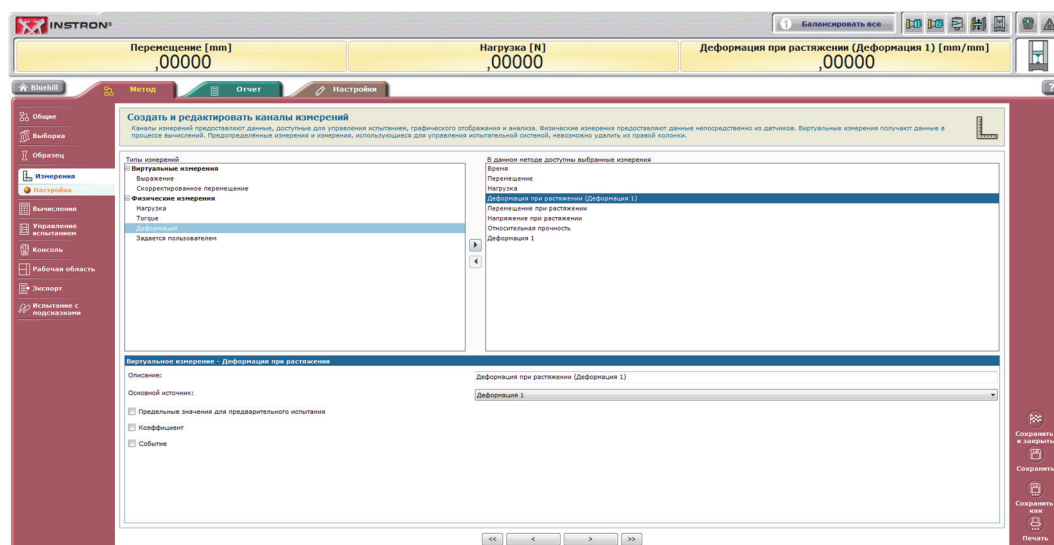


Рис. 1.8

Во вкладке «вычисления» переводим в положение справа «максимум нагрузка», «модуль (автоматический) Юнга» «предел текучести (условный 0,2 %)», как показано на рис. 1.9. Устанавливаем необходимые параметры:

- для строки «максимум нагрузка»: ☒ указать на графике;
- для строки «модуль (автоматический) Юнга»: ☒ указать на графике;
- для строки «предел текучести (условный 0,2 %)»:
 - «базовое вычисление» → модуль (автоматический) Юнга,
 - «поиск измерений» → перемещение в процентах,
 - ☒ указать на графике.

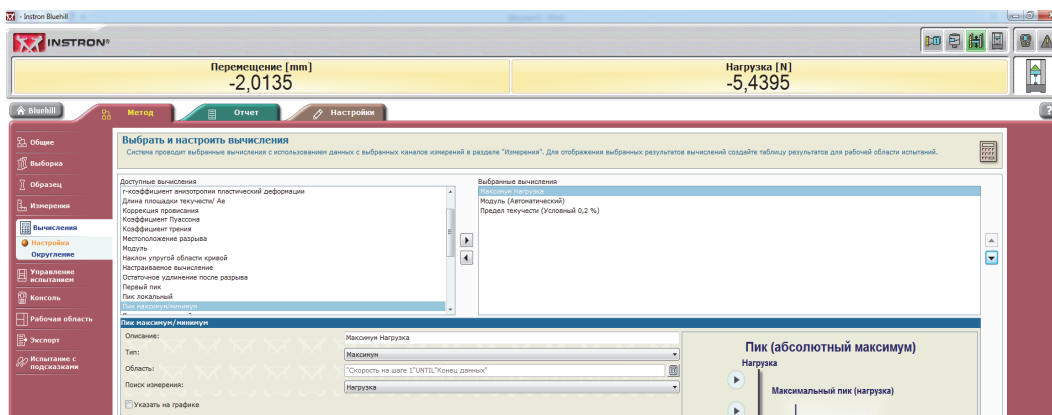


Рис. 1.9

Выбираем вкладку «управление испытанием», как показано на рис. 1.10. Устанавливаем источник информации о деформации образца, переходим во вкладку «деформация». Выбираем в выпадающем списке «деформация 1» — это означает, что деформация измеряется с помощью навесного датчика, точность существенно выше, чем деформация, измеряемая по встроенному датчику перемещений.

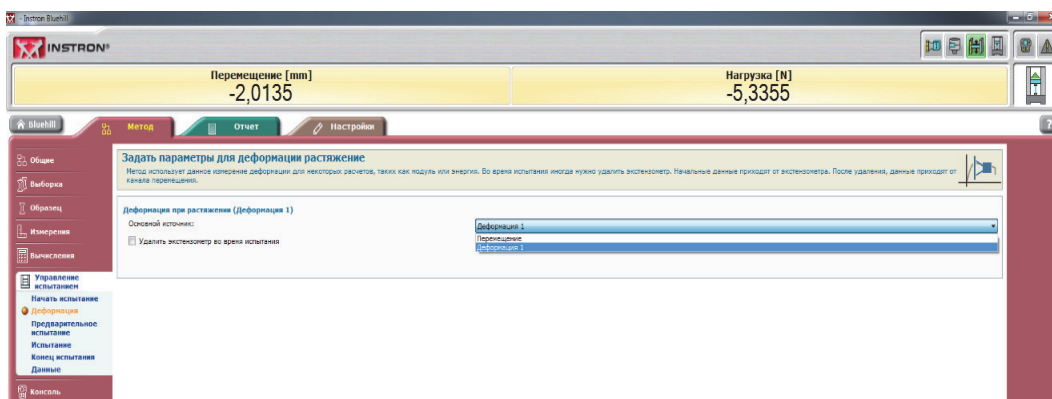


Рис. 1.10

Навесной датчик следует удалить до момента разрушения, чтобы не допустить его повреждения. Для этого в выпадающем списке параметра «критерии удаления» выбираем «событие измерения»; «канал данных» → «деформация при растяжении (деформация 1)»; «значение» → «0,5 %»; «действия во время удаления» → «продолжить испытание», как показано на рис. 1.11.

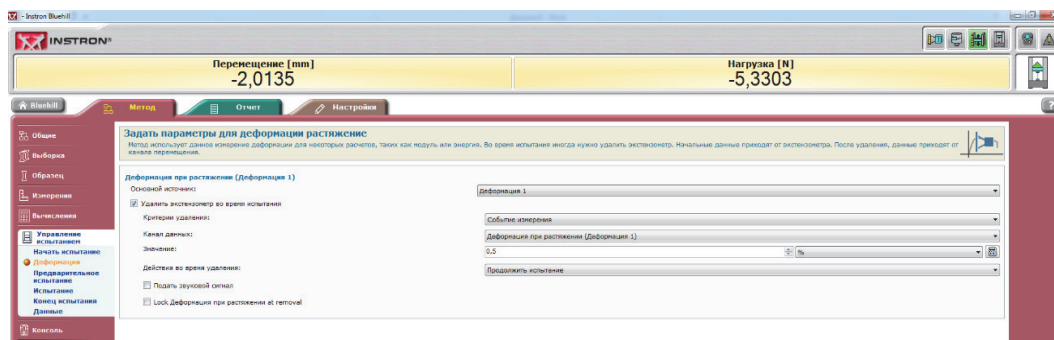


Рис. 1.11

Во вкладке «предварительное испытание» ставим галочку ☒ «предварительная нагрузка» и заполняем скорость нагружения до 10 [mm/min], критерий переключения выбираем из выпадающего списка «нагрузка» и вводим значение 200 [N] (рис. 1.12). Ставим галочку ☒ «автобалансировка», переносим в правое окно измерения «деформация при растяжении (деформация 1)», «нагрузка» и «деформация 1».

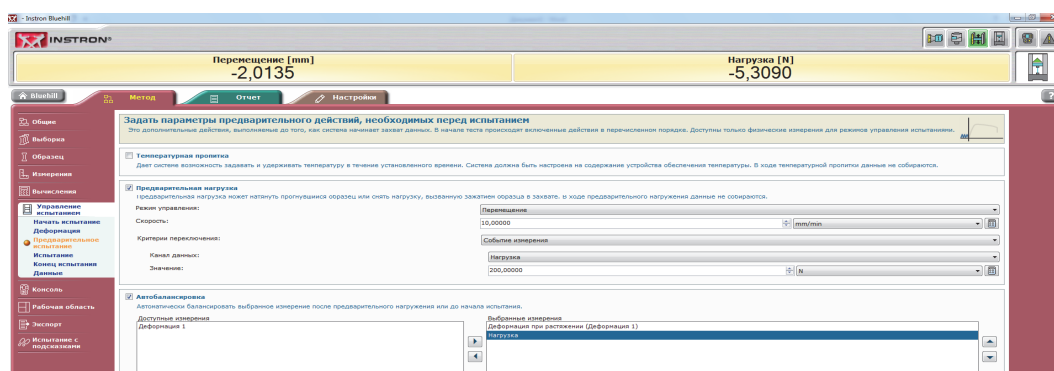


Рис. 1.12

Во вкладке «испытание» задать скорость нагружения в течение основного испытания до 10 [mm/min] (рис. 1.13).

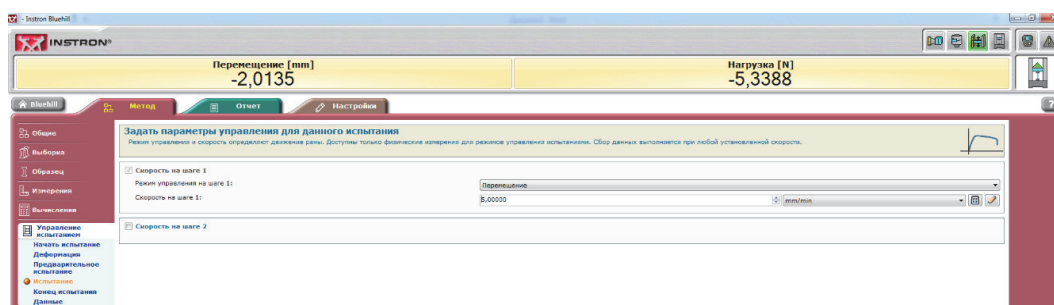


Рис. 1.13

Во вкладке «конец испытания» (рис. 1.14) расставляем галочки «конец испытания 1» и «конец испытания 2». Для «критерий 1» из выпадающего списка выбираем «коэффициент нагрузки» и заполняем «чувствительность» → 40 %. Для «критерий 2» из выпадающего списка выбираем «событие измерения», «канал измерения 2» → «нагрузка» и выставляем «значение 2» → 9 [kN]. Операция завершения → «остановить».

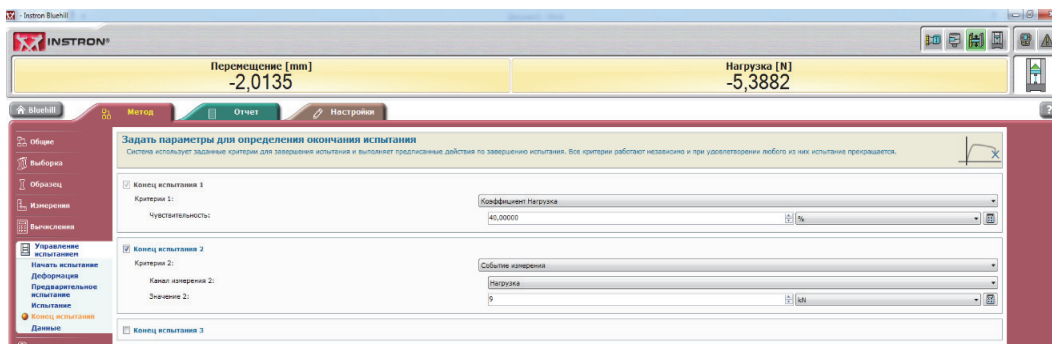


Рис. 1.14

Во вкладке «консоль» выбираем «активные дисплеи» (верхняя консоль), добавляем «деформация на растяжение», также добавим кнопку «балансировать все» во вкладке «программирование клавиш» – она необходима для очищения верхней консоли (дисплеев).

Формируем окно представления результатов.

Во вкладке «рабочая область» (рис. 1.15) выбираем «результаты 1» → «колонки» (эти данные будут отражены в виде таблицы). Переводим в правое окно «максимум нагрузки», «напряжение при растяжении (максимум нагрузки)», «модуль (автоматический)», «напряжение при растяжении (предел текучести условный 0,2 %)\», «деформация при растяжении (деформация 1)\», «деформация 1».

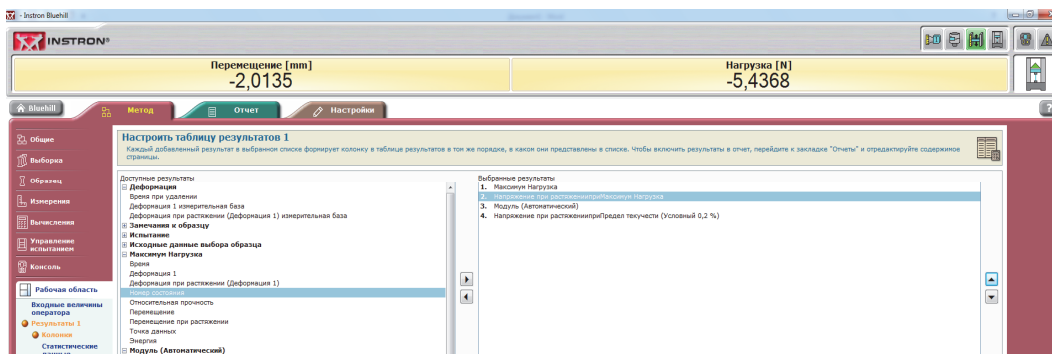


Рис. 1.15

Во вкладке «рабочая область» (рис. 1.16) выбираем «график 1», назначаем переменные на осях X и Y – эти данные будут отражены в виде графика «нагрузка – деформация». Выбираем «график 2», назначаем переменные на осях X и Y – эти данные будут отражены в виде графика «напряжения – деформация».

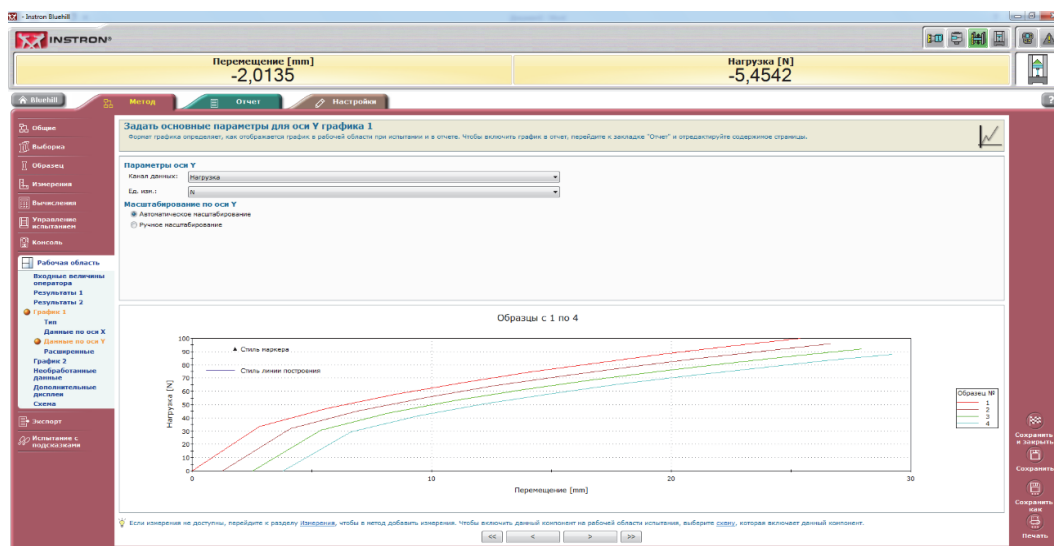


Рис. 1.16

Во вкладке «схема» выбираем расположение информации на экране, как показано на рис. 1.17, и сохраняем.

