

1. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЛАПЛАСА И ЕГО СВОЙСТВА

1.1 Найти изображение единичной ступенчатой функции $f(t) = 1(t)$.

Ответ: $\frac{1}{s}$.

1.2 Найти изображение функции

	Функция	Ответ
а)	$f(t) = e^{\alpha t} * 1(t)$, где $\alpha \in R$ или $\alpha \in C$	$\frac{1}{s - \alpha}$
б)	$f(t) = t$	$\frac{1}{s^2}$
в)	$f(t) = t^n$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$

1.3 Найти изображения по Лапласу следующих оригиналов ($a > 0$):

	Функция	Ответ
а)	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
б)	$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
в)	$e^{-at} * \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s + a)^2 + \omega^2}$
г)	$e^{-at} * \cos \omega t$	$\frac{s + a}{(s + a)^2 + \omega^2}$

1.4 Найти изображение смещенного оригинала

	Функция	Ответ
а)	$f(t) = \begin{cases} (t - \tau)^2, & \text{при } t \geq \tau \\ 0, & \text{при } t < \tau \end{cases}$	$e^{-s\tau} \frac{2}{s^3}$
б)	$f(t) = A[1(t) + 1(t - \tau) + 1(t - 2\tau) + \dots]$	$\frac{A}{s(1 - e^{-s\tau})}$

1.5 Найти изображение оригинала $f(t)$

а)

$$f(t) = \begin{cases} at + b, & \text{при } t < t_2 \\ at_2 + b, & \text{при } t_2 \leq t < t_3 \\ 0, & \text{при } t \geq t_3 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{1}{s} \left[a \left(\frac{e^{-t_2 s}}{s} - \frac{1}{s} + t_2 e^{-t_3 s} \right) + b(e^{-t_3 s} - 1) \right]$$

б)

$$f(t) = \begin{cases} \sin \omega t, & \text{при } 0 \leq t < \frac{\pi}{\omega} \\ 0, & \text{при } t \geq \frac{\pi}{\omega} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} (1 + e^{-\frac{\pi}{\omega} s})$$

2. РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

2.1 Найти оригинал для изображения

	Функция	Ответ
а)	$F(s) = \frac{1}{(s+a)^2}$	te^{-at}
б)	$F(s) = \frac{s}{(s+1)(s+2)(s+3)}$	$-\frac{1}{2}e^{-t} + 2e^{-2t} - \frac{3}{2}e^{-3t}$
в)	$F(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}e^{-\frac{1}{2}t} \sin \frac{\sqrt{3}}{2}t$

2.2 Найти решение уравнения

	Функция	Ответ
а)	$\frac{d^2x}{dt^2} + 3\frac{dx}{dt} + 2x = 0$ нач. усл.: при $t = 0$ $x(0) = 0, x'(0) = 1$	$e^{-t} - e^{-2t}$
б)	$\frac{d^2x}{dt^2} + 5\frac{dx}{dt} + 6x = 1$ нач. усл.: при $t = 0$ $x(0) = 3, x'(0) = -2$	$\frac{1}{6} + \frac{13}{2}e^{-2t} - \frac{11}{3}e^{-3t}$

2.3 Решить систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 2y - 2z, \\ \frac{dy}{dt} = 2x + 7y + 5z, \\ \frac{dz}{dt} = -2x - 4y - 2z, \end{cases}$$

при начальных условиях: при $t = 0$ $x(0) = 0, y(0) = 3, z(0) = -2$.

$$\begin{aligned} x(t) &= e^t - e^{3t} \\ \text{Ответ: } y(t) &= -2e^t + 2e^{2t} + 3e^{3t} \\ z(t) &= 2e^t - 2e^{2t} - 2e^{3t} \end{aligned}$$

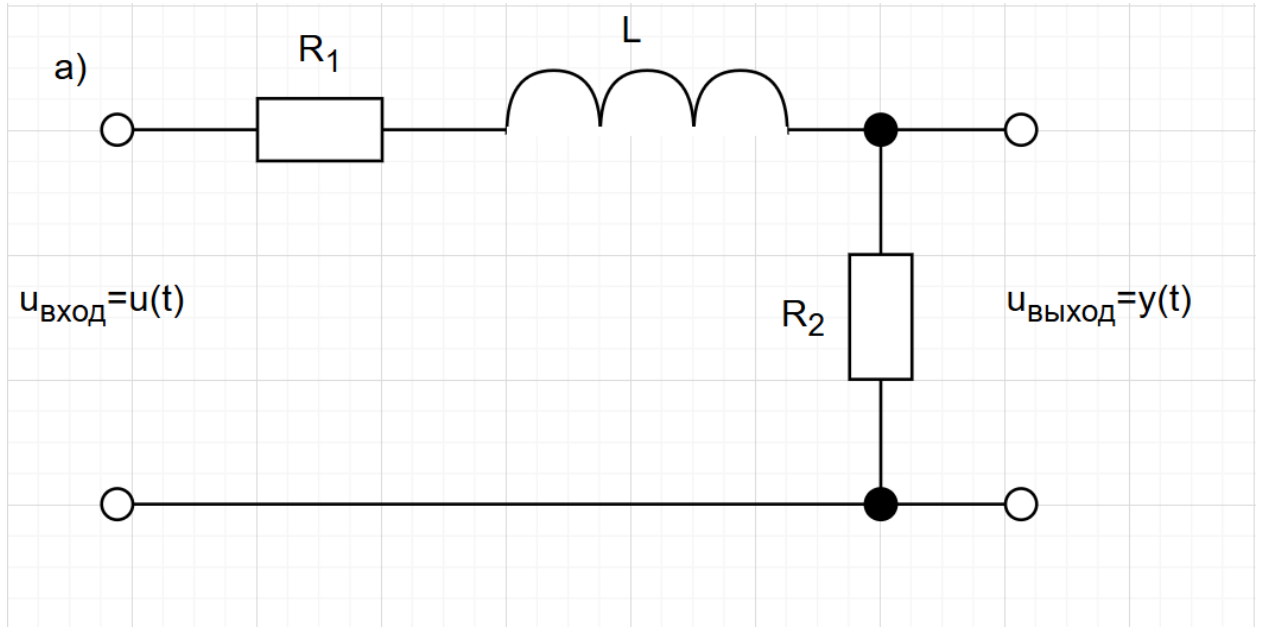
3. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЗВЕНЬЯ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЗВЕНЬЯ 0 И I ПОРЯДКА

3.1 Найти передаточную функцию. Вычислить временные характеристики (переходную и импульсную/весовую). Вычислить частотные характеристики (АФЧХ, АЧХ и ФЧХ). Построить графики характеристик.

