

Вариант 1

1–3. Исследовать сходимость рядов

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2 \cdot \sqrt[3]{n+5}} .$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(2n+1)!}{(3n)!} .$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2-2n+5}} .$

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2(x-3)^n}{(n^4+1)^2} .$$

5. Разложить функцию $f(x) = 5^{x+1}$ в ряд по степеням $x+1$.

6. Разложить функцию $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\int_0^{\frac{1}{4}} e^{-x^2} dx$ с погрешностью не более 0,0001 .

8. Разложить функцию $y = x \cos \frac{x}{2}$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = e^{\frac{x}{2}}$ в ряд Фурье на промежутке $(-2; 2]$.

10. Разложить функцию $y = x \sin \frac{x}{3}$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-3; 3]$.

11. Представить функцию $y = e^{-3|x|} \operatorname{sign} x$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = e^{-3|x|} \operatorname{sign} x$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 2

1–3. Исследовать сходимость рядов

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 \frac{n\pi}{2}}{n(n+1)(n+2)} .$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{2^{n^2}} .$

3. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2} .$

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-3)^n}{(n+1)5^n} .$$

5. Разложить функцию $f(x) = \frac{2}{x^3}$ в ряд по степеням $x+1$.

6. Разложить функцию $f(x) = \ln(x^2 - 3x + 2)$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\sqrt[4]{17}$ с погрешностью не более 0,0001 .

8. Разложить функцию $y = \sin \frac{x}{2}$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = x^2$ в ряд Фурье на промежутке $(-3; 3]$.

10. Разложить функцию $y = e^{3x}$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-2; 2]$.

11. Представить функцию $y = \frac{1}{1+x^2}$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = \frac{1}{1+x^2}$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 3

1–3. Исследовать сходимость рядов

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[3]{n^7}} .$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}(n^3+1)}{(n+1)!} .$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{n(n^2+1)} .$

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n9^n} .$$

5. Разложить функцию $f(x) = \frac{6}{x^4}$ в ряд по степеням $x+1$.

6. Разложить функцию $f(x) = x^2 \ln(1+x^2)$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\cos 0,3$ с погрешностью не более $0,0001$.

8. Разложить функцию $y = e^x$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = \sin \frac{x}{2}$ в ряд Фурье на промежутке $(-4; 4]$.

10. Разложить функцию $y = x^2$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-3; 3]$.

11. Представить функцию $y = e^{-|x|} \operatorname{sign} x$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = e^{-|x|} \operatorname{sign} x$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 4

1–3. Исследовать сходимость рядов

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+(-1)^n}{n-\ln n}$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n 2n!}{(2n)!}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{e^{n+1}}$.

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{(n+1)^2 x^{2n}} .$$

5. Разложить функцию $f(x) = \frac{24}{x^5}$ в ряд по степеням $x+1$.

6. Разложить функцию $f(x) = \ln \frac{1+2x}{1-x}$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\sin 0,4$ с погрешностью не более $0,0001$.

8. Разложить функцию $y = x$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = e^x$ в ряд Фурье на промежутке $(-3; 3]$.

10. Разложить функцию $y = \cos \frac{x}{2}$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

11. Представить функцию $y = \frac{x}{1+x^2}$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = \frac{x}{1+x^2}$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 5

1–3. Исследовать сходимость рядов

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \arctg \frac{1+(-1)^n}{2}}{n^3+1} .$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+2)!}{(3n+5)^2 2^n} .$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{e^{2n}-1}} .$$

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x-2)^{2n}}{2^n} .$$

5. Разложить функцию $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + 3x + 2$ в ряд по степеням $x + 1$.

6. Разложить функцию $f(x) = \sin^2 x$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\sqrt[3]{30}$ с погрешностью не более 0,0001 .

8. Разложить функцию $y = \cos \frac{x}{3}$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = x$ в ряд Фурье на промежутке $(-2; 2]$.

