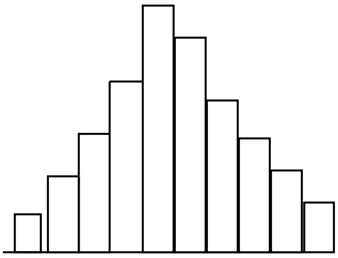
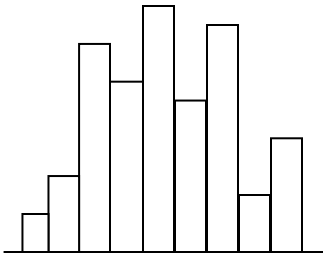
1. ВЫБОРОЧНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Пример 1

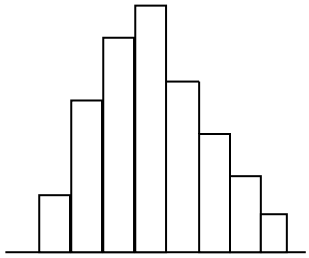
На телефонной станции проводились наблюдения над числом X неправильных соединений в минуту. Наблюдения в течение часа дали следующие результаты: 3; 1; 3; 1; 4; 2; 2; 4; 0; 3; 0; 2; 2; 0; 2; 1; 4; 3; 3; 1; 4; 2; 2;1; 1; 2; 1; 0; 3; 4; 1; 3; 2; 7; 2; 0; 0; 1; 3; 3; 1; 2; 4; 2; 0; 2; 3; 1; 2; 5; 1; 1; 0; 1; 1; 2; 2; 1; 1; 5.



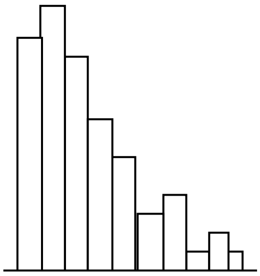
а) Обычный тип



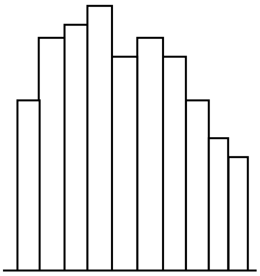
б) Гребенка



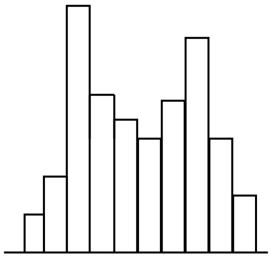
в) Положительно скошенное распределение



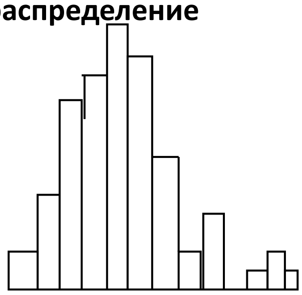
г) Распределение с обрывом слева



д) Плато



е) Двухпиковый тип



ж) Распределение с изолированным пиком

Пример 2

При измерении диаметра валиков после шлифовки получены следующие результаты:

6,75;	6,77;	6,77;	6,73;	6,76;	6,74;	6,70;	6,75;	6,71;	6,72;	6,77;	6,79;	6,71;	6,78;
6,73;	6,70;	6,73;	6,77;	6,75;	6,74;	6,71;	6,70;	6,78;	6,76;	6,81;	6,69;	6,80;	6,80;
6,77;	**6,68**;	6,74;	6,70;	6,70;	6,74;	6,77;	**6,83**;	6,76;	6,76;	6,82;	6,77;	6,71;	6,74;
6,77;	6,75;	6,74;	6,75;	6,77;	6,72;	6,74;	6,80;	6,75;	6,80;	6,72;	6,78;	6,70;	6,75;
6,78;	6,78;	6,76;	6,77;	6,74;	6,74;	6,77;	6,73;	6,74;	6,77;	6,74;	6,75;	6,74;	6,76;
6,76;	6,74;	6,74;	6,74;	6,74;	6,76;	6,74;	6,72;	6,80;	6,76;	6,78;	6,73;	6,70;	6,76;
6,76;	6,77;	6,75;	6,78;	6,72;	6,76;	6,78;	6,68;	6,75;	6,73;	6,82;	6,73;	6,80;	6,81;
6,71;	6,82;	6,77;	6,80;	6,80;	6,70;	6,70;	6,82;	6,72;	6,69;	6,73;	6,76;	6,74;	6,77;
6,72;	6,76;	6,78;	6,78;	6,73;	6,76;	6,80;	6,76;	6,72;	6,76;	6,76;	6,70;	6,73;	6,75;
6,77;	6,77;	6,70;	6,81;	6,74;	6,73;	6,77;	6,74;	6,78;	6,69;	6,74;	6,71;	6,76;	6,76;
6,77;	6,70;	6,81;	6,74;	6,74;	6,77;	6,75;	6,80;	6,74;	6,76;	6,77;	6,77;	6,81;	6,75;
6,78;	6,73;	6,76;	6,76;	6,76;	6,77;	6,76;	6,80;	6,77;	6,74;	6,77;	6,72;	6,75;	6,76;
6,77;	6,81;	6,76;	6,76;	6,76;	6,80;	6,74;	6,80;	6,74;	6,73;	6,75;	6,77;	6,74;	6,76;
6,77;	6,77;	6,75;	6,76;	6,74;	6,82;	6,76;	6,73;	6,74;	6,75;	6,76;	6,72;	6,78;	6,72;
6,76;	6,77;	6,75;	6,78;										