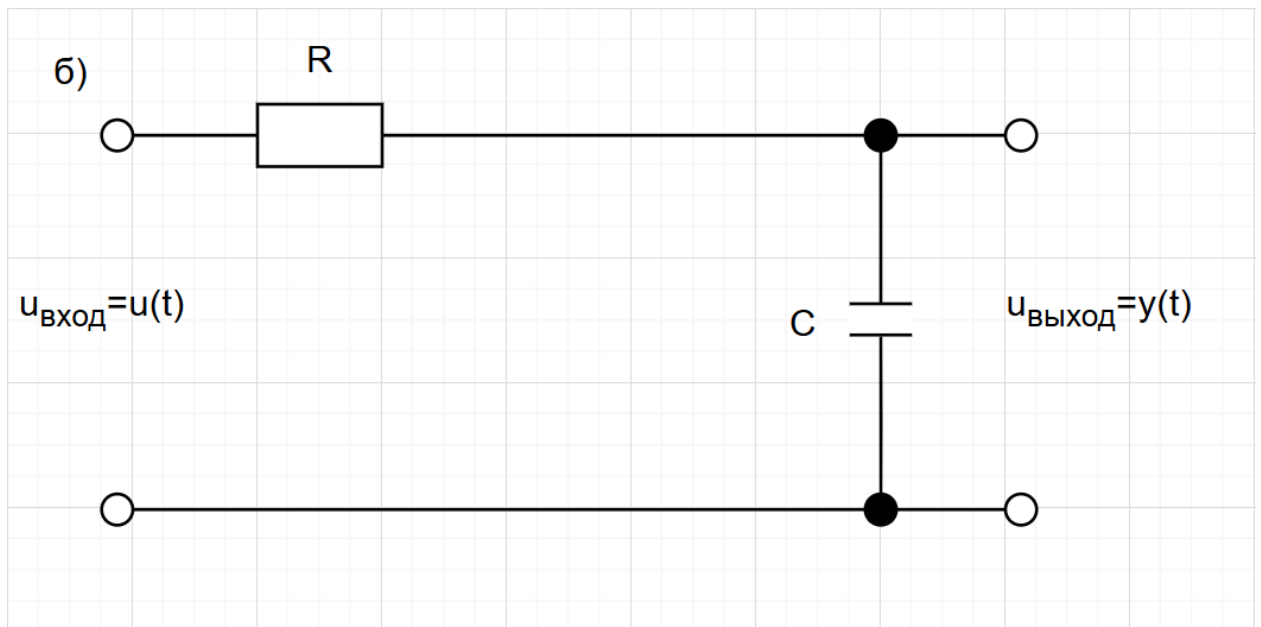
	Название	Функция
а)	Пропорциональное (безынерционное, усилительное)	$y(t) = ku(t), k > 0$
Ответ		
б)	Интегрирующее	$\frac{dy}{dt} = ku(t), k > 0$
Ответ		
в)	Дифференцирующее	$y(t) = k \frac{du}{dt}, k > 0$
Ответ		
г)	Апериодическое I порядка	$T \frac{dy}{dt} + y(t) = ku(t), T > 0, k > 0$
Ответ		
д)	Изотропное	$\frac{dy}{dt} = ku(t) + k_1 \frac{du}{dt}, k > 0, k_1 > 0$
Ответ		
е)	Дифференцирующее с замедлением	$T \frac{dy}{dt} + y(t) = k \frac{du}{dt}, T > 0, k > 0$
Ответ		

3.2 Дана схема для апериодического звена I-го порядка. На вход подаётся напряжение. R – резистор, L – катушка, C – конденсатор. Найти T и k.

$$u(t) = Ri(t), u(t) = L \frac{di}{dt}, u(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$$



Ответ: $T = \frac{L}{R_1 + R_2}, k = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$



Ответ: $T = RC, k = 1$

4. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЗВЕНЬЯ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЗВЕНЬЯ II ПОРЯДКА

4.1 Найти передаточную функцию. Вычислить временные характеристики (переходную и импульсную/весовую). Вычислить частотные характеристики (АФЧХ, АЧХ и ФЧХ).

а) Колебательное

$$T^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + 2\xi T \frac{dy}{dt} + y(t) = ku(t), T > 0, k > 0, 0 < \xi < 1$$

$$W(S) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1}$$

б) Консервативное

$$T^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + y(t) = ku(t), T > 0, k > 0, (\xi = 0)$$

$$W(S) = \frac{k}{T^2 s^2 + 1}$$

в) Аперiodическое II-го порядка

$$T^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + 2\xi T \frac{dy}{dt} + y(t) = ku(t), T > 0, k > 0, \xi \geq 1$$

$$W(S) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1}$$

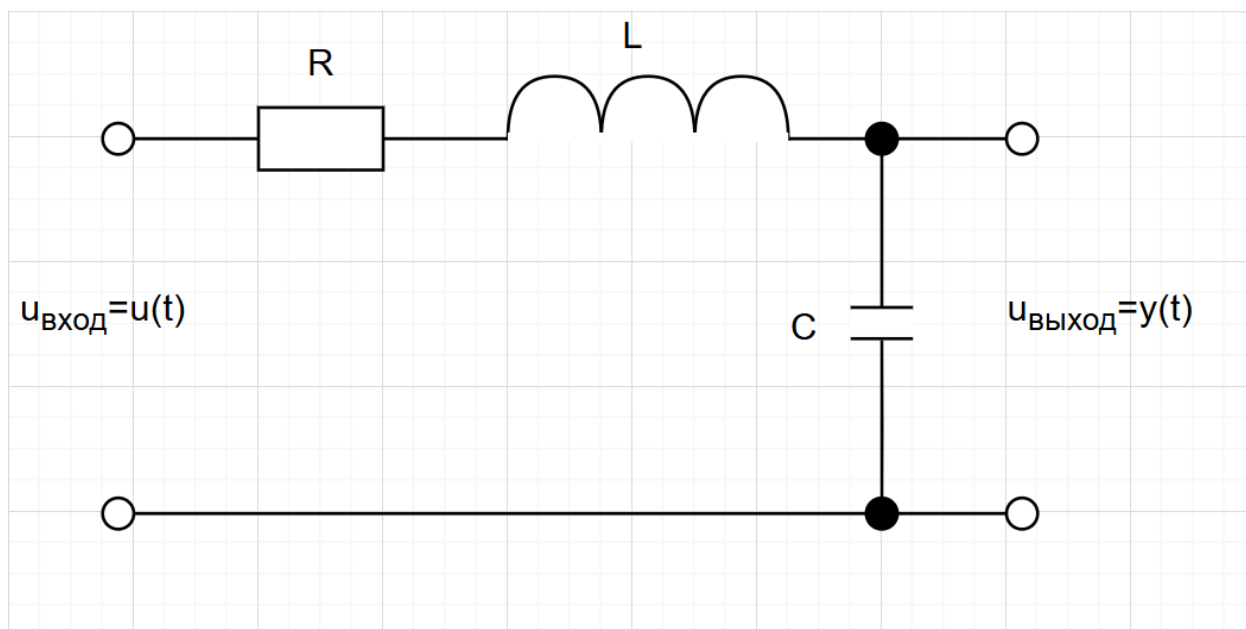
г) Интегрирующее с замедлением

$$T^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} = ku(t), T > 0, k > 0$$