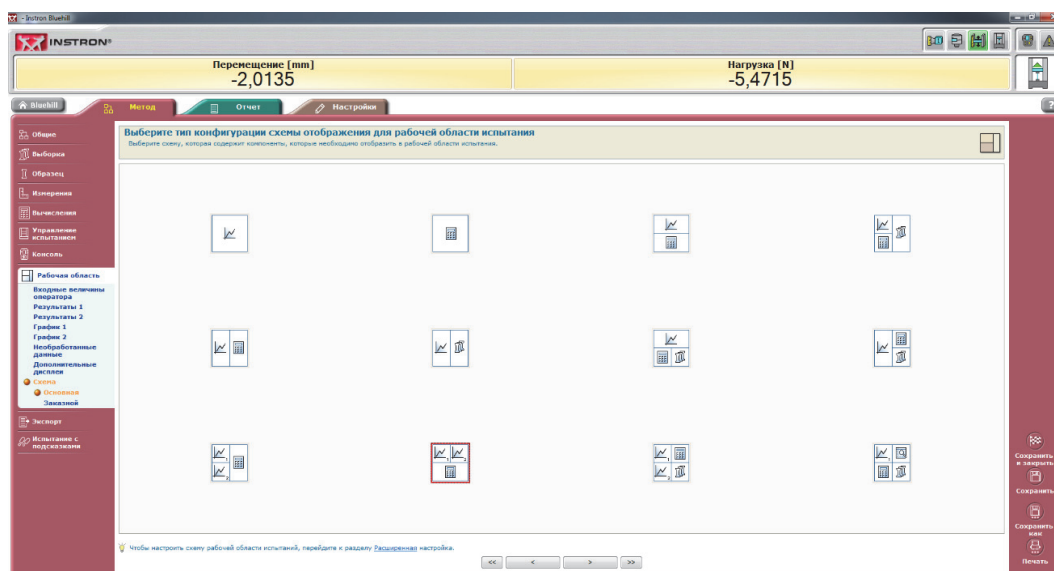


Рис. 1.17

Вверху слева выбираем вкладку «отчет», в ней выбираем расположение выводимой информации на листе отчета, также можно выбрать шрифт, размер шрифта, поля и т. д. (рис. 1.18 и 1.19). Нажимаем кнопку «сохранить».

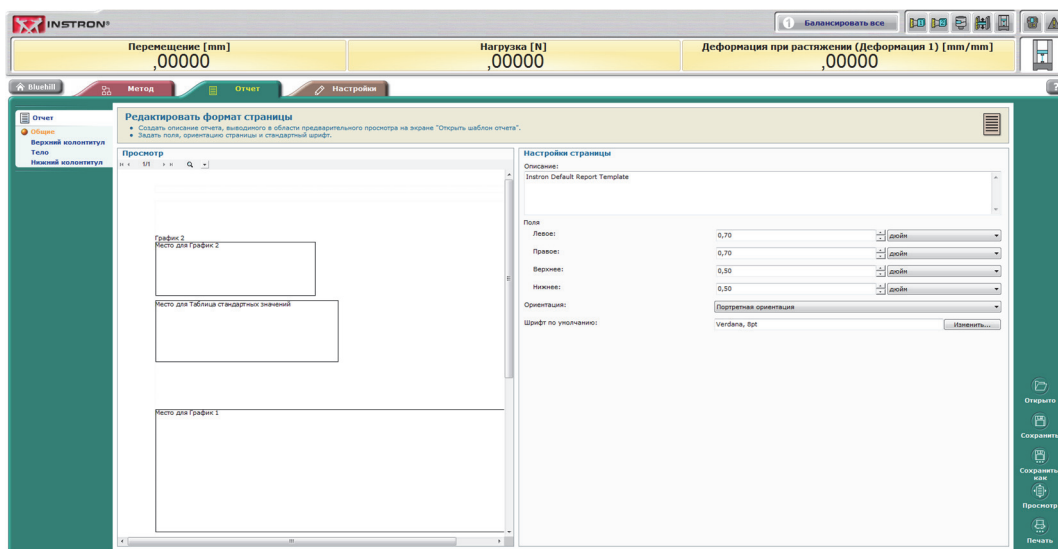


Рис. 1.18

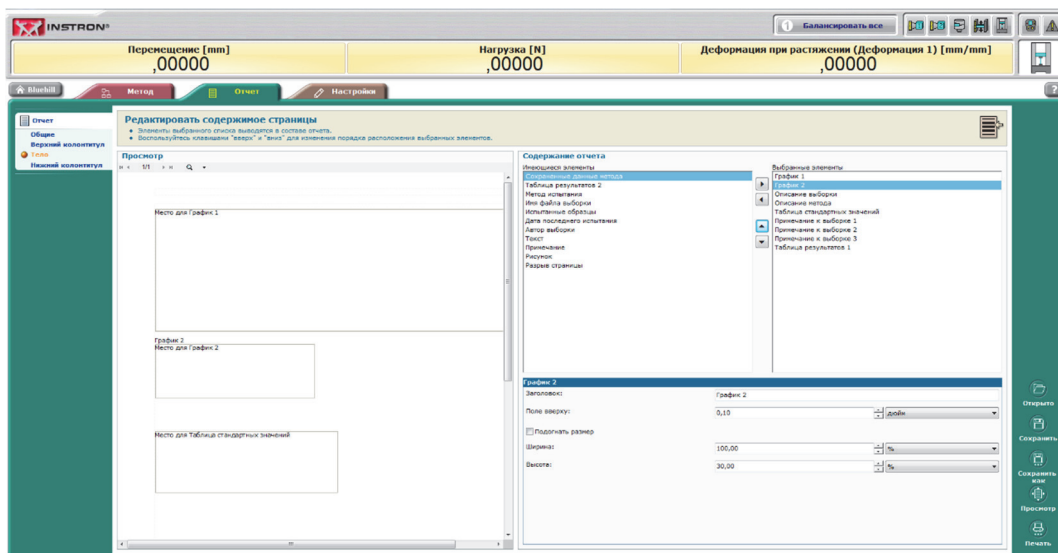


Рис. 1.19

Переходим в окно управляющей программы и нажимаем кнопку «испытание», выбираем метод, который запрограммировали (рис. 1.18).

Выбираем место хранения данных, которые будут получены в ходе испытаний (рис. 1.19).

На экране – окно испытания (рис. 1.20, 1.21), нажимаем кнопку «*выполнить*», после окончания эксперимента нажимаем «*сохранить*». В левой части экрана выбираем вкладку «*отчет*» и печать (рис. 1.22).

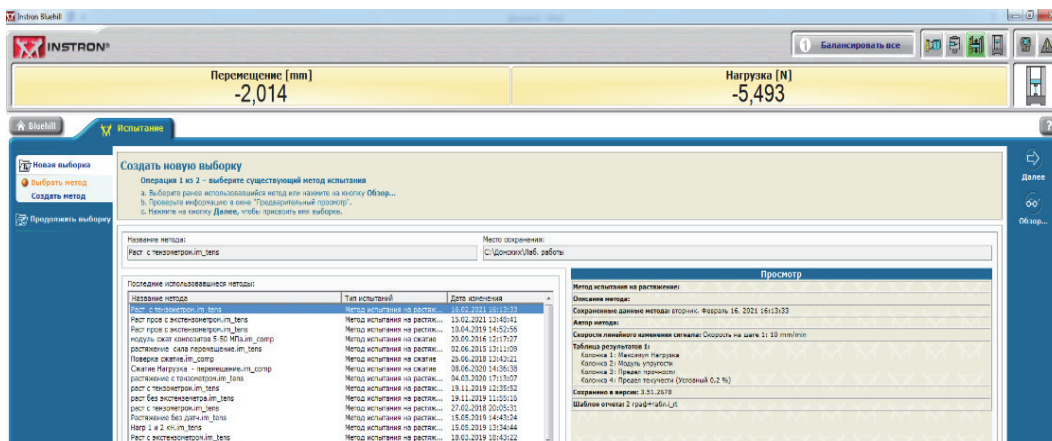


Рис. 1.20

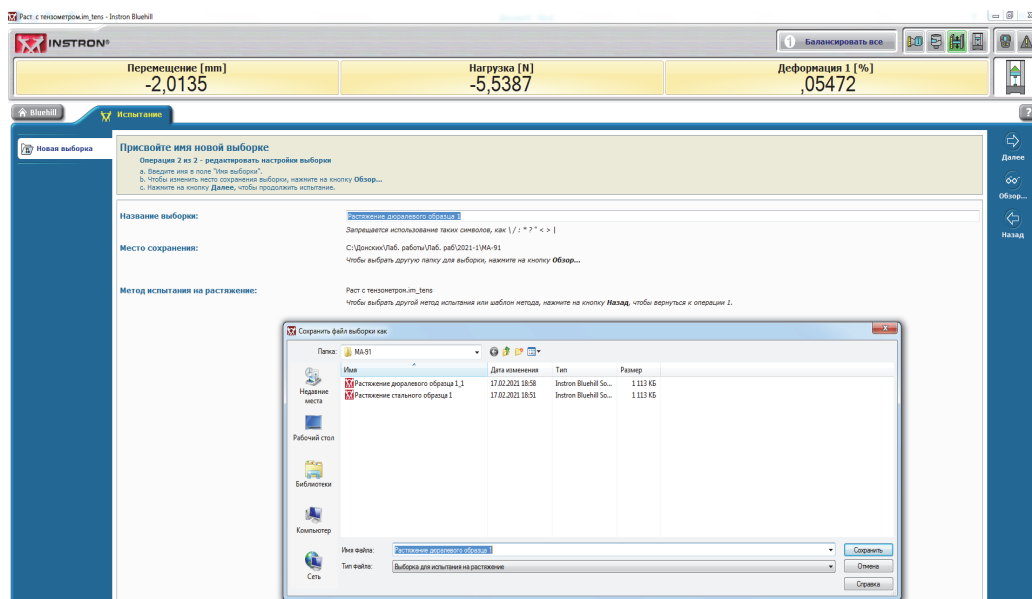


Рис. 1.21

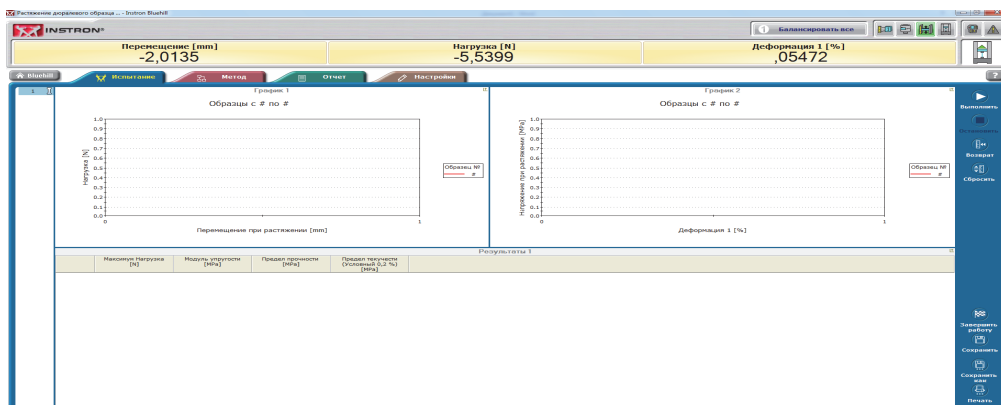
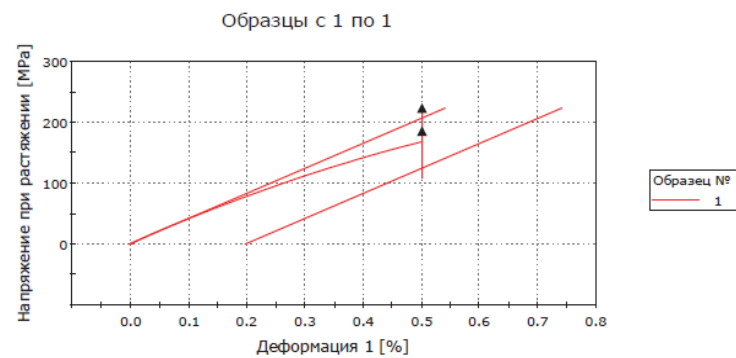
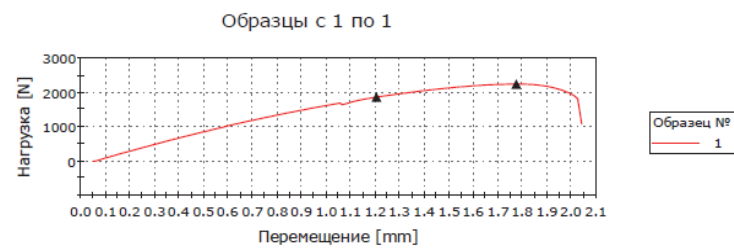


Рис. 1.22

На рис. 1.23 представлен пример отчета.

График 2



	Деформация 1 при Максимум Нагрузки [%]	Напряжение при растяжении при Максиму м Нагрузка [MPa]	Модуль (Автоматический Юнга) [MPa]
1	0,50012	223,68457	41163,73544

	Напряжение при растяжении при Предел текучести (Условный 0,2 %) [MPa]
1	185,82840

Рис. 1.23

ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТА

В результате проведенного эксперимента получаем две диаграммы: первая диаграмма носит название «диаграмма растяжения» в осях $F - \Delta l$ (нагрузка – перемещение), вторая – «диаграмма напряжений на растяжение» в осях $\sigma - \epsilon$ (напряжение – деформация).

Если диаграмму растяжения подвергнуть некоторому преобразованию, то из нее можно получить диаграмму напряжений на растяжение. Это преобразование состоит в том, что каждому значению нагрузки находится соответствующее значение напряжения:

$$\sigma = \frac{F}{A_0}.$$

Аналогично, зная первоначальную длину образца l_0 , переходим от абсолютных удлинений Δl к деформации ϵ :

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l}.$$

Диаграммы пластичного и хрупкого материалов показаны на рис. 1.24 и 1.25 соответственно.

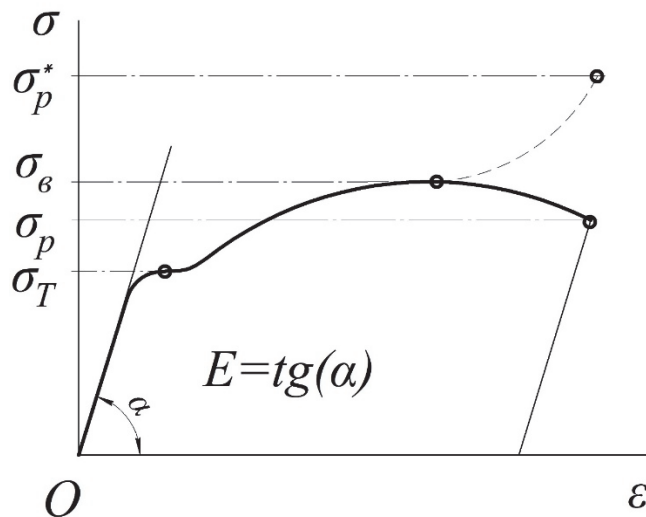


Рис. 1.24

На рис. 1.24 для пластичного материала: σ_b – напряжение временного сопротивления разрыву (предел прочности); σ_p – напряжение в момент разрыва; σ_p^* – истинное напряжение в момент разрыва; σ_T – предел текучести; E – модуль Юнга.

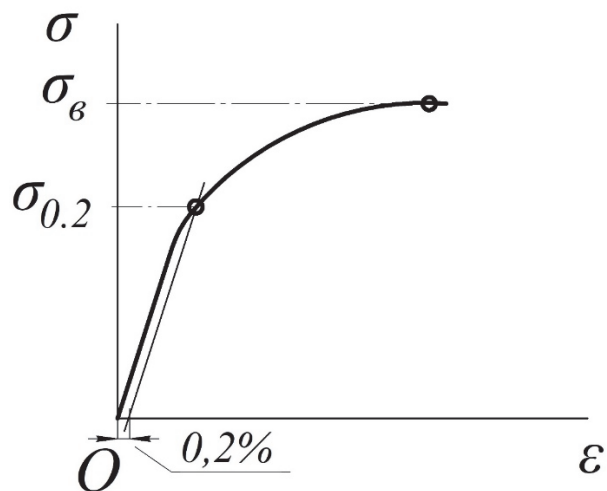


Рис. 1.25

На рис. 1.25 для хрупкого материала: $\sigma_{0,2}$ – условный предел текучести, при котором обнаруживается остаточная деформация 0,2 %; σ_b – напряжение временного сопротивления разрыву (предел прочности).

Результаты эксперимента сведите в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Характеристики материала

Напряжения, соответствующие, МПа			
пределу текучести	временному сопротивлению	моменту разрыва	истинному в момент разрыва
Деформация при максимальной нагрузке, %			
Модуль Юнга, МПа			

Истинное напряжение в момент разрыва вычисляется по формуле

$$\sigma_p^* = \sigma_p \frac{A_0}{A_p}.$$

На рис. 1.26 представлена схема образца после испытания.