1.1 Составить дискретный вариационный ряд, построить полигон распределения частот. Записать эмпирическую функцию распределения и построить ее график, если:

а) при обследовании 50 членов семей рабочих и служащих установлено следующее количество членов семьи:

5; 3; 2; 1; 4; 6; 3; 7; 9; 1; 3; 2; 5; 6; 8; 2; 5; 2; 3; 6; 8; 3; 4; 4; 5; 6; 5; 4; 7; 5; 6; 4; 8; 7; 4; 5; 7; 8; 6; 5; 7; 5; 6; 6; 7; 3; 4; 6; 5; 4;

б) в результате 16 независимых измерений получены значения случайной величины X:

4,6 4,5 4,7 4,6 4,4 4,5 4,8 4,5
4,4 4,3 4,5 4,7 4,5 4,6 4,3 4,5;

в) в эксперименте при измерении случайной величины X получены ее значения:

39 41 40 42 41 40 42 44 40 43 42 41 43 39 42 41 42 39 41 37 43 41 38 43 42 41 40 41 38 44 40 39 41 40 42 40 41 42 40 43 38 39 41 41 42;

г) в результате 24 независимых и равновозможных измерений получены значения случайной величины X:

10,0 9,8 10,1 10,0 9,8 10,0 9,9 9,7 9,6 10,1 9,7 9,9
9,9 9,8 9,9 9,9 10,1 9,9 9,9 10,0 10,2 9,8 9,6 9,8;

д) баллы, полученные 45 абитуриентами на экзамене таковы:

39 41 40 42 41 40 42 44 40 43 42 41 43 39 42 41 42 39 41 37 43 41
38 43 42 41 40 41 38 44 40 39 41 40 42 40 41 42 40 43 38 39 41 41 42.

1.2 Составить интервальный вариационный ряд. Записать выборочную функцию распределения $\widetilde{F}(x)$ и построить её график. Изобразить интервальный вариационный ряд графически, нарисовать гистограмму и полигон, если:

а) изготавливается тираж книги, один из размеров которой должен быть равен 20 см. Выбрано и измерено 100 готовых экземпляров. Случайная величина X - отклонение от заданного размера в сотых долях мм. Результаты измерений: 47 43 128 77 89 50 63 82 66 49 116 67 105 67 101 49 98 87 106 56 32 117 63 114 2 54 19 78 95 105 39 87 38 127 68 112 73 90 105 68 27 46 61 76 81 111 21 99 61 79 86 38 79 41 137 103 27 68 95 119 88 57 85 43 56 75 109 73 49 57 39 66 84 56 39 55 86 72 78 101 107 91 57 95 88 70 59 37 90 83 77 85 118 79 36 29 84 65 47 30;

б) наблюдения за жирностью молока у 50 коров дали следующие результаты (в %):

3,86 4,06 3,67 3,97 3,76 3,61 3,96 4,04 3,84 3,94 3,98 3,57 3,87
4,07 3,99 3,69 3,76 3,71 3,94 3,82 4,16 3,76 4,00 3,46 4,08 3,88
4,01 3,93 3,71 3,81 4,02 4,17 3,72 4,09 3,78 4,02 3,73 3,52 3,89
3,92 4,18 4,26 4,03 4,14 3,72 4,33 3,82 4,03 3,62 3,91;