$$W(S) = \frac{k}{s(Ts + 1)}$$

4.2 Дана схема для колебательного звена. На вход подаётся напряжение. R – резистор, L – катушка, C – конденсатор. Найти T и k.

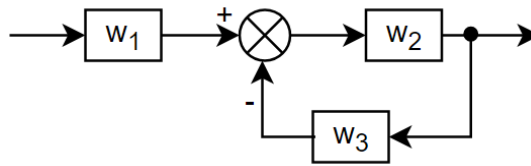
$$u(t) = Ri(t), u(t) = L \frac{di}{dt}, u = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$$



Ответ: $T = \sqrt{LC}, k = 1, \xi = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$

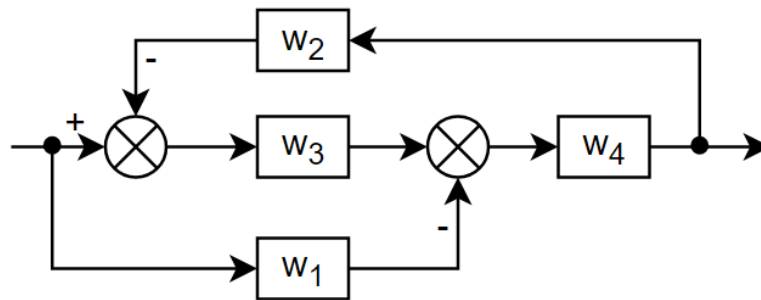
5. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СТРУКТУРНЫХ СХЕМ

5.1



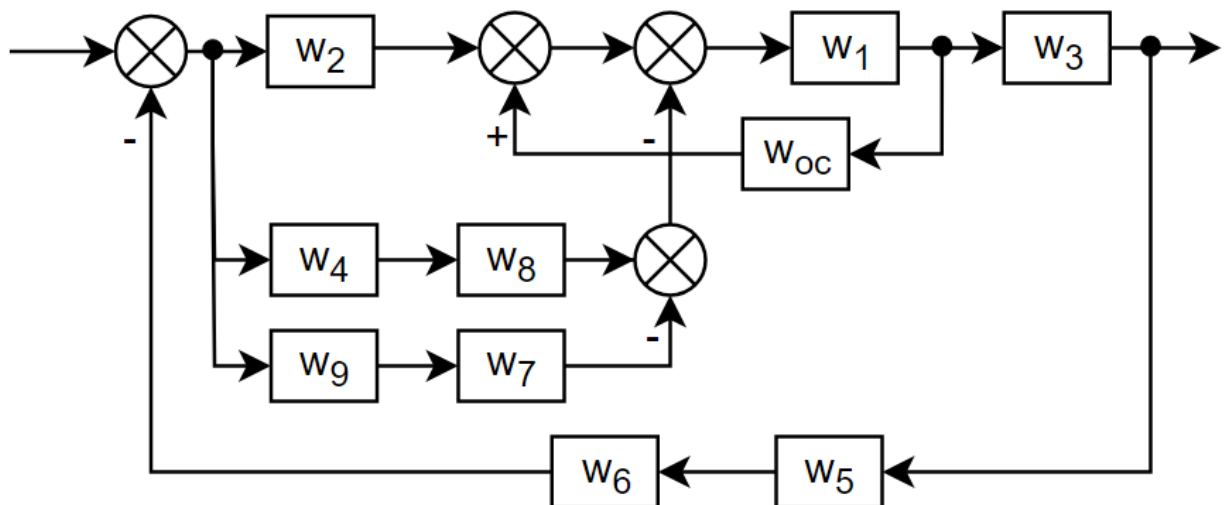
Ответ: $\frac{w_1 w_2}{1 + w_2 w_3}$

5.2



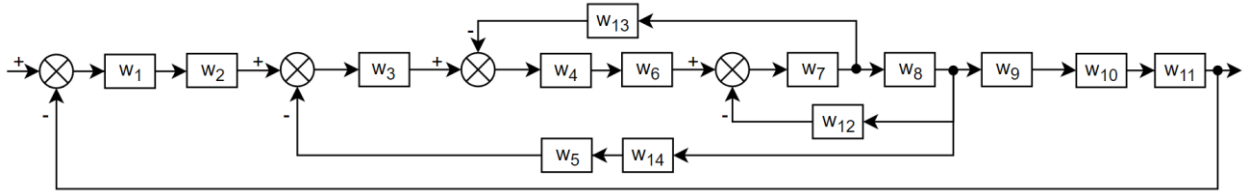
Ответ: $\frac{w_4(w_3 - w_1)}{1 + w_2 w_3 w_4}$

5.3



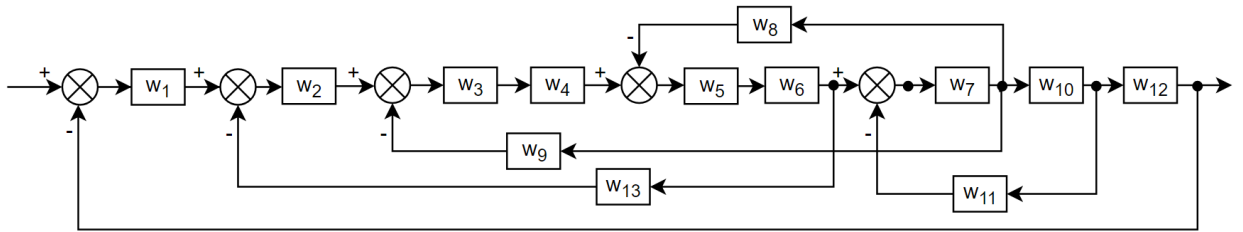
$$\text{Ответ: } \frac{w_1 w_2 w_3 - w_1 w_3 w_4 w_8 + w_1 w_3 w_7 w_9}{1 + w_1 w_2 w_3 w_5 w_6 - w_1 w_3 w_4 w_5 w_6 w_8 + w_1 w_3 w_5 w_6 w_7 w_9 - w_1 w_{oc}} = \frac{w_{1-3} - w_1 w_{3-4} w_8 + w_1 w_3 w_7 w_9}{1 + w_{1-3} w_{5-6} - w_1 w_{3-6} w_8 + w_1 w_3 w_{5-7} w_9 - w_1 w_{oc}}$$