10. Разложить функцию $y = e^{2x}$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-3; 3]$.

11. Представить функцию $y = \eta(x)e^x$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = \eta(x)e^x$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 6

1–3. Исследовать сходимость рядов

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} \frac{n+1}{n}}{\sqrt[3]{n^3-3n}} .$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{n!} \sin \frac{2}{3^n} .$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{e^{2n}+4} .$

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^{2n+1}}{3n+8} .$$

5. Разложить функцию $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ в ряд по степеням $x + 1$.

6. Разложить функцию $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\operatorname{arctg} 0,2$ с погрешностью не более $0,0001$.

8. Разложить функцию $y = e^{2x}$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = \cos \frac{x}{2}$ в ряд Фурье на промежутке $(-4; 4]$.

10. Разложить функцию $y = x$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-2; 2]$.

11. Представить функцию $y = xe^{-|x|}$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = xe^{-|x|}$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 7

1–3. Исследовать сходимость рядов

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arccos \frac{(-1)^n n}{n+1}}{n^2+2}$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} \frac{5}{n}}{n!}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{4+9n^2}}$.

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+1}{3^n(x-2)^n} .$$

5. Разложить функцию $f(x) = x^3 - 3x$ в ряд по степеням $x + 1$.

6. Разложить функцию $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x-1}{x}, & x \neq 0; \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\sqrt[3]{130}$ с погрешностью не более 0,0001 .

8. Разложить функцию $y = x^3$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = e^{3x}$ в ряд Фурье на промежутке $(-2; 2]$.

10. Разложить функцию $y = \sin \frac{x}{2}$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

11. Представить функцию $y = \begin{cases} e^{-x} \sin 2x, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0 \end{cases}$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = \begin{cases} e^{-x} \sin 2x, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0 \end{cases}$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 8

1–3. Исследовать сходимость рядов

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cos^2 n}{n^3 + 5}$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^n n!}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{e^{n^3}}$.

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{x^n} .$$

5. Разложить функцию $f(x) = x^4 + 5x^3 + 6x^2 - x + 2$ в ряд по степеням $x + 1$.

6. Разложить функцию $f(x) = \ln \frac{1+x^3}{1+x}$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\sqrt[10]{1027}$ с погрешностью не более 0,001 .

8. Разложить функцию $y = x \sin \frac{x}{3}$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = x^3$ в ряд Фурье на промежутке $(-1; 1]$.

10. Разложить функцию $y = e^{2x}$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-2; 2]$.

11. Представить функцию $y = \frac{1}{4+x^2}$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = \frac{1}{4+x^2}$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 9

1–3. Исследовать сходимость рядов

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3}{n^3(2+\sin \frac{n\pi}{2})} .$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!} \operatorname{tg} \frac{1}{5^n} .$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\operatorname{arctg} n)^2}{n^2+1} .$

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{4^n(2n-1)} .$$

5. Разложить функцию $f(x) = \sqrt[3]{x}$ в ряд по степеням $x+1$.

6. Разложить функцию $f(x) = \begin{cases} \frac{1-e^{-x^2}}{x^2}, & x \neq 0; \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\sqrt[3]{500}$ с погрешностью не более 0,001 .

8. Разложить функцию $y = e^{3x}$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = \sin \frac{x}{3}$ в ряд Фурье на промежутке $(-4; 4]$.

10. Разложить функцию $y = x^3$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-1; 1]$.

11. Представить функцию $y = \begin{cases} \sin x, & x \in [0; 3\pi]; \\ 0, & x \notin [0; 3\pi] \end{cases}$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = \begin{cases} \sin x, & x \in [0; 3\pi]; \\ 0, & x \notin [0; 3\pi] \end{cases}$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 10

1–3. Исследовать сходимость рядов

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n^3}} \sin \frac{2+(-1)^n}{6} \pi$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n(n^2-1)}{n!}$.

3. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}-\sqrt[4]{n}}$.

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^{2n-1}}{(2n^2-5n)4^n}$$

5. Разложить функцию $f(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 + 5$ в ряд по степеням $x + 1$.

6. Разложить функцию $f(x) = x(e^x - 1)$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\int_0^{1/2} \frac{dt}{\sqrt{1+t^4}}$ с погрешностью не более 0,0001 .

8. Разложить функцию $y = |x|$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = e^x$ в ряд Фурье на промежутке $(-2; 2]$.

10. Разложить функцию $y = \cos \frac{x}{3}$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

11. Представить функцию $y = \frac{x}{4+x^2}$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = \frac{x}{4+x^2}$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 11

1–3. Исследовать сходимость рядов

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^3 + n + 1} .$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+2)!} .$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{\operatorname{arctg} n}}{n^2 + 1} .$

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(3n+1)2^n} .$$

5. Разложить функцию $f(x) = \frac{1}{1+3x}$ в ряд по степеням $x+1$.

6. Разложить функцию $f(x) = \cos^2 x$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\int_0^{0,2} \sqrt[3]{1+x^2} dx$ с погрешностью не более 0,001 .

8. Разложить функцию $y = \cos \frac{x}{2}$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = x^2 \operatorname{sign} x$ в ряд Фурье на промежутке $(-2; 2]$.

10. Разложить функцию $y = e^{3x}$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-3; 3]$.

11. Представить функцию $y = e^{-|x|} \cos 2x$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = e^{-|x|} \cos 2x$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 12

1–3. Исследовать сходимость рядов

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + \sin \frac{n\pi}{4}}{n^2}. \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n!)^2}. \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1+e^n}}.$$

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n(x-2)^{3n}}{(5n-8)^3}.$$

5. Разложить функцию $f(x) = x^4 - x^3 + 2x - 1$ в ряд по степеням $x + 1$.

6. Разложить функцию $f(x) = x \ln(1 + x^2)$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\int_0^1 \cos \sqrt{x} dx$ с погрешностью не более 0,0001.

8. Разложить функцию $y = e^{|x|} \operatorname{sign} x$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = \cos \frac{x}{3}$ в ряд Фурье на промежутке $(-4; 4]$.

10. Разложить функцию $y = x^2$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-4; 4]$.

11. Представить функцию $y = \begin{cases} |x|, & |x| < 1; \\ 0, & |x| > 1; \\ 1/2, & |x| = 1 \end{cases}$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = \begin{cases} |x|, & |x| < 1; \\ 0, & |x| > 1; \\ 1/2, & |x| = 1 \end{cases}$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 13

1–3. Исследовать сходимость рядов

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 \frac{n\pi}{3}}{3^{n+2}} .$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^{2n}}{(2n-1)!} .$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\sqrt{n}}}{\sqrt{n}} .$

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{3^n} (x+5)^n .$$

5. Разложить функцию $f(x) = x^4 - x^5$ в ряд по степеням $x+1$.

6. Разложить функцию $f(x) = 2^x$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\int_0^{0,5} \cos \frac{x^2}{4} dx$ с погрешностью не более 0,001 .

8. Разложить функцию $y = x^2 \operatorname{sign} x$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = e^{-2x}$ в ряд Фурье на промежутке $(-2; 2]$.

10. Разложить функцию $y = x \cos x$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

11. Представить функцию $y = e^{-|x|} \sin 2x$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = e^{-|x|} \sin 2x$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 14

1–3. Исследовать сходимость рядов

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2 + \cos \frac{n\pi}{2})\sqrt{n}}{\sqrt[4]{n^7+5}}. \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}(n^3+1)}{(n+1)!}. \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{4+9n^4}}.$$

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\sqrt{n}}{n^2+1} (x-2)^n.$$

5. Разложить функцию $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ в ряд по степеням $x+1$.

6. Разложить функцию $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{x} dx$ с погрешностью не более 0,001.