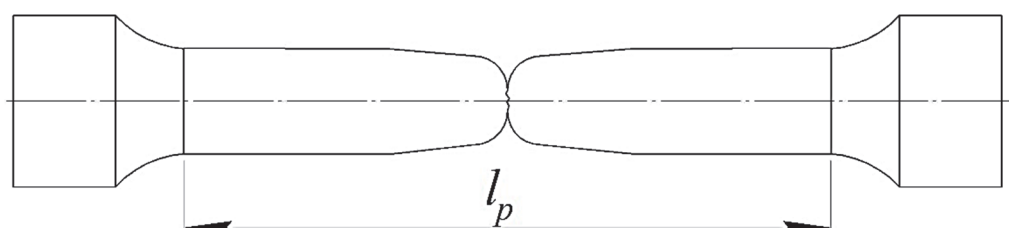


Рис. 1.26

Приложите друг к другу обе половинки образца по месту разрыва и измерьте в зависимости от вида образца h_p или d_p в наиболее узком месте, чтобы вычислить площадь:

- для плоского образца

$$A_p = b h_p ;$$

- для цилиндрического образца

$$A_p = \frac{\pi d_p^2}{4}.$$

Затем измерьте длину рабочей части после разрушения l_p . Результаты сведите в табл. 1.2.

Т а б л и ц а 1.2

Геометрические характеристики образца

Размеры образца	До испытания	После испытания
Длина рабочей части, мм	$l_0 =$	$l_p =$
Высота (диаметр), мм	$h_0(d_0) =$	$h_p(d_p) =$
Площадь поперечного сечения, мм ²	$A_0 =$	$A_p =$

Вычислите и запишите истинные характеристики пластичности:

- относительное остаточное удлинение

$$\delta, \% = \frac{l_p - l_0}{l_0} 100 \%;$$

- относительное остаточное сужение

$$\psi, \% = \frac{A_0 - A_p}{A_0} 100 \%.$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЗАЩИТЕ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. В каких осях строится диаграмма растяжения?
2. Чем отличается диаграмма истинных напряжений при растяжении от условной диаграммы?
3. Что называется упругостью и пределом упругости?
4. Какое напряжение принимается в качестве предельного для пластичного материала?
5. Назовите основные механические характеристики материала.
6. Покажите на полученных диаграммах модуль Юнга.
7. В чем разница между пределом текучести σ_T и условным пределом текучести $\sigma_{0,2}$?
8. В чем разница между напряжением в момент разрыва σ_p и истинным напряжением в момент разрыва σ_p^* ?
9. Какие деформации называются упругими, а какие остаточными? Укажите их на полученной в лабораторной работе диаграмме растяжения стали.
10. Как определяется предел текучести при отсутствии площадки текучести? Покажите, как это сделать, на конкретной диаграмме.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДАРНОЙ ВЯЗКОСТИ МАТЕРИАЛА

Цель эксперимента. Определить опытным путем ударную вязкость пластичного материала.

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Многие изделия подвергаются в процессе эксплуатации динамическим, в частности ударным, нагрузкам. Прочность и пластичность материалов, используемых в таких изделиях, уже не может оцениваться критериями, получаемыми в результате статических испытаний; нужен критерий динамической прочности – механическое сопротивление ударному разрушению. Общепринятой характеристикой сопротивления материала ударному разрушению является ударная вязкость.

Ударная вязкость – способность материала поглощать механическую энергию в процессе деформации и разрушаться под действием ударной нагрузки. Основным отличием испытаний с ударными нагрузками от испытаний на растяжение-сжатие или изгиб является гораздо более высокая скорость выделения энергии.

Обозначается ударная вязкость KC и измеряется в килоджоулях на метр в квадрате (кДж/м^2) или в джоулях на сантиметр в квадрате (Дж/см^2):

$$KC = W / A,$$

где A – площадь поперечного сечения образца (без надреза), м^2 ; W – работа, затраченная на разрушение образца и равна разности энергии маятника в его положениях до и после удара, кДж :

$$W = P(h_1 - h_2) = PL(\cos \beta - \cos \alpha),$$

где P и L – вес и длина маятника соответственно; h_1 и α – высота и угол положения маятника до удара; h_2 и β – высота и угол положения маятника после удара. На рис. 2.1 показана схема установки при ударных испытаниях на маятниковом копре.

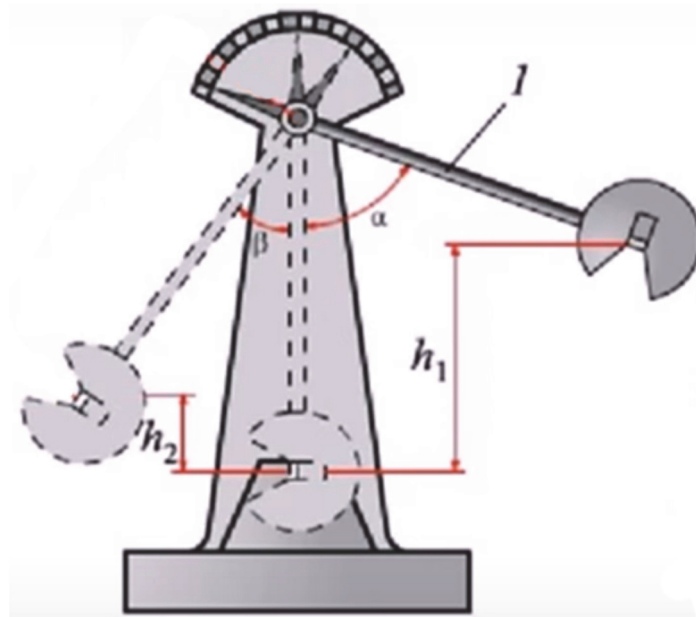


Рис. 2.1

Ударная вязкость зависит:

- от температуры: при нагреве материалы становятся более мягкими и податливыми к деформированию. При очень низких температурах или при большом перепаде температуры повышается хрупкость. Существует понятие порога хладоломкости – это критическая температура перехода стали в хрупкое состояние. По статистике, для техники, работающей в условиях холодного климата, в более 80 % всех случаев выхода из строя машин и агрегатов причиной служит хрупкое разрушение от ударных нагрузок при низких температурах, в первую очередь деталей ходовой части, силовых элементов, несущих конструкций и т. д.;

- структуры (величины зерен): крупнозернистые материалы имеют меньшую ударную вязкость;

- химического состава;

- термообработки.

Не все предметы можно подвергать тестированию. Испытания проводятся для образцов, изготовленных согласно ГОСТ 4647–2015 – метод определения ударной вязкости по Шарпи (рис. 2.2, а) или ГОСТ 19109–2017 – метод определения ударной вязкости по Изоду (рис. 2.2, б).

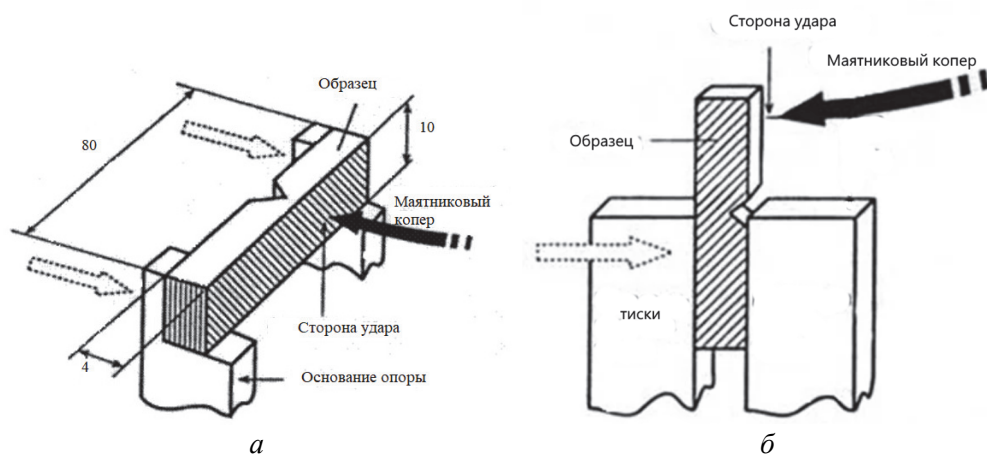


Рис. 2.2

Удар падающего маятника должен приходиться по месту, ослабленному надрезом, в зоне надреза создается объемное напряженное состояние с большой концентрацией напряжений. Подопытные экземпляры могут быть трех типов:

- внутри нет полого отверстия, но есть разрез в виде литеры U (рис. 2.3);
- внутри нет полого отверстия, но есть разрез в виде буквы V. Такой острый конец выреза приводит к тому, что деформации или разрушение появятся скорее, чем у предыдущего образца, поэтому такой образец используется для определения эксплуатационных характеристик систем, подверженных постоянным высоким нагрузкам, например, элементов станка или автомобиля;
- Т-образный разрез применяется в случаях, когда нужна еще большая сложность и точность, поэтому распил производится в форме литеры Т – надрез с трещиной.

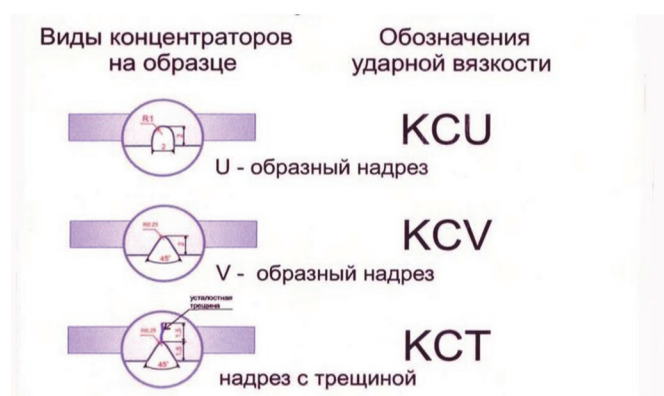


Рис. 2.3

ОБЩИЙ ВИД УСТАНОВКИ И ЕЕ ОСОБЕННОСТИ

Испытания проводятся на маятниковом копре INSTRON CEAST 9050 (рис. 2.4). Маятниковые копры INSTRON серии 9050 прекрасно подходят для испытания пластиков на ударный изгиб по методам Шарпи и Изода для определения ударной вязкости материала в соответствии с ГОСТ 4647, ГОСТ 16782, ASTM D256 и D6110, ISO 179, ISO 180. Копры могут также использоваться для испытаний на ударное растяжение или для испытаний пластиковых труб на ударный изгиб. Для использования при различных температурах копры оснащаются термокамерами или криобоксами, а оснащение дополнительными датчиками силы и программным обеспечением позволяет получить динамическую кривую нагружения.



Рис. 2.4

Копры серии 9050 комплектуются всевозможными маятниками для испытаний по Шарпи и Изоду с энергиями удара от 0,5 до 50 Дж (рис. 2.5). Маятники соответствуют требованиям основных стандартов. Использование маятников монолитной конструкции, где молот и плечо представляют собой единое целое, существенно повышает точность, сходимость результатов. Система автоматического распознавания типа и номинала маятника полностью устраняет человеческий фактор.



Рис. 2.5

В основе копра 9050 лежит массивная цельнолитая чугунная рама. Такая конструкция легко гасит паразитирующие осциллирующие нагрузки после удара, что повышает точность, сходимость результата. Встроенный контроллер с управляющим интерфейсом позволяет проводить стандартные тесты, хранить настройки методов и данные, проводить калибровку копра.

РАБОТА С УСТАНОВКОЙ

1. Проводим калибровку – испытание молота без образца. Калибровка – это комплекс операций, который выполняют для того, чтобы определить фактические значения метрологических характеристик средств измерений.

Для этого необходимо зайти в меню *Calibration*, провести операцию фиксации и освобождения молота (рис. 2.6).



Рис. 2.6

Для фиксации молота необходимо открыть дверцу (копер имеет прозрачную поликарбонатную лицевую дверцу-крышку, предназначенную для защиты персонала от разлетающихся осколков; сброс молота на образец может быть произведен только при закрытой дверце), поднять молот на максимальную высоту и поставить его на защелку (нажав ее), на экране нажать кнопку *Start* (рис. 2.7).

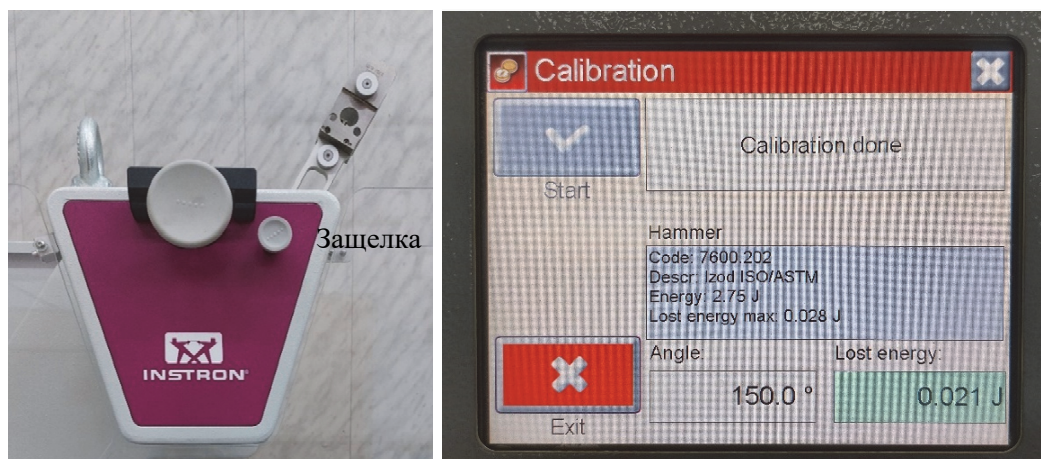


Рис. 2.7

Для сбрасывания молота необходимо одновременно нажать клавишу и оттянуть защелку. После того как программа выдаст результаты, необходимо затормозить молот, прижав тормозной диск (рис. 2.8).

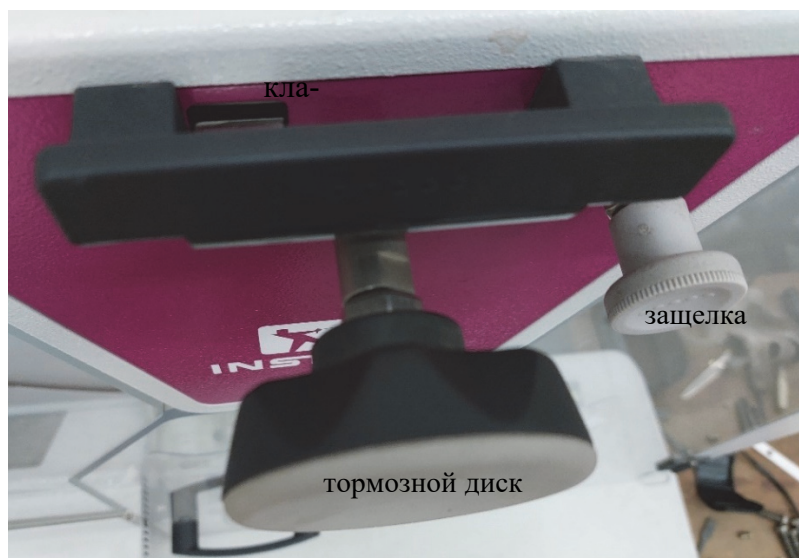


Рис. 2.8

2. Проводим эксперимент по определению ударной вязкости пластмассы.

Создаем файл с параметрами (рис. 2.9) для нового испытания, для этого необходимо ввести:

- имя файла;
- название нормативного документа;
- принятую методику испытаний;
- тип испытания (по Шарпи или по Изоду);
- угол относительно вертикали, под которым будет отцеплен молот (150° по умолчанию);
- размеры образца.

Рис. 2.9

После ввода всех данных необходимо сохранить файл и открыть вкладку *Operations* (рис. 2.10), далее ввести имя файла с параметрами для планируемого эксперимента (*Parameter set*) и во вкладке *Lot parameters* по необходимости можно ввести дополнительные данные.

Рис. 2.10

Далее при открытом окне *Operations*:

- зафиксировать молот в верхнем положении;
- установить образец на опоры в соответствии с выбранным типом испытания (по Изоду или Шарпи);

- отпустить молот;
- затормозить молот;
- снять результаты, перейдя в окно *Results* (рис. 2.11).