в) измерения уровня сахара в крови у 50 человек дали такие результаты:

3,94 3,84 3,86 4,06 3,67 3,97 3,76 3,61 3,96 4,04 3,82 3,94 3,98 3,57 3,87 4,07 3,99 3,69 3,76 3,71 3,81 3,71 4,16 3,76 4,00 3,46 4,08 3,88 4,01 3,93 3,92 3,89 4,02 4,17 3,72 4,09 3,78 4,02 3,73 3,52 3,91 3,62 4,18 4,26 4,03 4,14 3,72 4,33 3,82 4,03;

В эксперименте при измерении случайной величины X получены её значения:

г) 164,4 201,2 259,5 298,2 272,4 260,2 260,5 271,1 170,1 280,1 364,7
224,2 263,2 264,3 270,2 270,3 262,1 270,0 225,6 260,4 265,9 267,4
282,3 290,1 260,4 364,5 270,1 269,0 231,0 263,5 289,4 321,3 256,3
364,4 261,3 269,1 230,0 263,2 292,3 300,1;

д) 15 19 6 18 21 16 20 17 15 10 12 20 20 8 13 10 18 17 22 18 20 7 19 22
17 21 19 16 11 16 21 21 9 19 19 14 18 19 19 19 10 8 18 20 18 16 20 12 8.

2. МЕТОДЫ ОЦЕНИВАНИЯ

Вид распределения	**Функция**	**Параметры**	**Основные моменты**
Нормальное	$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-(x-a)^2}{(2\sigma^2)}}$	a,σ	$M(X)=a, D(X)=\sigma^2$
Равномерное	$f(x)=\frac{1}{b-a}$	a,b	$M(X)=\frac{a+b}{2}, D(X)=\frac{(b-a)^2}{12}$
Биномиальное	$f(k)=C_m^k p^k(1-p)^{m-k}$	m,p	$M(X)=mp, D(X)=mpq$
Пуассона	$f(n)=e^{-\lambda}*\frac{\lambda^n}{n!}$	λ	$M(X)=D(X)=\lambda$
Показательное	$f(x)=\begin{cases}0, \text{если } x<0\\ \lambda e^{-\lambda x}\end{cases}$	λ	$M(X)=\frac{1}{\lambda}, D(X)=\frac{1}{\lambda^2}$
Геометрическое	$f(n)=q^{n-1}p$	p	$M(X)=\frac{1}{p}, D(X)=\frac{q}{p^2}$
Парето	$f(t)=\begin{cases}0, \text{если } t<m\\ \frac{\vartheta m^\vartheta}{t^{\vartheta+1}}, \text{если } t\ge m\end{cases}$	m,ϑ	$M(X)=\frac{\vartheta m}{\vartheta-1}$, для $\vartheta>1$, $D(X)=\frac{m^2\vartheta}{(\vartheta-1)^2(\vartheta-2)}$, для $\vartheta>2$

Точечные методы оценивания

Условные обозначения:

- ММ – метод моментов;
- ММ/И – метод моментов через интеграл;
- ММП – метод максимального правдоподобия.

2.1 Известно, что $X\in N(a,\sigma^2)$. Найти оценки параметров распределения a,σ^2.

Ответ по ММ, ММП: $\begin{cases}a^*=\bar{x}\ (\text{сост, несм})\\ {\sigma^2}^*=\overline{x^2}-(\bar{x})^2={\sigma_{\text{в}}^2}^*(\text{сост, смещ})\end{cases}$

2.2 Известно, что $X\in N(\vartheta,1)$. Найти оценку ϑ.

Ответ по ММ, ММП: $\begin{cases}V^*=\bar{x}\ (\text{сост, несм})\\ V^*=\sqrt{\overline{x^2}-1}\end{cases}$ Ответ по ММП: $V^*=\bar{x}\ (\text{сост, несм})$

2.3 Известно, что $X\in N(0,\vartheta)$. Найти оценку ϑ.

Ответ по ММ: $\begin{cases}\bar{x}=0\\ V^*=\sqrt{\overline{x^2}}\ (\text{сост, смещ})\end{cases}$ Ответ по ММП: $V^*=\sqrt{\overline{x^2}}\ (\text{сост, смещ})$

2.4 Найти оценку ϑ для равномерного распределения $X \in U(0, \vartheta\ )$.