8. Разложить функцию $y = \sin \frac{|x|}{2}$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = x(\operatorname{sign} x) \sin x$ в ряд Фурье на промежутке $(-1; 1)$.

10. Разложить функцию $y = e^{-2x}$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-2; 2]$.

11. Представить функцию $y = \begin{cases} x, & |x| \leq 1; \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = \begin{cases} x, & |x| \leq 1; \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 15

1–3. Исследовать сходимость рядов

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt{n^5+n}}. \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{3^n (n+1)!}. \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^{n^2}}.$$

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n 9^n (x-1)^{2n}}.$$

5. Разложить функцию $f(x) = x^4 - 2x^2 + 10$ в ряд по степеням $x + 1$.

6. Разложить функцию $f(x) = \sqrt{27 - x^3}$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$ с погрешностью не более 0,001.

8. Разложить функцию $y = e^{-2x}$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = \sin \frac{|x|}{3}$ в ряд Фурье на промежутке $(-3; 3]$.

10. Разложить функцию $y = x^3$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-2; 2]$.

11. Представить функцию $y = \begin{cases} \cos x, & |x| \leq \frac{\pi}{2}; \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{2} \end{cases}$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = \begin{cases} \cos x, & |x| \leq \frac{\pi}{2}; \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{2} \end{cases}$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 16

1–3. Исследовать сходимость рядов

$$1. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2 \cos \frac{2\pi}{3n}}{\sqrt[4]{n^4-1}}. \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^{n-1}}. \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{n^2+1}.$$

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} 3^{n^2} x^{n^2}.$$

5. Разложить функцию $f(x) = x^3 - x^2 + 5x + 3$ в ряд по степеням $x + 1$.

6. Разложить функцию $f(x) = (1+x)e^x$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\int_0^{\frac{1}{4}} \sqrt{1+x^3} dx$ с погрешностью не более 0,0001.

8. Разложить функцию $y = |x^3|$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = e^{2x}$ в ряд Фурье на промежутке $(-3; 3]$.

10. Разложить функцию $y = x \sin x$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

11. Представить функцию $y = \begin{cases} \sin x, & |x| \leq \pi; \\ 0, & |x| > \pi \end{cases}$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = \begin{cases} \sin x, & |x| \leq \pi; \\ 0, & |x| > \pi \end{cases}$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 17

1–3. Исследовать сходимость рядов

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+(-1)^n}{2^{n+2}} .$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(3^n+1)(2n)!} .$

3. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}-\sqrt[3]{n}} .$

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{n^2}}{n^n} .$$

5. Разложить функцию $f(x) = x^5 - x^3$ в ряд по степеням $x+1$.

6. Разложить функцию $f(x) = \ln(1-x^2)$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\int_0^{\frac{1}{4}} e^{-x^2} dx$ с погрешностью не более 0,0001 .

8. Разложить функцию $y = \operatorname{sign} x \cdot \cos \frac{x}{2}$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = |x| \cos x$ в ряд Фурье на промежутке $(-1; 1]$.

10. Разложить функцию $y = e^{-2x}$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-3; 3]$.

11. Представить функцию $y = \begin{cases} \sin x, & 0 < x \leq 2\pi; \\ 0, & x \notin (0; 2\pi] \end{cases}$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = \begin{cases} \sin x, & 0 < x \leq 2\pi; \\ 0, & x \notin (0; 2\pi] \end{cases}$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 18

1–3. Исследовать сходимость рядов

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg(2+(-1)^n)}{\ln(1+n)} .$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} n! \sin \frac{\pi}{2^n} .$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2} .$

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{(n+1)!} (x+5)^{2n+1} .$$

5. Разложить функцию $f(x) = 3x^3 - x^2$ в ряд по степеням $x+1$.

6. Разложить функцию $f(x) = x \cos^2 x$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\int_0^{\frac{1}{10}} \frac{\ln(1+x)}{x} dx$ с погрешностью не более 0,001 .