5.4



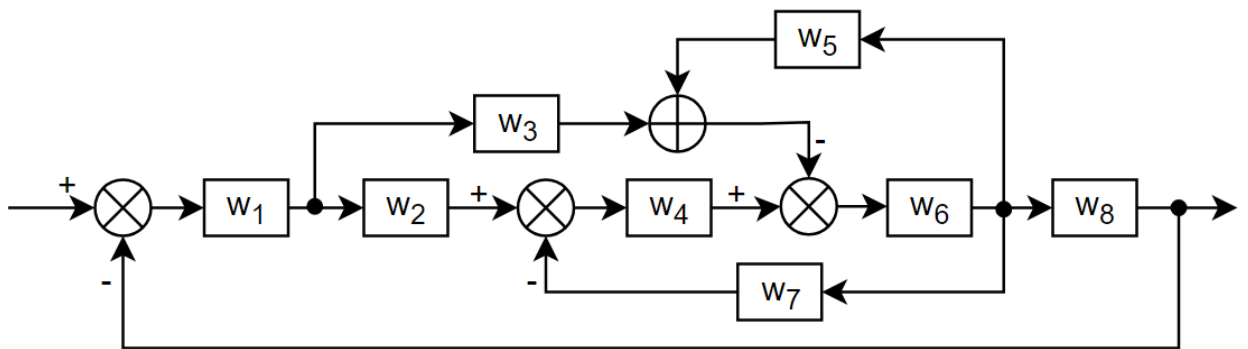
$$\text{Ответ: } \frac{w_1 w_2 w_3 w_4 w_6 w_7 w_8 w_9 w_{10} w_{11}}{1 + w_1 w_2 w_3 w_4 w_6 w_7 w_8 w_9 w_{10} w_{11} + w_3 w_4 w_5 w_6 w_7 w_8 w_{14} + w_4 w_6 w_7 w_{13} + w_7 w_8 w_{12}} = \frac{w_{1-4} w_{6-11}}{1 + w_{1-4} w_{6-11} + w_{3-8} w_{14} + w_4 w_{6-7} w_{13} + w_{7-8} w_{12}}$$

5.5



$$\text{Ответ: } \frac{w_{1-7} w_{10} w_{12}}{1 + w_7 w_{10-11} + w_{5-8} + w_{3-7} w_9 + w_{2-6} w_{13} + w_{2-7} w_{10-11} w_{13} + w_{1-7} w_{10} w_{12}}$$

5.6



$$\text{Ответ: } \frac{-w_1 w_3 w_6 w_8 + w_{1-2} w_4 w_6 w_8}{1 + w_{1-2} w_4 w_6 w_8 + w_4 w_{6-7} - w_1 w_3 w_6 w_8 + w_{5-6}}$$

6. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ УСТОЙЧИВОСТИ

6.1 Исследовать устойчивость непрерывных САУ по характеристическим уравнениям

а) $D(s) = s^6 + 6s^5 + 15s^4 + 20s^3 + 15s^2 + 6s + 1 = 0$

б) $D(s) = 12s^4 + 2s^2 + 4s + 50 = 0$

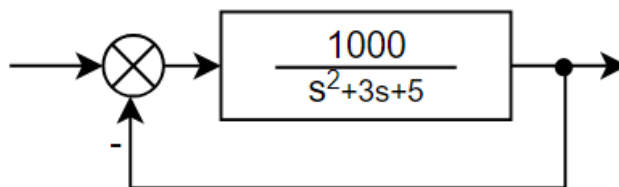
в) $D(s) = 12s^4 + s^3 + 2s^2 + 4s + 50 = 0$

г) $D(s) = 2s^3 + 6s^2 + 10s + 15 = 0$

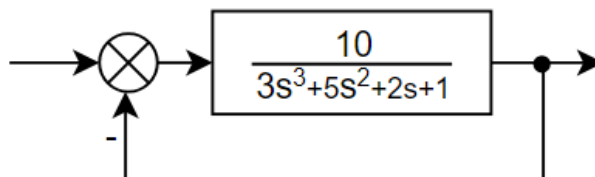
д) $D(s) = 12s^4 + 3s^3 + 2s^2 + 4s + 50 = 0$

6.2 Устойчива ли система, представленная схемой:

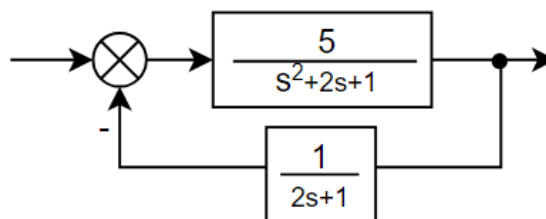
а)



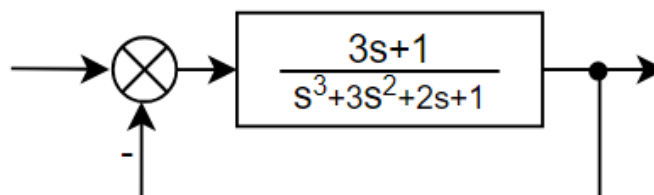
б)



в)



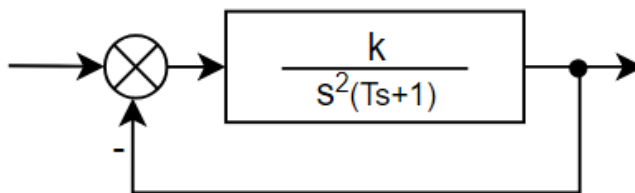
6.3 Устойчива ли система в разомкнутом и замкнутом состоянии?