Ответ по ММ: $\begin{cases} V^* = 2\bar{x}\ (\text{сост, несм}) \\ V^* = \sqrt{3\overline{x^2}}\ (\text{сост, смещ}) \end{cases}$ Ответ по ММП: 😊

2.5 Найти оценки ϑ_1, ϑ_2 для равномерного распределения $X \in U(\vartheta_1, \vartheta_2)$.

Ответ по ММ: $\begin{cases} V_1^* < V_2^*\ (\text{т.к. } a < b) \\ V_1^* = \bar{x} - \sqrt{3\left(\overline{x^2} - (\bar{x})^2\right)}\ (\text{сост}) \\ V_2^* = \bar{x} + \sqrt{3\left(\overline{x^2} - (\bar{x})^2\right)}\ (\text{сост}) \end{cases}$ Ответ по ММП: 😊

2.6 По выборке из биномиального распределения $X \in Bi(m, p)$ построить оценки:

a) параметра p по первому и второму моменту при известном $m > 0$ $(p > 0)$;
b) параметров p и m.

Ответ по ММ: $a) \begin{cases} p^* = \frac{\bar{x}}{m}\ (\text{сост, несм}) \\ p^* = \frac{-m + \sqrt{m^2 + 4(m^2 - m)\overline{x^2}}}{2(m^2 - m)} \end{cases}$ Ответ по ММП: $a)\ p^* = \frac{\bar{x}}{m}\ (\text{сост, несм})$

Ответ по ММ: $b) \begin{cases} m^* = \frac{\bar{x}}{1 - \frac{\sigma_{\text{в}}^2}{\bar{x}}} \\ p^* = 1 - \frac{\sigma_{\text{в}}^2}{\bar{x}} \end{cases}$

2.7 Найти оценку ϑ для распределения Пуассона $X \in P(\vartheta\ )$.

a) в общем виде.
b) если дана выборка случайной величины

xi	0	1	2	3	4
ni	130	45	20	3	2

Ответ по ММ, по ММП: $a)\ V^* = \bar{x}\ (\text{сост, несм})$

2.8 Найти оценку ϑ для показательного распределения $X \in E(\vartheta\ )$.

Ответ по ММ, по ММ/И, по ММП: $V^* = \frac{1}{\bar{x}}\ (\text{сост, смещ})$

2.9 Найти оценку p для геометрического распределения $X \in \Gamma(p\ )$.

Ответ по ММ, по ММП: $p^* = \frac{1}{\bar{x}}\ (\text{сост, смещ})$

2.10 По выборке из распределения Парето $X \in Pr(m, \vartheta)$ построить оценки:

a) параметра ϑ при $m = 1$;
b) параметров m и ϑ.

Ответ по ММ: $a)\begin{cases} V^* = \frac{\bar{x}}{\bar{x}-1} \text{ (сост, смещ)} \\ V^* = \frac{2\overline{x^2}}{\overline{x^2}-1} \text{ (сост, смещ)} \end{cases}$

Ответ по ММП: $a)\ V^* = \frac{1}{\overline{lnx}}$

Ответ по ММ: $b)$ 😊

Ответ по ММП: $a)\begin{cases} m^* = \max(X) \\ V^* = \frac{1}{\overline{lnx_i} - lnm} \end{cases}$

2.11 Найдите оценку параметра ϑ, если плотность распределения имеет вид:

$$f(x) = \frac{2x^3}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x^4-\vartheta)^2}{2}}$$

a) в общем виде.
b) если дана выборка случайной величины

1.4	1.5	3.2	1.4	2.5	3.4	3.1	2.4	3.8	2.6

Ответ по ММП: $a)\ V^* = \overline{x^4}$

2.12 Найдите оценку параметра $\vartheta > 0$, если плотность распределения имеет вид:

$$f(t) = \begin{cases} 0, \text{при } t \notin [0;1] \\ \vartheta t^{\vartheta-1}, \text{при } t \in [0;1] \end{cases}$$

Ответ по ММ/И: $V^* = \frac{\bar{x}}{1-\bar{x}}$ (сост, смещ)

2.13 Найдите оценку параметра $\vartheta > 0$ равномерного распределения на отрезке $[-\vartheta, \vartheta]$.