8. Разложить функцию $y = e^{-x}$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = \operatorname{sign} x \cdot \cos \frac{x}{2}$ в ряд Фурье на промежутке $(-3; 3]$.

10. Разложить функцию $y = x$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-3; 3]$.

11. Представить функцию $y = e^{-2|x|}$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = e^{-2|x|}$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 19

1–3. Исследовать сходимость рядов

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(-1)^n}{\sqrt{n(2+n^2)}} .$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{n^n} .$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+4}} .$

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n-2)(x-3)^n}{(n+1)^2 2^n} .$$

5. Разложить функцию $f(x) = 2^x$ в ряд по степеням $x+1$.

6. Разложить функцию $f(x) = \frac{x^2+x+1}{(x-1)(x+2)}$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx$ с погрешностью не более 0,001 .

8. Разложить функцию $y = x \sin x$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = e^{3x}$ в ряд Фурье на промежутке $(-3; 3]$.

10. Разложить функцию $y = xe^x$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

11. Представить функцию $y = e^{-2|x|} \operatorname{sign} x$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = e^{-2|x|} \operatorname{sign} x$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 20

1–3. Исследовать сходимость рядов

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin \frac{3+(-1)^n}{4}}{2^{n+1}} .$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \sqrt[3]{n^2}}{(n+1)!} .$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{\sqrt{1+n^8}} .$

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{(n+4) \ln(n+4)} .$$

5. Разложить функцию $f(x) = x^4 - 2x^2$ в ряд по степеням $x + 1$.

6. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{sh} x^2$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\int_0^1 \sin x^2 dx$ с погрешностью не более 0,001 .

8. Разложить функцию $y = \sin \frac{|x|}{3}$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = x^2 \operatorname{sign} x$ в ряд Фурье на промежутке $(-3; 3]$.

10. Разложить функцию $y = x^2$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-3; 3]$.

11. Представить функцию $y = \begin{cases} e^{-2x}, & x > 0; \\ 0, & x < 0 \end{cases}$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = \begin{cases} e^{-2x}, & x > 0; \\ 0, & x < 0 \end{cases}$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 21

1–3. Исследовать сходимость рядов

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+n}}{n^2+\sin^2 n}$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{\sqrt{n^2+1}}$.

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{(n+2)\ln(n+2)(x-3)^{2n}} .$$

5. Разложить функцию $f(x) = 3^x$ в ряд по степеням $x+1$.

6. Разложить функцию $f(x) = x^2 \cos x$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\int_0^{\frac{1}{3}} \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}}$ с погрешностью не более 0,001 .

8. Разложить функцию $y = e^{-3x}$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = \sin \frac{|x|}{2}$ в ряд Фурье на промежутке $(-3; 3]$.

10. Разложить функцию $y = x^3$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-3; 3]$.

11. Представить функцию $y = \eta(x)e^{-2x} \sin x$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = \eta(x)e^{-2x} \sin x$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 22

1–3. Исследовать сходимость рядов

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^2+5}{n^2+4}$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n(n+1)!}{(2n)!}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{\ln n}}{n}$.

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=5}^{\infty} \frac{1}{n^2 2^n (x+2)^n} .$$

5. Разложить функцию $f(x) = 10^x$ в ряд по степеням $x + 1$.

6. Разложить функцию $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x^2}-1}{2x}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\int_0^{\frac{1}{7}} \sqrt{x} e^x dx$ с погрешностью не более 0,001 .

8. Разложить функцию $y = x \cos x$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = e^{-2x}$ в ряд Фурье на промежутке $(-3; 3]$.