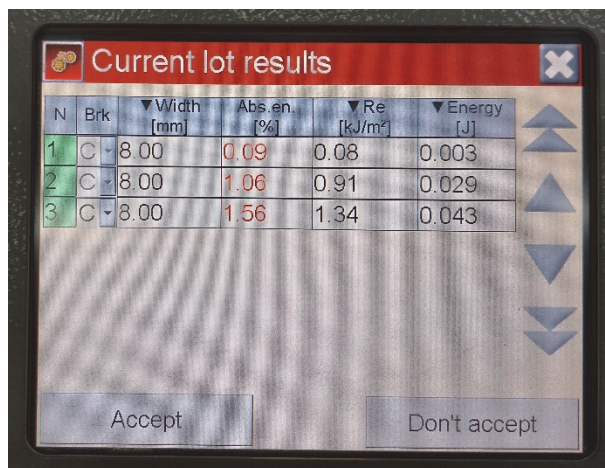


Рис. 2.11

ОФОРМЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ

Необходимо оформить отчет, в котором указать название и цель работы, применяемое оборудование, материалы и образцы. Данные измерений и результаты испытаний оформить в виде таблицы.

Материал	Размеры образца, мм	Площадь поперечного сечения образца, м ²	Работа, затраченная на разрушение образца, Дж	Ударная вязкость, Дж/м ²

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЗАЩИТЕ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Что такое ударная вязкость?
2. В каких случаях проводятся испытания на ударную вязкость?
3. В каких единицах измеряется ударная вязкость?

4. Какие факторы влияют на величину ударной вязкости?
5. Как изменится ударная вязкость с изменением температуры?
6. В чем состоит принцип работы маятникового копра?
7. Какие материалы подвергаются испытаниям на ударную вязкость?
8. Как влияет концентратор напряжения на разрушение материала?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОГИБОВ И УГЛОВ ПОВОРОТА ШАРНИРНО ОПЕРТОЙ БАЛКИ

Цель эксперимента. Экспериментально определить прогибы и углы поворота шарнирно опертой балки, сравнить с результатами, полученными расчетным путем.

СХЕМА УСТАНОВКИ

Общий вид установки для проведения эксперимента показан на рис. 3.1.

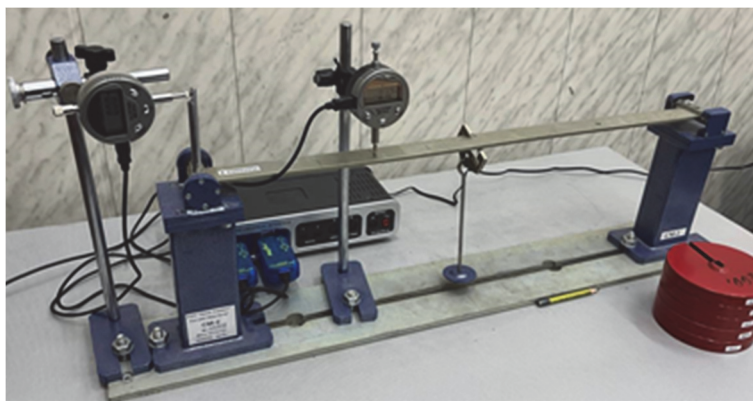


Рис. 3.1

Для нагружения используются грузы, каждый из которых имеет вес 1 кГ (~10 Н). Для измерения перемещений используются индикаторы часового типа, имеющие интерфейс для подключения к компьютеру (рис. 3.2).

Индикаторы подключаются к компьютеру через базовый модуль-концентратор. Блок питания базового модуля включается в розетку (рис. 3.3).

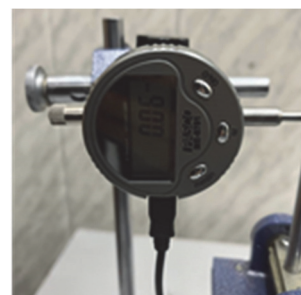


Рис. 3.2



Рис. 3.3

УКАЗАНИЯ ПО НАСТРОЙКЕ PASCO CAPSTONE НА ПК

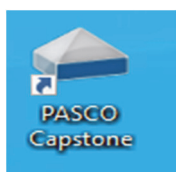


Рис. 3.4

Для проведения измерений используется специализированное программное обеспечение Pasco. Открыть программу можно при помощи ярлыка на рабочем столе (рис. 3.4).

В открывшемся окне (рис. 3.5) выбираем команду «добавить страницу», затем «добавить таблицу» и, держа зажатой эту кнопку, выводим ее в центр экрана.

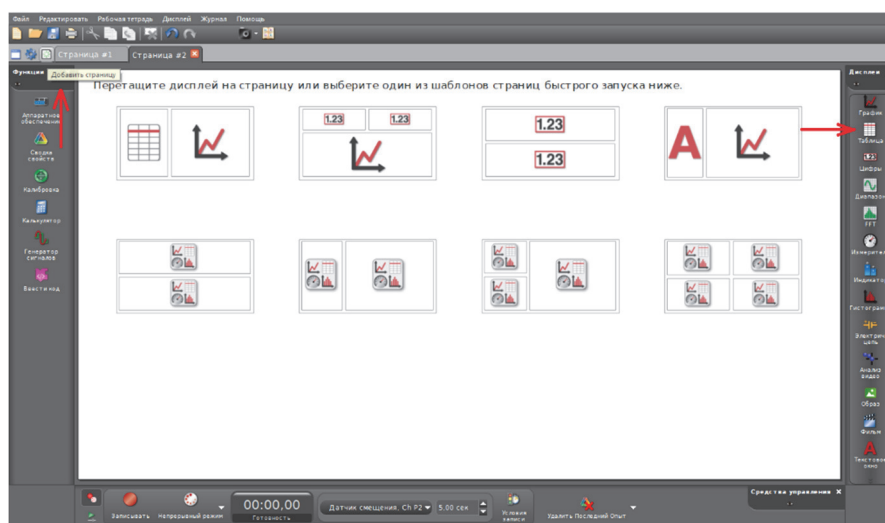


Рис. 3.5

После появления диалогового окна таблицы в левой части экрана выбираем данные для столбцов таблиц (при верном подключении всех необходимых элементов для выбора изменений в столбцах таблицы будут доступны все подключенные датчики). Выбираем для каждого столбца, какие измерения будут в него записываться системой (рис. 3.6).

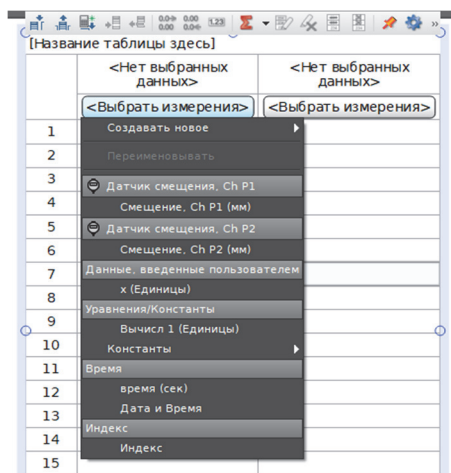


Рис. 3.6

На панели в нижней части экрана необходимо выбрать частоту, с которой будут записываться показания каждого датчика (рис. 3.7).

Примечание. Необходимо выбрать время 3...5 с, достаточное для навеса груза и стабилизации лабораторной установки.

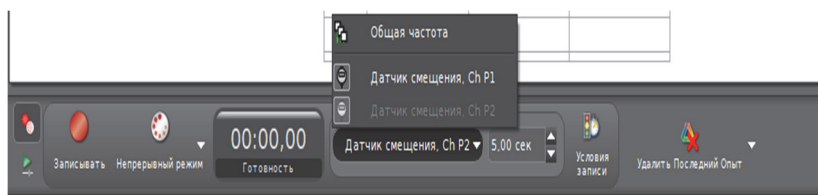


Рис. 3.7

После выполнения всех действий получаем удобную для анализа таблицу измерения экспериментальных данных (рис. 3.8). Для начала записи данных следует нажать кнопку «записывать». В случае необходимости проведения опыта повторно следует выбрать команду «удалить последний опыт» для очистки таблицы.

[Название таблицы здесь]			
		▼ Прогон #5	⌂ Прогон #5
	время (сек)	Смещение, Ch P1 (мм)	Смещение, Ch P2 (мм)
1	0,000	0,0	0,0
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			

Рис. 3.8

ПРОВЕДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

По указаниям преподавателя в соответствии с заданной конфигурацией и размерами собирается экспериментальная установка (рис. 3.9).

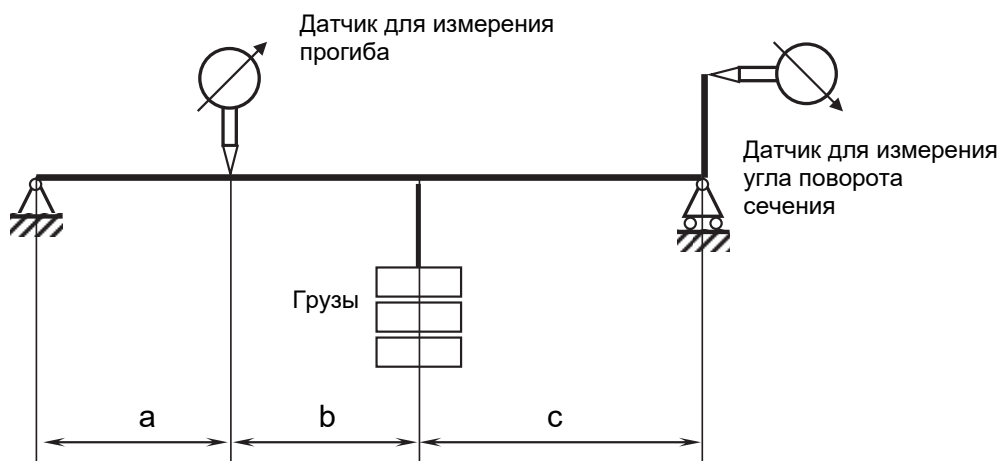
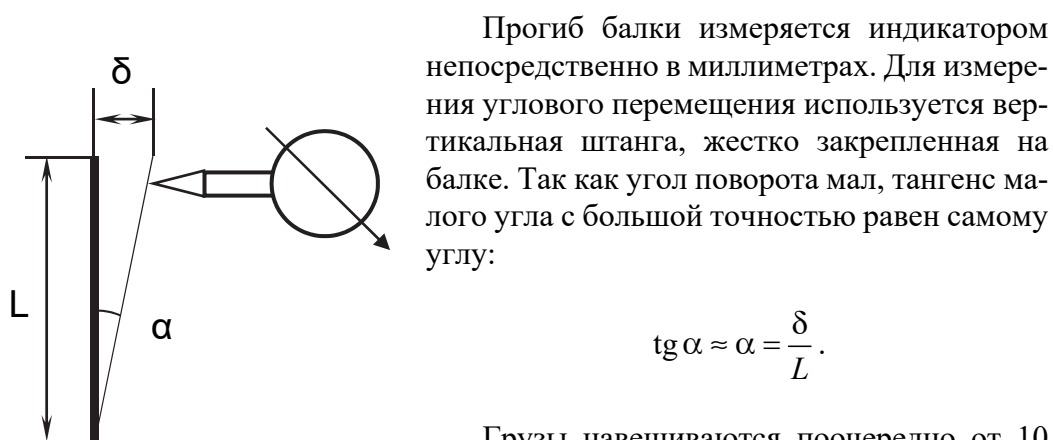


Рис. 3.9



Грузы навешиваются поочередно от 10 до 50 Н. На каждом шаге нагружения снимаются показания индикаторов. Результаты измерений заносятся в таблицу. Для уменьшения погрешности измерения результаты усредняются, вычисляются средние значения прогиба и угла поворота при нагружении балки силой 10 Н.

Затем для заданной схемы балки проводится аналитический расчет и результаты заносятся в таблицу – ячейки d11, g11.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>
№ п/п	<i>F</i> , Н	ΔF ($a_3 - a_1$)	Про- гиб, мм	Прогиб на ступень нагруже- ния, мм ($c_3 - c_1$)	Индика- тор углового смещения, мм	На ступень нагруже- ния, мм	Угол поворота, рад/ (град)
1	10		х		х		
2		10		х		х	х
3	20		х		х		
4		10		х		х	х
5	30		х		х		
6		10		х		х	х
7	40		х		х		
8		10		х		х	х
9	50		х		х		
10	Средние значения			$(d_2 + d_4 + d_6 + d_8) / 4$			$(f_2 + f_4 + f_6 + f_8) / 4$
11	Результаты аналитического расчета			х			х

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ И УГЛОВ ПОВОРОТА

Для вычисления перемещений в статически определимых балках удобно использовать универсальное уравнение упругой линии балки. Оно представляет собой результат применения метода начальных параметров для интегрирования дифференциального уравнения изгиба балки.

Метод начальных параметров позволяет получить две функции, выражающие изменение углов поворота и прогибов поперечных сечений по длине балки.

$$\vartheta(x) = \vartheta_0 + \frac{1}{EJ} \left[M_0 x + Q_0 \frac{x^2}{2} + \sum_{i=1}^n M_i (x - a_i) \Phi(x - a_i) + \sum_{i=1}^m P_i \frac{(x - b_i)^2}{2} \Phi(x - b_i) + \sum_{i=1}^l q_i \frac{(x - c_i)^3}{3!} \Phi(x - c_i) \right].$$

$$w(x) = w_0 + \vartheta_0 x + \frac{1}{EJ} \left[M_0 \frac{x^2}{2} + Q_0 \frac{x^3}{3!} + \sum_{i=1}^n M_i \frac{(x-a_i)^2}{2} \Phi(x-a_i) + \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^m P_i \frac{(x-b_i)^3}{3!} \Phi(x-b_i) + \sum_{i=1}^n q_i \frac{(x-c_i)^4}{4!} \Phi(x-c_i) \right].$$

В этих выражениях: $\vartheta(x)$ и $w(x)$ – соответственно угол поворота и прогиб поперечных сечений в произвольных точках оси балки; начальные параметры ϑ_0 и w_0 – угол поворота и прогиб поперечного сечения на левом конце балки, они подлежат определению из граничных условий; M_0 и Q_0 – изгибающий момент и сосредоточенная сила, действующие на левом конце балки; M_i и P_i – сосредоточенные изгибающие моменты и сосредоточенные силы, приложенные в точках с координатами a_i , b_i ; n и m – количество моментов и сил. Координата x всегда отсчитывается от левого конца балки. Под знаками сумм стоят сомножители $\Phi(x-l_i)$ – функции Хевисайда. Эти сомножители равны нулю при $x < l_i$ и единице при $x > l_i$. Последняя сумма содержит q_i – интенсивность равномерно распределенной нагрузки. Предполагается, что действие распределенной нагрузки начинается в сечении с координатой c_i , а заканчивается на правом конце балки. Если по условиям задачи действие распределенной нагрузки должно закончиться в сечении с координатой d_i , то от сечения d_i до правого конца прикладывается противоположно направленная нагрузка такой же интенсивности q_i . На рис. 3.10 показаны положительные направления силовых факторов.

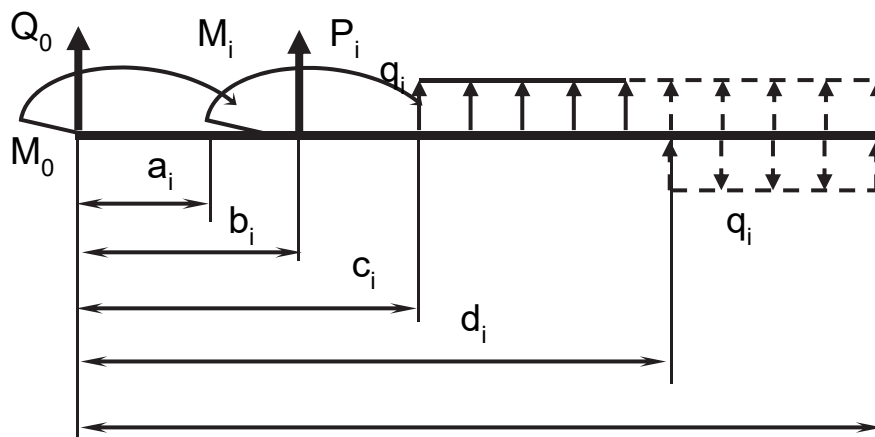
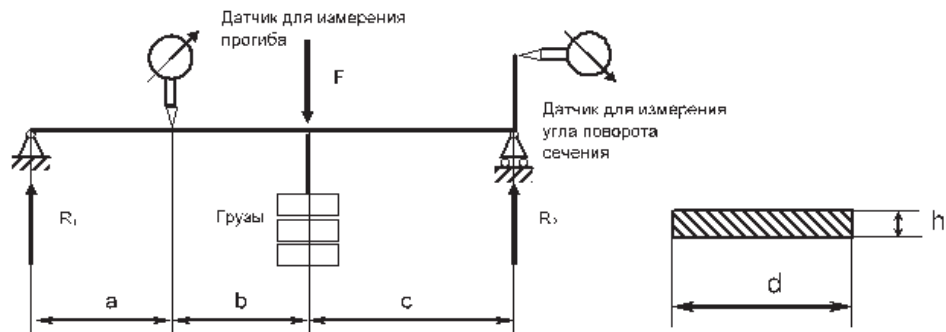


Рис. 3.10

Применительно к этой задаче можно использовать программу MathCad.