Ответ по ММ: $V^* = \sqrt{3\overline{x^2}}$ (сост, смещ)

2.14 Найдите оценку параметра ϑ, если плотность распределения имеет вид:

$$f(t) = \begin{cases} 0, \text{при } t \notin [0;\vartheta] \\ \frac{3t^2}{\vartheta^3}, \text{при } t \in [0;\vartheta] \end{cases}$$

Ответ по ММ/И: $V^* = \frac{4}{3}\bar{x}$ (сост, несм)

Интервальные методы оценивания

2.15 Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,95 неизвестного математического ожидания a нормально распределенной генеральной совокупности, если даны генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = 5$ и выборочное среднее $\bar{X} = 13$. Объем выборки 16.

2.16 Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,95 неизвестного математического ожидания a нормально распределенной генеральной совокупности, если даны выборочное среднее квадратическое отклонение $\sigma_{\text{в}} = S = 5$ и выборочное среднее $\bar{X} = 13$. Объем выборки 17.

2.17 Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,9 неизвестной дисперсии σ^2 нормально распределенной генеральной совокупности, если даны выборочная дисперсия $\sigma_{\text{в}}^2 = S^2 = 4$. Объем выборки 10.

2.18 По выборке объема $n = 25$ из нормально распределенной генеральной совокупности X с дисперсией $\sigma^2 = D(X) = 25$ вычисленное среднее $\bar{X} = 14$. Построить доверительный интервал для неизвестного математического ожидания $a = M(X)$, если требуемая надежность оценки: а) $\gamma = 0{,}95$; б) $\gamma = 0{,}9$.

2.19 По выборке объема $n = 16$ из нормально распределенной генеральной совокупности X с дисперсией $\sigma^2 = D(X) = 25$ вычисленное среднее $\bar{X} = 14$. Построить доверительный интервал для неизвестного математического ожидания $a = M(X)$, если требуемая надежность оценки: а) $\gamma = 0{,}95$; б) $\gamma = 0{,}9$. Сравнить результаты с ответом задачи 2.18.

2.20 По выборке объема $n = 25$ из нормально распределенной генеральной совокупности X с дисперсией $\sigma^2 = D(X) = 9$ вычисленное среднее $\bar{X} = 14$. Построить доверительный интервал для неизвестного математического ожидания $a = M(X)$, если требуемая надежность оценки: а) $\gamma = 0{,}95$; б) $\gamma = 0{,}9$. Сравнить результаты с ответом задачи 2.18.

2.21 По выборке объема $n = 26$ из нормально распределенной генеральной совокупности X с выборочной дисперсией $\sigma_{\text{в}}^2 = S^2 = 25$ вычисленное среднее $\bar{X} = 14$. Построить доверительный интервал для неизвестного математического ожидания $a = M(X)$, если требуемая надежность оценки: а) $\gamma = 0{,}95$; б) $\gamma = 0{,}9$. Сравнить результаты с ответом задачи 2.18.

2.22 По выборке объема $n = 17$ из нормально распределенной генеральной совокупности X с выборочной дисперсией $\sigma_{\text{в}}^2 = S^2 = 25$ вычисленное среднее $\bar{X} = 14$. Построить доверительный интервал для неизвестного математического ожидания $a = M(X)$, если требуемая надежность оценки: а) $\gamma = 0{,}95$; б) $\gamma = 0{,}9$. Сравнить результаты с ответом задачи 2.21.

2.23 По выборке объема $n = 26$ из нормально распределенной генеральной совокупности X с выборочной дисперсией $\sigma_{\text{в}}^2 = S^2 = 9$ вычисленное среднее $\bar{X} = 14$. Построить доверительный интервал для неизвестного математического ожидания $a = M(X)$, если требуемая надежность оценки: а) $\gamma = 0{,}95$; б) $\gamma = 0{,}9$. Сравнить результаты с ответом задачи 2.21.

2.24 По выборке объема $n = 26$ из нормально распределенной генеральной совокупности X с выборочной дисперсией $\sigma_{\text{в}}^2 = S^2 = 25$ построить доверительный интервал для неизвестной дисперсии, если требуемая надежность оценки: а) $\gamma = 0{,}95$; б) $\gamma = 0{,}9$.