10. Разложить функцию $y = x e^{-x}$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

11. Представить функцию $y = x e^{-2|x|}$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = x e^{-2|x|}$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 23

1–3. Исследовать сходимость рядов

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 - 2}{n^6 + \sin 2^n} .$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+2)!4^n} .$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{\sqrt{4+n^5}} .$

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^{n^2}}{n^{n+1}} .$$

5. Разложить функцию $f(x) = \frac{1}{1+2x}$ в ряд по степеням $x+1$.

6. Разложить функцию $f(x) = x \cos x$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\sin x}{x} dx$ с погрешностью не более 0,0001 .

8. Разложить функцию $y = \operatorname{sign} x \cdot \cos \frac{x}{3}$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = |x^3|$ в ряд Фурье на промежутке $(-2; 2]$.

10. Разложить функцию $y = e^{-3x}$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-2; 2]$.

11. Представить функцию $y = e^{-2|x|} \cos x$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = e^{-2|x|} \cos x$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 24

1–3. Исследовать сходимость рядов

1. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n-1}} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}} .$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)} .$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\frac{1}{n}}}{n^2} .$

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{x^n} .$$

5. Разложить функцию $f(x) = \frac{1}{1-2x}$ в ряд по степеням $x+1$.

6. Разложить функцию $f(x) = \ln(2+x)$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\int_0^1 \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx$ с погрешностью не более 0,001 .

8. Разложить функцию $y = e^{|x|}$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = \operatorname{sign} x \cdot \cos \frac{x}{3}$ в ряд Фурье на промежутке $(-3; 3]$.

10. Разложить функцию $y = x^2$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-2; 2]$.

11. Представить функцию $y = e^{-2|x|} \sin x$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = e^{-2|x|} \sin x$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 25

1–3. Исследовать сходимость рядов

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{4\sqrt{n}} .$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (3n-2)}{7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot \dots \cdot (2n+5)} .$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n(n+1)} .$

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{3^n(x+3)^n} .$$

5. Разложить функцию $f(x) = \frac{1}{1-x}$ в ряд по степеням $x+1$.

6. Разложить функцию $f(x) = (x - \operatorname{ctg} x) \sin x$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\int_0^{0,25} \ln(1 + \sqrt{x}) dx$ с погрешностью не более 0,0001.

8. Разложить функцию $y = |x| \cos x$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = \operatorname{sign} x \cdot e^{-3|x|}$ в ряд Фурье на промежутке $(-4; 4]$.

10. Разложить функцию $y = \operatorname{sh} x$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

11. Представить функцию $y = \eta(x)e^{-2} \cos 2x$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = \eta(x)e^{-2} \cos 2x$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 26

1–3. Исследовать сходимость рядов

1. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n+5}} \sin \frac{1}{n-1}$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n!}{\sqrt{2^n+3}}$.

3. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n-2}}$.

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n (x+1)^{2n}}{n}$$

5. Разложить функцию $f(x) = 5^x$ в ряд по степеням $x+1$.

6. Разложить функцию $f(x) = \ln(5+x)$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\int_0^1 e^{-x^2} dx$ с погрешностью не более 0,0001 .

8. Разложить функцию $y = x \operatorname{sign} x \cdot \sin x$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = \operatorname{ch} x$ в ряд Фурье на промежутке $(-2; 2]$.

10. Разложить функцию $y = e^x$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-2; 2]$.

11. Представить функцию $y = \begin{cases} \cos x, & 0 < x < 2\pi; \\ 0, & x \notin [0; 2\pi] \end{cases}$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = \begin{cases} \cos x, & 0 < x < 2\pi; \\ 0, & x \notin [0; 2\pi] \end{cases}$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 27

1–3. Исследовать сходимость рядов

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+3}} \left(e^{\frac{1}{\sqrt{n}}} - 1 \right). \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+2)!}{10^n n^2}. \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+\sqrt{n}}.$$

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3n+5}{(2n+9)^5 (x+2)^{2n}}.$$

5. Разложить функцию $f(x) = 2^{x+1}$ в ряд по степеням $x+1$.

$$6. \text{ Разложить функцию } f(x) = \begin{cases} \frac{x+\ln(1-x)}{x^2}, & x \neq 0; \\ -\frac{1}{2}, & x = 0 \end{cases} \text{ в ряд Ма-}$$

клорена и указать область сходимости этого ряда.

$$7. \text{ Вычислить } \int_0^{1,5} \frac{1}{x} \operatorname{arctg} \frac{x}{4} dx \text{ с погрешностью не более}$$

0,0001.