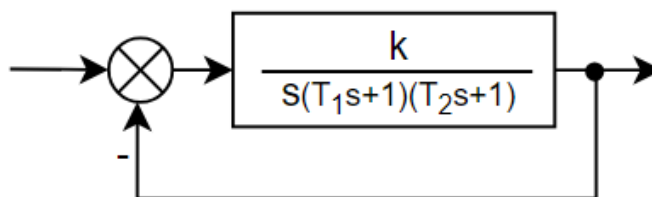
6.4 При каких параметрах k и T система устойчива? ($T_1, T_2, T_3 = \text{const}$)

а) $D(s) = (1 + T_1 s)(1 + T_2 s)(1 + T_3 s) + k = 0$

б)



в)



7. ЧАСТОТНЫЕ КРИТЕРИИ УСТОЙЧИВОСТИ

7.1 Исследовать устойчивость непрерывных САУ по характеристическим уравнениям с помощью критерия Михайлова:

а) $D(s) = s^6 + 6s^5 + 15s^4 + 20s^3 + 15s^2 + 6s + 1 = 0$

б) $D(s) = 12s^4 + 2s^2 + 4s + 50 = 0$

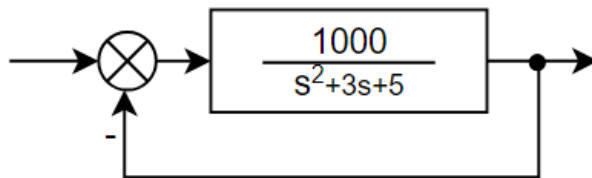
в) $D(s) = 12s^4 + s^3 + 2s^2 + 4s + 50 = 0$

г) $D(s) = 2s^3 + 6s^2 + 10s + 15 = 0$

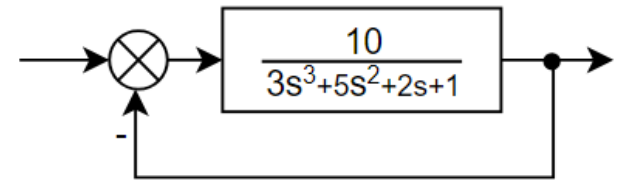
д) $D(s) = 12s^4 + 3s^3 + 2s^2 + 4s + 50 = 0$

7.2 По критерию Михайлова проверить устойчивость системы в разомкнутом состоянии. По критерию Найквиста проверить устойчивость системы в замкнутом состоянии по разомкнутому состоянию:

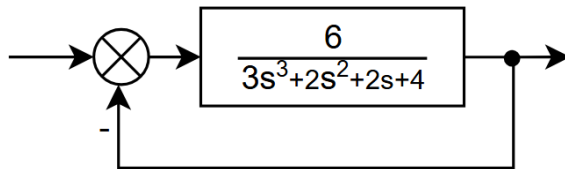
а)



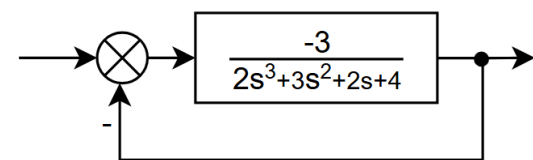
б)



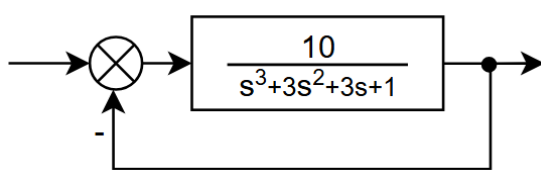
в)



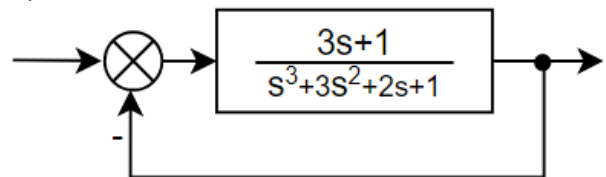
г)



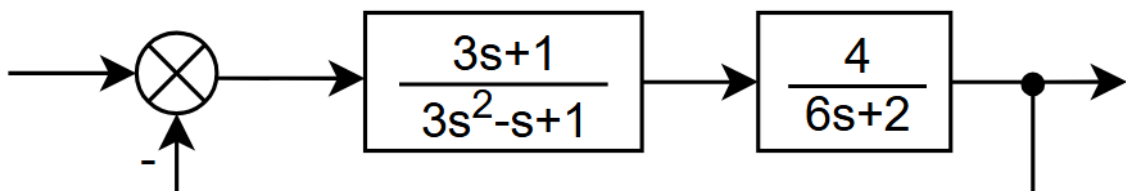
д)



е)



ж)



8. ПЕРЕХОДНАЯ МАТРИЦА СОСТОЯНИЙ

8. Найти переходную матрицу состояний $\Phi(t, \tau)$.

а)
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + 2x_2 \\ \dot{x}_2 = 4x_1 + 3x_2 + u \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 2x_2 + u \end{cases}$$

9. ЗАКОНЫ ИЗМЕНЕНИЯ ВЕКТОРОВ

9. Найти законы изменения векторов состояния и выхода: $x(t)$ и $y(t)$.

а)
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + 2x_2 + u \\ \dot{x}_2 = 2x_1 + x_2 \end{cases}, \quad u(t) = \begin{cases} e^t, t > 0 \\ 0, t \leq 0 \end{cases}$$

 $y = x_1 + x_2, \quad x_1(0) = 1, x_2(0) = -1$

б)
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 + u_1 \\ \dot{x}_2 = x_1 + u_2 \end{cases}, \quad u_1(t) = \begin{cases} 2, t > 0 \\ 0, t \leq 0 \end{cases}, \quad u_2(t) = \begin{cases} 1, t > 0 \\ 0, t \leq 0 \end{cases}$$

 $y_1 = x_2, \quad y_2 = x_1 + \frac{1}{2}x_2, \quad x_1(0) = -1, x_2(0) = 0$

в)
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + u \\ \dot{x}_2 = x_1 - 2x_2 \end{cases}, \quad u(t) = \begin{cases} 1, t > 0 \\ 0, t \leq 0 \end{cases}$$

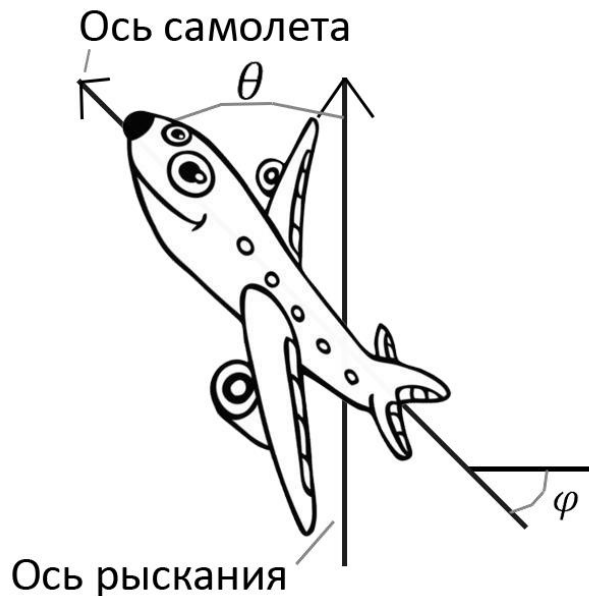
 $y = 4x_2, \quad x_1(0) = 0, x_2(0) = 0$

10. ДИСКРЕТИЗАЦИЯ

10.1 Перейти к системе ДУ в форме Коши:

- а) $a\ddot{y} + b\dot{y} + cy + d = 0$
 б) $a\ddot{y} + b\ddot{y} + c\dot{y} + dy + e = 0$

10.2 Дана упрощенная модель управления самолетом по углу рысканья в горизонтальном полете



Ось рыскания — поворот самолета относительно вертикальной оси.