Исходные данные:

$$F := 10 \quad a := 0.4 \quad b := 0.2 \quad c := 0.2 \quad d := 3 \cdot 10^{-2} \quad h := 4 \cdot 10^{-3}$$

$$E := 1.9 \cdot 10^{11} \quad J := \frac{d \cdot h^3}{12}$$

Вычисление реакций:

$$R1 := \frac{F \cdot c}{a + b + c} = 2.5 \quad R2 := \frac{F \cdot (a + b)}{a + b + c} = 7.5$$

Проверка реакций:

$$R1 + R2 - F = 0$$

Общее выражение для функции прогиба, константа θ_0 - угол поворота на левом конце балки пока не определена :

$$w(x) := \theta_0 \cdot x + \frac{1}{E \cdot J} \cdot \left[R1 \cdot \frac{x^3}{6} - F \cdot \frac{(x - a - b)^3}{6} \cdot \Phi(x - a - b) \right]$$

Для вычисления этой константы применяется процедура Given-Find, здесь используется условие- прогиб на правом конце балки равен нулю :

Given

$$w(a + b + c) = 0$$

$$\theta_0 := \text{Find}(\theta_0) \rightarrow -0.0082236842105263157895$$

$$\theta_0 = -8.224 \times 10^{-3}$$

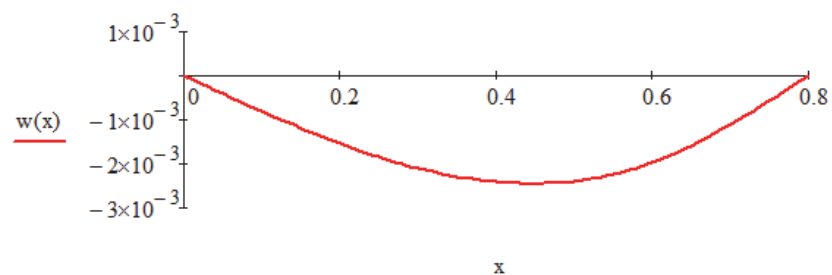
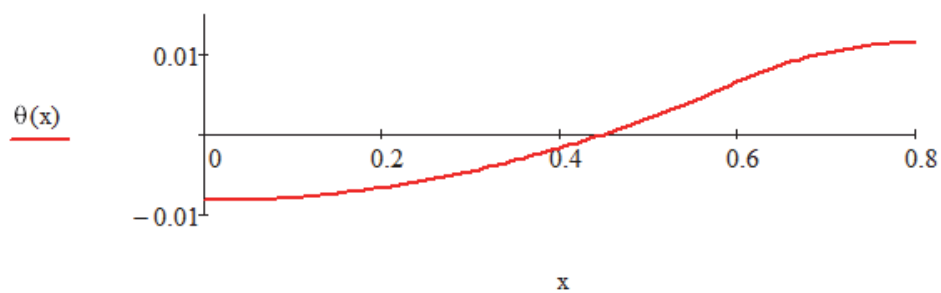
Теперь функции углов поворота и прогибов полностью определены :

$$\theta(x) := \theta_0 + \frac{1}{E \cdot J} \cdot \left[R1 \cdot \frac{x^2}{2} - F \cdot \frac{(x - a - b)^2}{2} \cdot \Phi(x - a - b) \right]$$

$$w(x) := \theta_0 \cdot x + \frac{1}{E \cdot J} \cdot \left[R1 \cdot \frac{x^3}{6} - F \cdot \frac{(x - a - b)^3}{6} \cdot \Phi(x - a - b) \right]$$

Здесь построены графики функций углов поворота и прогибов :

$$x := 0, 0.01 \dots a + b + c$$



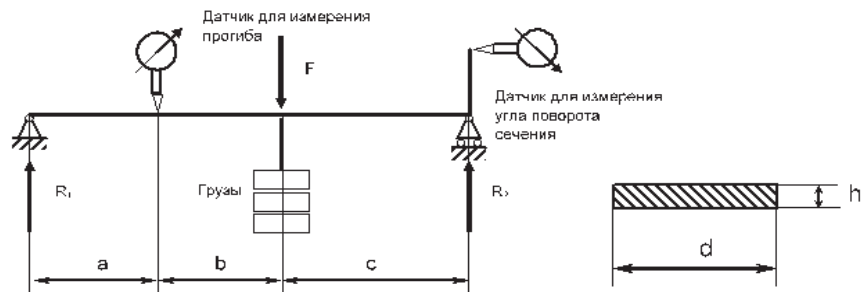
Теперь можно вычислять прогибы и углы поворота в конкретных сечениях :

$$w(a) = -2.412 \times 10^{-3} \qquad \theta(a + b + c) = 0.012$$

Угол поворота сечения на правом конце балки в градусах :

$$\frac{\theta(a + b + c)}{\pi} \cdot 180 = 0.66$$

Перемещения и углы поворота в конкретных сечениях можно вычислить также с помощью интегралов Мора. Ниже приведен фрагмент программы MathCad.



Исходные данные:

$$F := 10 \quad a := 0.4 \quad b := 0.2 \quad c := 0.2 \quad d := 3 \cdot 10^{-2} \quad h := 4 \cdot 10^{-3}$$

$$E := 1.9 \cdot 10^{11} \quad J := \frac{d \cdot h^3}{12}$$

Вычисление реакций:

$$R1 := \frac{F \cdot c}{a + b + c} = 2.5 \quad R2 := \frac{F \cdot (a + b)}{a + b + c} = 7.5$$

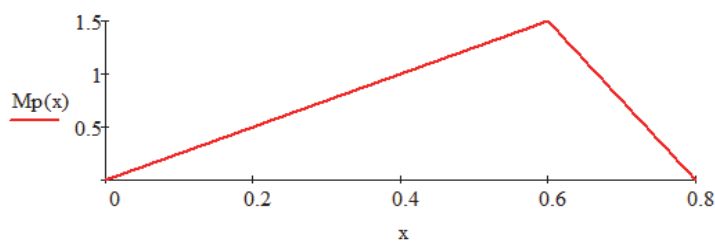
Проверка реакций:

$$R1 + R2 - F = 0$$

Функция изгибающего момента от внешней нагрузки и ее график:

$$M_p(x) := R1 \cdot x - F \cdot [x - (a + b)] \cdot \Phi[x - (a + b)]$$

$$x := 0, 0.01 \dots a + b + c$$

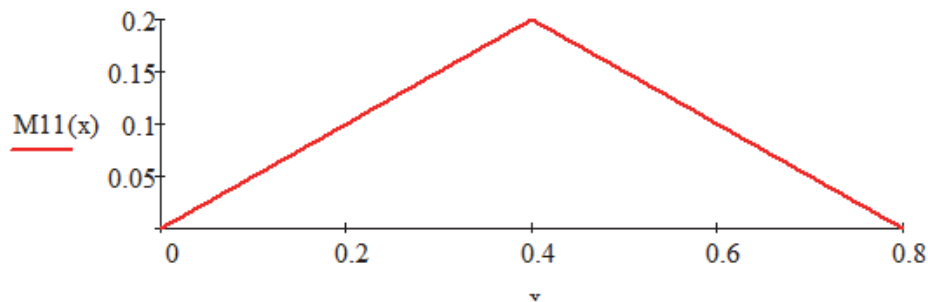


Реакция на левом конце балки от приложения единичной силы в сечении, в котором вычисляется прогиб ($x=a$):

$$R11 := \frac{(b + c)}{a + b + c} = 0.5$$

Функция изгибающего момента от единичной силы и ее график:

$$M11(x) := R11 \cdot x - 1 \cdot (x - a) \cdot \Phi(x - a)$$



Перемещение в точке приложения единичной силы:

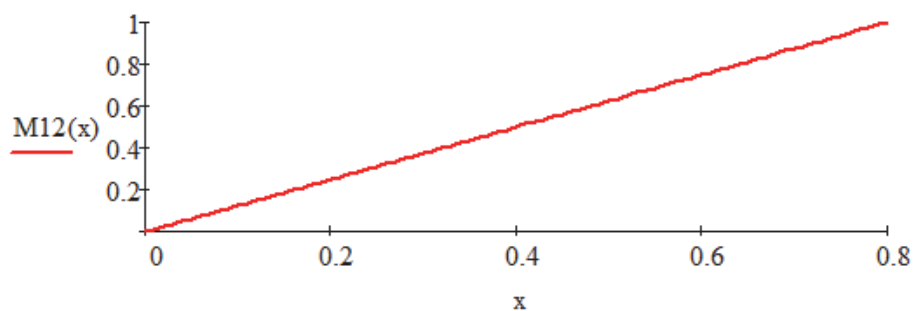
$$\delta_w := \int_0^{a+b+c} \frac{M_p(x) \cdot M11(x)}{E \cdot J} dx = 2.412 \times 10^{-3}$$

Реакция на левом конце балки от приложения единичного момента в сечении, в котором вычисляется угол поворота ($x=a+b+c$):

$$R12 := \frac{1}{a + b + c} = 1.25$$

Функция изгибающего момента от единичного момента и ее график:

$$M12(x) := R12 \cdot x$$



Угол поворота на правом конце балки :

$$\theta := \int_0^{a+b+c} \frac{M_p(x) \cdot M_{12}(x)}{E \cdot J} dx = 0.01149$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЗАЩИТЕ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Как вычисляются реакции в шарнирно опертых балках?
2. Как измеряются перемещения и углы поворота сечений?

АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ В ТОЧКЕ МЕТОДАМИ ТЕНЗОМЕТРИИ

В следующих лабораторных работах используются методы анализа деформированного состояния, основанные на измерении деформаций с помощью тензометров сопротивления. Ниже приводятся краткие теоретические сведения из этой области.

Механические напряжения, усилия и деформации, возникающие в конструкции во время эксплуатации, можно определять расчетным и экспериментальным методом. В связи с большой конструктивной сложностью изделий авиационной техники экспериментальные методы широко применяются в практике испытаний авиаконструкций.

Расчетным методом можно проводить анализ напряженно-деформированного состояния. Под исследованием напряженного состояния в точке тела понимается определение величин и направлений главных напряжений. В зависимости от количества главных напряжений, отличных от нуля, напряженные состояния подразделяют (рис. А):

- а) на трехосные (объемные);
- б) двухосные (плоские);
- в) одноосные.

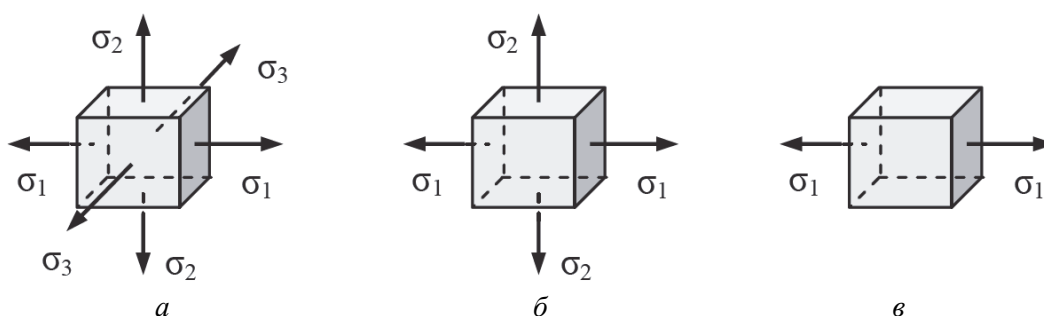
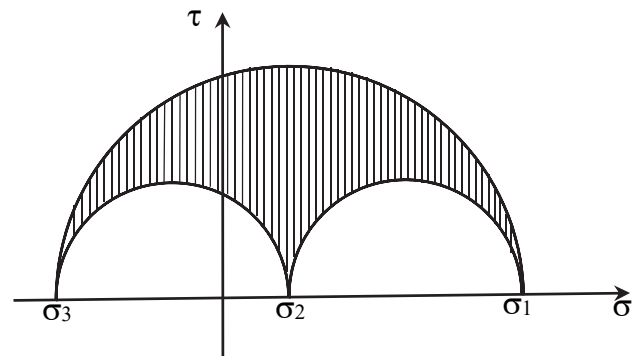
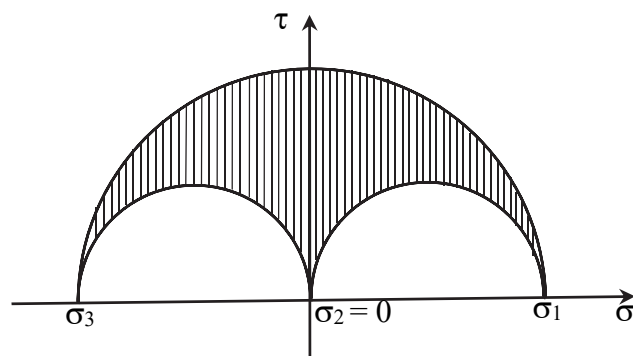


Рис. А

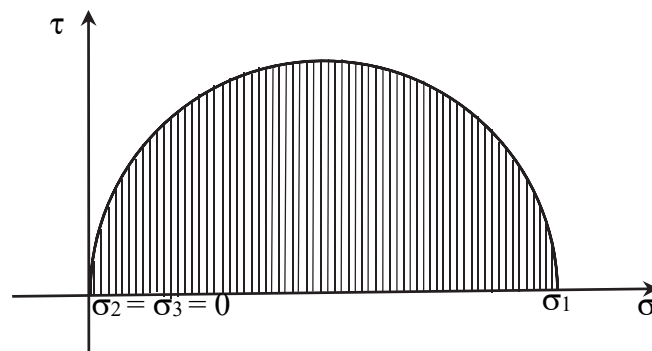
Наиболее просто задача определения главных напряжений решается для плоских напряженных состояний. В этом случае, если известны напряжения, действующие по двум взаимно перпендикулярным площадкам, проходящим через исследуемую точку, определять напряжения по любым другим площадкам можно графическим способом – с помощью так называемого круга Мора (рис. Б).



a – трехосное



б – двухосное



в – одноосное

Рис. Б

В любой точке внешней поверхности тела, нагруженного произвольным образом, возникает плоское (двухосное) напряженное состояние. При этом должно отсутствовать силовое воздействие на внешнюю поверхность тела, например, в виде сил давления газа или жидкости.

Экспериментальная оценка напряжений и усилий может выполняться как на натурных конструкциях, так и на моделях. Внешние силы, действуя на твердое тело, вызывают его деформацию. Прибор, предназначенный для измерения этой деформации, называется *тензометром*.

Тензометры, принцип действия которых основан на измерении омического сопротивления, называются *тензорезисторами*.

Для измерения деформаций и усилий на поверхности элементов авиационных конструкций в основном используют тензорезисторы, основанные на изменении геометрических размеров в одном направлении. Часто используют фольговые тензорезисторы (рис. В).

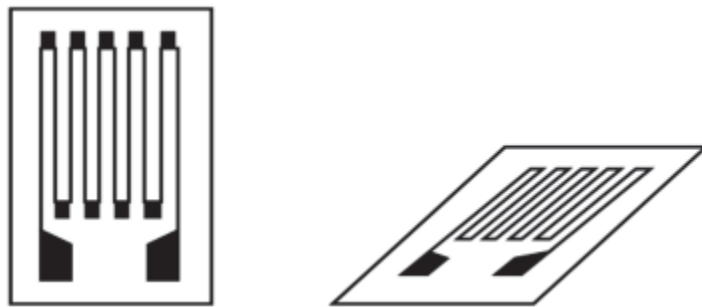


Рис. В

Плоское напряженное состояние на поверхности детали характеризуется тремя составляющими тензора напряжений: σ_z , σ_x и τ_{zx} . Вычислить эти составляющие можно по трем измеренным компонентам тензора деформаций ϵ_z , ϵ_x и γ_{zx} при известных постоянных материала: модуле упругости E и коэффициенте Пуассона μ :

$$\sigma_z = \frac{E}{1-\mu^2}(\epsilon_z + \mu\epsilon_x), \quad \sigma_x = \frac{E}{1-\mu^2}(\epsilon_x + \mu\epsilon_z), \quad \tau_{zx} = G\gamma_{zx}, \quad G = \frac{E}{2(1+\mu)}.$$

Однако деформацию сдвига γ_{xy} напрямую измерить нельзя, потому что тензорезисторы реагируют лишь на линейные деформации ϵ_z , ϵ_x и нечувствительны к деформациям сдвига.