8. Разложить функцию $y = \operatorname{sign} x \cdot e^{2|x|}$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = \sin \frac{x}{2}$ в ряд Фурье на промежутке $(-2; 2]$.

10. Разложить функцию $y = xe^{2x}$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-1; 1]$.

11. Представить функцию $y = \begin{cases} \cos x, & 0 < x < 3\pi; \\ 0, & x \notin [0; 3\pi] \end{cases}$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = \begin{cases} \cos x, & 0 < x < 3\pi; \\ 0, & x \notin [0; 3\pi] \end{cases}$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 28

1–3. Исследовать сходимость рядов

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{\pi}{n}\right)$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n-1} \cdot \sqrt{n^2+5}}{(n-1)!}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}(\sqrt{n} + \sqrt[4]{n})}$.

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{5^n(x+4)^n} .$$

5. Разложить функцию $f(x) = 3^{x+1}$ в ряд по степеням $x+1$.

6. Разложить функцию $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0; \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\int_0^1 \sqrt[3]{x} \cos x \, dx$ с погрешностью не более 0,001 .

8. Разложить функцию $y = xe^{2x}$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = x$ в ряд Фурье на промежутке $(-4; 4]$.

10. Разложить функцию $y = \sin \frac{x}{4}$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-2; 2]$.

11. Представить функцию $y = xe^{-\frac{|x|}{2}}$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = xe^{-\frac{|x|}{2}}$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 29

1–3. Исследовать сходимость рядов

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} .$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \sqrt[3]{n}}{3^{n+2}} .$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt[3]{(n^2+1)^4}} .$

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{(2n+1)3^n} .$$

5. Разложить функцию $f(x) = 10^{x+1}$ в ряд по степеням $x+1$.

6. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{ch} x$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\sqrt[4]{19}$ с погрешностью не более 0,0001 .

8. Разложить функцию $y = \operatorname{sign} x \cdot e^{-2|x|}$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = x \sin \frac{x}{3}$ в ряд Фурье на промежутке $(-3; 3]$.

10. Разложить функцию $y = \cos \frac{x}{4}$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-3; 3]$.

11. Представить функцию $y = e^{-\frac{|x|}{2}} \cos 2x$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = e^{-\frac{|x|}{2}} \cos 2x$ комплексным интегралом Фурье.

Вариант 30

1–3. Исследовать сходимость рядов

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2 \cdot \sqrt[3]{n+5}} .$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}(n^3+1)}{(n+1)!} .$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{e^{2n}-1}} .$

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^{2n+1}}{3n+8} .$$

5. Разложить функцию $f(x) = \sqrt[3]{x}$ в ряд по степеням $x+1$.

6. Разложить функцию $f(x) = \cos^2 x$ в ряд Маклорена и указать область сходимости этого ряда.

7. Вычислить $\int_0^{0,5} \cos \frac{x^2}{4} dx$ с погрешностью не более 0,001 .

8. Разложить функцию $y = \sin \frac{|x|}{2}$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi]$.

9. Разложить функцию $y = |x| \cos x$ в ряд Фурье на промежутке $(-1; 1]$.

10. Разложить функцию $y = x$ в комплексный ряд Фурье на промежутке $(-3; 3]$.

11. Представить функцию $y = \eta(x)e^{-2x} \sin x$ вещественным интегралом Фурье.

12. Представить функцию $y = \eta(x)e^{-2x} \sin x$ комплексным интегралом Фурье.