2.25 По выборке объема $n = 26$ из нормально распределенной генеральной совокупности X с известным математическим ожиданием и выборочной дисперсией $\sigma_{\text{в}}^2 = S^2 = 25$ построить доверительный интервал для неизвестной дисперсии, если требуемая надежность оценки: а) $\gamma = 0{,}95$; б) $\gamma = 0{,}9$. Сравнить результаты с ответом задачи 2.24.

2.26 По выборке объема $n = 17$ из нормально распределенной генеральной совокупности X с выборочной дисперсией $\sigma_{\text{в}}^2 = S^2 = 25$ построить доверительный интервал для неизвестной дисперсии, если требуемая надежность оценки: а) $\gamma = 0{,}95$; б) $\gamma = 0{,}9$. Сравнить результаты с ответом задачи 2.24.

2.27 По выборке объема $n = 16$ из нормально распределенной генеральной совокупности X с известным математическим ожиданием и выборочной дисперсией $\sigma_{\text{в}}^2 = S^2 = 25$ построить доверительный интервал для неизвестной дисперсии, если требуемая надежность оценки: а) $\gamma = 0{,}95$; б) $\gamma = 0{,}9$. Сравнить результаты с ответами задач 2.25 и 2.26.

2.28 По выборке $X \in \Pi(\lambda)$ найти асимптотический доверительный интервал уровня доверия γ. Вычислить его в случае, когда $\bar{x} = 2, n = 36, \gamma = 0.9$. Какой асимптотический доверительный интервал можно построить, если известно, что $\overline{x^2} = 5$.

2.29 По выборке из показательного распределения $X \in E(\lambda)$ найти асимптотический доверительный интервал уровня доверия γ. Вычислить его в случае, когда $\bar{x} = 4, n = 64, \gamma = 0.98$.

2.30 По выборке из равномерного распределения $X \in P(0, \theta)$ найти асимптотический доверительный интервал уровня доверия γ. Вычислить его в случае, когда $\bar{x} = 8, n = 144, \gamma = 0.8$.

3. ПРОВЕРКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ

3.1 Из нормальной генеральной совокупности с известным среднеквадратическим отклонением $\sigma = 5{,}2$ извлечена выборка объема $n = 100$ и по ней найдено выборочное среднее $\bar{x} = 27{,}56$. Требуется при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить гипотезу $H_0 : \alpha = 26$ при конкурирующей гипотезе $H_1 : \alpha \neq 26$.

3.2 Из нормальной генеральной совокупности с известным среднеквадратическим отклонением $\sigma = 40$ извлечена выборка объема $n = 64$ и по ней найдено выборочное среднее $\bar{x} = 136{,}5$. Требуется при уровне значимости $\alpha = 0{,}1$ проверить гипотезу $H_0 : \alpha = 130$ при конкурирующей гипотезе $H_1 : \alpha > 130$.

3.3 По результатам $n = 9$ замеров установлено, что выборочное среднее время (в сек) изготовления детали $\bar{x} = 48$. Предполагая нормальное распределение случайной величины с дисперсией $\sigma^2 = 9$ сек, проверить при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ гипотезу $H_0 : \alpha = 49$ при конкурирующей гипотезе $H_1 : \alpha \neq 49$.

3.4 По выборке объема $n = 16$, извлеченной из нормальной генеральной совокупности, найдены выборочное среднее $\bar{x} = 118{,}2$ и исправленное среднее квадратическое отклонение $S_0 = 3{,}6$. Требуется при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить гипотезу $H_0 : \alpha = 120$ при конкурирующей гипотезе $H_1 : \alpha \neq 120$.

3.5 Поставщик двигателей утверждает, что средний срок их службы равен 800 часов. Для выборки из $n = 17$ двигателей срок службы оказался $\bar{x} = 865$ час. Проверить гипотезу $H_0 : \alpha = 800$ при уровне значимости $\alpha = 0{,}01$, если среднее квадратическое отклонение $S_0 = 120$ часов и при конкурирующей гипотезе $H_1 : \alpha > 800$.

3.6 Дана выборка объема $n = 80$, извлеченная из нормально распределенной генеральной совокупности

x_i	8	8,2	8,4	8,6
n_i	15	20	25	20

a) Найти выборочное среднее $\bar{x}$ и выборочное среднеквадратическое отклонение S_0.
b) При уровне значимости $\alpha = 0{,}01$ проверить гипотезу $H_0 : \alpha = 8$ и при конкурирующей гипотезе $H_1 : \alpha < 8$.