Задачу решают следующим образом. В исследуемой точке тела измеряют линейные деформации ϵ_α , ϵ_β и ϵ_γ в трех направлениях под углами α , β и γ относительно оси z (рис. Г). Такая система датчиков называется *ро-зеткой*.

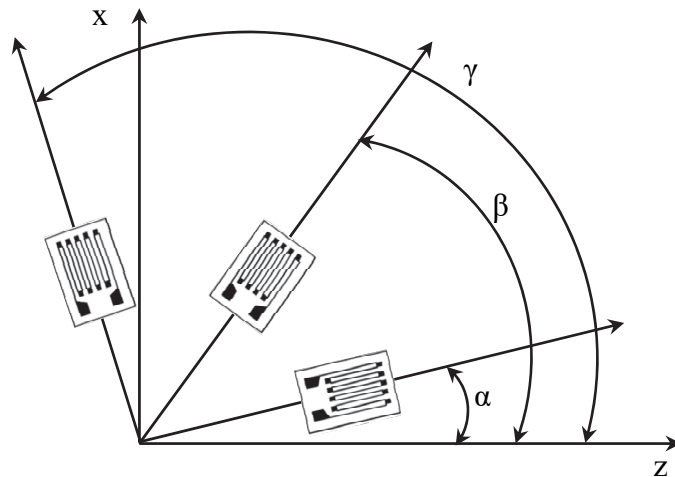


Рис. Г

Уравнения преобразования деформаций при повороте осей координат имеют вид:

$$\epsilon_\alpha = \epsilon_z \cos^2 \alpha + \epsilon_x \sin^2 \alpha + \gamma_{zx} \cos \alpha \sin \alpha,$$

$$\epsilon_\beta = \epsilon_z \cos^2 \beta + \epsilon_x \sin^2 \beta + \gamma_{zx} \cos \beta \sin \beta,$$

$$\epsilon_\gamma = \epsilon_z \cos^2 \gamma + \epsilon_x \sin^2 \gamma + \gamma_{zx} \cos \gamma \sin \gamma.$$

Из решения этой системы уравнений находят искомые деформации ϵ_z , ϵ_x и γ_{zx} (в декартовой системе координат), зная показания ϵ_α , ϵ_β и ϵ_γ тензорозетки.

ТРЕХЭЛЕМЕНТНАЯ ПРЯМОУГОЛЬНАЯ РОЗЕТКА

На практике применяют различные конструкции тензорозеток. Тензорезисторы в прямоугольной трехэлементной розетке расположены под углами 45° друг к другу (рис. Д). Трехэлементные прямоугольные розетки используют в тех случаях, когда хотя бы приблизительно известно направление главных напряжений на поверхности детали.

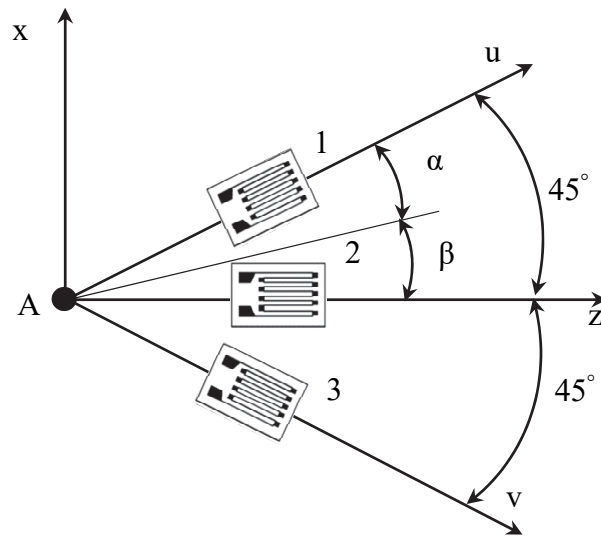


Рис. Д

Для определения величин и направлений главных напряжений в точке тела необходимо измерить деформации в направлении трех осей, например, z , u , v , проходящих через точку A . Эти деформации измеряются с помощью трех тензорезисторов, наклеенных в исследуемой точке (см. рис. Д). По измеренным в направлении осей z , u , v деформациям ϵ_z , ϵ_u , ϵ_v вычисляются **главные деформации** ϵ_1 , ϵ_3 и угол α между осью u и одной из главных осей по формулам:

$$\epsilon_{1,3} = \frac{\epsilon_u + \epsilon_v}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{2}[(\epsilon_u - \epsilon_z)^2 + (\epsilon_v - \epsilon_z)^2]},$$

$$\gamma_{zx} = 2\epsilon_z - \epsilon_u - \epsilon_v,$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\epsilon_z - \epsilon_u - \epsilon_v}{\epsilon_u - \epsilon_v}.$$

Главные напряжения и максимальное касательное напряжение в точке A :

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_1 + \mu\epsilon_3),$$

$$\sigma_3 = \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_3 + \mu\epsilon_1),$$

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}.$$

ДЕЛЬТА-РОЗЕТКА

В дельта-розетке датчики расположены под равными углами друг к другу (рис. Е).

Дельта-розетку применяют в тех случаях, когда направление главных напряжений неизвестно даже приблизительно. Дельта-розетка позволяет получить хорошие результаты даже при наиболее неблагоприятной ориентировке тензорезисторов относительно главных напряжений. Согласно рис. Е для дельта-розетки направления тензорезисторов характеризуются следующими углами: $\alpha = 0^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 120^\circ$.

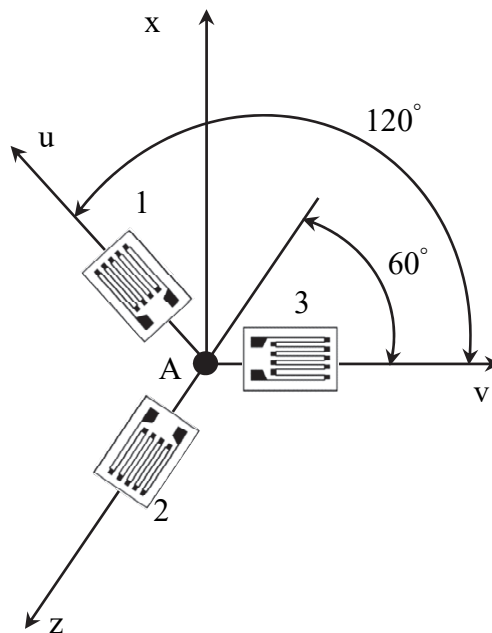


Рис. Е

Показания дельта-розетки обрабатываются по такому же алгоритму, как и показания трехэлементной прямоугольной розетки.

Главные деформации ε_1 , ε_3 в точке A , их ориентация относительно оси z , угол α и главные напряжения через показания датчиков дельта-розетки ε_z , ε_u , ε_v описываются следующими выражениями:

$$\varepsilon_{1,3} = \frac{\varepsilon_v + \varepsilon_z + \varepsilon_u}{3} \pm \sqrt{\left(\varepsilon_v - \frac{\varepsilon_v + \varepsilon_z + \varepsilon_u}{3}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_z - \varepsilon_u}{\sqrt{3}}\right)^2},$$

$$\alpha = \arctg \frac{(\varepsilon_z - \varepsilon_u)/\sqrt{3}}{\varepsilon_v - (\varepsilon_v + \varepsilon_z + \varepsilon_u)/3},$$

$$\sigma_{1,3} = E \left[\frac{\varepsilon_v + \varepsilon_z + \varepsilon_u}{3(1+\mu)} \pm \frac{1}{1+\mu} \sqrt{\left(\varepsilon_v - \frac{\varepsilon_v + \varepsilon_z + \varepsilon_u}{3}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_z - \varepsilon_u}{\sqrt{3}}\right)^2} \right].$$

ДВУХЭЛЕМЕНТНАЯ ПРЯМОУГОЛЬНАЯ РОЗЕТКА

Когда точно известно направление главных напряжений, например, при «чистом сдвиге» (рис. Ж), используется двухэлементная розетка.

Элемент, принадлежащий стержню, можно выделить гранями, которые наклонены к граням с нормальми x и z под углом 45° . На этих гранях будут отсутствовать касательные напряжения, т. е. эти грани являются главными площадками для выделенного элемента. Из расчета следует, что по главным площадкам при «чистом сдвиге» действуют равные по модулю и противоположные по направлению главные (нормальные) напряжения (рис. Ж):

$$\sigma_1 = \tau, \quad \sigma_3 = -\tau,$$

где принято $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$.

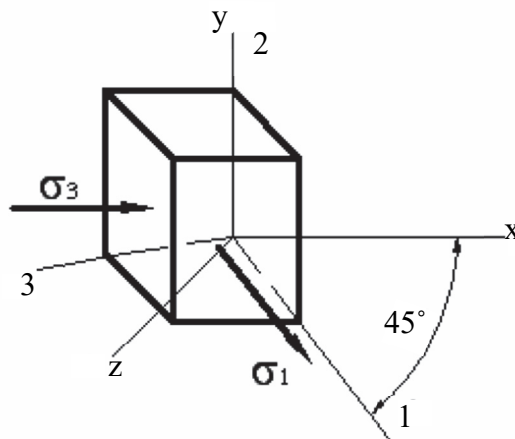


Рис. Ж

Для вычисления экспериментальных значений главных напряжений используются формулы обобщенного закона Гука:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_3),$$

$$\sigma_3 = \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_3 + \mu\varepsilon_1),$$

где $\varepsilon_1 = \varepsilon_u$, $\varepsilon_3 = \varepsilon_v$ – деформации в направлении осей u и v в точке A , измеренные с помощью тензорезисторов по схеме, показанной на рис. И.

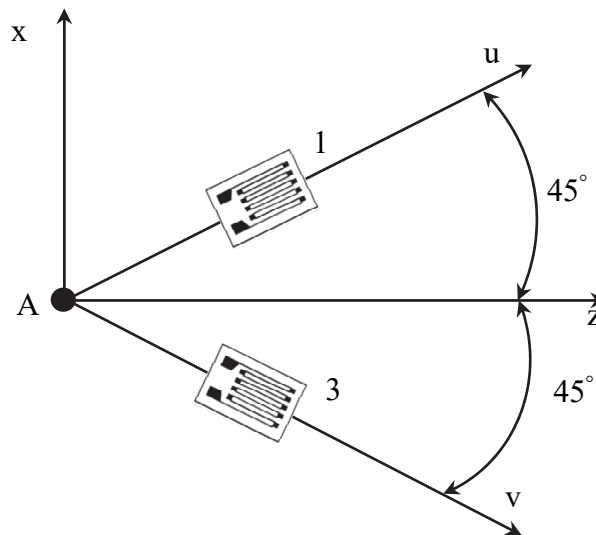


Рис. И

Для измерения деформаций применяется электронный измеритель деформации (ИД).

Измерение деформации с помощью тензорезистивных преобразователей – одно из самых сложных в технике электрических измерений. Сложность определяется малым диапазоном изменения сопротивления тензорезистора под воздействием деформации. Изменения сопротивления тензодатчика чрезвычайно малы и составляют для стоомного датчика около 0,0002 Ом на деформацию 1 мкм/м. Таким образом, деформация 1000 мкм/м (соответствующая приращению напряжения в стали примерно 200 МПа) изменяет сопротивление 100 Ом датчика на 0,2 Ом. Для преобразования столь малых изменений сопротивления в выходные сигналы напряжения, которые могут регистрироваться, используются различные электронные преобразователи.

В следующих лабораторных работах будет использоваться прибор ИДТЦ-01 (рис. К).



Рис. К

На лицевой панели прибора находится четырехразрядный светодиодный индикатор, переключатели КАНАЛ и ДИАПАЗОН. Первый из них используется для подключения нужного тензорезистора – до 11 каналов, а второй – для смещения диапазона измерений.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ УПРУГОСТИ И КОЭФФИЦИЕНТА ПУАССОНА

Цель эксперимента. Определить модуль упругости E и коэффициент Пуассона μ при испытании стержня на растяжение.

ХАРАКТЕРИСТИКА ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Лабораторная работа выполняется на универсальном лабораторном стенде по сопротивлению материалов, на котором монтируется наладка № 1 в соответствии с описанием этого стенда (рис. 4.1).

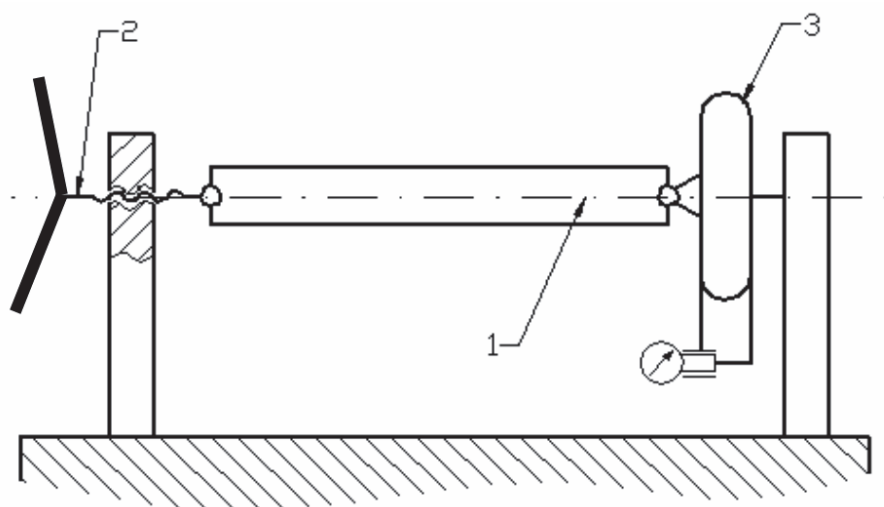


Рис. 4.1

Объектом испытаний в этой лабораторной работе является стержень (рис. 4.2) прямоугольного поперечного сечения. Деформации измеряются посредством тензорезисторов фольгового типа, которые установлены в продольном и поперечном направлении. Тензорезисторы подключены к электронному измерителю деформации.

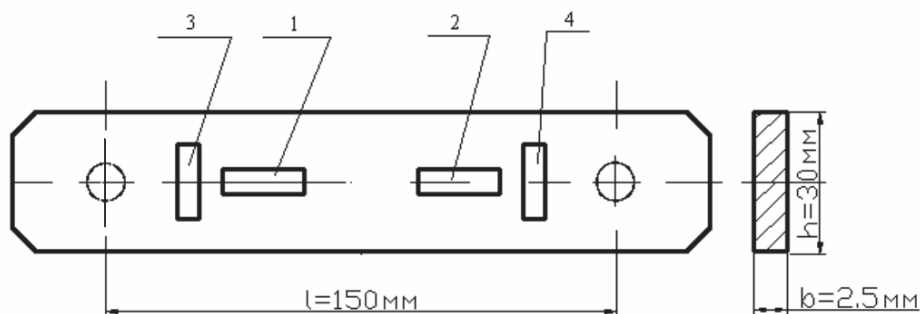


Рис. 4.2

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Поведение материалов при упругой деформации описывается законом Гука, который определяет прямую пропорциональную зависимость между напряжением и деформацией.

Сущность механизма упругого деформирования материалов заключается в обратимых смещениях атомов из положений равновесия в кристаллической решетке. Чем больше величина смещения каждого атома, тем больше упругая деформация тела. Величина упругой деформации невелика – для металлов и их сплавов меньше 0,2 %, так как в этом случае атомы в кристаллической решетке способны упруго смещаться лишь на небольшую долю межатомного расстояния.

Физический смысл модуля упругости состоит в том, что он характеризует сопротивление материалов упругой деформации, т. е. смещению атомов из положения равновесия в кристаллической решетке.

Модуль упругости определяется отношением нормального напряжения σ_x к соответствующему относительному удлинению ϵ_x при растяжении прямого стержня и выражается формулой

$$E = \frac{\sigma_x}{\epsilon_x}$$

или

$$E = \frac{F}{A\epsilon_x},$$

где σ_x – нормальное напряжение; ϵ_x – продольная деформация; F – сила, растягивающая стержень; A – площадь поперечного сечения стержня.