Ветер разворачивает самолёт от расчётного направления движения. Будем учитывать только горизонтальное движение самолёта. Тогда справедливо следующее соотношение:

$$J\ddot{\theta}(t) = -k_1\varphi(t) + \omega_B(t)$$

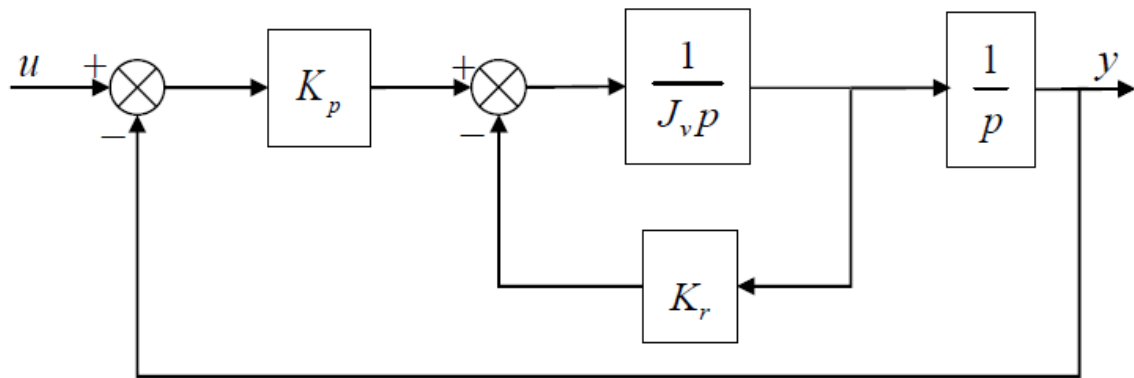
J — момент инерции самолёта относительно оси рысканья;
 k_1 — коэффициент пропорциональности между отклонением руля и восстанавливающим моментом;
 $\omega_B(t)$ — момент, вызываемый порывами ветра.

Ввести переменные: $b = -\frac{k_1}{J}, u(t) = \varphi(t), \omega(t) = \frac{1}{J}\omega_B(t)$

Ответ:

$$\begin{cases} x(t_{k+1}) = \begin{pmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{pmatrix} x(t_k) + \begin{pmatrix} \frac{1}{2}bT^2 \\ bT \end{pmatrix} u(t_k) + \begin{pmatrix} \frac{1}{2}T^2 \\ T \end{pmatrix} \omega(t_k) \\ y(t_{k+1}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} x(t_{k+1}) + v(t_{k+1}) \end{cases}$$

10.3 Дана модель управления космическим кораблем,



где K_p – коэффициент усиления датчика положения ($1,65 * 10^6$);

K_r – коэффициент усиления датчика скорости ($3,17 * 10^5$);

J_v – момент инерции корабля ($4,1822 * 10^4$).

Ввести переменные и вычислить: $\theta_1 = \frac{K_r}{J_v}$, $\theta_2 = \frac{K_p}{J_v}$

- Вычислить передаточную функцию и перейти к системе ДУ в форме Коши.
- Преобразовать структурную схему (стр. 39 главной методички).
- Провести дискретизацию системы.

Ответ:

$$\Phi(\delta) = e^{-3,79\delta} \begin{pmatrix} -0,758 * \sin(5\delta) + \cos(5\delta) & 0,2 * \sin(5\delta) \\ -7,89 * \sin(5\delta) & 0,758 * \sin(5\delta) + \cos(5\delta) \end{pmatrix}$$

$$\Psi(t_{k+1}, t_k) = \begin{pmatrix} e^{-3,79T} * (-0,758 * \sin(5T) - \cos(5T)) + 1 & \\ e^{-3,79T} * (2,13 * \sin(5T) - 7,58 * \cos(5T)) + 7,58 & \end{pmatrix}$$

10.4 Выполнить дискретизацию систем:

- $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + 2x_2 + u \\ \dot{x}_2 = 2x_1 + x_2 \end{cases}$
- $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 2x_2 + u \end{cases}$
- $\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 + u_1 \\ \dot{x}_2 = x_1 + u_2 \end{cases}$

11. ВРЕМЕННАЯ ЛИНЕАРИЗАЦИЯ

11.1 Математическая модель состояния смесительного бака:

$$\begin{cases} \dot{V}(t) = F_1(t) + F_2(t) - k \sqrt{\frac{V(t)}{S}} \\ \dot{C}(t) = \frac{C_1 - C(t)}{V(t)} * F_1(t) + \frac{C_2 - C(t)}{V(t)} * F_2(t) \end{cases}$$

- $V(t)$ – объём жидкости в баке;
- $C(t)$ – концентрация выходного потока;
- $F_1(t), F_2(t)$ – мгновенные расходы входных потоков растворимого вещества;
- k – экспериментально определяемая константа;
- S – площадь поперечного сечения бака;
- C_1, C_2 – величины концентрации растворимого вещества.