3.7 Точность работы станка-автомата проверяется по дисперсии σ^2 контролируемого размера изделий, которая не должна превышать 0,15. По данным из $n = 25$ отобранных изделий вычислена оценка дисперсии $S_0^2 = 0{,}25$. Требуется при уровне значимости $\alpha = 0{,}01$ проверить гипотезу $H_0 : \sigma^2 = 0{,}15$ при конкурирующей гипотезе $H_1 : \sigma^2 > 0{,}15$.

3.8 При применении определенной процедуры проверка коэффициентов трения шины по мокрому асфальту установлено, дисперсия результатов измерения этого коэффициента составляет 0,1. Выборочное значение дисперсии, вычисленное по $n = 25$ результатам измерений коэффициента трения, оказалось равным 0,20. Проверить гипотезу $H_0 : \sigma^2 = 0{,}1$ при уровне значимости $\alpha = 0{,}1$ и при конкурирующей гипотезе $H_1 : \sigma^2 \neq 0{,}1$.

3.9 Из нормальной генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 21$ и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия $S_0^2 = 16{,}2$. Требуется при уровне значимости $\alpha = 0{,}01$ проверить гипотезу $H_0 : \sigma^2 = 15$ при конкурирующей гипотезе $H_1 : \sigma^2 < 15$.

3.10 Пусть X – это удой коров на молочной ферме за лактационный период (в ц), $n = 30$. При уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности X, используя критерий Пирсона.

интервал x_i	4 - 6	6 - 8	8 - 10	10 - 12	12 - 14
частота n_i	4	3	6	7	10

3.11 Проведено $n = 100$ испытаний, в результате каждого из которых событие A появляется в различные моменты времени. В итоге было получено эмпирическое распределение. Проверить при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ гипотезу H_0 о том, что время появления события X распределено равномерно.

интервал x_i	2 - 4	4 - 6	6 - 8	8 - 10	10 - 12
частота n_i	8	28	35	22	7

3.12 При испытании радиоэлектронной аппаратуры фиксировалось число отказов в результате 59 испытаний. Проверить гипотезу H_0 о том, что при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ число отказов имеет распределение Пуассона.

число отказов x_i	0	1	2	3
число испытаний n_i	42	10	4	3

3.13 Величины контролируемого размера $n = 80$ деталей, изготовленных на одном станке (мкм), приведены в таблице. При уровне значимости $\alpha = 0{,}01$ проверить гипотезу H_0 о том, что данные получены из нормально распределенной генеральной совокупности.

интервал x_i	3.9 - 4.9	4.9 - 5.9	5.9 - 6.9	6.9 - 7.9
частота n_i	25	23	19	13

3.14 Дана выборка из генеральной совокупности X. При уровне значимости $\alpha = 0{,}01$ проверить гипотезу H_0 о том, что равномерная величина распределена равномерно.

интервал x_i	-40 - -30	-30 - -20	-20 - -10	-10 - 0
частота n_i	8	12	19	11

3.15 В цехе с четырьмя станками ежедневно регистрировалось число вышедших из строя станков. Всего было проведено 50 наблюдений, результаты приведены в таблице. При уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить гипотезу H_0 о том, что число вышедших из строя станков имеет распределение Пуассона.

число сломанных станков x_i	0	1	2	3	4
число зарегистрированных случаев n_i	6	14	17	7	6

4. МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ И ЭЛЕМЕНТЫ РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА

4.1 Для определения параметров a_1и a_2 в уравнение регрессии $y = a_1 x + a_2$ были измерены значения y при различных значениях x. Получена выборка $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$

x_i	40	50	60	70	80	90	100
y_i	20	25	28	30	35	40	45

1. Методом наименьших квадратов определить параметры a_1и a_2.Записать уравнение регрессии в виде $y = a_1 x + a_2$.
2. Найти выборочный коэффициент корреляции. При уровне значимости $a = 0.05$ проверить нулевую гипотезу о равенстве нулю генерального коэффициента корреляции при конкурирующей гипотезе $H_1 : r_\Gamma \neq 0$.
3. Рассчитать 95%-ый доверительный интервал для величины Y.
4. Нарисовать линейную регрессию и доверительный интервал для нее.