Коэффициентом Пуассона μ называется абсолютное значение отношения поперечной деформации к продольной при одноосном напряженном состоянии:

$$\mu = \left| \frac{\epsilon_z}{\epsilon_x} \right|,$$

где ϵ_z – поперечная деформация; ϵ_x – продольная деформация.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Собрать наладку № 1 в соответствии с описанием стенда.
2. Подключить электронный измеритель деформации (ИД).
3. Нагрузить стержень (объект испытаний) силой 1 кН для устранения зазоров в силовой цепочке стенда. Снять показания ИД для четырех тензорезисторов.
4. Нагрузить стержень последовательно силой 1,2; 1,4; 1,6; 1,8; 2,0 кН, контролируя величину силы по показаниям индикатора, установленного на силоизмеритель (0,1 мм перемещения индикатора соответствует 500 Н). На каждом уровне силы снять показания ИД для всех четырех датчиков.
5. Подсчитать среднюю разность показаний ИД (Δn_z , Δn_x) для ступени нагружения 0,2 кН.
6. Определить приращение продольной и поперечной деформации, соответствующее приращению силы $\Delta F = 0,2$ кН, по формулам

$$\Delta \epsilon_x = K_\epsilon^x \Delta n_x, \quad \Delta \epsilon_z = K_\epsilon^z \Delta n_z,$$

где K_ϵ – цена единицы дискретности ИД ($K_\epsilon^x = 1,7 \cdot 10^{-7}$, $K_\epsilon^z = 1,4 \cdot 10^{-7}$).

7. Вычислить модуль упругости по формуле

$$E = \frac{\Delta F}{A \Delta \epsilon_x}.$$

8. Вычислить коэффициент Пуассона по формуле

$$\mu = \left| \frac{\epsilon_z}{\epsilon_x} \right|.$$

9. Сравнить результаты с табличными данными.

Примечание. Результаты опыта должны быть в пределах:

- для стали

$$E = (1,9 \dots 2,1)10^5 \text{ МПа}, \quad \mu = 0,25 \dots 0,3;$$

- для алюминиевого сплава

$$E = (0,68 \dots 0,72)10^5 \text{ МПа}, \quad \mu = 0,32 \dots 0,36.$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЗАЩИТЕ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Что такое модуль упругости?
2. Что такое коэффициент Пуассона?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕТОДОМ ТЕНЗОМЕТРИИ ГЛАВНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ДЕЙСТВИИ КРУЧЕНИЯ

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Цель эксперимента. Исследовать напряженное состояние «чистый сдвиг», которое возникает при «чистом» кручении стержня. Сопоставить экспериментальные и расчетные значения главных напряжений.

СХЕМА УСТАНОВКИ

Лабораторная работа выполняется на универсальном лабораторном стенде, на котором монтируется наладка № 6 в соответствии с описанием этого стенда.

Объектом испытания является стержень кольцевого поперечного сечения (рис. 5.1). Внешний диаметр кольца равен 42 мм, внутренний – 40 мм. Стержень выполнен из алюминиевого сплава Д16Т, нагружается изгибающим и крутящим моментом одновременно. Исходные данные приведены в таблице.

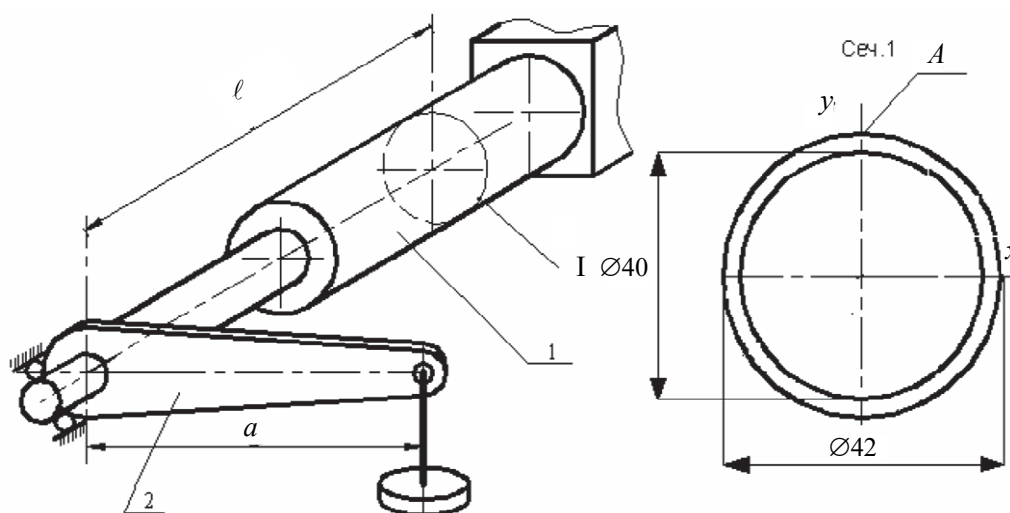


Рис. 5.1

Характеристики установки		
a , мм	Длина рычага	300
ℓ , мм	Расстояние от рычага до исследуемого сечения	260
d , мм	Средний диаметр сечения тонкостенного стержня	41
h , мм	Толщина стенки стержня	1
Характеристики материала Д16Т		
E , Па	Модуль упругости	$0,7 \cdot 10^{11}$
μ	Коэффициент Пуассона	0,3

Для исследования напряженного состояния при «чистом сдвиге» используются два тензорезистора, наклеенные в точке A сечения I стержня. Схема расположения тензорезисторов в точке A приведена на рис. 5.2.

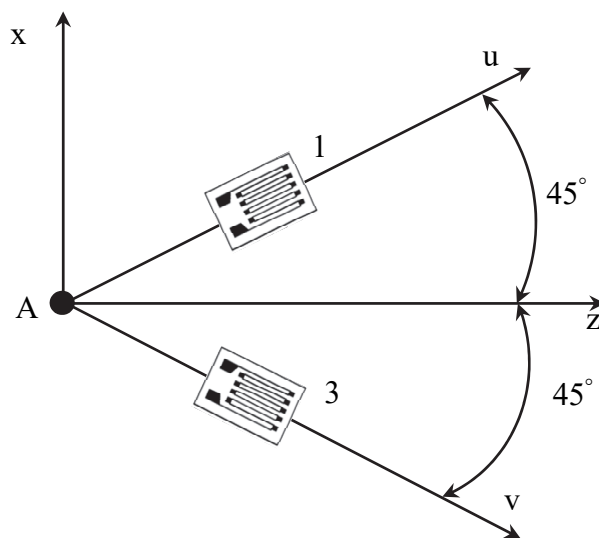


Рис. 5.2

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

«Чистым сдвигом» называется плоское напряженное состояние, при котором на гранях выделенного элемента действуют только касательные напряжения τ (рис. 5.3).

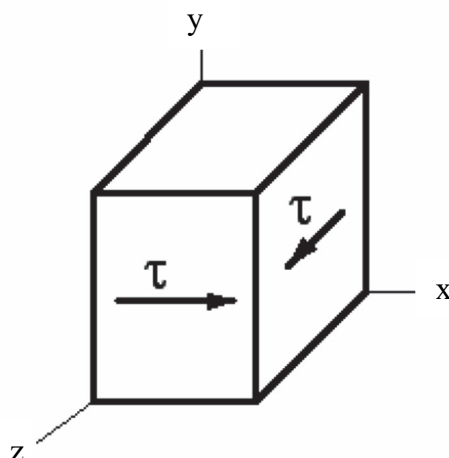


Рис. 5.3

Такое напряженное состояние возникает при кручении стержня тонкостенного круглого сечения.

Величина касательного напряжения τ в этом случае вычисляется по формуле

$$\tau = \tau_{\max} = \frac{M_k}{W_p},$$

где M_k – крутящий момент в сечении стержня; $W_p = \frac{\pi D^2 h}{2}$ – полярный момент сопротивления сечения стержня.

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ

1. Собрать установку (наладка № 6) в соответствии с описанием стенда.
2. Подключить электронный измеритель деформации (ИД).
3. Убедиться в работоспособности ИД путем пробного нагружения стержня и наблюдением за его показаниями.
4. Убедившись в работоспособности прибора, снять его показания для двух тензорезисторов при нагрузке, равной нулю.
5. Последовательно нагружать стержень, укладывая на подвеску грузы весом 20, 40, 60, 80 Н, снимая показания прибора для двух тензорезисторов для каждого уровня нагрузки.
6. После опыта стержень разгрузить.

7. Вычислить разности показаний ИД (Δn_u , Δn_v) для каждого тензорезистора, где $\Delta n^i = n^i - n^{i+1}$.

8. Вычислить средние приращения разности показаний ИД для каждого тензорезистора:

$$\Delta n_{\text{ср}}^i = \frac{\sum_{i=1}^3 \Delta n^i}{3}.$$

9. Свести все полученные значения в таблицу.

$F, \text{ Н}$	ε_v	Δn_v	ε_u	Δn_u
$\Delta n_{\text{ср}}$				

10. Найти приращения относительной деформации для каждого тензорезистора, соответствующие первой ступени нагружения, по формулам

$$\Delta \varepsilon_v = K_\varepsilon \Delta n_{\text{ср}}^v, \quad \Delta \varepsilon_u = K_\varepsilon \Delta n_{\text{ср}}^u.$$

где K_ε – цена единицы дискретности шкалы ИД, выдается преподавателем и может уточняться, приблизительное значение $K_\varepsilon = 1,7 \cdot 10^{-6}$.

11. Вычислить приращения экспериментальных значений главных напряжений по формулам:

$$\Delta \sigma_1 = \Delta \sigma_u = \frac{E}{1-\mu^2} (\Delta \varepsilon_u + \mu \Delta \varepsilon_v),$$

$$\Delta \sigma_3 = \Delta \sigma_v = \frac{E}{1-\mu^2} (\Delta \varepsilon_v + \mu \Delta \varepsilon_u),$$

12. Вычислить приращения касательного напряжений по формуле

$$\tau_{zx} = \frac{\Delta M_k}{W_p}$$

и записать расчетное значение приращения главных напряжений $\Delta\sigma_1 = \Delta\tau$, $\Delta\sigma_3 = -\Delta\tau$.

13. Сопоставить результаты, полученные в пунктах 11 и 12, и сделать заключение о справедливости теории чистого сдвига и обобщенного закона Гука.

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЗАЩИТЕ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Перечислите основные задачи экспериментального исследования.
2. Какой случай нагружения стержня называется «чистым сдвигом»?
3. Как определяются касательные напряжения при «чистом сдвиге»?
4. Расскажите, почему тензорезисторы расположены к оси стержня под углом 45° .
5. Зачем проводить несколько нагружений?
6. Какого типа тензорезисторы используются в лабораторной работе?
7. Какие величины измеряются тензорезисторами?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕТОДОМ ТЕНЗОМЕТРИИ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ СОВМЕСТНОМ ДЕЙСТВИИ ИЗГИБА И КРУЧЕНИЯ

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Цель эксперимента. Исследовать плоское напряженное состояние в точке стержня при его совместном изгибе и кручении. Сравнить экспериментальные и расчетные значения главных напряжений.

СХЕМА УСТАНОВКИ

Лабораторная работа выполняется на универсальном лабораторном стенде, на котором монтируется наладка № 6 в соответствии с описанием этого стенда.

Объектом испытания служит стержень кольцевого поперечного сечения (рис. 6.1). Внешний диаметр кольца равен 42 мм, внутренний – 40 мм. Стержень выполнен из алюминиевого сплава Д16Т, нагружается изгибающим и крутящим моментом одновременно. Все исходные данные приведены в таблице.

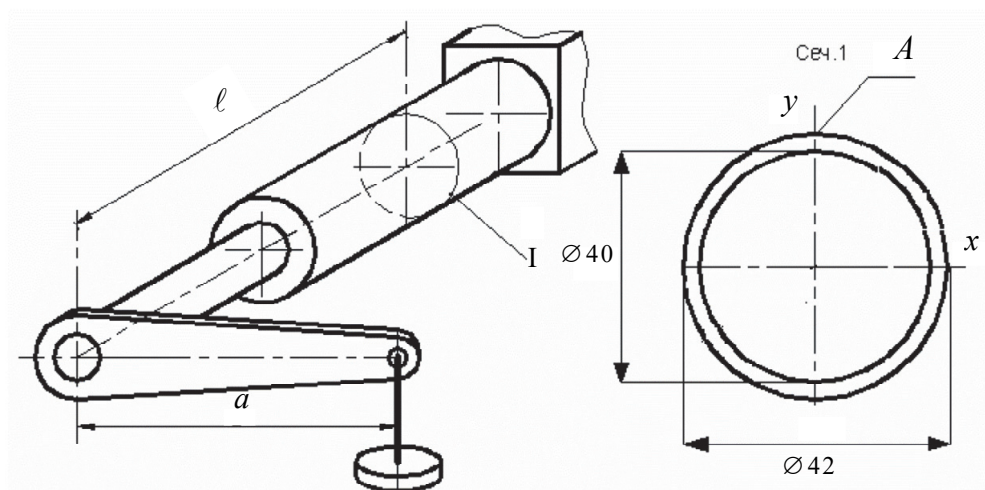


Рис. 6.1

Характеристики установки		
a , мм	Длина рычага	300
ℓ , мм	Расстояние от рычага до исследуемого сечения	260
d , мм	Средний диаметр сечения тонкостенного стержня	41
h , мм	Толщина стенки стержня	1
Характеристики материала Д16Т		
E , Па	Модуль упругости	$0,7 \cdot 10^{11}$
μ	Коэффициент Пуассона	0,3

Для исследования плоского напряженного состояния в точке A сечения I стержня используются три тензорезистора фольгового типа, наклеенных в этой точке. Схема расположения тензорезисторов в точке A показана на рис. 6.2.

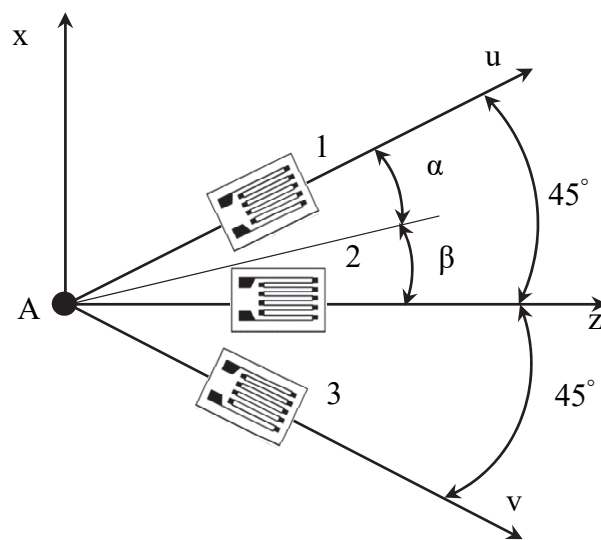


Рис. 6.2

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Проведем анализ напряженного состояния в тонкостенном стержне при его изгибе и кручении. Выделим точку A гранями, параллельными координатным плоскостям (рис. 6.3).

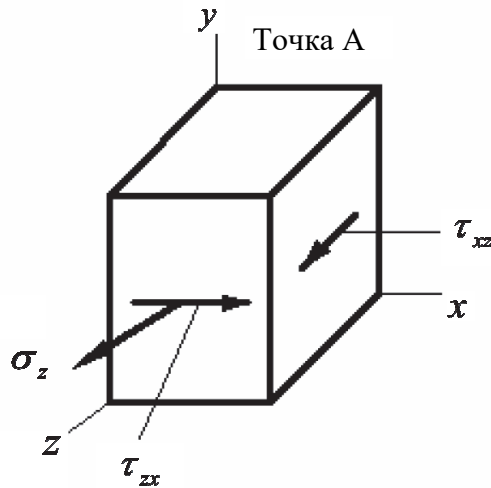


Рис. 6.3

Нормальное и касательное напряжение в точке A определяются по формулам:

$$\sigma_z = \sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x},$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \tau_{\max} = \frac{M_k}{W_p},$$

где M_x , M_k – изгибающий и крутящий момент соответственно;

$W_x = \frac{\pi d^2 h}{4}$ – момент сопротивления сечения стержня изгибу; $W_p = \frac{\pi d^2 h}{2}$ –

момент сопротивления сечения стержня кручению; d – средний диаметр тонкостенного круглого кольца; h – толщина кольца.