Линеаризовать модель относительно положения равновесия, полагая что

$$V_e = 1 \text{ м}^3, F_{1e} = 0.15 \text{ м}^3/\text{с}, F_{2e} = 0.005 \text{ м}^3/\text{с}, C_1 = 1 \text{ Кмоль}/\text{м}^3, C_2 = 2 \text{ Кмоль}/\text{м}^3.$$

Ответ:

$$\dot{\xi}_1(t) = -\frac{k}{2} * \frac{1}{\sqrt{V_e S}} * \xi_1(t) + \mu_1(t) + \mu_2(t)$$

$$\dot{\xi}_2(t) = -\frac{k}{\sqrt{V_e S}} * \xi_2(t) + \frac{C_1 - C_e}{V_e} * \mu_1(t) + \frac{C_2 - C_e}{V_e} * \mu_2(t)$$

11.2 Уравнения углового движения искусственного спутника Земли (ИСЗ) при действии на него моментов силы тяги $u(t)$ относительно его главных осей инерции в форме Эйлера имеют вид

$$\begin{cases} \dot{\omega}_1(t) = -\frac{J_3 - J_2}{J_1} \omega_2(t) \omega_3(t) + \frac{u_1(t)}{J_1} \\ \dot{\omega}_2(t) = -\frac{J_1 - J_3}{J_2} \omega_1(t) \omega_3(t) + \frac{u_2(t)}{J_2} \\ \dot{\omega}_3(t) = -\frac{J_2 - J_1}{J_3} \omega_2(t) \omega_1(t) + \frac{u_3(t)}{J_3} \end{cases},$$

где $J_i, \omega_i(t), u_i(t), i = 1, 2, 3$ – составляющие момента инерции. Угловой скорости и управляющего момента относительно одной из главных осей ИСЗ.

Линеаризовать модель в окрестности точки $(\omega_{1e}, \omega_{2e}, \omega_{3e})$.

Ответ:

$$\dot{\xi}_1(t) = -\frac{J_3 - J_2}{J_1} * \omega_{3e} * \xi_2(t) - \frac{J_3 - J_2}{J_1} * \omega_{2e} * \xi_3(t) + \frac{1}{J_1} \mu_1(t)$$

$$\dot{\xi}_2(t) = -\frac{J_1 - J_3}{J_2} * \omega_{3e} * \xi_1(t) - \frac{J_1 - J_3}{J_2} * \omega_{1e} * \xi_3(t) + \frac{1}{J_2} \mu_2(t)$$

$$\dot{\xi}_3(t) = -\frac{J_2 - J_1}{J_3} * \omega_{2e} * \xi_1(t) - \frac{J_2 - J_1}{J_3} * \omega_{1e} * \xi_2(t) + \frac{1}{J_3} \mu_3(t)$$

11.3 Уравнение устройства для замера угловых скоростей вращения выходного вала двигателя внутреннего сгорания (турбины) можно задать в виде:

$$m * \frac{d^2 l}{dt^2} + k_v * \frac{dl}{dt} + k_c l^3 = k\omega$$

- l – перемещение устройства массы m для замера угловых скоростей;
- k_v – коэффициент скоростного трения;
- k_c – коэффициент жёсткости пружины;
- k – коэффициент пропорциональности при угловой скорости вращения выходного вала двигателя (турбины) ω .

Выполнить линеаризацию, считая, что $l(t) = l_e + \xi(t)$, $\omega(t) = \omega_e + \mu(t)$.

Ответ:

$$\begin{cases} k_c l_e^3 = k\omega_e \\ m\ddot{\xi}(t) + k_v \dot{\xi}(t) + 3k_c l_e^2 \xi(t) = k\mu(t) \end{cases}$$

11.4 Уравнение вертикально стартующей ракеты под действием силы тяги имеет вид:

$$m(t) * \frac{d^2 h}{dt^2} + k_v * \left(\frac{dh}{dt} \right)^2 + m(t) * g = k * \frac{dm(t)}{dt}$$

- h – высота полёта ракеты;
- $m(t)$ – переменная масса ракеты;
- k_v, k – постоянные коэффициенты;
- g – ускорение свободного падения.

Выполнить линеаризацию относительно опорной траектории вертикального взлёта, если $m(t) = m_{\text{н}}(t) + \xi(t)$, $h(t) = h_{\text{н}}(t) + \mu(t)$.

Ответ:

$$\begin{cases} m_{\text{н}}(t)\ddot{h}_{\text{н}}(t) + k_v[\dot{h}_{\text{н}}(t)]^2 + m_{\text{н}}(t)g = k\dot{m}_{\text{н}}(t) \\ m_{\text{н}}(t)\ddot{\mu}(t) + \xi(t)\ddot{h}_{\text{н}}(t) + 2k_v\dot{h}_{\text{н}}(t)\dot{\mu}(t) + \xi(t)g = k\dot{\xi}(t) \end{cases}$$

12. ГАРМОНИЧЕСКАЯ ЛИНЕАРИЗАЦИЯ

12.1 Найти описывающую функцию нелинейного элемента, характеризующегося дифференциальным уравнением Ван дер Поля:

$$y = \ddot{u} - \varepsilon(1 - u^2) * \dot{u} + u$$

Ответ: $X(U, \omega) = 1 - \omega^2, Y(U, \omega) = \varepsilon\omega \left(\frac{U^2}{4} - 1 \right),$

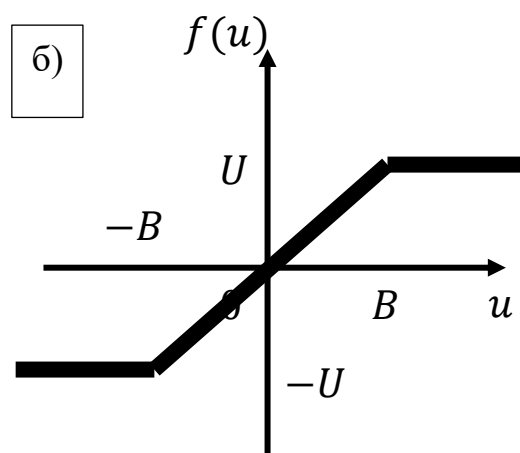
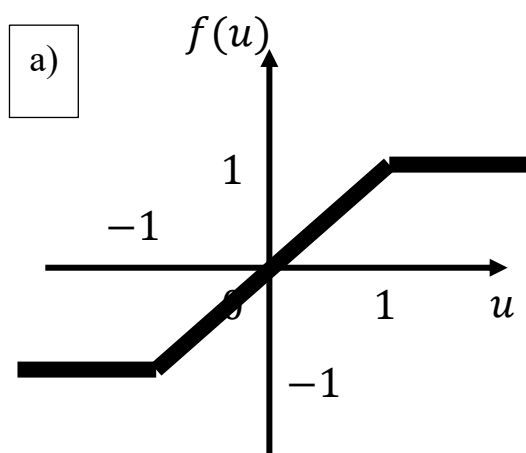
12.2 Выполнить гармоническую линеаризацию и найти описывающую функцию нелинейного элемента для $u = U \sin \omega t$

$$y = f(u) = \begin{cases} u, & u \geq 0 \\ 0, & u < 0 \end{cases}$$

Ответ: $X(U, \omega) = \frac{1}{2}, Y(U, \omega) = 0$

$$\tilde{y}(t) = \frac{U}{\pi} + \frac{U}{2} \sin \omega t$$

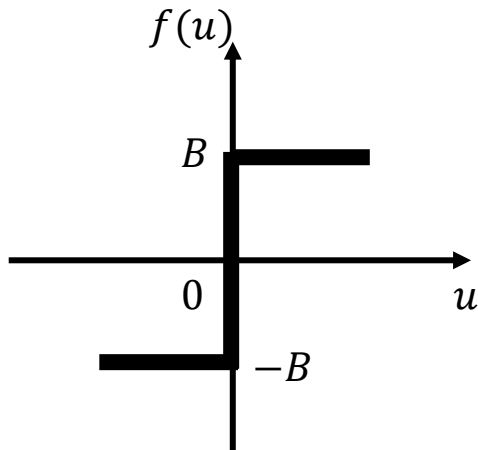
12.3 Выполнить гармоническую линеаризацию элемента, для которого $u = U \sin \omega t$ ($U > 1$)