Главные напряжения и угол наклона главной оси к продольной оси стержня вычисляются по формулам:

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{zx}^2},$$

$$\operatorname{tg} 2\beta = \frac{2\tau_{zx}}{\sigma_z}.$$

Соотношение между углами α и β определяется по формуле

$$\alpha + \beta = 45^\circ.$$

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ

1. Собрать установку (наладка № 6) в соответствии с описанием стенда.
2. Подключить электронный измеритель деформации (ИД).
3. Убедиться в работоспособности ИД путем пробного нагружения стержня и наблюдением за его показаниями.
4. Убедившись в работоспособности прибора, снять его показания для трех тензорезисторов при нагрузке, равной нулю.
5. Последовательно нагружать стержень, укладывая на подвеску грузы весом 20, 40, 60, 80 Н, снимая показания прибора для трех тензорезисторов для каждого уровня нагрузки.
6. После опыта стержень разгрузить.
7. Вычислить разности показаний ИД (Δn_u , Δn_v , Δn_z) для каждого тензорезистора, где $\Delta n^i = n^i - n^{i+1}$.
8. Вычислить средние приращения разности показаний ИД для каждого тензорезистора:

$$\Delta n_{\text{ср}}^i = \frac{\sum_{i=1}^3 \Delta n^i}{3}.$$

9. Свести все полученные значения в таблицу.

$F, \text{Н}$	ε_z	Δn_z	ε_v	Δn_v	ε_u	Δn_u
$\Delta n_{\text{ср}}$						

10. Найти приращения относительной деформации для каждого тензорезистора, соответствующие первой ступени нагружения, по формулам

$$\Delta \varepsilon_z = K_\varepsilon \Delta n_{\text{ср}}^z, \quad \Delta \varepsilon_v = K_\varepsilon \Delta n_{\text{ср}}^v, \quad \Delta \varepsilon_u = K_\varepsilon \Delta n_{\text{ср}}^u.$$

где K_ε – цена единицы дискретности шкалы ИД, выдается преподавателем и может уточняться, приблизительное значение $K_\varepsilon = 1,7 \cdot 10^{-6}$.

11. Вычислить приращения главных деформаций и угол α по формулам:

$$\Delta \varepsilon_{1,3} = \frac{\Delta \varepsilon_u + \Delta \varepsilon_v}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{2} [(\Delta \varepsilon_u - \Delta \varepsilon_z)^2 + (\Delta \varepsilon_v - \Delta \varepsilon_z)^2]},$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\Delta \varepsilon_z - \Delta \varepsilon_u - \Delta \varepsilon_v}{\Delta \varepsilon_u - \Delta \varepsilon_v}.$$

12. Вычислить приращения экспериментальных значений главных напряжений по формулам:

$$\Delta \sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2} (\Delta \varepsilon_1 + \mu \Delta \varepsilon_3),$$

$$\Delta \sigma_3 = \frac{E}{1-\mu^2} (\Delta \varepsilon_3 + \mu \Delta \varepsilon_1).$$

13. Вычислить приращения нормального и касательного напряжения по формулам:

$$\sigma_z = \frac{M_x}{W_x}, \quad \tau_{zx} = \frac{M_k}{W_p},$$

14. Вычислить расчетные значения приращений главных напряжений и угол β по формулам:

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{zx}^2},$$

$$\operatorname{tg} 2\beta = \frac{2\tau_{zx}}{\sigma_z}.$$

15. Сопоставить результаты, полученные в пунктах 12 и 14, и сделать заключение о возможности исследования плоского напряженного состояния методом электротензометрии.

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЗАЩИТЕ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Перечислите основные задачи экспериментального исследования.
2. Какое напряженное состояние исследуется в лабораторной работе?
3. Как определяются нормальные и касательные напряжения?
4. Расскажите, почему тензорезисторы расположены друг к другу под углом 45° .
5. Зачем проводить несколько нагружений?
6. Какого типа тензорезисторы используются в лабораторной работе?
7. Какие величины измеряются тензорезисторами?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПЛОСКОЙ РАМЫ И БРУСА МАЛОЙ КРИВИЗНЫ

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Цель эксперимента. С помощью стрелочных индикаторов определить вертикальные и горизонтальные перемещения свободных торцов плоской рамы и бруса малой кривизны. Исходя из данных эксперимента, найти погрешность теоретических формул, применяемых в курсе «Сопротивление материалов» для расчета таких конструкций. Исходные данные приведены в таблице.

Материал	E , МПа	$[\sigma]$, МПа	$[u]_{\text{верт,гор}}$ мм	Плоская рама, мм				Кривой брус, мм			
				a	l	b	h	a_r	l_r	b_r	h_r
Сталь 3	$2 \cdot 10^5$	80	5								

Схемы установок представлены на рис. 7.1.

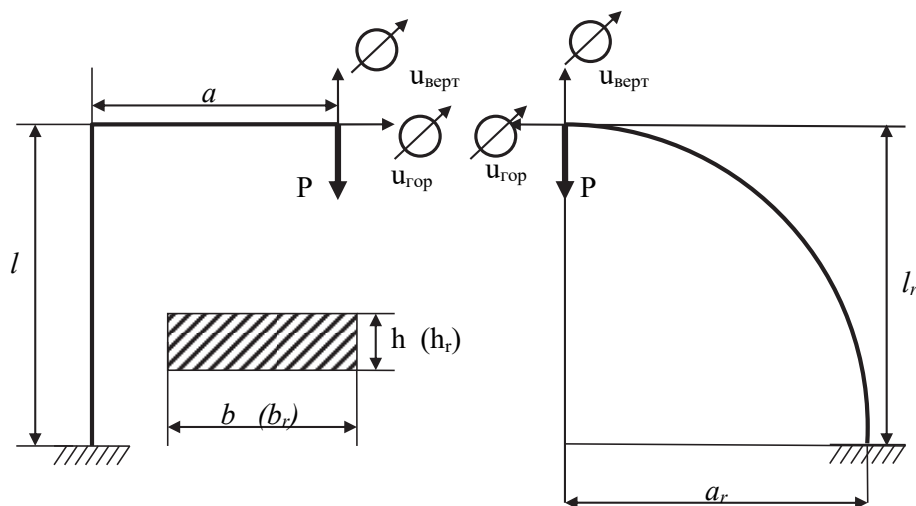


Рис. 7.1

Примечание. Геометрические размеры должны быть измерены непосредственно на установках. Значение $[\sigma]$ выбрано из условия прочности конструкции. Величина $[u]$ взята из условия, что максимальное перемещение в точке, где проводится измерение, не должно превышать половины максимального диапазона стрелочного индикатора (10 мм).

Определить допускаемую нагрузку для плоской рамы и кривого бруса P_{\max} , такую, чтобы максимальные нормальные напряжения не превышали $[\sigma]$, а перемещения – $[u]$.

Геометрические характеристики сечений:

- для плоской рамы:

$$I = \frac{bh^3}{12} = \dots; \quad W = \frac{bh^2}{6} = \dots;$$

- для бруса малой кривизны:

$$I = \frac{b_r h_r^3}{12} = \dots; \quad W = \frac{b_r h_r^2}{6} = \dots$$

ПРОВЕДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

При проведении эксперимента следует воспользоваться методом ступенчатого нагружения, прикладывая нагрузки 1, 2, 3, 4 и 5 кГ. Результаты измерений заносят в таблицу.

P [кГ]	Плоская рама [число делений]		Кривой брус [число делений]	
	$u_{\text{верт}}^{(n)}$	$u_{\text{гор}}^{(n)}$	$u_{\text{верт}}^{(n)}$	$u_{\text{гор}}^{(n)}$
1				
2				
3				
4				
5				

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА

При обработке результатов эксперимента следует определить:

- приращения показаний стрелочного индикатора при изменении нагрузки на 1 кГ ($\Delta u^{(n)} = u^{(n)} - u^{(n-1)}$);

- среднее значение приращений показаний стрелочного индикатора при изменении нагрузки на 1 кГ ($u_{\text{ср}} = u^{(N)} / N$; N – число ступеней нагружения);

- погрешность эксперимента на каждой ступени нагружения:

$$\delta_{\text{ст}}, \% = \frac{u^{(n)} - u_{\text{ср}}}{u_{\text{ср}}} 100 \%;$$

- абсолютное значение вертикального и горизонтального перемещения при изменении нагрузки на 1 кГ;

- инструментальную погрешность эксперимента, связанную с точностью применяемого индикатора: $\delta_{\text{инстр}}, \% = \frac{0,01 [\text{мм}] / N}{u_{\text{ср}} [\text{мм}]} 100 \%$ (0,01 мм – цена деления индикатора);

- максимальную погрешность эксперимента как сумму всех погрешностей.

Результаты обработки эксперимента свести в таблицу.

$P, \text{ кГ}$	Верт. перем. [число делений индикатора]				Гориз. перем. [число делений индикатора]			
	$u^{(n)}$	$\Delta u^{(n)}$	$\Delta u_{\text{ср}}$	$\delta^{(n)}, \%$	$u^{(n)}$	$\Delta u^{(n)}$	$\Delta u_{\text{ср}}$	$\delta^{(n)}, \%$
1								
2								
3								
4								
5								

Абсолютные значения перемещения при изменении нагрузки на 1 кГ:

$$u_{\text{верт}}^{\text{эксп}} [\text{мм}] = \Delta u_{\text{верт.ср}} \cdot 0,01 [\text{мм}] = u_{\text{гор}}^{\text{эксп}} [\text{мм}] = \Delta u_{\text{гор.ср}} \cdot 0,01 [\text{мм}].$$

Инструментальная погрешность эксперимента

$$\delta_{\text{инстр}}, \% = \frac{0,01 [\text{мм}] / N}{u_{\text{ср}}^{\text{верт}} [\text{мм}]} 100 \%.$$

Максимальная погрешность эксперимента

$$\delta_{\text{max}}, \% = \dots$$

Аналогичные вычисления проводятся и для кривого бруса.
Определение погрешностей теоретических формул:

$$\Delta P = 1 \text{ кГ},$$

$$\delta_{\text{теор}}, \% = \frac{u^{\text{теор}} - u^{\text{эксп}}}{u^{\text{эксп}}} 100 \% = \dots .$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЗАЩИТЕ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Какие внутренние силовые факторы возникают в плоской и пространственной раме?
2. Чем отличается ферма от рамы?
3. Какие системы называются геометрически неизменяемыми? Приведите примеры.
4. Как определяются линейные и угловые перемещения в рамах?
5. Какие брусья называются брусьями малой кривизны?
6. Как работает стрелочный индикатор?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8

ИЗГИБ ЛОМАНОВОГО БРУСА

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Цель эксперимента. Определить экспериментально вертикальное перемещение свободного торца пространственного ломаного бруса. Исходя из данных эксперимента найти погрешность теоретических формул, применяемых в курсе «Сопротивление материалов» для расчета таких конструкций.

СХЕМА УСТАНОВКИ

Пространственный ломаный брус одним торцом жестко зашпемлен, второй торец свободен. На расстоянии l_p от зашпемления может быть приложена нагрузка P , а на расстоянии l_u установлен стрелочный индикатор, с помощью которого можно измерить вертикальное перемещение свободного торца бруса. Исходные данные приведены в таблице.

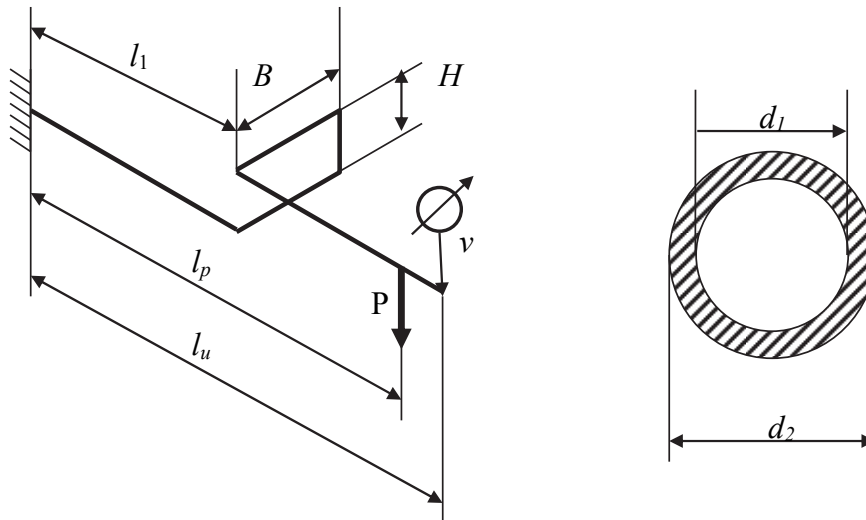


Рис. 8.1

Материал	E , МПа	$[\sigma]$, МПа	$[u]_в$, мм	Геометрические размеры, мм						
				l_l	l_p	L_u	B	H	d_1	d_2
Сталь 3	$2 \cdot 10^5$	80	5						19,5	25,5

Примечание. Геометрические размеры должны быть измерены непосредственно на установке. Значение l_p задается преподавателем. Значение $[\sigma]$ выбрано из условия прочности конструкции. Величина $[u]$ выбрана из условия, чтобы максимальное перемещение в точке, где производится измерение, не превышало половины максимального диапазона (10 мм) стрелочного индикатора.

Необходимо определить предельно допустимую нагрузку P_{\max} , такую, чтобы напряжения не превышали $[\sigma]$, а перемещения свободного торца – $[u]$.

$$M_{\max} = Pl_p,$$

Геометрические характеристики:

$$I = \frac{(d_2^4 - d_1^4)}{32} = \dots; \quad W = \frac{(d_2^4 - d_1^4)}{16d_2} = \dots$$

ПРОВЕДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

При проведении эксперимента следует воспользоваться методом ступенчатого нагружения, прикладывая нагрузки 1, 2, 3, 4, 5 кГ. Результаты измерений заносятся в таблицу.

P , кГ	Число делений
	$\nu^{(n)}$
1	
2	
3	
4	
5	

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА

При обработке результатов эксперимента следует определить:

- приращения показаний стрелочного индикатора при изменении нагрузки на 1 кГ ($\Delta v^{(n)} = v^{(n)} - v^{(n-1)}$);
- среднее значение приращений показаний стрелочного индикатора при изменении нагрузки на 1 кГ ($\Delta v_{\text{ср}} = v^{(N)} / N$; N – число ступеней нагружения);
- погрешность эксперимента на каждой ступени нагружения

$$\delta_{\text{ст}}, \% = \frac{v^{(n)} - v_{\text{ср}}}{v_{\text{ср}}} 100 \%;$$

- абсолютное значение перемещения при изменении нагрузки на 1 кГ;
- инструментальную погрешность эксперимента, связанную с точностью применяемого индикатора: $\delta_{\text{инстр}}, \% = \frac{0,01 \text{ [мм]} / N}{v_{\text{ср}} \text{ [мм]}} 100 \%$ (0,01 мм –

цена деления индикатора);

- максимальную погрешность эксперимента как сумму всех погрешностей.

Результаты обработки эксперимента свести в таблицу.

$P, \text{ кГ}$	Вертикальное перемещение [число делений индикатора]			
	$u^{(n)}$	$\Delta u^{(n)}$	$\Delta u_{\text{ср}}$	$\delta^{(n)}, \%$
1				
2				
3				
4				
5				

Абсолютные значения перемещения при изменении нагрузки на 1 кГ:

$$v_{\text{эсп}} \text{ [мм]} = \Delta v_{\text{ср}} \cdot 0,01 \text{ [мм]}.$$

Инструментальная погрешность эксперимента

$$\delta_{\text{инстр}}, \% = \frac{0,01 \text{ [мм]} / N}{\Delta v_{\text{ср}}^{\text{верт}} \text{ [мм]}} 100 \%.$$

Максимальная погрешность эксперимента

$$\delta_{\max}, \% = \dots$$

**ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЗАЩИТЕ
ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ**

1. Получите формулы для определения свободного торца пространственного ломаного бруса.
2. Как определяется допускаемая нагрузка P_{\max} для пространственного ломаного бруса?
3. Как определяется погрешность теоретических формул?

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Методические указания

Редактор *И.Л. Кескевич*
Выпускающий редактор *И.П. Брованова*
Корректор *Е.М. Федяева*
Дизайн обложки *А.А. Ладыжская*
Компьютерная верстка *С.И. Ткачева*

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции
Издание соответствует коду 95 3000 ОК 005-93 (ОКП)

Подписано в печать 02.02.2024. Формат 70 × 100 1/16. Бумага офсетная. Тираж 100 экз.
Уч.-изд. л. 5,8. Печ. л. 4,5. Изд. № 265/23. Заказ № 70. Цена договорная

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20