Ответ: а) $A_1 = 0, A_2 = 0, B_1 = \frac{1}{\pi} \left(U 2a + 4 \cos a - \frac{U}{2} \sin 2a \right)$

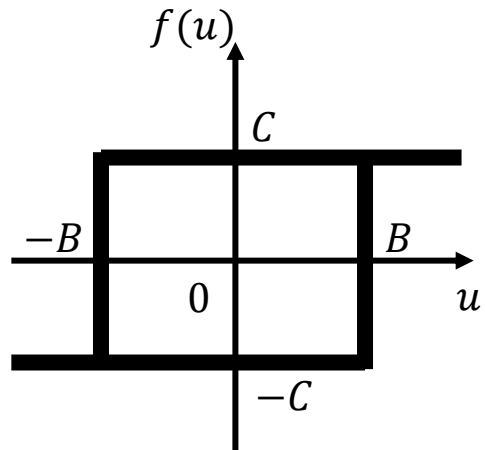
Основные типовые нелинейные звенья

Идеальное двухпозиционное реле



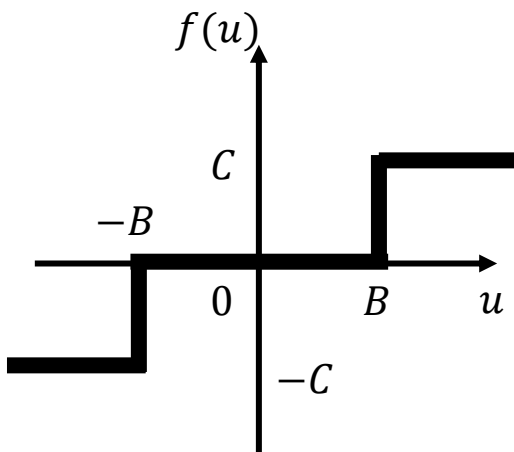
$$f(u) = \begin{cases} B, u > 0 \\ -B, u < 0 \end{cases}$$

Двухпозиционное реле с зоной нечувствительности
(двухпозиционное реле с гистерезисом)



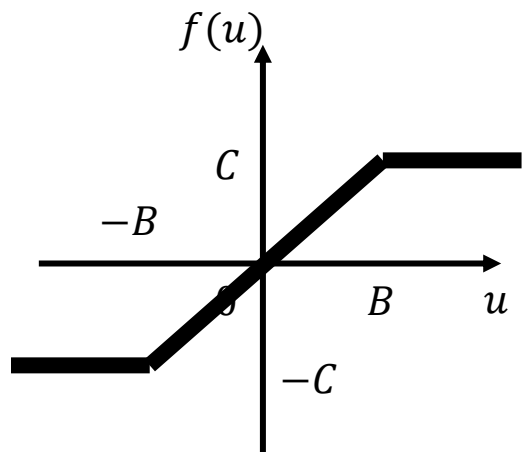
$$f(u) = \begin{cases} C \text{ при } u > B, u > 0 \\ -C \text{ при } u < B, u > 0 \\ C \text{ при } u > -B, u < 0 \\ -C \text{ при } u < -B, u < 0 \end{cases}$$

Идеальное трехпозиционное реле



$$f(u) = \begin{cases} C, u > B \\ 0, -B \leq u \leq B \\ -C, u < -B \end{cases}$$

Усилитель с насыщением



$$f(u) = \begin{cases} C, u > B \\ u, 0 < u \leq B \\ -u, -B \leq u < 0 \\ -C, u < -B \end{cases}$$

13. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ЛИНЕАРИЗАЦИЯ

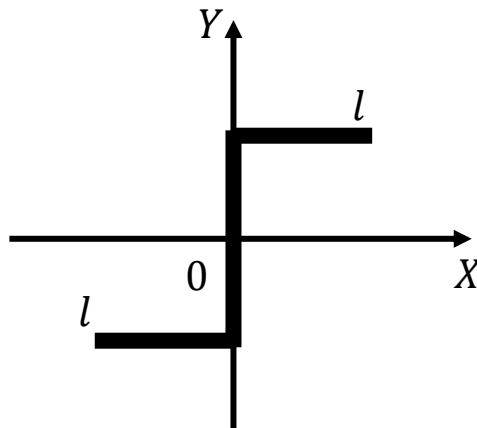
13.1 Определить $m_{\tilde{y}}, k_s, k_v$ для элемента, заданного нелинейным уравнением $y = f(u) = a_1 u + a_3 u^3$, при $a_1 > 0$, если плотность распределения входной переменной равна

$$p(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_u} * e^{\frac{-u^2}{2\sigma_u^2}}.$$

$$(m_u = 0, \mu_k = M[(\xi - M[\xi])^k], \mu_{2k+1} = 0, \mu_{2k} = 1 * 3 * \dots * (2k - 1) * \sigma^{2k}).$$

13.2 Определить статистические характеристики $m_{\tilde{y}}, k_s, k_v$ нелинейности типа идеального реле $Y = l * \text{sign}X$.

$$(\text{Функция Крампа: } \Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{t^2}{2}} dt)$$



14. НАБЛЮДАЕМОСТЬ И УПРАВЛЯЕМОСТЬ СИСТЕМ

14.1 Оценить управляемость системы:

$$\begin{aligned} \text{а) } & \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1 + u \end{cases} \\ \text{б) } & \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 \\ \dot{x}_2 = -x_2 - u \\ \dot{x}_3 = -2x_3 + u \end{cases} \end{aligned}$$

14.2 Оценить наблюдаемость системы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -3x_2 \\ \dot{x}_2 = u \end{cases}, y = x_2$$

14.3 Оценить управляемость и наблюдаемость системы управления космическим кораблем из №10.3.